Makro II - HO2

Jeppe Vanderhaegen
Jacob Vestergaard

March 17, 2022

Exercise 16.3

16.3.1

Vi har følgende definition for S:

$$S = Y_1 - C_1$$

Såfremt at $S < 0$, vil vores agent derfor have større forbrug end indkomst i periode 1. Vores agent må derfor være netto-debitor, og påtage sig gæld, for at finansiere sit forbrug i den første periode. Følgende er beviset for, at $C_2 \geq 0$ er ækvivalent med $S \geq \frac{-Y_2}{(1+r)}$. C_2 sættes lig med 0:

$$0 \geq (1+r)S + Y_2 \Leftrightarrow$$

$$S \geq \frac{-Y_2}{(1+r)} \Leftrightarrow$$

Fortolkningen er som følgende. Når forbrugeren vælger at tage et lån i den første periode, skal vedkommende sørge for at forbrugeren kan betale lånet tilbage i senest i periode 2. Forbrugeren kan altså ikke låne uhensigtmæssigt, og der er en budgetrestriktion på forbrugerens lånemuligheder.

16.3.2

Forbrugerens intertemporale budgetrestriktion er givet som, at summen af forbrug i nutidsværdi skal svare til summen af indtægten i nutidsværdi(Her antages $V = 0$). Ligningen for forbrug i første periode kan omskrive som følgende:

$$S = Y_1 - C_1$$

Dette indsættes i forbrug for periode 2:

$$C_2 = (1+r)S + Y_2 \Leftrightarrow$$

$$C_2 = (1+r)(Y_1 - C_1) + Y_2 \Leftrightarrow$$

$$(1+r)C_1 + C_2 = (1+r)Y_1 + Y_2 \Leftrightarrow$$

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} \Leftrightarrow$$

$$C_1 + \frac{Y_2}{1+r} = H$$

Hvilket nu er ækvivalent med opgaveformuleringen. H er den samlede indkomst igennem hele agentens liv, tilbagediskonteret til nutidsværdi.

16.3.3

Når forbruget i den første periode er meget lavt, vil det give meget nytte at forbruge en ekstra vare, bygget på antagelsen om $u'(C) \to \infty$ hvis $C \to 0$. Derfor kan det svare sig at forbruge en smule. Samme antagelse om nytten er antaget for forbrugsplan, C_2. Herved må det gælde, at forbruge en smule er bedre end ikke at forbruge noget. Det optimale for forbrugeren er derfor at forbruge en smule i begge perioder. Intuitivt giver dette god mening, da forbrugerens forbrug kan velvilligt være lavt, men der forbruges stadig på nødvendige forbrugsgoder som mad og drikke.

Keynes-Ramsey-reglen er givet ved:

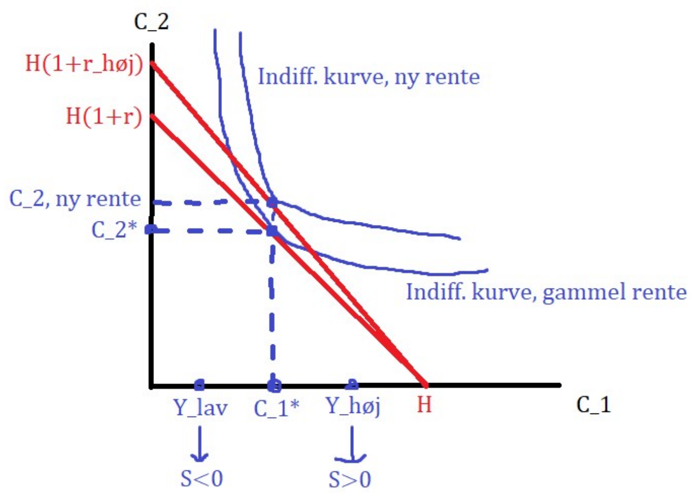
$$u'(C_1) = \frac{1+r}{1+\phi} u'(C_2)$$

Dette er en ligevægtsbetingelse. Betingelsen siger, at den marginale nytte i periode 1 skal tilsvare den forrentede marginale nytte i periode 2. Dette afhænger yderligere af tålmodighedsfaktoren,ϕ.

Er nytten højere i enten periode 1 eller 2 vil forbrugeren forbruge mere i den periode. Keynes-Ramsey-reglen siger dog, at nyttegevinsten skal i periode 1 skal være ækvivalent nytten ved at udskyde forbrug til periode 2.

16.3.4

På nedenstående figur er den konsolideret budgetrestriktion tegnet, for to situationer, hvorom det gælder at $S > 0$ og $S < 0$:



For et givent H hvor renten vokser, vil indkomsten generelt vokse, og påvirke periode 2. Hældningen på budgetlinjen er givet ved det relative prisforhold mellem forbrug i periode 1 og periode 2, som er givet ved renten (omkostning ved at forbruge i periode 1), mere præcist som $-(1+r)$. Ved en højere rente bliver opsparingen forrentet stærkere, som giver anledning til større forbrug i periode 2. Dette skyder budgetlinjen opad på andenaksen, men forholdes konstant på førsteaksen.

16.3.5

Vi antager, nyttefunktionen er givet ved:

$$u(C) = \ln(C)$$

Hermed er det givet, at $\frac{\partial u}{\partial C} = \frac{1}{C}$. Gælder for både periode 1 og 2. Dette kan indsættes i Keynes-Ramsey-Reglen (KR-reglen):

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1+r}{1+\phi}\frac{1}{C_2} \Leftrightarrow$$

$$C_2 = \frac{1+r}{1+\phi}C_1$$

Det vides at $C_1 + \frac{C_2}{1+r} = H \Leftrightarrow C_2 = -(1+r)C_1 + (1+r)H$ Dette indsættes.

$$\frac{1+r}{1+\phi}C_1 = (1+r)H - (1+r)C_1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1+r}{1+\phi}C_1 = (1+r)(H - C_1) \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{1+\phi}C_1 = H - C_1 \Leftrightarrow$$

$$(\frac{1}{1+\phi} + \frac{1+\phi}{1+\phi})C_1 = H \Leftrightarrow$$

$$\frac{2+\phi}{1+\phi}C_1 = H \Leftrightarrow$$

$$C_1^* = \frac{1+\phi}{2+\phi}H$$

For at finde C_2 indsættes dette i KR-reglen.

$$C_2 = \frac{1+r}{1+\phi}\frac{1+\phi}{2+\phi}H \Leftrightarrow$$

$$C_2^* = \frac{1+r}{2+\phi}H$$

Hvilket nu er ækvivalent med opgaveformuleringen. I forhold til forbrugsudjævning ses det, at nutidsværdien af al forbrugens indkomst indgår i begge perioder. Hermed vil en stigning i H påvirke begge perioder positivt. Hvorved forbrugeren forbruger mere i begge perioder.

1) For et givent H vil forbrugeren i periode 1 ikke ændre sig. Ændringen er lig med nul, $\frac{\partial C_1}{\partial r} = 0$, pga logiske præferencer. Ved disse udligner substitutions- og indkomsteffekten hinanden:)
2) For givent Y_1 og Y_2 vil en renteændring påvirke forbruget i periode 1 negativt. Dette kan ses, ved at udvide H med Y_1 og Y_2.

$$C_1^* = \frac{1+\phi}{2+\phi}[Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}]$$

Herfra ses det, at $\frac{\partial C_1}{\partial r} < 0$. Dette giver intuitivt god mening, da forbrugeren ved forbrugerens fremtidige indkomst bliver lavere, hvilket sænker incitamentet til at forbruge ens kapital.

16.3.6

Den optimale forbrugsplan, udtrykt ved S, findes ved følgende udregninger:

$$S = Y_1 - C_1 \Leftrightarrow$$

$$S^* = Y_1 - C_1^* \Leftrightarrow$$

$$S^* = Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi}H \Leftrightarrow$$

$$S^* = Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi}\left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}\right) \Leftrightarrow$$

$$S^* = Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi}Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi}\frac{Y_2}{1+r} \Leftrightarrow$$

$$S^* = Y_1\frac{2+\phi}{2+\phi} - \frac{1+\phi}{2+\phi}Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi}\frac{Y_2}{1+r} \Leftrightarrow$$

$$S^* = Y_1\frac{2+\phi}{2+\phi} + \frac{-1-\phi}{2+\phi}Y_1 - \frac{1+\phi}{2+\phi}\frac{Y_2}{1+r} \Leftrightarrow$$

$$S^* = Y_1\frac{2+\phi-1-\phi}{2+\phi} - \frac{1+\phi}{2+\phi}\frac{Y_2}{1+r} \Leftrightarrow$$

$$S^* = Y_1\frac{1}{2+\phi} - \frac{1+\phi}{2+\phi}\frac{Y_2}{1+r}$$

Hvilket er ækvivalent med opgaveformuleringen. For at vise at denne forbrugsplan, udtrykt ved S, opfylder kravet $S \geq \frac{-Y_2}{1+r}$, gøres følgende udregning:

$$S^* \geq \frac{-Y_2}{1+r} \Leftrightarrow$$

$$Y_1\frac{1}{2+\phi} - \frac{1+\phi}{2+\phi}\frac{Y_2}{1+r} \geq \frac{-Y_2}{1+r} \Leftrightarrow$$

$$Y_1\frac{1}{2+\phi} - \frac{1+\phi}{2+\phi}\frac{Y_2}{1+r} + \frac{Y_2}{1+r} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$Y_1\frac{1}{2+\phi} + \frac{Y_2}{1+r}\left(1 - \frac{1+\phi}{2+\phi}\right) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$Y_1\frac{1}{2+\phi} + \frac{Y_2}{1+r}\left(\frac{2+\phi}{2+\phi} - \frac{1+\phi}{2+\phi}\right) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$Y_1\frac{1}{2+\phi} + \frac{Y_2}{1+r}\frac{1}{2+\phi} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2+\phi}\left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}\right) \geq 0$$

Det ses fra ovenstående udtryk, at reglen er gældende, da udtrykket er strengt positivt givet vores parameterrestriktioner, og mulighed for at være lig med 0, som følge af nulreglen.

$$S^* \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$Y_1\frac{1}{2+\phi} - \frac{1+\phi}{2+\phi}\frac{Y_2}{1+r} \Leftrightarrow \geq 0$$

$$\frac{1}{2+\phi}Y_1 \geq \frac{1+\phi}{2+\phi}\frac{Y_2}{1+r} \Leftrightarrow$$

$$Y_1 \geq \frac{1+\phi}{1+r}Y_2 \Leftrightarrow$$

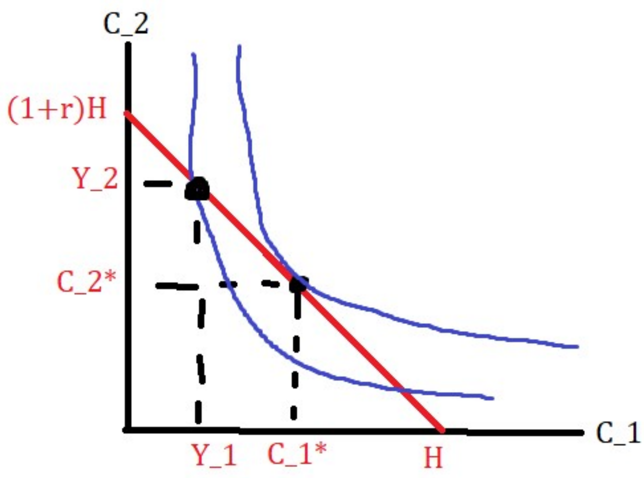
$$\frac{Y_1}{Y_2} \geq \frac{1+\phi}{1+r}$$

Hvilket er ækvivalent ift. opgaveformuleringen. Udtrykket giver følgende forhold til for at spare op.

1. Hvis forholdet er relativt stort, $Y_1 > Y_2$, giver det incitament til at spare op, da man gerne vil forbrugsudjævne.
2. Hvis renten er høj giver det incitament til at spare op og forbruge i periode 2 fremfor 1.
3. En lav utålmodighedsfaktor. Er forbrugeren tålmodig er denne mere villig til at flytte forbrug fra periode 1 til periode 2.

16.3.7

I nedenstunde punkt på figuren, gælder der at $C_1 > Y_1$, dvs. at $S < 0$, og forbrugeren er derfor låntager. Hvis forbrugeren kreditbegrænses, og ikke kan låne længere, bliver forbrugeren skubbet ned i $C_1 = Y_1$, da dette er tættest på situtationen før. Dette resulterer i, at $S = 0$. I periode 2 vil fobrugeren derfor bruge hele Y_2, jf. forbrugerens budgetrestriktion. Derfor gælder der også, at $C_2 = Y_2$.



16.3.8

Vi havde optimal C_1^* fra tidligere (ikke kreditbegrænset forbruger):

$$C_1^* = \frac{1+\phi}{2+\phi}\left[Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}\right]$$

Den partielle afledte med hensyn til indkomsten i periode 1 opstilles:

$$\frac{\partial C_1^*}{\partial Y_1} = \frac{1+\phi}{2+\phi}$$

Denne evalueres i $\phi = 0,03$:

$$\frac{\partial C_1^*}{\partial Y_1} = \frac{1+0,03}{2+0,03} = 0,507$$

Det ses her, at en marginal ændring i indkomsten i periode 1, kun vil øge forbruget i periode 1 med $\approx \frac{1}{2}$. Den resterende halvdel går til periode 2. I denne opgave observerer vi kun to perioder. Så fremt vi havde observeret 3 perioder, ville denne have været $\frac{1}{3}$. Mere præcist, for n perioder ville denne partielle afledte blive (under antagelse om $\phi = 0$):

$$\frac{\partial C_1^*}{\partial Y_1} = \frac{1}{n}$$

Det ses at $\phi > 0$, så bliver den marginale forbrugstilbøjelighed større i periode 1, da der inddrages at forbrugeren er utålmodig til en grad. Såfremt at forbrugeren er kredit begrænset, så vi opgave 7, at det optimale forbrug i periode 1 er lig med indkomsten i periode 1. Den partielle afledte bliver derfor:

$$\frac{\partial C_1}{\partial Y_1} = 1$$

En marginal stigning i indkomsten resulterer til en magentil marginal stigning i forbruget.

16.3.9

Vi observerer nu to slags forbrugere i økonomien. En andel λ som er tålmodige, og de resterende, $1-\lambda$, som ikke er tålmodige. Dem som er utålmodige, er så utålmodige at de er kreditbegrænsede, og derfor bliver deres forbrug i periode 1 lig med deres indkomst i periode 1. Dem som er tålmodige har det optimale forbrug i periode 1, som vi udledte tidligere. Den samlede efterspørgsel i økonomien bliver derfor:

$$\overline{C}_1 = \lambda C_1^* + (1-\lambda)C_1 \Leftrightarrow$$
$$\overline{C}_1 = \lambda\frac{1+\phi}{2+\phi}\left[Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}\right] + (1-\lambda)Y_1 \Leftrightarrow$$
$$\overline{C}_1 = \left(\lambda\frac{1+\phi}{2+\phi} + (1-\lambda)\right)Y_1 + \frac{1+\phi}{(2+\phi)(1+r)}Y_2$$

Det kan udledes, at forbruget i føreste periode afhænger positivt af indkomsten i både periode 1 og periode 2. Ved at differentierer dette finder den marginale forbrugstilbøjelighed i periode 1. FOC ift. Y_1.

$$\frac{\partial \overline{C}_1}{\partial Y_1} = \lambda\frac{1+\phi}{2+\phi} + (1-\lambda)$$

λ kan udledes til at være en vigtig faktor i den marginale forbrugstilbøjelighed. Jo flere folk, der er tålmodige og vil udskyde forbrug, jo mindre bliver effekten af stigninger i periode 1 indkomsten.

:)