

# Kapitalmarkedsteori

## Erhvervsøkonomi

Asger Lau Andersen

Økonomisk Institut, Københavns Universitet

# Kapitalmarkedsteori: Den store sammenhæng

Sidste gang: Porteføljeteori.

- Hvordan sammensætter investorerne optimalt en portefølje af risikable aktiver, givet viden om aktivernes forventede afkast, varians og kovarians?

Nu: Kapitalmarkedsteori, CAPM

- Hvis alle investorer sammensætter deres portefølje som porteføljeteorien foreskriver, hvad kan vi så sige om
  - investorernes adfærd i markedsligevægten?
  - forholdet mellem værdipapirers risiko og forventede afkast i markedsligevægten?
  - ligevægtspriser på individuelle værdipapirer?

# Kapitalmarkedsteori: Hvad skal I have ud af det?

Formentlig det mest tekniske og abstrakte emne i dette fag:

- En del formler, nogle "ned fra himlen"
- Nogle abstrakte (urealistiske?) delresultater, som kan synes svære at fortolke, men også væsentlige (overraskende?) indsigter

Hvad skal I have ud af det:

- Grundlæggende forståelse for tankegangen bag modellen
- Intuitiv forståelse af de vigtigste pointer om prisfastsætning af aktiver og forhold mellem risiko og forventet afkast

# Antagelser

The Capital Asset Pricing Model (CAPM) anvender porteføljeteorien til at analysere et marked med mange forskellige investorer

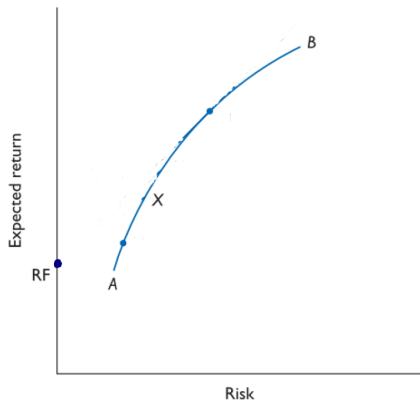
Modellen bygger på en række forsimplende antagelser

- 1 Mulighed for at investere i et risikofrit aktiv (NYT!)
- 2 Alle investorer bruger samme sandsynlighedsfordeling for afkast → samme opfattelse af forventede afkast, varianser og kovarianser
- 3 Alle investorer har samme tidshorisont på én periode
- 4 Alle investorer er små i forhold til det samlede marked → "pristagere"
- 5 Ingen transaktionsomkostninger, skatter, eller inflation

# Det risikofri afkast

- I porteføljeteorien betragtede vi valget mellem *risikofyldte* værdipapirer
- En statsobligation med løbetid tilpasset investeringshorisonten kan opfattes som et *risikofrit* aktiv
  - generelt er obligationer risikofyldte aktiver pga kursrisiko
  - men hvis obligationen holdes indtil udløbtid, er der ingen kursrisiko, fordi obligationen ikke skal sælges igen
- Afkastet genereret af det risikofri aktiv kaldes det **risikofri afkast**

# Risikofrit aktiv og mængden af mulige porteføljer



- Fra tidligere: I fravær af et risikofrit aktiv er mængden af efficiente porteføljer givet ved kurven mellem A og B (den efficiente rand)
  - Introducer nu aktiv med forventet afkast RF og standardafvigelse på 0 (risikofrit)
- 
- Hvordan påvirker introduktionen af det risikofri aktiv mængden af mulige porteføljer, og hvordan påvirkes mængden af efficiente porteføljer?

## Tid til en aha-oplevelse

Betragt en portefølje  $Z$  bestående af to aktiver,  $X$  og  $Y$ , med vægte  $w_X$  og  $w_Y = 1 - w_X$ . Vi interesserer os nu for det specialtilfælde, hvor  $Y$  er et **risikofrit aktiv** med afkast  $RF$ .

- 1 Hvad er det **forventede afkast** af porteføljen  $Z$  i dette specialtilfælde?
- 2 Hvad er **standardafvigelsen** for afkastet af porteføljen  $Z$  i dette specialtilfælde?

Reminder fra sidst: Variansen af afkastet af porteføljen  $Z$  er:

$$\sigma_Z^2 = w_X^2 \sigma_X^2 + w_Y^2 \sigma_Y^2 + 2w_X w_Y \sigma_{XY}$$

- 3 Forskellige værdier af vægtene  $w_X$  og  $w_Y = 1 - w_X$  giver forskellige kombinationer af  $X$  og  $Y$ . Hvordan ligger disse kombinationsmuligheder i forhold til hinanden i et diagram med  $\sigma_Z$  på x-aksen og  $E(R_Z)$  på y-aksen?

Indtast svar i Socrative (room name: ERHVERVSOKONOMI2021)

# Implikationerne af et risikofrit aktiv

**Indsigt:** Eksistensen af et risikofrit aktiv **udvider** mængden af mulige porteføljer

- Kald det risikofri afkast for  $RF$
- Betragt en portefølje af risikofyldte aktiver,  $X$
- Ved at investere en andel  $w_X \geq 0$  i porteføljen  $X$  og en andel  $(1 - w_X)$  i det risikofri aktiv opnås en ny portefølje  $Z$  med

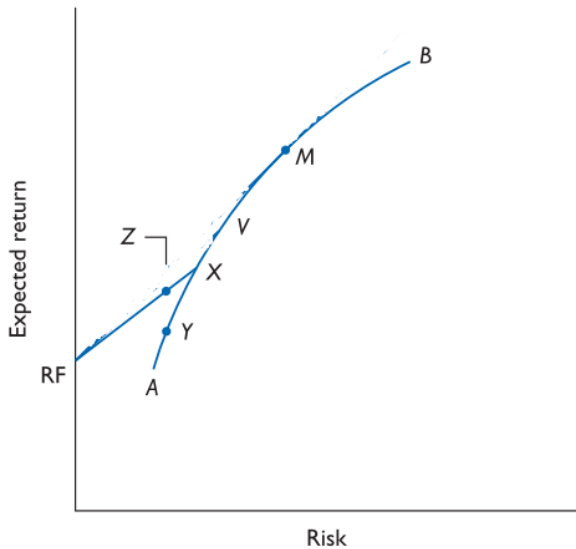
$$E[R_Z] = (1 - w_X)RF + w_X E[R_X]$$

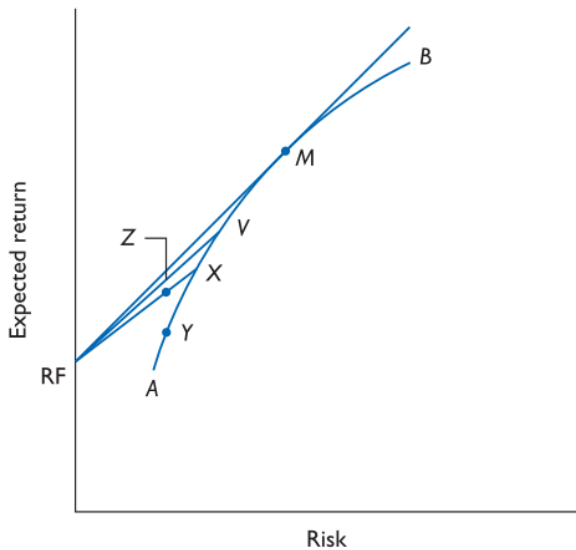
$$\sigma_Z = w_X \sigma_X$$

- For  $w_X \in [0; 1]$  vil porteføljen  $Z$  ligge på den rette linje mellem punkterne  $(0, RF)$  og  $(\sigma_X, E(R_X))$  i et  $(\sigma, E(R))$ -diagram. Ligningen for denne linje er

$$E(R_Z) = RF + \frac{E(R_X) - RF}{\sigma_X} \sigma_Z$$



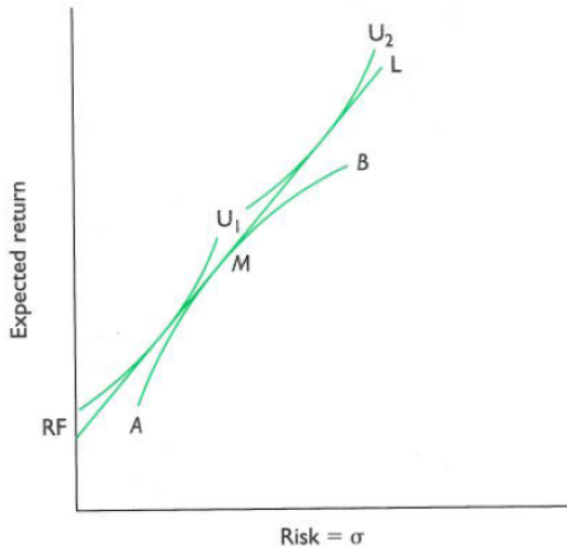




# Tangentporteføljen og kapitalmarkedslinjen

- Mængden af mulige porteføljer bliver udvidet mest muligt ved at kombinere det risikofri aktiv med en enkelt risikofyldt portefølje: **tangentporteføljen**,  $M$ .
- Mængden af *efficiente* porteføljer ligger nu på en ret linje gennem det risikofri aktiv og tangentporteføljen: **kapitalmarkedslinjen**
- Alle andre mulige porteføljer er domineret af mindst én portefølje på kapitalmarkedslinjen
- Investorerne har forskellige præferencer, men *alle vælger optimalt en portefølje som består af en andel af det risikofri aktiv samt en andel af porteføljen  $M$* 
  - høj risikoaversion  $\rightarrow$  lav andel af  $M$
  - lav risikoaversion  $\rightarrow$  høj andel af  $M$
- Andel af  $M > 1$  og andel af det risikofri aktiv  $< 0$ : **lånefinansieret aktieinvestering**

# Illustration



# Kapitalmarkedslinjens hældning

- Kapitalmarkedslinjen angiver forholdet mellem **forventet afkast** og **risiko** af porteføljer, når alle investorer vælger optimale porteføljer
- Linjens hældning kan opfattes som markedsprisen på risiko → hvor stor en betaling (højere forventet afkast) får investoren for at påtage sig en større risiko (højere standardafvigelse) i markedsligevægten?

- Linjens hældning kan findes som

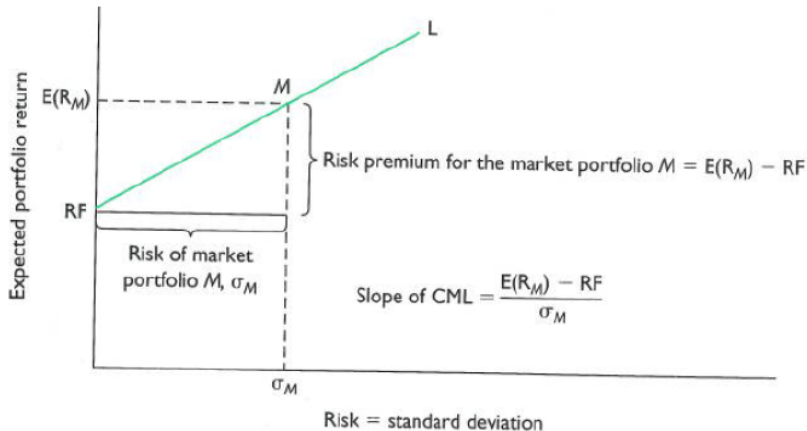
$$\frac{E(R_M) - RF}{\sigma_M}$$

- Kapitalmarkedslinjens ligning er:

$$E(R_P) = RF + \frac{E(R_M) - RF}{\sigma_M} \sigma_P$$

- Fortolkning: det forventede afkast af en portefølje  $P$  er et risikofrit afkast  $RF$ , plus en **risikopræmie**

# Risikopræmien



## Hvad er porteføljen M?

Modellen forudsiger, at **alle** investorer bruger en del af deres formue på porteføljen M og en del på det risikofri aktiv

Porteføljen M er derfor lig **markedsporteføljen**: Porteføljen bestående af **alle** risikofyldte værdipapirer på markedet, hvor vægten for hvert værdipapir svarer til værdipapirets andel af markedets samlede værdi.

Simpelt eksempel:

- Der eksisterer tre risikofyldte værdipapirer på markedet: A, B og C
- Markedsværdierne af de tre papirer er hhv. 15 mia. kr, 40 mia. kr. og 25 mia. kr.
- Markedsporteføljen er da givet ved  $w_A = 0,1875$ ,  $w_B = 0,5$  og  $w_C = 0,3125$
- Modellen siger, at alle investorer vil investere en del af deres formue i en portefølje med lige præcis disse vægte

# Hvad er porteføljen M?

Hvorfor er alle risikofyldte værdipapirer med i portefølje M?

- Lad os forestille os, at der findes et værdipapir, som ikke er med i porteføljen M
  - → *ingen* investorer køber værdipapiret
  - kursen på værdipapiret falder
  - det forventede afkast stiger...
  - ...indtil alle investorer indlemmer det i porteføljen M
- Hvis ikke porteføljen M reflekterede hele udbuddet af værdipapirer, kunne vi ikke være i en ligevægt, da det netop kun er værdipapirer i porteføljen M, som efterspørges.



# Say what?

- Porteføljen M spiller en nøglerolle i modellen
- Vigtigt at I kan følge argumentationen bag tolkningen af den!
- Brug derfor 70 sek på at tænke over følgende spørgsmål:
  - 1 Hvorfor vil alle investorer vælge den samme kombination af risikofyldte aktiver?
  - 2 Hvorfor er porteføljen M lig markedsporteføljen bestående af alle eksisterende værdipapirer?

# Risikoaversion og porteføljevalg

- Modellens forudsigelse er ret bemærkelsesværdig
- Man kunne have forestillet sig, at det var optimalt for:
  - meget risikoaverse investorer at holde aktier med lav risiko
  - mindre risikoaverse investorer at holde aktier med høj risiko
- Dette er altså ikke tilfældet ifølge denne model → alle investorer holder samme portefølje af risikofyldte aktiver
  - meget risikoaverse investorer holder større andel af det risikofri aktiv
  - mindre risikoaverse investorer holder mindre andel af det risikofri aktiv

# Prisen på enkelte værdipapirer

Kapitalmarkedslinjen angiver ligevægtsforholdet mellem forventet afkast og risiko for efficiente **porteføljer**.

Nu: hvad er forholdet mellem forventet afkast og risiko for **enkelte værdipapirer**?

- Husk, at alle investorer placerer deres formue i markedsporteføljen og det risikofri aktiv
- Hvor højt et forventet afkast vil investorerne kræve for at indlemme et givet værdipapir i markedsporteføljen?
  - Investorer har præferencer over deres portefølje, ikke enkelte værdipapirer
  - Svaret afhænger derfor af, hvordan markedsporteføljens forventede afkast og risiko påvirkes
- Næste skridt: Hvordan påvirkes risikoen af markedsporteføljen, når et nyt værdipapir indlemmes?

## Det relevante risikomål for et værdipapir: Beta

Hvordan påvirkes risikoen af markedsporteføljen, når et nyt værdipapir indlemmes?

- Fra tidligere: Et værdipapirs effekt på variansen af en porteføljes afkast afhænger af **kovarianserne** mellem værdipapiret og de øvrige værdipapirer i porteføljen.
- Værdipapir  $i$ 's bidrag til risikoen af markedsporteføljen udtrykkes formelt som:

$$\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2}$$

- $\beta_i$  udtrykker den **relevante risiko** ved værdipapir  $i$  for en investor, som i forvejen har investeret i markedsporteføljen. Afhænger af **samvariationen med markedsporteføljen**.
- Målet er skaleret med  $\sigma_M^2$ , som er markedsporteføljen samlede risiko.

# Det relevante risikomål for et værdipapir

- Den tager vi lige igen...
- Investorer har præferencer over deres porteføljer, ikke individuelle værdipapirer
- Det relevante risikomål for et værdipapir er derfor ikke papirets egen varians, men dets bidrag til den samlede porteføljevarians
- Alle investorer investerer i markedsporteføljen
- $\implies$  Værdipapirets kovarians med markedsporteføljen bliver det relevante risikomål.

# Fortolkning af Beta

Husk, at korrelationskoefficienten er defineret som  $\rho_{XY} = \frac{\text{Cov}_{X,Y}}{\sigma_X \sigma_Y}$ .  
Vi kan nu omskrive formelen for  $\beta$ :

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}_{i,M}}{\sigma_M^2} = \frac{\rho_{i,M} \sigma_i \sigma_M}{\sigma_M^2} = \rho_{i,M} \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$$

$\beta$  udtrykker altså en kombination af to ting:

- hvor meget afkastet på værdipapiret varierer i forhold til afkastet på markedsporteføljen ( $\frac{\sigma_i}{\sigma_M}$ )
- hvor korreleret dets afkast er med markedsporteføljens ( $\rho_{i,M}$ )

# Fortolkning af Beta

Fra forrige slide:

$$\beta_i = \rho_{i,M} \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$$

For markedsporteføljen selv gælder:  $\beta_M = \rho_{M,M} \frac{\sigma_M}{\sigma_M} = 1$

Individuelle værdipapirer har typisk

- større variabilitet i afkastet end markedsporteføljen ( $\sigma_i > \sigma_M$ )
- positiv korrelation med markedsporteføljen ( $0 < \rho_{i,M} < 1$ )

For individuelle værdipapirer gælder derfor  $\beta_i \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} 1$ .

# Krav til forventet afkast

Tilbage til spørgsmålet: hvad er forholdet mellem forventet afkast og risiko for enkelte værdipapirer?

- Jo højere  $\beta$ , jo større er værdipapirets bidrag til markedsporteføljens risiko  $\rightarrow$  jo højere forventet afkast vil investorerne kræve for at købe værdipapiret
- Den centrale ligning i the Capital Asset Pricing Model (CAPM):

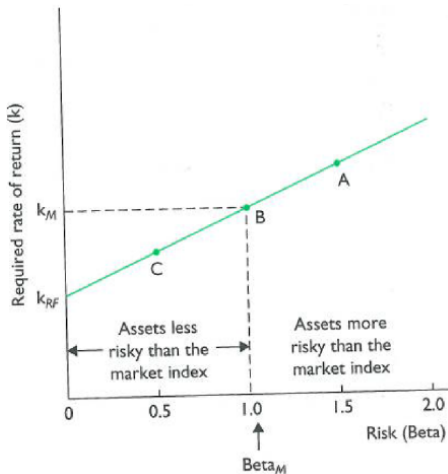
$$\text{Krav til forventet afkast} = RF + \beta_i \{E[R_M] - RF\}$$

- $RF$  er det risikofri afkast
- $E[R_M] - RF$  er markedsrisikopræmien
- risikopræmien for værdipapir  $i$  er  $\beta_i \{E[R_M] - RF\}$
- risikopræmien for værdipapir  $i$  er voksende i dets risiko, målt ved  $\beta_i \equiv \text{Cov}_{i,M} / \sigma_M^2$



# Værdipapirmarkedslinjen (security market line)

- Værdipapirer med  $\beta_i < 1$  har mindre risikopræmie end markedsporteføljen  $\Rightarrow$  krav til forventet afkast lavere end markedsporteføljens forventede afkast.
- Værdipapirer med  $\beta_i > 1$  har større risikopræmie end markedsporteføljen  $\Rightarrow$  krav til forventet afkast større end markedsporteføljens forventede afkast.



## Eksempel

Det risikofri afkast er 5% og det forventede markedsafkast er 10%

→ en aktie med  $\beta_i = 0,5$  må have et forventet afkast på 7,5% for at kunne sælges

→ en aktie med  $\beta_i = 2$  må have et forventet afkast på 15% for at kunne sælges

# Markedsligevægt

I ligevægt vil ethvert værdipapir ligge på værdipapirmarkedslinjen  
 $\iff$  forventet afkast opfylder netop afkastkravet:

$$E[R_i] = RF + \beta_i \{E[R_M] - RF\}$$

Hvorfor? Hvilken mekanisme sikrer ligevægten?

- Svar: Tilpasning af værdipapirets pris indtil udbud = efterspørgsel
- Hvis  $E[R_i] > RF + \beta_i \{E[R_M] - RF\}$ 
  - papiret tilbyder et højere forventet afkast end dets risiko tilsiger  $\rightarrow$  er undervurderet
  - investorerne ønsker at købe papiret  $\implies$  prisen stiger
  - dets forventede afkast falder (husk:  $TR = \frac{CF + P_E - P_B}{P_B}$ )
- Hvis  $E[R_i] < RF + \beta_i \{E[R_M] - RF\}$ :
  - Prisen falder,  $E[R_i]$  stiger

# Estimation af Beta I

Husk:  $\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_M^2}$ .

- Beta udtrykker forholdet mellem to *teoretiske, ukendte populationsparametre*
- $\implies$  vi kan ikke *observere*  $\beta_i$ , men vi kan *estimere* den!
- Oplagt estimator:

$$\hat{\beta}_i = \frac{\widehat{Cov}_{i,M}}{\hat{\sigma}_M^2}$$

hvor  $\widehat{Cov}_{i,M}$  er den empiriske kovarians mellem afkastet på værdipapir  $i$  og afkastet af markedsporteføljen, og  $\hat{\sigma}_M^2$  er den empiriske varians på afkastet af markedsporteføljen.

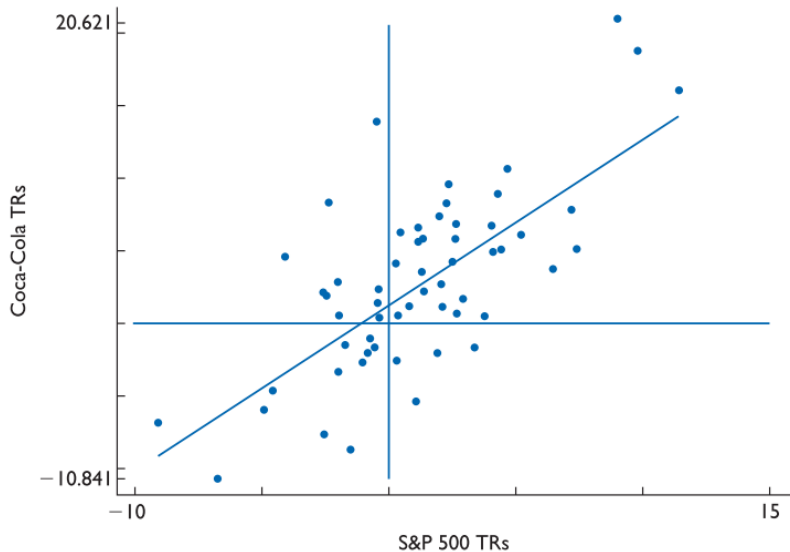
- Det viser sig, at dette svarer nøjagtigt til hældningen på "den bedste rette linje" gennem et plot af værdipapir  $i$ 's realiserede afkast og markedsporteføljens realiserede afkast.

## Estimation af Beta II

Sådan estimeres  $\beta_i$ : en trin-for-trin-opskrift

- Find (eller beregn selv) data for værdipapirs  $i$ 's årlige (eller kvartalsvise, månedlige) afkast over en længere periode
- Find (eller beregn selv) data for markedsporteføljens afkast i samme periode - benyt fx et bredt aktieindeks som proxy
- Plot de to serier over for hinanden, med værdipapirets afkast ud ad y-aksen
- Estimer "den bedste rette linje" og aflæs dens hældning
- Voilà! Nu har vi et estimat for  $\beta_i$ .

# Illustration



## Checkspørgsmål

Sandt eller falsk?

- 1 Betragt to aktier som begge giver  $CF + P_E = 100$  med ssh  $1/2$  og  $CF + P_E = 110$  med ssh  $1/2$ , hvor  $CF$  angiver cash-flowet generet af aktien i løbet af det næste år, mens  $P_E$  er aktiens pris om et år. Disse aktier vil ifølge CAPM have samme pris i dag.
- 2 Et risikofyldt aktiv kan ifølge CAPM aldrig have et lavere forventet afkast end det risikofri aktiv

Indtast svar i Socrative (ERHVERVSOKONOMI2021).

- Beta rapporteres ofte som et mål for risiko af aktier / porteføljer



## Investeringsprofil

Nordea Invest Højrentelande investerer i statsobligationer og andre obligationer med statsgaranti eller tilsvarende sikkerhed i mindre udviklede lande.

<b>Afdelingsafkasta</b>	
Afdelingsnavn	Nordea Inv Højrentelande
Højeste valuta / udsiddelsesvaluta	DKK/HRK
Formål 28/02	4,531 mia. HRK
Startdato	07.11.2003
Indre værdi 26/03	123,69 HRK
Fondkode	DK2018254899
Benchmark	JP Morgan Emerging Market Bonds Index Global Diversified (hedged DKK)
Kategori	Obligationer
Rådgiver	Nordea Investment Management A/S
Registreringsland	Danmark
Administrationselskab	Nordea Invest Fund Management A/S
Lagerbesiddelse ved fin med	Ja
Udbyttebetalende	Ja
Hjemmeside	<a href="http://www.nordeainvest.dk">www.nordeainvest.dk</a>

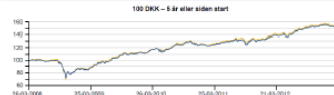
## Risikonøgletal

Periode – 3 år	Aldelings	Benchmark
Standardafvigelse	7,30	6,34
Største risiko	1,13	1,31
Beta	1,00	-

## Nordea Inv Højrentelande

### Afkast

26-03-2013



### Afkast i Perioden (akkumuleret %)

	Marts	1 år	3 år	5 år	Længst	2006	2009	2010	2011	2012
Aldelings	-0,48	-2,12	9,89	30,12	51,81	110,89	-14,38	38,43	11,62	8,47
Benchmark	-	-2,22	9,14	31,06	53,09	-	-13,25	39,38	11,77	7,30

### Årlig Afkast (%)

	Marts	1 år	3 år	5 år	Længst	2006	2009	2010	2011	2012
Aldelings	-0,48	-2,12	9,89	30,12	51,81	110,89	-14,38	38,43	11,62	8,47
Benchmark	-	-2,22	9,14	31,06	53,09	-	-13,25	39,38	11,77	7,30

### Beholdningsliste

28-03-2013

#### Formuefordeling



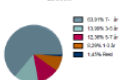
#### Valuta



#### 10 største beholdninger

Formuefordeling	Valuta	%
8,5% Venezuela 08/09/2014	USD	3,01
8,5% Petrosbras De Venezuela	USD	2,93
7,36% Peru 21/07/2025	USD	1,97
3,75% Cote d'Ivoire 31/12/2012	USD	1,87
5,12% Colombia 18/01/2041	USD	1,82
12,75% Russia 24/09/2028	USD	1,60
8% Turkey 14/02/2034	USD	1,46
5,8% Iraq 15/01/2028	USD	1,44
8,22% Indonesia 17/02/2037	USD	1,40
6,25% Hungary 28/01/2020	USD	1,39

#### Løbetid



### Afkastkommentar

Februar 2013

Emerging Markets-obligationer i højt valuta faldt yderligere i februar måned, især med et mindre beløb end i januar måned. Den gennemsnitlige afkast var omkring 20 bp med mere pres på visse Emerging Markets-lån i euroområdet. Nogle navn med en lavere beta opgjorde udvalgte på mellem 10 bp og 30 bp med varierende betas.



Modellens forudsigelse om, at alle investorer investerer i alle risikofyldte aktiver og i samme relative forhold harmonerer dårligt med virkeligheden. Hvilke(n) af modellens antagelser ligger mon til grund for denne uoverensstemmelse?

Kan en økonomisk model have værdi, selvom den ikke ligner virkeligheden i alle aspekter?

# Er CAPM en god model?

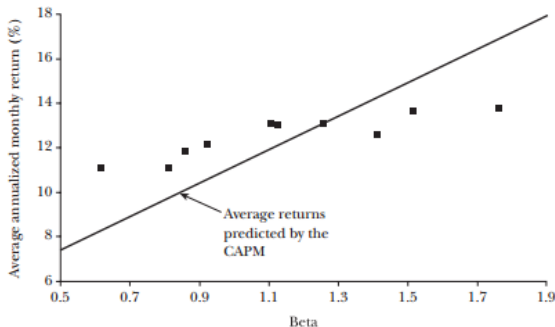
Hovedresultatet i CAPM:

**Jo større kovarians mellem et værdipapir og markedsporteføljen (højere  $\beta$ ), jo højere forventet afkast er der på værdipapiret**

- Empirisk har man fundet
  - en omtrentlig lineær sammenhæng mellem beta og gennemsnitligt afkast
  - *ingen* systematisk sammenhæng mellem usystematisk (dvs. diversificerbar) risiko og gennemsnitligt afkast
- Men empiriske studier giver langt fra entydig opbakning til CAPM

# Empirisk evidens for CAPM: Illustration

Average Annualized Monthly Return versus Beta for Value Weight Portfolios Formed on Prior Beta, 1928–2003



Tydelig positiv sammenhæng mellem beta og gns. afkast, men for "flad".

Fra: Eugene Fama og Kenneth French, The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence, *Journal of Economic Perspectives*, vol. 18(3), 2004.

# Opsummering

- Det risikofri afkast udvider mængden af mulige porteføljer og ændrer mængden af efficiente porteføljer
- Alle efficiente porteføljer består nu af en kombination af det risikofri aktiv og markedsporteføljen: Kapitalmarkedslinjen
- Et værdipapirs bidrag til markedsporteføljens risiko kan udtrykkes ved dets beta
- Ved prissætning af enkelte værdipapirer er beta det relevante risikomål: Værdipapirmarkedslinjen
- Positiv (lineær) sammenhæng mellem forventet afkast og beta: CAPM