507

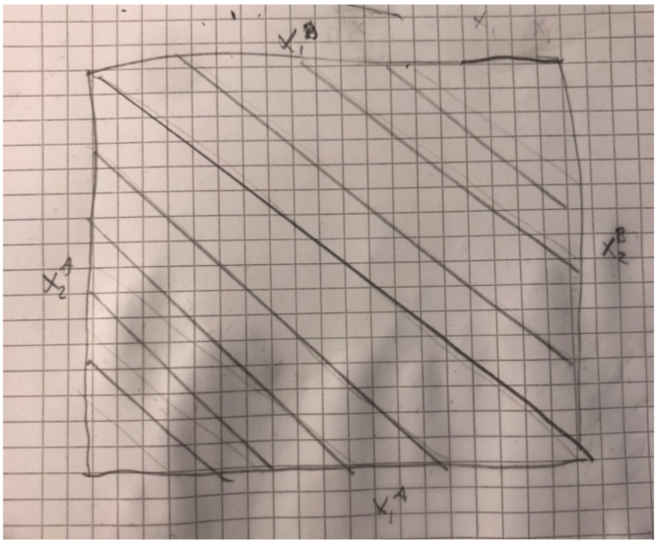
1.a
Dette er sandt,
Ved at foretage en monoton transformation af en produktionsfunktion vil isokvanterne ikke ændre sig. Dette vil de ikke, da produktionsfunktionen/isokvanterne viser sammensætningerne af to input, og når der foretages en monoton transformation. Dermed vil TRS ikke ændre sig, som beskriver tangenthældningen af isokvanterne.

1.b
Falsk.
Finder gamblerens Arrow-Pratt mål.

$$A = \frac{u''(x)}{u'(x)}$$
$$A = \frac{0}{1} = 0$$

Derfor er han risikoneutral.
I og med gambleren er risiko-neutral, så er personen ligeglad med risiko. Gambleren vil derfor gå efter det lotteri, hvor i han opnår den højest forventede værdi. Gambleren vil derfor kun vælge det sikre lotteri, hvis dette også giver den højeste værdi. Hvis det risikofyldte lotteri giver højere forventet værdi, vil dette vælges.

Var gambleren risikoavers, ville han have en konkav-nyttefunktion
Var gambleren risikoelsker, ville han have en konveks-nyttefunktion

1.c


Det vides, at ved perfekte subsitutter er hældningen 1 for begge. Derfor er alle punkter på linjerne Pareto-optimale. Da så længe de for en vare 1 for en vare 2 og omvendt er de tilfredse og kan ikke stilles bedre. Der kan ogso være randløsninger, hvor A har alt vare 1 og B har alt være 2

2.
Forbrugerens nyttefunktion er givet ved:

$$u(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + ax_2$$

2a

For at bestemme om varene er essentielle findes MRS.

$$MU_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x_1^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x_1}}$$

$$MU_2 = \frac{\partial u}{\partial x_2} = a$$

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2}$$

$$MRS = \frac{\frac{1}{\sqrt{x_1}}}{\frac{a}{1}} = \frac{1}{a\sqrt{x_1}}$$

Lader x_1 og x_2 går mod 0

$$\lim_{x_1 \to 0} MRS \to \infty$$

$$\lim_{x_2 \to 0} MRS \to \frac{1}{a\sqrt{x_1}}$$

Derfor er vare 1 essentiel, mens vare 2 ikke er essentiel. Der kan derfor være randløsninger.

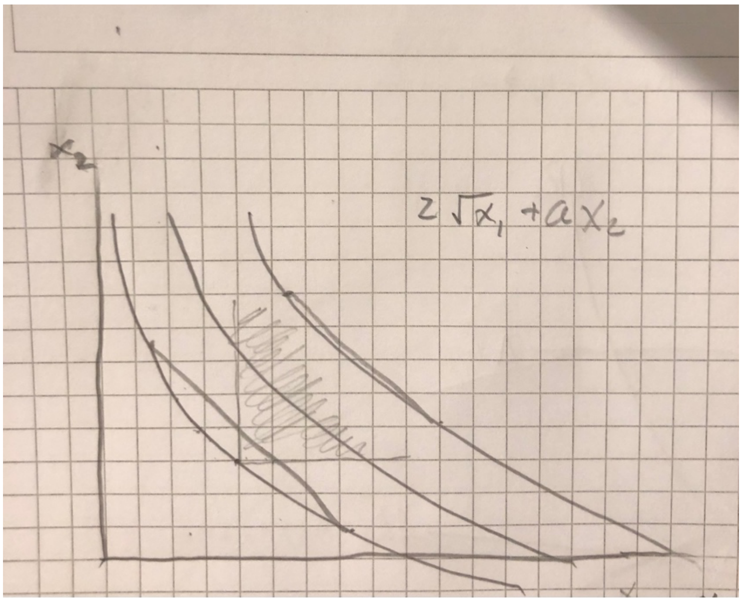
2b

Isolerer for x_2

$$u_0 = 2\sqrt{x_1} + ax_2$$

$$u_0 - 2\sqrt{x_1} = ax_2$$

$$\frac{u_0 - 2\sqrt{x_1}}{a} = x_2$$



På et tidspunkt vil førsteaksen skæres i og med vare 2 er en ikke-essentiel vare.
For at være monoton, skal det gælde, at alle punkter nord for ethvert punkt skal ligge i det indre af den øvre konturmængde. (Skraveret firkant viser dette) Derfor er den monoton.

For at være strengt konveks, skal det gælde, at lineære kombinationer mellem to punkter på indifferenskurven ligger i det indre af den øvre konturmængde. (De lettere lineære streger mellem to punkter i figuren).Derfor er denne strengt konveks.

2c

Opstiller Lagrange.

$$\mathcal{L}(p_1, p_2, u) = 2\sqrt{x_1} + ax_2 \; u.b.b \; p_1x_1 + p_2x_2$$

Tager FOCs

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} - \lambda p_1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x_1}} = \lambda p_1$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = a - \lambda p_2 = 0 \Leftrightarrow a = \lambda p_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = p_1x_1 + p_2x_2$$

Finder MRS.

$$MRS = \frac{\frac{1}{\sqrt{x_1}}}{\frac{a}{1}} = \frac{\lambda p_1}{\lambda p_2}$$

$$MRS = \frac{1}{a\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2}$$

Isolerer for x_1

$$\frac{1}{a\sqrt{x_1}} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{p_1}{p_2}\sqrt{x_1}$$

$$\frac{p_2}{ap_1} = \sqrt{x_1}$$

$$\left(\frac{p_2}{ap_1}\right)^2 = x_1^\star$$

Dette indsættes i budgetbetingelsen

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

$$p_1\left(\frac{p_2}{ap_1}\right)^2 + p_2x_2 = m$$

$$p_1 \cdot \frac{p_2^2}{a^2p_1^2} + p_2x_2 = m$$

$$\frac{p_2^2}{a^2p_1} + p_2x_2 = m$$

$$p_2x_2 = m - \frac{p_2^2}{a^2p_1}$$

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{\frac{p_2^2}{a^2p_1}}{\frac{p_2}{1}} = \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{a^2p_1}$$

$$x_2^\star = \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{a^2p_1}$$

Herved er marshall-efterspørgslen givet ved:

$$\boldsymbol{x}^\star = \begin{cases} \left(\left(\frac{p_2}{ap_1}\right)^2, 0\right) \, hvis \, \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{a^2p_1} \leq 0 \\ \left(\left(\frac{p_2}{ap_1}\right)^2, \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{a^2p_1}\right) hvis \, \frac{m}{p_2} - \frac{p_2}{a^2p_1} > 0 \end{cases}$$

2.d

Det gives, at $p_1 = 1, p_2 = 1 \; og \; p_1' = 2$. Afviser randløsninger.

Indsætter dette i $\boldsymbol{x}^\star$

$$A = x^\star(1,1,m) = (\frac{1}{a^2}, m - \frac{1}{a^2})$$

Indsætter nye priser i marshall.

$$B = x^\star(2,1,m) = \left(\frac{1}{4a^2}, m - \frac{1}{2a^2}\right)$$

Nu trækkes de gamle fra de nye priser.

$$Substitutionseffekten: B - A$$

$$Sub - effekt: \left(\frac{1}{4a^2} - \frac{4}{4a^2}, m - \frac{1}{a^2} - \left(m - \frac{1}{2a^2}\right)\right)$$

$$sub_s - effekt: (-\frac{3}{4a^2}, \frac{3}{4a^2})$$

2.e

Finder hicks-efterspørgslen

Opstiller denne og udledes med Lagrange.

$$h(p_1, p_2, u) = \mathcal{L}(p_1, p_2, u) = p_1x_1 + p_2x_2 - \lambda(2\sqrt{x_1} + ax_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = p_1 - \lambda\frac{1}{\sqrt{x_1}} \Leftrightarrow p_1 = \lambda\frac{1}{\sqrt{x_1}}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = p_2 - \lambda a \Leftrightarrow p_2 = \lambda a$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2\sqrt{x_1} + ax_2$$

MRS

$$MRS = \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{a\sqrt{x_1}}$$

Isolerer for x_1

$$\frac{p_2}{ap_1} = \sqrt{x_1}$$

$$\left(\frac{p_2}{ap_1}\right)^2 = x_1^\star = h_1^\star(p_1, p_2, u)$$

Dette indsættes i bibetingelsen og løser for x_2

$$2\sqrt{\left(\frac{p_2}{ap_1}\right)^2} + ax_2 = u$$

$$2 \cdot \frac{p_2}{ap_1} + ax_2 = u$$

$$h_2^\star(p_1, p_2, u) = x_2^\star = \frac{u}{a} - 2 \cdot \frac{p_2}{a^2p_1}$$

$$h^\star(p_1', p_2, u) = \left(\left(\frac{p_2}{ap_1}\right)^2, \frac{u}{a} - 2 \cdot \frac{p_2}{a^2p_1}\right)$$

Indsætter nye priser i $h_1^\star$

$$C = h_1^\star(2{,}1, u) = \frac{1}{4a^2}$$

Finder sub-effekten vha. hicks-metoden
Dette gøres ved $C - A$

$$sub - effekt: \frac{1}{4a^2} - \frac{1}{a^2}$$
$$sub - effekt: \frac{1}{4a^2} - \frac{4}{4a^2}$$
$$sub_h - effekt: -\frac{3}{4a^2}$$

2.f
Det kan ses, at begge substitutionseffekter er lig hinanden. Derfor kan man ikke se, at Slutsky-kompensationen skulle overvurdere substitutions-effekten ud fra ovenstående resultater. Altså hænger udsagnet ikke sammen med ovenstående resultater.

3.a
Omkostningsfunktionen er givet ved:

$$C(y) = y^2 + 1_{(y>0)}QFC$$

Ligevægtsprisen findes ved at finde AC og udlede optimal y. Da det gælder, at P=MC, og MC skærer AC i AC-minimum. Dette gælder pga. FKK.

$$AC = \frac{C}{y} = \frac{y^2}{y} + \frac{QFC}{y}$$
$$AC(y) = y + QFC \cdot y^{-1}$$

Finder FOC

$$\frac{\partial AC(y)}{\partial y} = 1 - QFC \cdot y^{-2} = 0$$
$$1 = \frac{QFC}{y^2}$$
$$y^2 = QFC$$
$$y = \sqrt{QFC}$$

Dette indsættes i AC

$$AC\left(\sqrt{QFC}\right) = \sqrt{QFC} + \frac{QFC}{\sqrt{QFC}}$$
$$AC\left(\sqrt{QFC}\right) = \sqrt{QFC} + \frac{\sqrt{QFC} \cdot \sqrt{QFC}}{\sqrt{QFC}}$$
$$AC\left(\sqrt{QFC}\right) = \sqrt{QFC} + \sqrt{QFC}$$
$$AC\left(\sqrt{QFC}\right) = 2 \cdot \sqrt{QFC} = p$$

Derfor bliver ligevægtsprisen $2 \cdot \sqrt{QFC} = p$
3.b

Forbrugeroverskuddet afhænger negativ af QFC. Dette ses også ved nedstående udregninger. Jo mere man hæver prisen, desto mindre bliver forbrugeroverskuddet.
Forbrugeroverskuddet findes ved at tage integralet for $D(p) = \frac{1}{p^2}$

$$CS = \int_{min}^{p} d(p)\,dp$$
$$CS = \int_{min}^{p} p^{-2}\,dp$$
$$CS = -\frac{1}{p}$$
$$CS = -\frac{1}{2 \cdot QFC}$$

2.c
Antag at $QFC = 4$
Starter med at udregne AC:

$$AC\left(\sqrt{4}\right) = 2 \cdot 2 = 4$$

Virksomhederne er interesseret i at få eneret. Det kan ses, at ved QFC lig med 4 er der profit ved den alternative produktionsteknologi. Dette giver en mindre profitmargin til virksomheden med den nye produktionsteknologi.

2.d
Virksomhederne vil være indifferente, i og med de stadig opnår $\pi = 0$ ved frit at tilgængeliggøre produktionsteknologien.
Forbrugerene er interesseret i og med det vil konkurrere prisen ned på et lavere niveau, hvilket vil giver større købekraft efter produktet ud fra Law of Demand.

4.a
Det vides, at $y = \ell^{\frac{1}{2}}$
Derfor må det gælde at, $y^2 = \ell$
Virksomhedens omkostningsfunktion er derfor:

$$C(y, w) = wy^2$$

4.b
Opstiller virksomhedens profitmaksimeringsproblem.

$$\pi(p, w) = \max_{y} py - wy^2$$

Finder FOC:

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = p - 2wy = 0$$
$$p = 2wy$$
$$\frac{p}{2w} = y$$

Checker for SOC.
Dette er et maksimum, da $SOC = -2w$
Nu kan arbejdskraftefterspørgslen findes.

$$\ell^{PO} = y^2$$

$$\ell^{PO\star} = \left(\frac{p}{2w}\right)^2$$

Der checkes for positv profit, ellers vil virksomheden ikke producere.

$$\pi = py - wy^2$$
$$\pi = \left(\frac{p^2}{2w}\right) - w \cdot \left(\frac{p}{2w}\right)^2$$
$$\pi = \frac{p^2}{4w} > 0$$

Lønnen findes nu ved at clearer markedet. Dette gøres ved at sætte $x = y$

Det vides, at $m = wL + px + \pi \Leftrightarrow m = wL + \frac{1}{4w}$

Derfor:

$$x^\star(w, p, m) = y^\star$$
$$\frac{2}{3} \cdot \left(wL + \frac{1}{4w}\right) = \frac{1}{2w}$$
$$wL + \frac{1}{4w} = \frac{3}{4w}$$
$$wL = \frac{3}{4w} - \frac{1}{4w}$$
$$wL = \frac{2}{4w}$$
$$wL = \frac{1}{2w}$$
$$2w^2L = 1$$
$$w^2 = \frac{1}{2L}$$
$$w^\star = \sqrt{\frac{1}{2L}}$$

4.c

Den initale mængde er tid påvirker lønnen negativt. Des mere tid, det mindre bliver lønnen.

4.d

Antag at $L = 2$

Herved kan der udledes nogle faktorefterspørgsler.

$$w^\star = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$w^\star = \frac{1}{2}$$
$$y^\star = \frac{p}{2w} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{1} = 1$$
$$y^\star = 1$$
$$\ell^\star = y^2 = 1^2 = 1$$
$$\ell^\star = 1$$
$$m = wL + \frac{1}{4w} = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{4 \cdot \frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

Dette indsættes i

$$f^\star = \frac{1}{3} \cdot \frac{wL + \pi}{w} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{3}} = 1$$

$$x^\star = \frac{2}{3} \cdot wL + \pi = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$$

Dette indsættes i nyttefunktionen

$$u = f \cdot x^2 = 1 \cdot 1^2 = 1$$

Nytten er derfor en.

4.e

Vha. 2. velfærdsteorem vides det, at vi har fundet en Pareto-stabil tilstand. Derfor skal forbrugeren arbejde 1 time, som blev udledt i ovenstående.