Eksamen på Økonomistudiet sommer 2019

Økonometri I

Tag-hjem eksamen

13. juni 2019

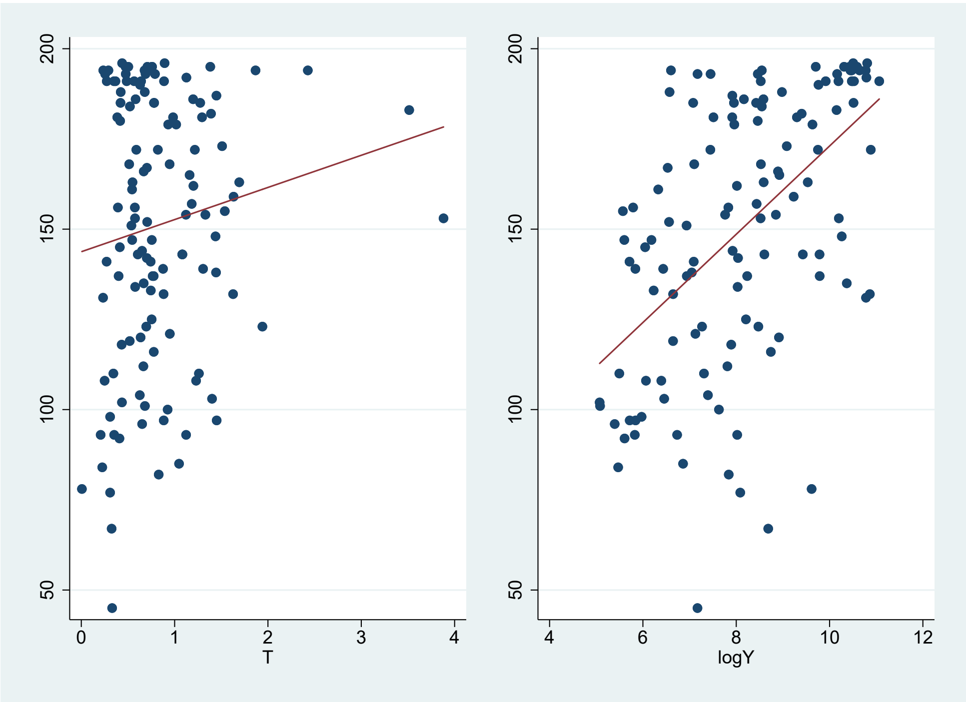
VEJLEDENDE BESVARELSE

Problem 1

Table 1: Summary Statistics

	mean	p50	min	max
Y	11273.6	3512.6	159.6	63918.1
logY	8.215	8.164	5.073	11.07
T	0.839	0.703	0.00665	3.881
P	47.55	10.48	0.297	1304.5
logP	2.510	2.349	-1.215	7.174
A	934342.3	241038	316	17075400
logA	12.18	12.39	5.756	16.65
pTi	0.168	0.151	0.0198	0.700
pTa	0.177	0.163	0.0240	0.717
N	151.2	155	45	196
N	125			

Tabel 1 viser at det gns. BNP per capita i data er $11274. Spredning på BNP per capita er markant, med den laveste indkomst i Etiopien ($160) og den højeste indkomst i Norge ($63918). Handelsindekset er i gns. 0.84, og det bemærkes at Hong Kong og Singapore har index større end 3.5, hvorimod Somalia har et indeks tæt på nul. Disse eksempler illustrerer, at indekset ikke er begrænset til intervallet (0,1). Således vil små økonomier, som også er vigtige handelstationer, have høje værdier for T. Et land har i gns. 151 handelspartnere, hvilket er tæt medianen på 155. Bhutan og Botswana har færre end 75 handelspartnere, mens Tyskland, Italien og England har over 195 handelspartnere. Der observeres også markant variation i befolkningsstørrelse og landeareal på tværs af observationerne i data.



Den første figur viser en positiv, men insignifikant, sammenhæng ml. handelsindekset og antal handelspartnere. Den anden figur viser en positiv og signifikant sammenhæng ml. log BNP per capita og antal handelspartnere. Rige lande er således mere globale.

Problem 2

Table 2: OLS-resultater

	(1) OLS-HCSE	(2) OLS	(3) BP-test	(4) RESET
T	0.220	0.220	-1.047*	-54.63
	(0.262)	(0.308)	(0.506)	(44.55)
logP	-0.0898	-0.0898	0.0192	22.14
	(0.137)	(0.133)	(0.218)	(18.19)
logA	-0.101	-0.101	-0.00831	25.07
	(0.114)	(0.114)	(0.188)	(20.50)
yhat2				28.48
				(24.14)
yhat3				-1.083
				(0.957)
_cons	9.489*	9.489*	3.528	-1629.0
	(1.315)	(1.356)	(2.230)	(1356.6)
N	125	125	125	125
R^2	0.052	0.052	0.046	0.086

Standard errors in parentheses

* $p < 0.05$

1. *Svar:* OLS-estimaterne for model 1 er angivet i kolonne 1-2 i Tabel 2, hvor de robuste standardfejl er rapporteret i den første kolonne, mens de konventionelle standardfejl er angivet i den anden kolonne. Resultaterne viser, at hvis handelsindekset øges med en enhed, hvilket svarer til at importen og eksporter øges med et beløb svarende til landets BNP, forventes BNP per capita at stige med $100 \cdot \widehat{\beta}_1 = 22$ pct., alt andet lige. Resultaterne viser også, at mere befolkede og fysisk større lande har lavere BNP per capita, alt andet lige.

2. *Svar:* Breusch-Pagan testet undersøger om fejlleddet u er heteroskedasticitet på baggrund af følgende hjælperegression:

$$\widehat{u}_i^2 = \delta_0 + \delta_1 T_i + \delta_2 logP_i + \delta_3 logA_i + \eta_i$$

hvor $\widehat{u}_i^2$ er de kvadrerede OLS-residualer beregnet ud fra kolonne 1-2 i Tabel 2. Nulhypotesen opstilles som:

$$H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$$

Hjælperegressionen estimeres af OLS og man finder at $R^2 = 0.0463$, jf. kolonne 3 i Tabel 2. Ergo kan næsten 5% af variationen i de kvadrerede OLS-residualer forklares af regressorerne i hjælperegressionen. Teststørrelsen beregnes som $LM = 125 \times R^2 = 5.782$. Under H_0 er teststørrelsen χ^2-fordelt med 3 frihedsgrader. Vælges et signifikansniveau på 5%, er den kritiske værdi $c = 7.81$. Da $LM < c$ kan nulhypotesen ikke afvises. Konklusionen er derfor at heteroskedasticitet ikke er et problem. Denne testprocedure er gyldig såfremt MLR.1-4 er opfyldt og $n \to \infty$.

3. *Svar:* RESET undersøger om den funktionelle form af model (1) er korrekt specificeret. Den relevante model er nu:

$$\log Y = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 \log P + \beta_3 \log A + \theta_1 \left(\widehat{\log Y}\right)^2 + \theta_2 \left(\widehat{\log Y}\right)^3 + u$$

hvor $\widehat{\log Y}$ er den prædikterede log BNP per capita beregnet ud fra Tabel 2, kolonne 2. Nulhypotesen opstilles som:

$$H_0 : \theta_1 = \theta_2 = 0$$

Ifølge kolonne 4 i Tabel 2 er forklaringsgraden, $R^2 = 0.086$, i den udvidede model, mens forklaringsgraden for den oprindelige model er $R^2 = 0.052$. Den relevante teststørrelse er et ordinært F-test, da antagelsen om homoskedasticitet er opfyldt. Teststørrelsen beregnes som $F = \frac{(R^2_{ur} - R^2_r)/q}{(1-R^2_{ur})/(n-k-1)} = \frac{(0.086-0.052)/2}{(1-0.086/(125-5-1)} = 2.19$ (når alle betydende cifre inkluderes, se STATA do-file). Under H_0 er teststørrelsen F-fordelt med (2,119) frihedsgrader. Vælges et signifikansniveau på 5%, er den kritiske værdi $c = 2.35$ for en $F_{2,120}$-fordeling. Da $F < c$ kan nulhypotesen ikke afvises. Det bekræftes af p-værdien som beregnes til 0.1159. Konklusionen er derfor at $\left(\widehat{\log Y}\right)^2$ og $\left(\widehat{\log Y}\right)^3$ samlet set ikke indgår signifikant i den udvidede model. Derfor er (1) korrekt specificeret i forhold til den funktionelle form. Denne testprocedure er gyldig såfremt MLR.1-5 er opfyldt og $n \to \infty$.

4. *Svar:* Hypotesen opstilles som

$$H_0 : \beta_1 = 0 \quad \text{versus } H_A : \beta_1 > 0$$

Teststørrelsen beregnes som $\frac{0.220}{0.308} = 0.71$. Under H_0 er teststørrelsen T-fordelt med $125 - 3 - 1 = 121$ frihedsgrader. Vælges et signifikansniveau på 5%, er den kritiske værdi $c = 1.658$. Nulhypotesen kan derfor ikke afvises og konklusionen er derfor at BNP per capita ikke afhænger af handelsindekset. P-værdien beregnes som $p = P(T > 0.71) = 0.238$. Konklusionen er derfor den samme uanset om den kritiske værdi eller p-værdien anvendes. Denne testprocedure er gyldig såfremt MLR.1-5 er opfyldt og $n \to \infty$.

Problem 3

Table 3: IV-resultater

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
	1st	1st	IV1	IV2	Exo,pTi	Exo,pTa
pTi	1.089*					
	(0.429)					
logP	0.0368	0.0426	-0.279	-0.300	-0.279	-0.300
	(0.0386)	(0.0387)	(0.215)	(0.240)	(0.149)	(0.158)
logA	-0.135*	-0.142*	0.483	0.548	0.483	0.548
	(0.0327)	(0.0328)	(0.364)	(0.452)	(0.252)	(0.298)
pTa		0.887*				
		(0.424)				
T			3.587	3.961	3.587*	3.961*
			(1.929)	(2.454)	(1.338)	(1.617)
e1					-3.546*	
					(1.373)	
e2						-3.877*
						(1.646)
_cons	2.207*	2.305*	0.0247	-1.028	0.0247	-1.028
	(0.383)	(0.387)	(5.620)	(7.072)	(3.896)	(4.660)
N	125	125	125	125	125	125
R^2	0.310	0.298	.	.	0.102	0.094

Standard errors in parentheses

* $p < 0.05$

1. *Svar:* Relevansen af de to instrumenter undersøges i to 1st stage regressioner:

$$T_i = \delta_0^1 + \delta_1^1 pTi_i + \delta_2^1 P_i + \delta_3^1 A_i + \varepsilon_i^1$$
$$T_i = \delta_0^2 + \delta_1^2 pTa_i + \delta_2^2 P_i + \delta_3^2 A_i + \varepsilon_i^2$$

Resultaterne i Tabel 3, kolonne 1 og 2, viser at begge instrumenter påvirker handelsindekset positivt. I begge tilfælde er δ_1^j signifikant forskellig fra 0, da $t_{\widehat{\delta}_1^1} = 2.54$ og $t_{\widehat{\delta}_1^2} = 2.09$. Instrumenterne vurderes derfor til at være relevante i begge tilfælde, selvom IV-variablene er på grænsen til at være svage instrumenter. Vi kan ikke teste om instrumenterne er ukorreleret med fejlledet i model (1). IV-variablene forsøger at skabe eksogen variation i handelsindekset ved at anvende geografiske karakteristika for landene. Det synes plausibelt at geografiske karakteristika i sig selv påvirker landenes indkomstniveau via u. Derfor er eksogenitetsantagelsen problematisk. Det gælder især for pTi-variablen, som både afhænger af N og de geografiske forhold. I opgave 1 påvises en positiv sammenhæng ml. N og log indkomst. Det kan tænkes at rige lande har bedre rets- og finansinstitutioner, som gør det lettere at handle med andre lande. Disse institutioner forventes i sig selv at påvirke BNP per capita, hvorfor N ikke er eksogen i forhold til u. Derfor vurderes pTa-variablen i højere grad at være eksogen, da N er konstant for alle lande. IV-estimaterne er præsenteret i Tabel 3, kolonne 3 og 4. Det bemærkes, at IV-estimaterne er mere end 10 gange så høje som OLS-estimaterne. Resultaterne viser, at hvis handelsindekset øges med en enhed, forventes BNP per capita at stige med 359-396 pct., alt andet lige. Undersøges den samme hypotese som i opgave 2.4, kan man beregne en teststørrelse på $t = 1.61$ ved brug af det foretrukne instrument, pTa. Dermed kan nulhypotesen om ingen effekt fortsat ikke afvises, selvom vi er tæt på drage den modsatte konklusion.

2. *Svar:* Hvorvidt T er en endogen variabel eller ej, undersøges ved hjælperegressionen:

$$\log Y = \beta_0 + \beta_1 T + \beta_2 \log P + \beta_3 \log A + \rho^j \widehat{e}^j + \varepsilon \qquad j = 1, 2$$

Ideen bag testet er, at den endogene variabel kan dekomponeres i to dele: $T = \widehat{T} + \widehat{e}$, hvor $\widehat{T}$ og $\widehat{e}$ er hhv. den prædikterede variabel og residualerne fra 1st stage regressionen. Hvis $\widehat{T}$ beregnes ud fra eksogene variable, må der gælde, at $cov(u, \widehat{e}) \neq 0$, for at T er en endogen variabel. Under antagelse at $u = \rho\widehat{e}^j + \varepsilon$ kan hjælperegressionen bruges til at undersøge om T er endogen eller ej. Med to instrumenter kan der implementeres to endogenitetstest, hvor 2 refererer til pTa-instrumentet. Resultaterne er præsenteret i Tabel 3, kolonne 5 og 6. I begge tilfældes afvises $H_0 : \rho^j = 0$ til fordel for alternativhypotesen $H_A : \rho^j \neq 0$. Konklusionen er derfor at T er en endogen variabel. IV-resultaterne baseret på pTa-instrumentet foretrækkes derfor. Dog kan OLS-resultaterne foretrækkes i stedet, hvis der sås tvivl om eksogeniteten af instrumentvariablen. Uanset hvilken metode der foretrækkes, er konklusionen, at handelsindekset er insignifikant i forhold til BNP per capita.

Problem 4

1. *Svar:* OLS-estimatorens asymptotiske bias for model 1:

$$\begin{aligned}\text{plim}\, \widehat{\beta}_1^{M1} - \beta_1 &= \beta_2 \frac{cov(x_1, x_2)}{var(x_1)} + \beta_3 \frac{cov(x_1, x_3)}{var(x_1)} + \frac{cov(x_1, u)}{var(x_1)} \\ &= \frac{\beta_2 \sigma_{12} + \beta_3 \sigma_{13}}{\sigma_1^2}\end{aligned}$$

idet $E(u|x_1, x_2, x_3) = 0$. Bemærk at bias ikke afhænger af σ_{23}, σ_2^2 eller σ_3^2. Biasudtrykket kan være negativt, nul eller positivt, og afhænger af x_1's kovarians med de to udeladte variable (x_2 og x_3), samt sidstnævntes partielle effekt på y. Variansen af x_1 indgår også i biasudtrykket, men påvirker kun størrelsen af biasen, og ikke retningen.

2. *Svar:* OLS-estimatoren for model 2 kan opstilles:

$$\widehat{\beta}_1^{M2} = \frac{\sum_i \widehat{r}_i y_i}{\sum_i \widehat{r}_i}$$

hvor $\widehat{r}_i = x_{1i} - \widehat{a} - \widehat{b} x_{2i}$ er OLS-residualet fra en regression af x_1 på x_2. Det følger af Frisch-Waugh teoremet og er vist i fagets første obligatoriske opgave.

OLS-estimatorens grænsesandsynlighed er derfor:

$$\begin{aligned}
\text{plim}\,\widehat{\beta}_1^{M2} &= \frac{cov(\widehat{r},y)}{var(\widehat{r})} \\
&= \frac{cov(\widehat{r},\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\beta_3x_3+u)}{var(\widehat{r})} \qquad \text{[MLR.1]} \\
&= \frac{\beta_1 cov(\widehat{r},x_1)+\beta_3 cov(\widehat{r},x_3)}{var(\widehat{r})} \qquad [cov(\widehat{r},x_2)=0 \text{ og MLR.4}] \\
&= \beta_1+\beta_3\frac{cov(\widehat{r},x_3)}{var(\widehat{r})} \qquad [cov(\widehat{r},x_1)=cov(\widehat{r},\widehat{r}+a+bx_2)=var(\widehat{r})] \\
&= \beta_1+\beta_3\delta_1
\end{aligned}$$

hvor δ_1 er fra hjælperegressionen, $x_3=\delta_0+\delta_1x_1+\delta_2x_2+\epsilon$, som beskriver den indbyrdes afhængighed blandt x-variablene. Med udgangspunkt i kovarians-matricen, kan vi karakterisere $\widehat{\delta_1}$:

$$\begin{aligned}
plim\,\widehat{\delta}_1 &= \frac{cov(\widehat{r},x_3)}{var(\widehat{r})} = \frac{cov(x_1-\frac{\sigma_{12}}{\sigma_2^2}x_2,x_3)}{var(x_1-\frac{\sigma_{12}}{\sigma_2^2}x_2)} \qquad [plim\ \widehat{b}=\frac{\sigma_{12}}{\sigma_2^2}] \\
&= \frac{\sigma_{13}-\frac{\sigma_{12}}{\sigma_2^2}\sigma_{23}}{\sigma_1^2+\frac{\sigma_{12}^2}{(\sigma_2^2)^2}\sigma_2^2-2\frac{\sigma_{12}}{\sigma_2^2}\sigma_{12}} = \frac{\sigma_{13}-\frac{\sigma_{12}}{\sigma_2^2}\sigma_{23}}{\sigma_1^2-\frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_2^2}} \\
&= \frac{\sigma_{13}\sigma_2^2-\sigma_{12}\sigma_{23}}{\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}^2} = \delta_1
\end{aligned}$$

OLS-estimatorens asymptotiske bias for model 2 er derfor:

$$\text{plim}\,\widehat{\beta}_1^{M2}-\beta_1=\beta_3\left(\frac{\sigma_{13}\sigma_2^2-\sigma_{12}\sigma_{23}}{\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}^2}\right)$$

Biasen afhænger ikke af β_2 eller σ_3^2, men er ellers en funktion af alle andre kovariansparametre. Udtrykket viser at udeladt variabel-biasen for en multipel regressionsmodel afhænger af den indbyrdes sammenhæng mellem *alle* variable $(\sigma_{12},\sigma_{13},\sigma_{23})$, samt variansen af de inkluderede regressorer (σ_1^2,σ_2^2).

3.i *Svar:* Det er vanskeligt at sammenligne bias-udtrykkene direkte. Det kan dog konkluderes at udeladt variabel-biasen for model 1 skyldes to udeladte variable, og er blot en simpel udvidelse af biasudtrykket fra pensum vedrørende en udeladt variabel i en model med en inkluderet regressor. Udeladt variabel-biasen for model 2 afhænger af β_3 og den partielle korrelation mellem den udeladte variabel, x_3, og den forklarende variabel, x_1. Sidstnævnte er vanskelig at fortegnsbestemme, da den afhænger af den indbyrdes samvariation blandt alle x-variable. Konklusionen er derfor, at OLS-estimatoren kan være mere biased for model 1 end model 2 for visse parameterværdier, mens det modsatte kan være tilfælde for andre parameterværdier. Dette kan illustreres ved et par eksempler. Hvis $\beta_3=0$, foretrækkes model 2-estimatoren, da den er konsistent, mens model 1-estimatoren lider af udeladt variabel-bias. Det samme er tilfældet, hvis variansen af x_2 er således at $\sigma_2^2\approx(\sigma_{12}\sigma_{23})/\sigma_{13}$, da det medfører at $\delta_1\approx 0$. I denne situation vil model 2-estimatoren være konsistent, hvorimod model-1 estimatoren fortsat lider af udeladt variabel-bias. Hvis $\sigma_{12} = 0$, vil begge estimatorer indeholde samme bias, og dermed være lige problematiske. Hvis model 2-estimatoren lider af udeladt variabel-bias, er det muligt at vælge β_2 således at model 1-estimatoren er konsistent (β_2 indgår ikke i biasudtrykket for model 2-estimatoren). Altså kan inddragelsen af x_2 både forværre, forbedre eller have ingen effekt på en bias af OLS-estimatoren som skyldes udeladte variable.

3.ii *Svar:* Hvis $\sigma_{12} = 0$ gælder der:

$$\text{plim}\,\widehat{\beta}_1^{M1} = \beta_1 + \beta_3 \frac{\sigma_{13}}{\sigma_1^2} = \text{plim}\,\widehat{\beta}_1^{M2}$$

I dette tilfælde er udeladt variabel-biasen for OLS-estimatoren den samme uanset om x_2 er inkluderet eller ej — og biasen kan fortegnsbestemmes ud fra β_3 og σ_{13}. Altså vil biasen i dette tilfælde kun afhænge af kovariansen mellem x_1 og den udeladte variabel, x_3, samt den partielle effekt af sidstnævnte på y. Dette resultat illustrerer, at det simple udtryk for udeladt variabel-bias kun gælder for en multipel regressionsmodel hvor de inkluderede regressorer er ukorreleret. Hvis $\sigma_{12} \neq 0$ kan det simple biasudtryk leder til misvisende konklusioner, da $\delta_1 \neq \frac{\sigma_{13}}{\sigma_1^2}$. Hvis $\beta_2 = 0$ gælder der:

$$\text{plim}\,\widehat{\beta}_1^{M1} = \beta_1 + \beta_3 \frac{\sigma_{13}}{\sigma_1^2} \neq \text{plim}\,\widehat{\beta}_1^{M2}$$

Model 1-estimatoren lider i dette tilfælde kun af udeladt variabel-bias pga. x_3. Derfor gælder det simple biasudtryk for OLS-estimatoren, når $\beta_2 = 0$. Model 2 medtager her en irrelevant variabel, som samtidig er korreleret med x_1. Udredningen af udeladt variabel-bias kræver derfor at man tager højde for den indbyrdes afhængighed blandt x-variablene, hvorfor det simple biasudtryk ikke kan anvendes.

Problem 5

Tabel 4 præsenterer resultaterne fra simulationseksperimentet. I det første scenarie er de gns. OLS-estimater for model 1 lig den sande parameter, $\beta_1 = 0.5$. Model 1-estimatoren er dog biased pga. to udeladte variable (x_2 og x_3), men i det første scenarie, neutraliserer de to biaskilder hinanden, så den samlede bias er lig nul. Tilsvarende er de gns. OLS-estimater for model 2 lig 0.5. Model 2-estimatoren er ikke biased, selvom x_3 fortsat er en udeladt variabel. Dette skyldes at x_1 ikke samvarierer med x_3, når der også tages højde for x_2. Sagt med andre ord: Den partielle korrelation mellem x_3 og x_1 er nul, selvom kovariansen mellem de to er forskellig fra nul. Tabel 4 rapporterer resultater for, $\widehat{\delta}_{x_1}$, som stammer fra en regression af x_3 på x_1 og x_2. Resultaterne er således i fuld overensstemmelse med de teoretiske resultater i forrige opgave.

I scenarie 2 er $cov(x_1, x_3) = 0$. De gns. model 1-estimater er 0.187. Derfor er OLS negativt biased for model 1. I dette tilfælde er x_2 den eneste kilde til bias. Da der gælder at $\beta_2 < 0$ og $cov(x_1, x_2) > 0$, må biasen være negativ, hvilket understøttes af simulationsresultaterne. Model 2-estimaterne er i gns. -0.151. Altså er OLS også negativt biased for model 2, og i endnu højere grad end model 1-estimatoren. Denne negative bias skyldes at den partielle korrelation mellem x_3 og x_1 er negativ og $\beta_3 > 0$. Dette resultat kan virker kontraintuitivt, men illusterer omvendt forskellen på kovariansen ml. to variable (som her er nul) versus deres partielle korrelation (som her er negativ når der tages højde for x_2).

I scenarie 3 er $cov(x_2, x_3) = 0$. I det tredje scenarie er de gns. OLS-estimater for model 1 lig den sande parameter, $\beta_1 = 0.5$. Som i scenarie 1 indeholder model 1-estimatoren to biaskilder som dog neutraliserer hinanden. Resultater viser derfor at kovariansen mellem x_2 og x_3 ikke påvirker model 1-estimatorens egenskaber i forhold til bias. Dette resultat er at forvente på baggrund af de teoretiske konklusioner i opgave 4. Model 2-estimaterne er i gns. lig 1.15. OLS-estimatore er dermed positivt biased, når x_2 inkluderes. Denne positive bias skyldes at den partielle korrelation mellem x_3 og x_1 er positiv og $\beta_3 > 0$.

I det sidste tilfælde er $cov(x_1, x_2) = 0$. De gns. model 1-estimater er 0.814, hvilket også er gennemsnittet for model 2-estimaterne. I scenarie 4 er OLS-estimatoren dermed positivt biased og størrelsen på biasen er nøjagtigt den samme for begge modeller. For model 1 er x_3 den eneste kilde til bias, og afhænger kun af $\beta_3, \sigma_{13}, \sigma_1^2$. Da biasen er nøjagtigt den samme for model 2, må den også kun afhænger af førnævnte parametre. Dette resultat viste vi formelt i opgave 4, dvs. $\widehat{\delta}_1 = \frac{\sigma_{13}}{\sigma_1^2}$, hvis og kun hvis $\sigma_{12} = 0$. Resultaterne illustrerer således at den simple udeladt-variabel biasformel kun gælder for en multipel regression, hvor de inkluderede regressorers er indbyrdes urelateret.

OLS-estimatoren for model 1 foretrækkes frem for model 2 i scenarie 2 og 3, hvorimod biasen er den samme i scenarie 1 og 4. Ergo foretrækkes en simpel model af y på x_1 frem for en model som også inddrager x_2. Dette er dog ikke en generel konklusion, men afspejler i høj grad specifikationen af den datagenererende proces. Dog illustrerer eksperimentet at man bør udvise forsigtighed i forhold til at fortegnsbestemme en udeladt variabel-bias for en multipel lineær regressionsmodel.

Table 4: Simulationsresultaterne

		Opg.4	Mean	Std.dev.	Min	Max
1. Baseline Σ:	Model 1–$\widehat{\beta}_{x_1}$	0.5	0.501	0.057	0.337	0.706
	Model 2–$\widehat{\beta}_{x_1}$	0.5	0.501	0.084	0.217	0.785
	$\widehat{\delta}_{x_1}$	0	-0.000	0.048	-0.136	0.167
2. $\sigma_{13} = 0$:	Model 1–$\widehat{\beta}_{x_1}$	0.1875	0.187	0.053	0.019	0.364
	Model 2–$\widehat{\beta}_{x_1}$	-0.1522	-0.151	0.070	-0.383	0.064
	$\widehat{\delta}_{x_1}$	-0.522	-0.522	0.030	-0.607	-0.418
3. $\sigma_{23} = 0$:	Model 1–$\widehat{\beta}_{x_1}$	0.5	0.504	0.071	0.262	0.734
	Model 2–$\widehat{\beta}_{x_1}$	1.1522	1.153	0.083	0.872	1.432
	$\widehat{\delta}_{x_1}$	0.522	0.522	0.046	0.389	0.685
4. $\sigma_{12} = 0$:	Model 1–$\widehat{\beta}_{x_1}$	0.8125	0.814	0.053	0.662	1.001
	Model 2–$\widehat{\beta}_{x_1}$	0.8125	0.814	0.053	0.666	1.000
	$\widehat{\delta}_{x_1}$	0.25	0.251	0.029	0.160	0.339