**Opgave 1**

$$Cov(X_1, X_2) = (-a + X_1 - bX_2, X_2)$$
$$Cov(X_1, X_2) = Cov(X_1, X_2) - bCov(X_1, X_2)$$
$$Cov(X_1, X_2) = 1 - \frac{1}{3} \cdot 3$$
$$Cov(X_1, X_2) = 0$$

**Opgave 2**

$$a = \frac{7}{3} \wedge b = \frac{1}{3}$$

Indsætter værdien for $Y_1$ i $EY_1$

$$EY_1 = E(-a + X_1 - bX_2)$$
$$EY_1 = -a + E(X_1) - bE(X_2)$$
$$EY_1 = -\frac{7}{3} + 2 + \frac{1}{3}$$
$$EY_1 = -\frac{7}{3} + \frac{6}{3} + \frac{1}{3}$$
$$EY_1 = 0$$

**Opgave 3**

$$a = \frac{7}{3} \wedge b = \frac{1}{3}$$

Starter med at finde $EY_2$

$$EY_2 = E(X_1)$$
$$EY_2 = E(X_1) = -1$$

Nu kan vi finde $VY_1$

$$VY_1 = V(-a + X_1 - bX_2)$$
$$VY_1 = VX_1 + b^2 VX_2 - 2 \cdot b \cdot Cov(X_1, X_2)$$
$$VY_1 = 2 + \frac{1}{9} \cdot 3 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1$$
$$VY_1 = \frac{18}{9} + \frac{3}{9} - \frac{6}{9}$$
$$VY_1 = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$
$$VY_2 = VX_2$$
$$VY_2 = 3$$

**Opgave 4**

Det vides fra opgave 1, at $Cov(X_1, X_2) = 0$, når $b = \frac{1}{3}$

Det vides, at når $Cov(X_1, X_2) = 0$ ved bivariate normalfordelte stokastiske variable, så er de uafhængige.

**Opgave 5**

$$E(X_1 | X_2 = x) = \mu_{X_1} + \frac{\sigma_{X_1 X_2}}{\sigma_{X_2}^2}\left(x - \mu_{X\,2}\right)$$
$$E(X_1 | X_2 = x) = 2 + \frac{1}{3}(x + 1)$$
$$E(X_1 | X_2 = x) = \frac{7 + x}{3}$$
$$V(X_1 | X_2 = x) = 2 - \frac{1^2}{3}$$

$$V(X_1|X_2 = x) = \frac{5}{3}$$

Lineære transformationer af normalfordelinger må også være ligefordelte. Den betingede fordelingen er normalfordelt med den fundne betingede middelværdi og betingede varians. Altså bliver fordelingen:

$$N(\frac{7+x}{3}, \frac{5}{3})$$

**Opgave 6**

En omskrivning kan laves.

$$Y_1 = -a + X_1 - bX_2 \Leftrightarrow$$
$$X_1 = a + bX_2 + Y_1 \Leftrightarrow$$
$$X_1 = a + bY_2 + Y_1$$

Vi antager vores parametre er ens for omskrivningen.

Yderligere må $\epsilon \sim N\left(0, \frac{5}{3}\right)$

Min opgave 6 er lidt vag, da jeg ikke helt forstår den ☺