文章编号: 2095-2163(2019)05-0080-04

中图分类号: V249.1

文献标志码: A

基于 Mahony 滤波算法的姿态解算与应用研究

徐恩松,陆文华,刘云飞,李宝磊,冯 (上海工程技术大学 航空运输学院,上海 201620)

摘 要: 针对多旋翼无人机自驾仪在某一特定的飞行路径中,飞行控制系统中存在姿态信息的实时获取和精确解算误差较 大问题,文章介绍了四旋翼飞行器姿态解算常用四元数法姿态解算方法与互补滤波融合算法原理,并研究了影响姿态解算 的重要参数(比例系数 Kp) 的最佳取值。通过对 Mahony 算法给予改进,最后在 Matlab 仿真试验和 Mission Planner 地面站 软件的测试下,比较不同的姿态解算结果,调试得出最佳的比例系数 Kp 值,得到了更好的姿态解算结果。四旋翼飞行器 姿态信息的准确性直接影响飞行器的飞行控制效果,实验结果表明,Mahony 自适应互补滤波算法滤波效果良好,可以有 效降低低成本 IUM 系统的误差累加,可以在实际应用中得到较高的姿态精度,对飞行器的控制研究具有一定的参考价值与 指导意义。

关键词:姿态解算;比例系数 Kp; Mahony 算法; Matlab 仿真

Research on attitude calculation and application based on Mahony filter

XU Ensong, LU Wenhua, LIU Yunfei, LI Baolei, FENG Wang

(School of Air Transportion, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

[Abstract] Aiming at the problem of real-time acquisition and accurate solution of attitude information in flight control system of multi-rotor UAV self-driving instrument in a specific flight path, in this paper, the quaternion method and the principle of complementary filtering fusion algorithm are introduced, and the optimum values of the important parameters (proportional coefficient Kp) affecting attitude calculation are studied. The Mahony algorithm is improved. Finally, under the test of Matlab simulation and Mission Planner ground station software, different attitude calculation results are compared, and the optimal proportional coefficient Kp value is debugged. The better attitude calculation results are obtained. The accuracy of attitude information of Four-rotor aircraft directly affects the flight control effect of the aircraft. The experimental results show that the filtering effect of Mahony adaptive complementary filtering algorithm is good, which can effectively suppress the error accumulation of low-cost IUM system. It can obtain high attitude accuracy in practical application. It has certain reference value and guiding significance for the control research of the aircraft.

(Key words) attitude solution; proportional coefficient Kp; Mahony algorithm; Matlab simulation

0 引 言

0.1 飞行姿态解算的概念

姿态解算的原理: 用不同的坐标系表示同一个 确定的向量时 2 个坐标系表示出的结果大小和方 向一定相同。但是因为 2 个坐标系的旋转矩阵存在 着误差 即使得当一个向量经过一个带有误差的旋 转矩阵后 在另一个坐标系中距理论值将出现一定 偏差。因此可通过此偏差来修正这个旋转矩阵。目 前,常见的姿态表示方法有欧拉角法、方向余弦法和 四元数法。其中 欧拉角法在求解姿态时存在奇点 (万向节死锁),不能用于全姿态解算;方向余弦可 用于全姿态的解算 但计算量大 也无法满足实时性 要求; 四元数法, 计算量小, 无奇点且可以满足飞行 器运动过程中姿态的实时解算要求。

1.1 四元数基本概念

0.2 姿态解算算法

四旋翼飞行器在飞行中的姿态角通过机体坐标 系与导航坐标系的转换来获得。四元数的姿态旋转 表示方法在实际运用过程中避免了欧拉角万向节死

四旋翼无人机的飞行控制系统中 姿态信息的 实时获取和精确解算尤为关键[1]。目前常见的姿态

解算算法有梯度下降算法[2]、互补滤波算法[3]和卡

尔曼滤波算法[4] 等。不同算法在不同情况下的解

算效果不同,本文主要研究基于 Mahony 互补滤波

算法的姿态解算[3] 对 2 个坐标系相互转化时旋转

矩阵存在偏差进行修正,旋转矩阵的元素是四元数,

并于修正后给出了滤波的仿真结果分析。

1 四元数法姿态解算原理

基金项目: 国家自然科学基金(51465047)。

作者简介: 徐恩松(1994-) 男 硕士研究生 主要研究方向: 数据融合、自主导航。

收稿日期: 2019-05-30

哈尔滨工业大学主办◆学术研究与应用

锁问题,所以采用四元数方法表示姿态角。能够准确快速地跟踪姿态角变化,又能减小解算过程中的计算量。保证了姿态解算算法的高效率和高精度^[4]。四元数的表达式为:

$$\begin{cases} q = q_0 + q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k} , \\ \sum_{i=0}^{3} q_i^2 = 1. \end{cases}$$
 (1)

其中 $,q_0$ 为实数 ,在旋转中四元数表示以 q_1 、 q_2 、 q_3 为旋转轴旋转一定的角度 ,其范数为 1 ,i、j、k 为互相正交的单位向量。

飞行器的姿态角是机体坐标系 e 相对于导航坐标系 n 的方向关系。 $OX_nY_nZ_n$ 为导航坐标系 X_n 、 Y_n 和 Z_n 轴分别指向东、北和天向; 机体坐标系为 $OX_eY_eZ_e$, X_e 轴沿机体横轴指向右 , Y_e 轴沿机体纵轴指向前 , Z_e 轴垂直指向机体上方 ,构成右手坐标系。旋转矩阵按照 Z=X=Y 的转动顺序 ,得到由导航坐标系转到机体坐标系的变换矩阵为 $^{[5]}$:

$$\boldsymbol{C}_{n}^{e} = \begin{pmatrix} \cos \Phi \cos \psi - \sin \theta \sin \Phi \sin \psi & \cos \Phi \sin \psi + \sin \theta \sin \Phi \cos \psi & -\cos \theta \sin \Phi \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \theta \cos \psi & \sin \theta \\ \sin \Phi \cos \psi + \sin \theta \cos \Phi \sin \psi & \sin \Phi \sin \psi - \sin \theta \cos \Phi \cos \psi & \cos \theta \cos \Phi \end{pmatrix}$$

将式(2)中的旋转矩阵用四元数表示为:

$$\boldsymbol{C}_{n}^{e} = \begin{pmatrix} 2q_{0}^{2} - 1 + q_{1}^{2} & 2(q_{1}q_{2} + q_{0}q_{3}) & 2(q_{1}q_{3} - q_{0}q_{2}) \\ 2(q_{1}q_{2} - q_{0}q_{3}) & 2q_{0}^{2} - 1 + 2q_{2}^{2} & 2(q_{2}q_{3} + q_{0}q_{1}) \\ 2(q_{1}q_{3} + q_{0}q_{2}) & 2(q_{2}q_{3} - q_{0}q_{1}) & 2q_{0}^{2} - 1 + 2q_{3}^{2} \end{pmatrix},$$

$$(3)$$

由于四元数的 4 个变量并不独立,对其单位化处理后用来表示旋转矢量,即:

$$q = \frac{q}{\sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}} , \qquad (4)$$

通过式(1)~(4)导出方向余弦矩阵与四元数的关系表达式解算出姿态角度信息如式(5)所示:

$$\begin{pmatrix} \psi \\ \theta \\ \Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\arctan \frac{2(q_1q_2 - q_0q_3)}{q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2} \\ \arctan 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ -\arctan \frac{2(q_1q_3 - q_0q_2)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2} \end{pmatrix}. \tag{5}$$

1.2 飞行器姿态更新

显示陀螺仪测量机体坐标系下的角速度,由于其动态特性较好,瞬时测得精度较高,可通过角速度积分解算出姿态角。但陀螺仪存在温漂和噪声,单独采用陀螺仪数据对姿态矩阵进行更新时,会产生累积误差,因此需要其他传感器数据对姿态矩阵进

行修正 .使其得到更准确的姿态信息。根据陀螺仪数据得到四元数微分方程 .即:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \hat{q} \otimes \omega_{en}^{e} , \qquad (6)$$

其中 , ω_{en}^e = 0+ ω_{ex} i + ω_{ey} j + ω_{ex} k 为机体坐标系相对导航坐标系的角速度在机体坐标系上的四元数 则式(6) 可写为:

$$\begin{pmatrix}
\dot{q}_0 \\
\dot{q}_1 \\
\dot{q}_2 \\
\dot{q}_3
\end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix}
0 & -\omega_{ex} & -\omega_{ey} & -\omega_{ez} \\
\omega_{ex} & 0 & \omega_{ez} & -\omega_{ey} \\
\omega_{ey} & -\omega_{ez} & 0 & \omega_{ex} \\
\omega_{ez} & \omega_{ey} & -\omega_{ex} & 0
\end{pmatrix} \begin{pmatrix}
q_0 \\
q_1 \\
q_2 \\
q_3
\end{pmatrix}, (7)$$

其中 $,\omega_{ex}$ 表示绕俯仰轴角速度; ω_{ey} 表示滚转轴角速度; ω_{ex} 表示绕航向轴角速度。

设在很小的时间段($T,T+\Delta T$)内, ΔT 为姿态四元数更新时间间隔, ω_n^c 值不变。由陀螺仪输出得到的迭代方程为 $^{[0]}$:

$$q_{\omega,T} = \widehat{q}_{est,T-1} + \dot{q}_{\omega,T} \Delta T \quad , \tag{8}$$

其中, $\hat{q}_{est,T-1}$ 为加速度计和陀螺仪经数据融合后更新的四元数。

一阶 Runge-Kutta 法求解四元数微分方程^[7],可将其写为:

$$q(T,T + \Delta T) = q(T) + \Delta T \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}, \qquad (9)$$

可推导得出:

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_{0} \\ \dot{q}_{1} \\ \dot{q}_{2} \\ \dot{q}_{3} \end{pmatrix}_{T+\Delta T} = \begin{pmatrix} q_{0} \\ q_{1} \\ q_{2} \\ q_{3} \end{pmatrix} + \frac{\Delta T}{2} \begin{pmatrix} -\omega_{ex}q_{1} - \omega_{ey}q_{2} - \omega_{ez}q_{3} \\ \omega_{ex}q_{0} + \omega_{ey}q_{2} - \omega_{ez}q_{3} \\ \omega_{ey}q_{0} - \omega_{ez}q_{1} + \omega_{ex}q_{3} \\ \omega_{ez}q_{0} + \omega_{ey}q_{1} - \omega_{ex}q_{2} \end{pmatrix}.$$
(10)

2 Mahony 互补滤波融合算法

互补滤波融合算法可根据加速度计测量数据利用梯度下降法得到最小误差四元数的微分,再通过互补滤波算法与陀螺仪得出角速度微分四元数进行融合,对融合后的姿态微分四元数进行积分,估算出最优四元数。

经典互补滤波^[8] 利用陀螺仪和加速度计各自在动态和静态上的优势,在频域上用加速度计测得的准确瞬时值来弥补陀螺仪随时间积累所产生的漂移误差,即分别加入低通和高通滤波器提高姿态解算的精度^[9]。 互补滤波的关键在于系数 Kp 的选

择 经典低通环节阻带衰减较慢 不能满足四旋翼飞行器在飞行中的高动态性 ,通过对 Mahony 算法做出改进 最后在 Matlab 仿真试验和 Mission Planner 地面站软件 $^{[10]}$ 的测试下 ,比较不同的姿态解算结果 ,调试得出最佳的比例系数 Kp 值 ,得到了更好的姿态解算结果。

根据三轴加速度计的输出值求取俯仰角和滚转角 拟用到如下数学公式:

$$\begin{pmatrix} \Phi \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arctan\left(\frac{-a_x}{-a_y}\right) \\ \arctan\left(\frac{-a_x}{-a_x}\right) \end{pmatrix} , \qquad (11)$$

其中 $,\Phi ,\psi ,\psi$ 分别表示机体的俯仰角、偏航角和翻滚角 ,mx ,my ,mz 分别表示三轴磁力计的分量数据。如果 $\psi =0$ 那么机体坐标系与地理坐标系间的转换矩阵为:

$$T = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(-\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Phi) & \sin(-\Phi) \\ 0 & -\sin(-\Phi) & \cos(\Phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\Phi) & \cos(\Phi) & \sin(\theta) \\ 0 & \cos(\Phi) & -\sin(\Phi) & \cos(\Phi) \\ -\sin(\Phi) & \sin(\Phi) & \cos(\theta) & \cos(\Phi) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

根据姿态角信息与电子罗盘的三轴磁力数据求取计算偏航角^[11]所需的参数:

$$\begin{pmatrix} X_h \\ Y_h \\ Z_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\Phi)\sin(\theta) & \cos(\Phi)\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\Phi) & -\sin(\Phi) \\ -\sin(\Phi) & \sin(\Phi)\cos(\theta) & \cos(\Phi)\cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix},$$

$$(13)$$

其中 (X_h, Y_h, Z_h) 分别为机体水平姿态角为零时 地磁场在机体坐标系 (x_h, y_h, z_h) 的分量 此时可以求得机体的航向角:

$$\psi = -\arctan\left(\frac{Y_h}{X_h}\right)$$
 , (14)

所以右迄太角为:

$$\begin{pmatrix} roll \\ pitch \\ heading \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \gamma \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \arctan\left(\frac{-a_x}{-a_y}\right) \\ \arctan\left(\frac{-a_x}{-a_z}\right) \\ \arctan\left(\frac{-mag_y}{mag_x}\right) \end{pmatrix} . \quad (15)$$

3 Matlab 姿态解算仿真实验

在实验前 研究将进行试验数据的获取 获取飞行所需要的传感器的姿态角数据。首先 QGC 与 Pixhawk 进行连接^[12] ,并设置了多旋翼无人机的自主飞行路径 ,然后在一段时间的飞行后 ,提取其飞行数据 ,主要涉及其未修正前的传感器所测量的姿态角信息 ,再将其保存在 Matlab 能够调用的 dat 数据文件夹中^[13]。

这里,首先将特定路径 Pixhawk 的飞行数据从日志中提取出来,提取的数据是飞行器未经过 Mahony 算法解算 [14] 得到的的姿态角数据, $\Phi \setminus \psi$ 分别为机体的俯仰角、偏航角和翻滚角,然后将这些数据以 dat 的格式保存起来。将数据加载到已经封装好的 Mahony 源程序中,传入 Matlab 中进行仿真实验 [15]。

实验中,先后更改了3次Kp值,依次为0.6、1.1、2,得到了3张效果图。分别如图1~图3所示。

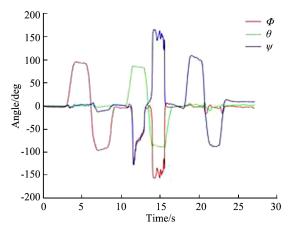


图 1 Kp 值为 0.6 姿态角示意图

Fig. 1 Sketch of attitude angle with Kp value of 0.6

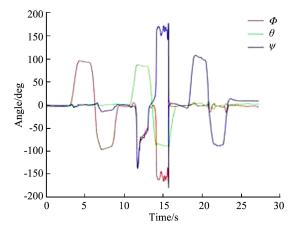


图 2 Kp 值为 1.1 姿态角示意图

Fig. 2 Sketch of attitude angle with Kp value of 1.1

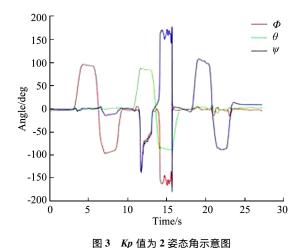


Fig. 3 Sketch of attitude angle with *Kp* value of 2

4 仿真实验与结果分析

比例系数反映了姿态结果中加速计测量值对姿态结果的修正情况。Kp 值越大说明加速度计的结果对姿态解算的结果影响越大,又因为对高频震荡非常敏感,这就有了结果中滚动角和俯仰角震荡频率 $^{[16]}$ 随着Kp 值的增大而增大的情况。所以要不断地进行试验 根据特定的场景确定最适合的Kp 值,Kp 值并不是越小越好,当Kp 值越小时,陀螺仪对滤波结果的影响就较大,就会产生一些低频的错误信息。所以要综合考虑Kp 与Ki 的值的大小。

由图 $1 \sim$ 图 3 中可以得到 ,当 Kp 值小于 1.1 时 ,虽然滤波滚动角和俯仰角有波动 ,但波动的频率并不是特别大; 当 Kp 值大于等于 1.1 时 ,滤波的航向角波动很大; 当 Kp 值为 $0.6 \sim 1.1$ 之间 ,无人机自主导航的精确度更佳。

5 结束语

本文阐述了四旋翼飞行器姿态解算常用四元数法姿态解算方法与互补滤波融合算法原理,并研究了影响姿态解算的重要参数(比例系数 *Kp*)的最佳取值。通过对 Mahony 算法做出改进 最后在 Matlab仿真试验和 Mission Planner 地面站软件的测试下,比较不同的姿态解算结果,调试得出最佳的比例系数 *Kp* 值 得到了更好的姿态解算结果。四旋翼飞行器姿态信息的准确性直接影响飞行器的飞行控制效果。实验结果表明 Mahony 自适应互补滤波算法滤波效果良好 ,可以有效降低低成本 IUM 系统的误差累加,可以在实际应用中得到较高的姿态精度 对飞行器的控制研究具有一定的参考价值与指导意义。

参考文献

- [1] 赵伟 ,王志华 ,周兵. 基于.NET 技术和 MVC 的新架构模式[J]. 计算机工程与设计 ,2012 ,33(7): 2646-2651.
- [2] 高京都. 四旋翼飞行器控制系统的设计与实现[D]. 大连: 大连 理工大学 2015.
- [3] 李玉玲. 人工智能在计算机视觉及网络领域中的应用[J]. 电脑 编程技巧与维护 2018(8):156-157,161.
- [4] 段晓军,吴成富. 嵌入式实时控制系统的快速原型化及其在无人机飞控系统设计与实时仿真中的应用[C]//中国航空学会控制与应用第十一届学术年会.烟台:中国航空学会,2004:530-534.
- [5] 张锦. 三余度飞控计算机系统软件的研究与设计[D]. 西安: 西 北工业大学 2006.
- [6] 刘耀钦 袁承芬. MVC 设计模式在 Web 开中的应用与研究[J]. 信息安全与技术 2013 4(11):78-80.
- [7] LUO R C, LIN M H, SCHERP R S. Dynamic multi-sensor data fusion system for intelligent robots [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1988, 15(4): 386-396.
- [8] KAMBEROVA G, MANDELBAUM R, MINTZ M, et al. Decision-theoretic approach to robust fusion of location data [J]. Journal of the Franklin Institute, 1999, 336(2): 269–284.
- [9] XU Lijia, CHEN Yangzhou, CUI Pingyuan. Improvement of D-S evidential theory in multisensor data fusion system [C]// Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation. Hangzhou: Zhejiang University, 2004: 3124-3128.
- [10]MOORE J B. Direct Kalman filtering approach for GPS/INS integration [J]. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, 2002, 38(2):687-693.
- [11] SASIADEKT J Z , WANG Q , ZEREMBA M B. Fuzzy adaptive Kalman filtering for INS/GPS data fusion [C]// the 15th IEEE International Symposium on Intelligent Control (ISIC 2000) .RIO , Patras & Greece: IEEE 2000: 181–186.
- [12] 陈华胄, 谌海云. 基于自适应互补滤波的四旋翼飞行器姿态解算[J]. 测控技术 2018 37(6):81-84 89.
- [13] 江杰 王康 李刚. 一种四旋翼姿态解算与控制优化方法设计分析 [J].计算机仿真 2016 33(11):42-47.
- [14] CARLSON N A. Federal filter for fault tolerant integrated navigation system [c]// IEEE. PLANS 88., Position Location and Navigation Symposium, Reard, Navigation into the 21st Century . Orlando, FL, USA: IEEE, 1988: 110–119.
- [15]洪世杰 李嘉欣 侯佳木 等. 自主巡线四旋翼无人机建模及姿态控制器设计[J]. 现代计算机(专业版) 2018(16):66-71.
- [16]CUI Yongjun , LIU Jun , ZHANG Wendong. Research on adaptive Kalman filtering algorithm for integrated GPS/INS navigation system [C]// 6th International symposium on Test and Measurement. Dalian [s.n.] 2005 8.
- [17] 黄晓瑞,崔平远,崔祜涛. GPS/INS 组合导航系统自适应滤波 算法与仿真研究[J]. 飞行力学 2001,19(2):69-72,77.
- [18]XIA Q, RAOAND M, YING Y. Adaptive fading Kalman filter with an application [J]. Automatica, 1994, 30(8):1333-1338.