1.1

I kap 3 er BNP per arbejder givet ved $y^{\star} = B^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$

I BNP per arbejder vil Økonomi 1 have højere niveau i SS pga højere opsparing og færre hoveder at dele BNP ud over. Dette giver altså højere niveau i SS for Økonomi I end Økonomi II, da der akkumuleres mere kapitel i hver periode. Det vil ikke give højere vækstrater.

Reallejesatsen er givet ved $r_t = \alpha B k_t^{\alpha-1}$

I og med $k^{\star}$ er højere i Økonomi I end II, så vil reallejesatsen i Økonomi I være lavere end Økonomi II. Man kan sige, at marginal produktet for Økonomi I er mindre end det for II.

Reallønnen i kap 3 er givet ved: $w_t = (1-\alpha)Bk_t^{\alpha}$

Tidligere udledt, at $k^{\star}$ er højere i Økonomi I. Ud fra ligningen for reallønnen må reallønnen være højest for Økonomi I. Der er mere kapital i økonomi I, derfor må arbejderne være mere produktive, hvilket måles gennem højere realløn.

1.2

Nu åbner vi op for økonomierne.

For kap 4 $y^{\star} = B^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{\alpha}{\bar{r}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$

Her vil BNP per arbejder være lig hinanden, da det afhænger af den eksogent givne verdensrente. Dette er dog på lang sigt, da det afhænger af landets opsparingsrate og befolkningsvækst. Er renten højere end den udenlandske vil kapital flyde ind i økonomien, og vice versa, hvis renten er højere i udlandet.

Derfor vil reallønnen være højere i Økonomi II på kort sigt, da dette er den opsparings svage økonomi. Kapital vil derfor flyde fra Økonomi I til II. Indtil reallejesatsen for begge landet bliver $\bar{r} = r_t = r_t = \alpha B k_t^{\alpha-1}$. Man kan også sige, at Økonomi II bliver kreditor, mens II bliver debitor. Økonomi Is realløn falder pga kapital flyder ud.

1.3

Det er muligt, at begge økonomier stilles bedre efter åbningen. Hvis renten mellem de to lande er ens, vil der ikke ske noget. Men ved at I er mere opsparingsstærkt end II, vil kapital flyde fra I til II. Dette hæver reallønnen i II, mens II får negative nettorenteudgifter til I. I Økonomi I vil reallønnen falde, men man vil få positive nettorenteidntægter fra udlandet. Derfor vinder kapital ejerne i Økonomi I, mens arbejderne vinder i Økonomi II. Ved at beskatte vinderne i hvert land og omfordele formue fra rig til fattig vil man både stille begge lande bedre i BNP per arbejder samt give en mere lige fordeling inden i landet.

2.1

Viser pr. Arbejder produktionsfunktion.

$$Y_t = K_t^{\alpha} H_t^{\phi} (A_t L_t)^{1-\alpha-\phi}$$
$$\frac{Y_t}{L_t} = \frac{K_t^{\alpha} H_t^{\phi} (A_t L_t)^{1-\alpha-\phi}}{L_t}$$
$$y_t = k_t^{\alpha} h_t^{\phi} A_t^{1-\alpha-\phi}$$

Nu kan det approksimative vækstrate for y_t findes. Dette gøres ved at tage ln og fratrække forrige periode.

$$y_{t+1} = k_{t+1}^{\alpha} h_{t+1}^{\phi} A_{t+1}^{1-\alpha-\phi}$$

$$\ln y_{t+1} = \alpha \ln k_{t+1} + \phi \ln h_{t+1} + (1-\alpha-\phi) \ln A_{t+1}$$
$$\ln y_{t+1} - \ln y_t = \alpha\,(\ln k_{t+1} - k_t) + \phi(\ln h_{t+1} - h_t) + (1-\alpha-\phi)\,(\ln A_{t+1} - A_t)$$

Indsætter definitioner. Derfor fås.

$$g_t^y = \alpha g_t^k + \phi g_t^h + (1-\alpha-\phi) g_t$$

Hvilket er den approksimative vækstrate for y_t

På den balanceret væksti er $g_t^y = g_t^k = g_t^h$. Ellers kan kapital-outputforholdet ikke være konstant.

Derfor fås:

$$g_t^y = \alpha g_t^y + \phi g_t^h + (1-\alpha-\phi) g_t$$
$$g_t^y(1-\alpha-\phi) = (1-\alpha-\phi) g_t$$
$$g_t^y = \frac{(1-\alpha-\phi) g_t}{1-\alpha-\phi}$$
$$g_t^y = g_t$$

På den balanceret vækststi er vækster økonomien derfor kun med væksten i teknologien.

2.2

Reallejesatsen og reallønnen udledes ud fra profitmaksimeringslingingen.

$$\pi = K_t^\alpha H_t^\phi (A_t L_t)^{1-\alpha-\phi} - r_t K_t - w_t L_t$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial K_t} = \alpha K_t^{\alpha-1} H_t^\phi (A_t L_t)^{1-\alpha-\phi} = r_t$$
$$r_t = \alpha \left(\frac{K_t}{A_t L_t}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{H_t}{A_t L_t}\right)^{\phi}$$
$$r_t = \alpha \tilde{k}_t^\alpha \tilde{h}_t^\phi$$

Nuu for reallønnen.

$$\pi = K_t^\alpha H_t^\phi A_t^{1-\alpha-\phi} L_t^{1-\alpha-\phi} - r_t K_t - w_t L_t$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial L_t} = (1-\alpha-\phi) K_t^\alpha H_t^\phi A_t^{1-\alpha-\phi} L_t^{-\alpha-\phi} = w_t$$
$$w_t = (1-\alpha-\phi) \tilde{k}_t^\alpha \tilde{h}_t^\phi A_t$$

2.3

Starter med at udlede transitionsligningen for kapital.

$$K_{t+1} = s_K Y_t + (1-\delta) K_t$$
$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1} L_{t+1}} = \frac{s_K Y_t + (1-\delta) K_t}{L_t(1+n) A_t (1+g)}$$
$$\tilde{k}_{t+1} = \frac{1}{(1+g)(1+n)} \left(s_K \tilde{y}_t + (1-\delta)\tilde{k}_t\right)$$

Ved at omskrive følgende ligning fra tidligere fås

$$y_t = k_t^\alpha h_t^\phi A_t^{1-\alpha-\phi} \Leftrightarrow \tilde{y}_t = \tilde{k}_t^\alpha \tilde{h}_t^\phi$$

Dette indsættes i ligningen.

$$\tilde{k}_{t+1} = \frac{1}{(1+g)(1+n)} \left(s_K \tilde{k}_t^\alpha \tilde{h}_t^\phi + (1-\delta)\tilde{k}_t\right)$$

$\tilde{h}_t$ udeledes på samme måde ved humankapital akkumulationsligningen.

Får at tegne fase-diagrammet skal man udlede nullclines. Dette gøres ved at isolere h_t.

Vi er på den balanceret vækststi, hvorved vi kan sætte perioderne lig hinanden.

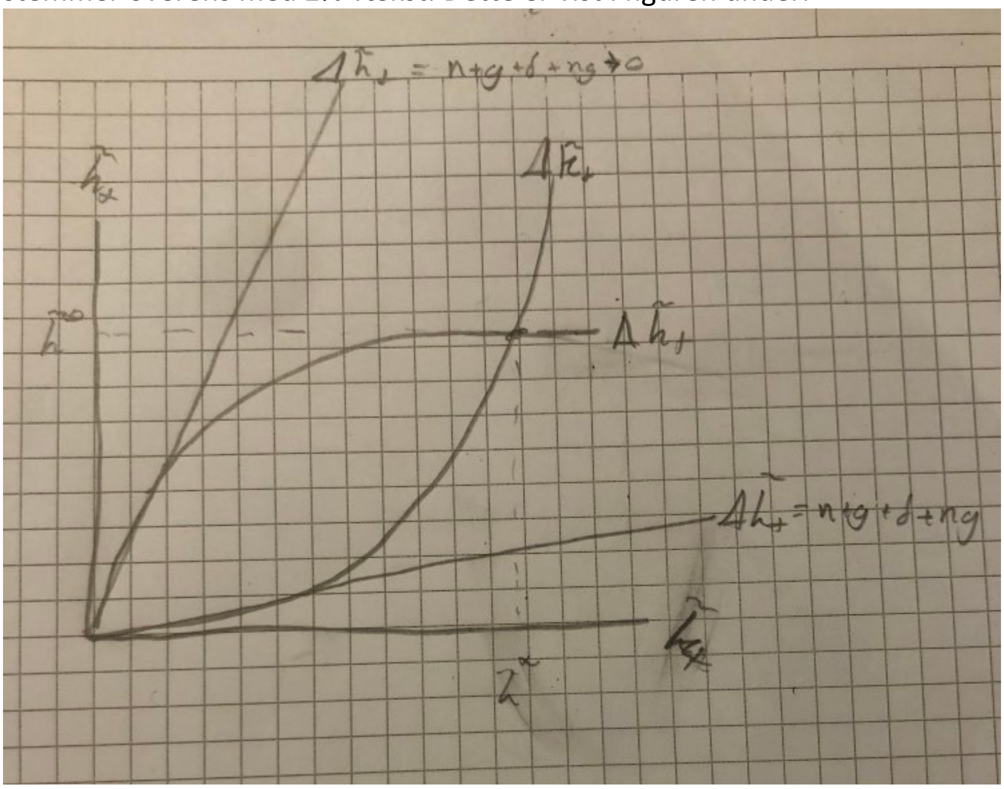
For human kapital:

$$\tilde{h}_t = \frac{1}{(1+g)(1+n)}\left(s_H \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi} + (1-\delta)\tilde{h}_t\right)$$
$$\tilde{h}_t(1+g)(1+n) = s_H \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi} + (1-\delta)\tilde{h}_t$$
$$\tilde{h}_t(1+g)(1+n) - (1-\delta)\tilde{h}_t = s_H \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi}$$
$$\tilde{h}_t(n+g+\delta+ng) = s_H \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi}$$
$$\tilde{h}_t^{1-\phi} = \frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\tilde{k}_t^{\alpha}$$
$$\Delta h_t = \tilde{h}_t = \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\phi}} \tilde{k}_t^{\frac{\alpha}{1-\phi}}$$

Samme gøres for kapital. Her isoleres h også.

$$\tilde{k}_t(n+g+\delta+ng) = s_K \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi}$$
$$(n+g+\delta+ng) = s_K \tilde{k}_t^{\alpha-1} \tilde{h}_t^{\phi}$$
$$\tilde{k}_t^{1-\alpha}\frac{(n+g+\delta+ng)}{s_K} = \tilde{h}_t^{\phi}$$
$$\Delta k_t = \tilde{k}_t^{\frac{1-\alpha}{\phi}}\left(\frac{n+g+\delta+ng}{s_K}\right) = \tilde{h}_t$$

Jeg vil ikke mene, at grunden til at Danmark har oplevet 2% vækst over de seneste 150 år er manglende nedslidning. Ved at akkumulere kapital uden nedslidning for vi vækst i hvert grænse tilfælde. $\Delta\tilde{h}_t \to \infty$ og $\Delta\tilde{k}_t \to 0$. Økonomien vil derfor vokse for evigt, hvilket ikke stemmer overens med 2% vækst. Dette er vist i figuren under.



2.4

For at udlede $y^{\star}$ findes først $\tilde{k}^{\star}$ og $\tilde{h}^{\star}$

Dette gøres ved at sætte perioderne lig hinanden. $\tilde{k}_t = \tilde{k}_{t+1} = \tilde{k}^{\star}$

$$\tilde{k}_t = \frac{1}{(1+g)(1+n)}\left(s_K \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi} + (1-\delta)\tilde{k}_t\right)$$
$$\tilde{k}_t(1+g)(1+n) = s_K \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi} + (1-\delta)\tilde{k}_t$$
$$\tilde{k}_t(1+g)(1+n) - (1-\delta)\tilde{k}_t = s_K \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi}$$
$$\tilde{k}_t(n+g+\delta+ng) = s_K \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi}$$
$$\tilde{k}_t^{1-\alpha} = \frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\tilde{h}_t^{\phi}$$
$$\tilde{k}_t = \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tilde{h}_t^{\frac{\phi}{1-\alpha}}$$

Samme gøres for humankapital.

$$\tilde{h}_t = \frac{1}{(1+g)(1+n)}\left(s_H \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi} + (1-\delta)\tilde{h}_t\right)$$
$$\tilde{h}_t(1+g)(1+n) = s_H \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi} + (1-\delta)\tilde{h}_t$$
$$\tilde{h}_t(1+g)(1+n) - (1-\delta)\tilde{h}_t = s_H \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi}$$
$$\tilde{h}_t(n+g+\delta+ng) = s_H \tilde{k}_t^{\alpha} \tilde{h}_t^{\phi}$$
$$\tilde{h}_t^{1-\phi} = \frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\tilde{k}_t^{\alpha}$$
$$\tilde{h}_t = \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\phi}} \tilde{k}_t^{\frac{\alpha}{1-\phi}}$$

Nu indsættes den ene i den anden og forkortes. Altså ligesom to ligninger med to ubekendte.

$$\tilde{h}_t = \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\phi}} \cdot \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-\phi)}} \tilde{h}_t^{\frac{\phi\alpha}{(1-\alpha)(1-\phi)}}$$
$$\tilde{h}_t^{\frac{(1-\phi)(1-\alpha)-\phi\alpha}{(1-\phi)(1-\alpha)}} = \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\phi}} \cdot \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-\phi)}}$$
$$\tilde{h}_t^{\frac{1-\alpha-\phi}{(1-\phi)(1-\alpha)}} = \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\phi}} \cdot \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)(1-\phi)}}$$
$$\tilde{h}_t = \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{(1-\phi)(1-\alpha)}{(1-\phi)(1-\alpha-\phi)}} \cdot \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{(1-\phi)(1-\alpha)\alpha}{(1-\alpha)(1-\phi)(1-\alpha-\phi)}}$$
$$\tilde{h}_t = \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\phi}} \cdot \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}}$$
$$\tilde{h}_t = s_H^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha-\phi}} s_K^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}} \cdot \left(\frac{1}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1+\alpha-\alpha}{1-\alpha-\phi}}$$
$$\tilde{h}^{\star} = \left(\frac{s_H^{1-\alpha} s_K^{\alpha}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\phi}}$$

Nu gøres dette samme for k.

$$\tilde{k}_t = \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tilde{h}_t^{\frac{\phi}{1-\alpha}}$$

$$\tilde{k}_t = \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{(1-\phi)(1-\alpha)}} \tilde{k}_t^{\frac{\alpha\phi}{(1-\phi)(1-\alpha)}}$$

$$\tilde{k}_t^{\frac{(1-\alpha)(1-\phi)-\alpha\phi}{(1-\alpha)(1-\phi)}} = \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{(1-\phi)(1-\alpha)}}$$

$$\tilde{k}_t^{\frac{1-\alpha-\phi}{(1-\alpha)(1-\phi)}} = \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{(1-\phi)(1-\alpha)}}$$

$$\tilde{k}_t = \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{(1-\alpha)(1-\phi)}{(1-\alpha)(1-\alpha-\phi)}} \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{(1-\alpha)(1-\phi)\phi}{(1-\alpha)(1-\alpha-\phi)}}$$

$$\tilde{k}_t = \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1-\phi}{1-\alpha-\phi}} \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}}$$

$$\tilde{k}_t = \left(\frac{1}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1+\phi-\phi}{1-\alpha-\phi}} s_K^{\frac{1-\phi}{1-\alpha-\phi}} s_H^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}}$$

$$\tilde{k}^{\star} = \left(\frac{s_K^{1-\phi} s_H^{\phi}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\phi}}$$

Hermed er $\tilde{k}^{\star}\ og\ \tilde{h}^{\star}$ udledt.

Dette indsættes i formlen fra tidligere: $\tilde{y}^{\star} = \tilde{k}^{\star\alpha}\ \tilde{h}^{\star\phi}$

$$\tilde{y}^{\star} = \left(\frac{s_K^{1-\phi} s_H^{\phi}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}} \cdot \left(\frac{s_H^{1-\alpha} s_K^{\alpha}}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}}$$

$$\tilde{y}^{\star} = s_K^{\frac{(1-\phi)\alpha+\alpha\phi}{1-\alpha-\phi}} s_H^{\frac{\alpha\phi+(1-\alpha)\phi}{1-\alpha-\phi}} \left(\frac{1}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}} \cdot \left(\frac{1}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}}$$

$$\tilde{y}^{\star} = s_K^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}} s_H^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}} \left(\frac{1}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}} \cdot \left(\frac{1}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}}$$

$$\tilde{y}^{\star} = \left(\frac{s_K}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}} \cdot \left(\frac{s_H}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}}$$

Grunden til at en stigning i s_K i kap 6 modellen er større end kapital 5 er pga. krydseffekter. En stigning i s_K vil hæve kapital, som vil hæve $\tilde{k}_t$, som vil hæve $\tilde{y}_t$ hvorfor $\tilde{h}_t$ også vil stige. Hermed vil effekten være større i modellen med humankapital.

2.5

$$y_{tUSA}^{\star} = A_t \left(\frac{0{,}25}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}} \cdot \left(\frac{\cdot\, 0{,}13}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}}$$

$$y_{tPak}^{\star} = A_t \left(\frac{0{,}12}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}} \cdot \left(\frac{0{,}07}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}}$$

$$\frac{y_{tPak}^{\star}}{y_{tUSA}^{\star}} = \frac{A_{tPAK}\left(\frac{0{,}12}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}} \cdot \left(\frac{0{,}07}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}}}{A_{tUSA}\left(\frac{0{,}25}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\phi}} \cdot \left(\frac{0{,}25}{n+g+\delta+ng}\right)^{\frac{\phi}{1-\alpha-\phi}}}$$

$$0.14 = \frac{A_{tPAK} 0.12 \cdot 0.07}{A_{tUSA} 0{,}25 \cdot 0{,}13}$$

$$0.14 \cdot \frac{(0{,}25 \cdot 0{,}13)}{(0{,}07 \cdot 0{,}12)} = \frac{A_{PAK}}{A_{Usa}}$$

$$0{,}14 \cdot \frac{0{,}0325}{0{,}0084} = \frac{A_{PAK}}{A_{Usa}}$$

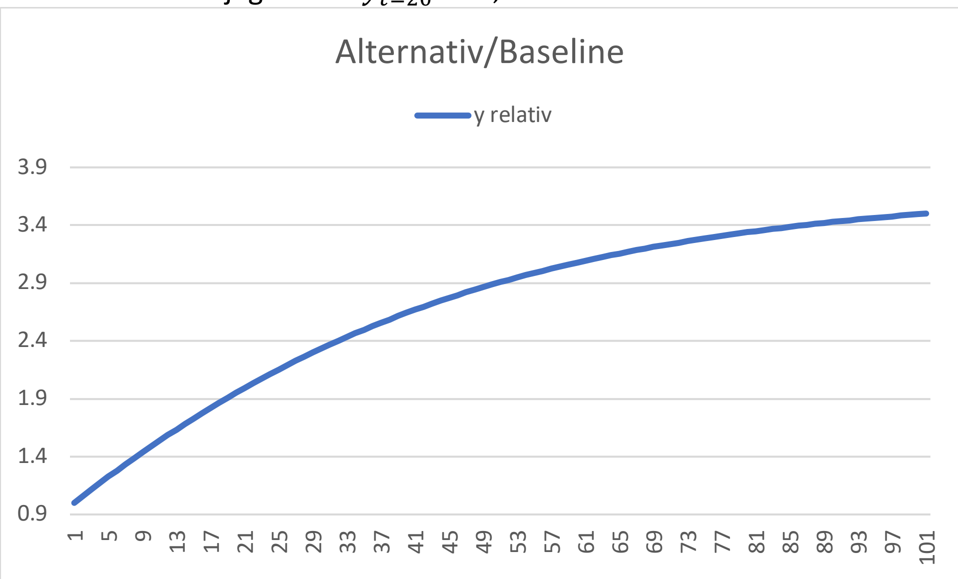
$$0{,}5416 = \frac{A_{PAK}}{A_{Usa}}$$

Derfor må USA's teknologiniveau være 54,61% større end Pakistans.

2.6

Vha. simulering har jeg fundet bnp per arbejder i $t = 20$

Denne værdi har jeg fået til $y_{t=20} = 1{,}6735$



Ud fra følgende figur ses, det at alternativet med højere opsparingsrater er ca. 3,4 gange større end baseline. Altså omkring 240 procent større. Dette giver god mening, hvis man sammenligner Pakistans BNP per arbejder og USA's BNP per arbejder. Her vil USA's være højere end Pakistan

2.7

Fordele:

Kontra kapitel 5 konvergerer man langsommere mod vores SS-værdi. I undervisningen snakkede vi om, at vi ville nå vores SS-niveau meget hurtig i kap 5 modellen. I kap 6 modellen med introduktion af humankapital har denne konvergens aftaget en smule, hvis ikke meget. Dette giver empirisk mere mening.

Ulemper:

Man kunne argumentere for at kausaliteten i modellen er forkert. Hvilken vej parametre påvirker hinanden. Her tænkes på soparings rate i kapital både human og fysisk.

Derudover kan man også snakke om A er ens for alle lande, men dette gælder også for kap 5, og ved derfor ikke hvor relevant dette er.