2.1

Hvis man antager, husholdningerne sparer op, vil de husholdningerne til sammen akkumulere en stor del af kapitalen i økonomien. Opsparingen går oftest til større forbrugsgenstande såsom bolig mv, der ikke forbruges hver periode. Derfor er opsparingstilbøjeligheden større ved kapitalindkomsten.

2.2

(Tegn pildiagram)

2.3

Tager $Y_t^r = r_t K_t$ og indsætter vores udtryk for r_t. Vi ved $L_t = 1$

$$Y_t^r = \alpha K^{\alpha-1} K$$
$$Y_t^r = \alpha K^{\alpha}$$

Når $L_t = 1$, er $Y_t = K^{\alpha}$. Derfor:

$$Y_t^r = \alpha Y_t$$

Tager $Y_t^w = w_t L_t$ og indsætter udtrykket for w_t. $L_t = 1$

$$Y_t^w = (1-\alpha) K_t^{\alpha} \cdot 1$$
$$Y_t^w = (1-\alpha) Y_t$$

Finder $Y_t^r + Y_t^w = Y_t$

$$\alpha Y_t + (1-\alpha) Y_t = Y_t$$
$$\alpha Y_t + Y_t - \alpha Y_t = Y_t$$

Når alt indkomst i samfundet, Y_t, er en sum af løn- og kapitalindkomst. Derfor kan der ikke være ren/anormal profit i vores økonomi.

2.4

Det vides at $Y_t = C_t^r + C_t^w + I_t$

$$I_t = Y_t - C_t^r - C_t^w$$
$$I_t = Y_t - c^r Y_t^r - c^w Y_t^w$$

Indsætter svar udledte svar fra 2.3

$$I_t = Y_t^r + Y_t^w - c^r Y_t^r - c^w Y_t^w$$
$$I_t = (1-c^r) Y_t^r + (1-c^w) Y_t^w$$
$$I_t = (1-c^r) Y_t \alpha + (1-c^w)(1-\alpha) Y_t$$
$$I_t = Y_t\big(\alpha(1-c^r) + (1-c^w)(1-\alpha)\big)$$
$$I_t = Y_t s$$

Fortolkningen er simpel. Da dette er en lukket økonomi, viser dette bare at opsparing er lig investering.

Ved $c^w = 1$. Derfor sker.

$$I_t = Y_t\big(\alpha(1-c^r) + (1-\alpha)\big)$$
$$I_t = Y_t \alpha (1-c^r) + (1-\alpha) Y_t$$
$$I_t = Y_t^r - Y_t^r c^r + Y_t^w$$
$$I_t = Y_t - C_t^r$$
$$Y_t = I_t + C_t^r$$

2.5

Det vides, at $c^w = 1$, derfor er $s = \alpha(1-c^r)$.

$$K_{t+1} = s Y_t + (1-\delta) K_t$$
$$K_{t+1} = s K_t^{\alpha} + (1-\delta) K_t$$
$$K_{t+1} = \alpha(1-c^r) K_t^{\alpha} + (1-\delta) K_t$$

Herefter kan man trække K_t fra på begge sider. Derfor:

$$K_{t+1} - K_t = \alpha(1-c^r)K_t^\alpha + (1-\delta)K_t - K_t$$
$$K_{t+1} - K_t = \alpha(1-c^r)K_t^\alpha - \delta K_t$$

Transitionsligningen viser, at næste periodes kapital er lig forrige års kapital, fratrukket nedslidningen, på lagt opsparingen.

Solow-ligningen beskriver forskellen mellem kommende periode og nuværende periodes kapital. Dette er lig med opsparingen, $\alpha(1-c^r)K_t^\alpha$, fratrukket nedslidningen af kapital, δK_t.

(Tegn transitionsligningen og Solow-ligningen.)

2.6

For at udlede tages der udgangspunkt i Solow-ligningen og perioderne droppes.

For at konvergere mod et, $K^\star$, er følgende antagelser taget:

- Transitionsligningen passerer gennem (0,0)
- Overalt voksende og er konkav, hvilket ses ved $\alpha - 1 < 0$
- Når $K_t \to \infty$, så skal udtrykket gå mod noget, der er mindre end 1. Her sker det ved at udtrykket går mod $1-\delta$

Derfor kan økonomien konvergere mod en SS.

$$K_{t+1} - K_t = \alpha(1-c^r)K_t^\alpha - \delta K_t$$
$$K - K = \alpha(1-c^r)K^\alpha - \delta K$$
$$\delta K = \alpha(1-c^r)K^\alpha$$
$$\delta K^{1-\alpha} = \alpha(1-c^r)$$
$$K^{1-\alpha} = \frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}$$
$$K^\star = \left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

2.7

SS-værdierne findes ved følgende.

$$Y^\star = (K^\alpha)^\star = \left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$z^\star = \frac{K^\star}{Y^\star} = \frac{\left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} = \left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha}}$$

$$z^\star = \frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}$$

Vi ved $L_t = 1$. Derfor sker følgende.

$$r^\star = \alpha(K_t)^{\alpha-1} = \left(\left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right)^{\alpha-1} = \left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha-1}} = \frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}$$

$$(Y_t^r)^\star = \alpha \cdot \left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$(Y^w)^\star = (1-\alpha)\left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$(C_t^r)^\star = c^r\left(\alpha \cdot \left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right) = c^r\alpha\left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$(c_t^w)^\star = c^w\left((1-\alpha)\left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right) = c^w(1-\alpha)\left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Da vi er i SS, er nedslidning=opsparing jf. Solow-ligningen. Derfor sker følgende:

$$I^\star = \delta K^\star = \delta\left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

For at maksimere C^r tages først logaritmen, og derefter findes FOC for c^r

$$\ln(C^r)^\star = \ln\left(c^r\alpha\left(\frac{\alpha(1-c^r)}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right)$$

$$\ln(C^r)^\star = lnc^r + ln\alpha + \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\ln(1-c^r) + ln\alpha - ln\delta$$

$$\frac{dln(C^r)^\star}{dc^r} = \frac{1}{c^r} - \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{1}{1-c^r}\right) = 0$$

$$\frac{1}{c^r} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{1}{1-c^r}\right)$$

$$\alpha c^r = (1-\alpha)(1-c^r)$$

$$ac^r = 1 - c^r - \alpha + \alpha c^r \Leftrightarrow 0 = 1 - c^r - \alpha$$

$$c^r = 1-\alpha$$

For at maksimere C_t^w ved at ændre på parameteren c^r, skal man bare formindske c^r. Dette gøres ved at sætte $c^r = 0$. Da parameterbetingelsen siger, denne ikke kan være mindre. Dette giver:

$$(C_t^w)^\star = c^w(1-\alpha)\left(\frac{\alpha}{\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Ved lavt c^r for $(C^w)^\star$ sparer man mere kapital op, og des mere kapital, der opspares, jo større bliver Y. Herved må arbejdsindkomsten stige, da denne udgør en del af Y, som tidligere udledt.

Ved at mindske c^r for $(C^w)^\star$ fås samme ovenstående effekt, men samtidigt trækker det ned i forbruget. Dette trækker ved i indkomsten, og derfor er $c^r = 1-\alpha$ den maksimerende værdi for c^r

2.8

2.8 I selve den periode, hvor c^r falder, sker der kun det, at en større andel af kapitalejernes indkomst spares op, og en mindre andel forbruges. Både K_t og L_t er jo givne i perioden (K_t fordi den er prædetermineret), så hverken Y_t, r_t eller w_t ændres. Og så ændres heller ikke Y_t^r eller Y_t^w. Så er naturligvis også C_t^w uændret, men C_t^r bliver mindre pga. den nye og mindre forbrugsandel c^r, og derfor stiger I_t lige så meget, som C_t^r falder. Stigningen i I_t, som før kun lige dækkede nedslidningen, men nu dækker mere end det, får K_{t+1} til at vokse i forhold til K_t.

Effekten på det helt lange sigt frem til ny steady state følger af steady state-udtrykkene ovenfor: Eksempelvis vokser Y^* (i forhold til et forløb, hvor c^r er uændret), mens r^* falder og w^* stiger. Indkomster og forbrug for såvel lønmodtagere som kapitalejere stiger (kapitalejernes forbrug fordi $c^r > 1 - \alpha$ før og efter), og I^* stiger. Alt dette er oplagte konsekvenser af, at der bliver mere kapital i økonomien.

Den gradvise transition frem mod den nye steady state kommer af, at der i første periode efter ændringen bliver mere kapital pga. en højere opsparingsandel ud af kapitalindkomst. Det får Y_t til at stige og dermed stiger også både Y_t^r og Y_t^w. Det højere Y_t^r skaber nu en ny stigning i K_t frem til periode 2 efter ændringen, fordi der jo spares en fast andel op ud af Y_t^r, nemlig den nye og højere andel $1 - c^r$ og så fremdeles,

Selv om det kun er kapitalejerne, der sparer mere op, sætter det også en dynamik i gang i lønmodtagernes indkomster og forbrug, fordi disse afhænger af økonomiens kapitalbeholdning.