

Relatório 4 - Inteligência Computacional

Jhúlia Graziella de Souza Rodrigues

¹Bacharelado em Ciência da Computação
Universidade Federal do Uberlândia (UFU)
Uberlândia (MG)

jhuliagraziella@gmail.com

1. Introdução

O objetivo do trabalho é aplicar um algoritmo de inteligência coletiva baseado em colônia de formigas para encontrar a solução do problema clássico conhecido como problema do caixeiro viajante (PCV).

2. Problema do Caixeiro Viajante

O problema do caixeiro viajante é definido por: dado um número finito de cidades e o custo de viagem entre cada par de cidades, deve-se encontrar o caminho de menor custo que passa por todas as cidades e retorna até a cidade inicial. Ele pode ser definido formalmente da seguinte maneira:

Seja $G = (V, A)$ um grafo, onde V é um conjunto de N vértices e A é um conjunto de arestas. Seja C a matriz de distâncias associada com A . O PCV consiste em determinar o menor ciclo hamiltoniano, ou seja, o menor ciclo que passa por todos os vértices exatamente uma vez. Um caso específico deste problema é quando a matriz C é simétrica e é o caso apresentado neste trabalho.

Ele é um problema NP-Difícil, uma das possíveis soluções “corretas” tem complexidade $O(N \cdot 2^N)$, que não pode ser aplicada quando o número de cidades é grande. Pela grande aplicabilidade do problema e pela dificuldade de se encontrar a resposta exata para grandes valores de N , soluções alternativas, mesmo que aproximadas, são buscadas.

3. Algoritmo de Colônia de Formigas (ACO)

O algoritmo de colônia de formigas é um algoritmo de inteligência coletiva baseado no comportamento de formigas. A ideia é fazer o algoritmo se guiar de modo semelhante às formigas numa colônia: ao passar por um caminho, cada formiga deixa uma quantidade de feromônio naquele local, que atrai mais formigas para aquele mesmo caminho.

A probabilidade de um caminho ser escolhido é proporcional à quantidade de formigas que escolheram esse caminho no passado. Para que haja diversidade e seja possível esquecer escolhas ruins do passado, também é considerada uma taxa de evaporação do feromônio deixado.

No PCV, cada caminho é representado por uma aresta e a probabilidade de uma aresta ser escolhida depende do comprimento da aresta e da quantidade de formigas que passaram por ali anteriormente, ou seja, da quantidade de feromônio presente na aresta. Como é permitido visitar cada vértice apenas uma vez, os vértices já visitados possuem probabilidade zero de serem revisitados.

A quantidade de feromônio das arestas presentes no melhor caminho até então é atualizada de acordo com a quantidade de formigas que passaram nestas arestas.

Os parâmetros utilizados no algoritmo foram:

- Taxa de importância da trilha de feromônio: $\alpha = 2$;
- Taxa de importância da visibilidade da aresta: $\beta = 5$;
- Taxa de evaporação do feromônio: $\rho = 0.5$;
- Quantidade de feromônio inicial em cada aresta: $\tau = 1$;
- Quantidade base de feromônio deixada por cada formiga: $Q = 1$.

A quantidade máxima de iterações do algoritmo é de 100 iterações e é considerado que o algoritmo convergiu se as últimas 50 iterações não melhorarem a resposta.

4. Resultados

O algoritmo foi aplicado em quatro instâncias do PCV. Cada instância é definida pela quantidade de vértices N do problema em conjunto com a matriz de distâncias entre os vértices.

A entrada pode possuir a matriz de distâncias ou as coordenadas de cada um dos N vértices, no segundo caso a distância entre cada par de cidades é calculada pela distância euclidiana entre as coordenadas de cada cidade.

A tabela 4 apresenta os resultados gerais obtidos em cada instância e a diferença relativa entre a resposta obtida e o comprimento do melhor caminho conhecido.

| Instância | Melhor ACO | Melhor Conhecido | Erro Absoluto |
|-----------|------------|------------------|---------------|
| 1 | 2011.0000 | 2011.0000 | +0.0000 |
| 2 | 7394.0383 | | |
| 3 | 27610.2936 | 27603.0000 | +7.2936 |
| 4 | 6659.4315 | 6656.0000 | +3.6656 |

Tabela 1. Resultados gerais

4.1. Instância 1

A primeira instância é representada por um mapa Portugal/Espanha, definido por $N = 6$ cidades e pela matriz de distâncias entre cada par de cidades mostrado na tabela 4.1.

| | Aveiro | Évora | Faro | Bajadoz | Córdoba | Madrid |
|---------|--------|-------|------|---------|---------|--------|
| Aveiro | 0 | 353 | 582 | 372 | 641 | 559 |
| Évora | 353 | 0 | 231 | 99 | 426 | 502 |
| Faro | 582 | 231 | 0 | 331 | 326 | 750 |
| Badajoz | 372 | 99 | 331 | 0 | 269 | 403 |
| Córdoba | 641 | 426 | 326 | 269 | 0 | 424 |
| Madrid | 559 | 502 | 750 | 403 | 424 | 0 |

Tabela 2. Matriz de distâncias da instância 1

A figura 1 é uma representação deste mapa com um dos possíveis melhores caminhos destacado.

O melhor resultado conhecido para este problema é de 2011. Os resultados obtidos pelo ACO após um conjunto de 50 execuções foram:

- Comprimento do melhor caminho: 2011;
- Comprimento do pior caminho: 2011;
- Comprimento médio dos caminhos: 2011.

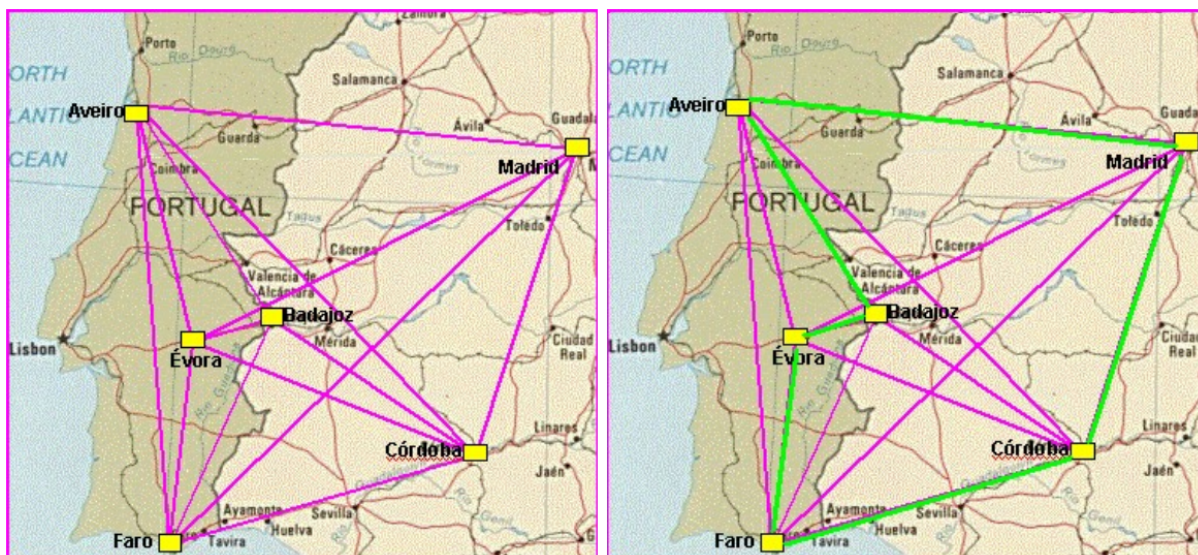


Figura 1. Representação do mapa da instância 1

Uma possível sequência de cidades que representa o menor ciclo hamiltoniano é Aveiro, Bajadoz, Évora, Faro, Córdoba, Madrid e de volta até Aveiro, com custos $372 + 99 + 231 + 326 + 424 + 559 = 2011$.

4.2. Instância 2

A segunda instância é um mapa hipotético de 15 cidades, numeradas de 0 a 15, com as coordenadas apresentadas na tabela 4.2.

| | C_0 | C_1 | C_2 | C_3 | C_4 | C_5 | C_6 | C_7 | C_8 | C_9 | C_{10} | C_{11} | C_{12} | C_{13} | C_{14} |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|
| x | 200 | 300 | 300 | 1000 | 600 | 1700 | 1400 | 1200 | 200 | 1200 | 500 | 1000 | 1900 | 400 | 1600 |
| y | 300 | 700 | 1700 | 1900 | 1400 | 1600 | 800 | 500 | 1000 | 1100 | 900 | 900 | 1000 | 500 | 200 |

Tabela 3. Coordenadas (x, y) da instância 2

Os resultados obtidos pelo ACO após um conjunto de 50 execuções foram:

- Comprimento do melhor caminho: 7394.0383;
- Comprimento do pior caminho: 7463.2823;
- Comprimento médio dos caminhos: 7446.5916.

Uma possível sequência de cidades que representa o menor ciclo hamiltoniano encontrado encontrado pelo ACO é: 0, 13, 10, 11, 9, 6, 7, 14, 12, 5, 3, 2, 4, 8, 1 e de volta a 0.

4.3. Instância 3

A terceira instância é um mapa real com 29 cidades, numeradas de 0 a 28, com as coordenadas apresentadas na tabela 4.3.

A figura 2 representa os pontos descritos representados no plano.

O melhor resultado conhecido para este problema é de 27603. Os resultados obtidos pelo ACO após um conjunto de 50 execuções foram:

- Comprimento do melhor caminho: 27610.2936;
- Comprimento do pior caminho: 29818.4153;
- Comprimento médio dos caminhos: 28222.7692.

| Cidade | x | y | Cidade | x | y |
|--------|------------|------------|--------|------------|------------|
| 0 | 20833.3333 | 17100.0000 | 15 | 26150.0000 | 10550.0000 |
| 1 | 20900.0000 | 17066.6667 | 16 | 26283.3333 | 12766.6667 |
| 2 | 21300.0000 | 13016.6667 | 17 | 26433.3333 | 13433.3333 |
| 3 | 21600.0000 | 14150.0000 | 18 | 26550.0000 | 13850.0000 |
| 4 | 21600.0000 | 14966.6667 | 19 | 26733.3333 | 11683.3333 |
| 5 | 21600.0000 | 16500.0000 | 20 | 27026.1111 | 13051.9444 |
| 6 | 22183.3333 | 13133.3333 | 21 | 27096.1111 | 13415.8333 |
| 7 | 22583.3333 | 14300.0000 | 22 | 27153.6111 | 13203.3333 |
| 8 | 22683.3333 | 12716.6667 | 23 | 27166.6667 | 9833.3333 |
| 9 | 23616.6667 | 15866.6667 | 24 | 27233.3333 | 10450.0000 |
| 10 | 23700.0000 | 15933.3333 | 25 | 27233.3333 | 11783.3333 |
| 11 | 23883.3333 | 14533.3333 | 26 | 27266.6667 | 10383.3333 |
| 12 | 24166.6667 | 13250.0000 | 27 | 27433.3333 | 12400.0000 |
| 13 | 25149.1667 | 12365.8333 | 28 | 27462.5000 | 12992.2222 |
| 14 | 26133.3333 | 14500.0000 | | | |

Tabela 4. Coordenadas (x, y) da instância 3



Figura 2. Representação dos pontos da instância 3 no plano

Uma possível sequência de cidades que representa o menor ciclo hamiltoniano encontrado encontrado pelo ACO é: 0, 1, 5, 10, 9, 11, 14, 18, 17, 16, 20, 21, 22, 28, 27, 25, 19, 24, 26, 23, 15, 13, 12, 8, 6, 2, 3, 7, 4 e de volta a 0.

4.4. Instância 4

A quarta instância é um mapa real com 38 cidades, numeradas de 0 a 37, com as coordenadas apresentadas na tabela 4.4.

| Cidade | x | y | Cidade | x | y |
|--------|------------|------------|--------|------------|------------|
| 0 | 11003.6111 | 42102.5000 | 19 | 11690.5556 | 42686.6667 |
| 1 | 11108.6111 | 42373.8889 | 20 | 11715.8333 | 41836.1111 |
| 2 | 11133.3333 | 42885.8333 | 21 | 11751.1111 | 42814.4444 |
| 3 | 11155.8333 | 42712.5000 | 22 | 11770.2778 | 42651.9444 |
| 4 | 11183.3333 | 42933.3333 | 23 | 11785.2778 | 42884.4444 |
| 5 | 11297.5000 | 42853.3333 | 24 | 11822.7778 | 42673.6111 |
| 6 | 11310.2778 | 42929.4444 | 25 | 11846.9444 | 42660.5556 |
| 7 | 11416.6667 | 42983.3333 | 26 | 11963.0556 | 43290.5556 |
| 8 | 11423.8889 | 43000.2778 | 27 | 11973.0556 | 43026.1111 |
| 9 | 11438.3333 | 42057.2222 | 28 | 12058.3333 | 42195.5556 |
| 10 | 11461.1111 | 43252.7778 | 29 | 12149.4444 | 42477.5000 |
| 11 | 11485.5556 | 43187.2222 | 30 | 12286.9444 | 43355.5556 |
| 12 | 11503.0556 | 42855.2778 | 31 | 12300.0000 | 42433.3333 |
| 13 | 11511.3889 | 42106.3889 | 32 | 12355.8333 | 43156.3889 |
| 14 | 11522.2222 | 42841.9444 | 33 | 12363.3333 | 43189.1667 |
| 15 | 11569.4444 | 43136.6667 | 34 | 12372.7778 | 42711.3889 |
| 16 | 11583.3333 | 43150.0000 | 35 | 12386.6667 | 43334.7222 |
| 17 | 11595.0000 | 43148.0556 | 36 | 12421.6667 | 42895.5556 |
| 18 | 11600.0000 | 43150.0000 | 37 | 12645.0000 | 42973.3333 |

Tabela 5. Coordenadas (x, y) da instância 4

A figura 3 representa os pontos descritos representados no plano.

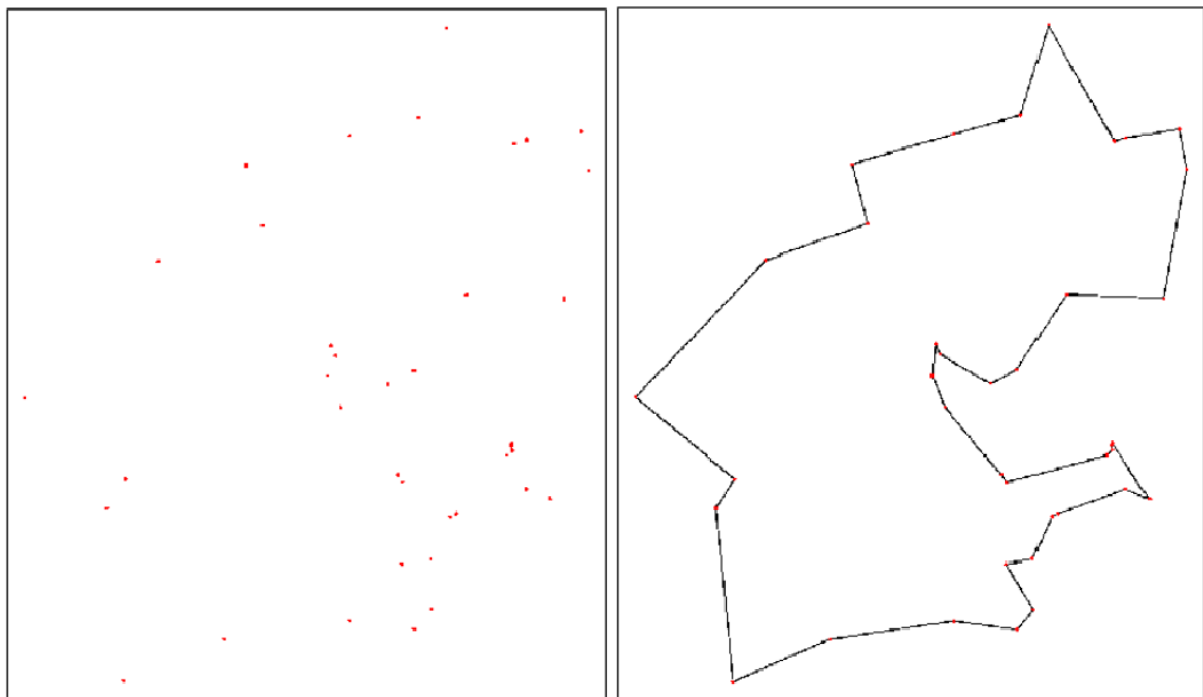


Figura 3. Representação dos pontos da instância 4 no plano

O melhor resultado conhecido para este problema é de 6656. Os resultados obtidos pelo ACO após um conjunto de 50 execuções foram:

- Comprimento do melhor caminho: 6659.4315;
- Comprimento do pior caminho: 6827.6920;
- Comprimento médio dos caminhos: 6679.8460.

Uma possível sequência de cidades que representa o menor ciclo hamiltoniano encontrado encontrado pelo ACO é: 0, 9, 13, 20, 28, 29, 31, 34, 36, 37, 32, 33, 35, 30, 26, 27, 23, 21, 24, 25, 22, 19, 14, 12, 15, 16, 17, 18, 10, 11, 8, 7, 6, 5, 4, 2, 3, 1 e de volta a 0.

5. Conclusão

Os resultados obtidos não são sempre exatos, mas a aproximação da resposta PCV por meio do ACO produz resultados que podem ser úteis em problemas que exigem uma computação rápida da resposta: por exemplo, quando o custo de pagar mais caro pela diferença entre a aproximação e o melhor resultado existente é menor do que o custo de esperar o cálculo da resposta exata.