Jeppe Vanderhaegen

En økonomi er givet ved forbrugsgoderne, fritid, f, og en forbrugsvare x.

Produktionsfunktionen er givet ved $y = g(l) = 2\alpha l^{\frac{1}{2}}$. Arbejdskraft er givet ved l, og den generiske forbrugsvare er givet ved y. Der er perfekt konkurrence på begge markeder.

a) Opstiller profitmaksimeringsproblemet

$$\max \pi = pg(l) - wl$$
$$\max p2\alpha l^{\frac{1}{2}} - wl$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial l} = \frac{1}{2} \cdot 2\alpha p l^{-\frac{1}{2}} - w = 0$$
$$\Leftrightarrow \alpha p l^{-\frac{1}{2}} = w$$
$$\Leftrightarrow \frac{w}{\alpha p} = l^{-\frac{1}{2}}$$
$$\Leftrightarrow \left(\frac{\alpha p}{w}\right)^2 = l$$

Indsætter dette i y

$$y^\star = 2\alpha \cdot \frac{\alpha p}{w} = 2 \cdot \frac{p\alpha^2}{w}$$

Indsætter i profitfunktion.

$$\pi = 2\alpha\left(\frac{\alpha p}{w}\right)p - w\left(\frac{\alpha p}{w}\right)^2$$
$$\pi = 2 \cdot \frac{\alpha^2 p^2}{w} - \frac{\alpha^2 p^2}{w}$$
$$\pi = \frac{\alpha^2 p^2}{w}$$

Profitten i virksomheden er derfor givet ved $\frac{\alpha^2 p^2}{w}$

b)

Det vides, at nytte funktionen er givet ved $u(L - l, x) = u(f, x) = f \cdot x$

Dette er en omskrevet Cobb-Douglas funkton. Derfor vides, det at standardresultaterne er givet ved $f^\star = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{w} \wedge x^\star = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{p}$. Det vides, at $m = pe \cdot wl \cdot \pi$, og π kendes. Dette indsættes.

$$f^\star = \frac{1}{2} \cdot \frac{wL + pe + \frac{\alpha^2 p^2}{w}}{w} \wedge x^\star = \frac{1}{2} \cdot \frac{wL + pe + \frac{\alpha^2 p^2}{w}}{p}$$
$$f^\star = \frac{1}{2} \cdot \left(L + \frac{pe}{w} + \left(\frac{\alpha p}{w}\right)^2\right) \wedge x^\star = \frac{1}{2}\left(\frac{wL}{p} + e + \frac{p\alpha^2}{w}\right)$$

c) Det gives, at $L = 27, e = 0$ og sætter p som numeraire

Clearer markedet ved at sætte $x^\star = y^\star$

$$2\frac{p\alpha^2}{w} = \frac{1}{2}\left(\frac{wL}{p} + e + \frac{p\alpha^2}{w}\right)$$
$$2\frac{a^2}{w} = \frac{1}{2}\left(wL + \frac{a^2}{w}\right)$$
$$3\frac{a^2}{w} = \mathrm{wL}$$
$$\frac{3\mathrm{a}^2}{L} = \mathrm{w}^2$$

$$\sqrt{\frac{3\mathrm{a}^2}{L}} = w$$
$$\sqrt{\frac{3}{27}\mathrm{a}^2} = \mathrm{w}$$
$$\sqrt{\frac{1}{9}\mathrm{a}^2} = \mathrm{w}$$
$$\frac{1}{3}\mathrm{a} = \mathrm{w}$$

Altså bliver $w^\star = \frac{1}{3}\mathrm{a}p$

Når ligevægtslønnen er udledt, kan man udlede:

$$l^\star = \left(\frac{\alpha p}{w}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\frac{\alpha}{\frac{1}{3}\alpha}\right)^2 = \frac{1}{\frac{1^2}{3^2}} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$$
$$y^\star = 2 \cdot \frac{p\alpha^2}{w} \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{p\alpha^2}{w} = 2\left(\frac{p\alpha^2}{\frac{1}{3}\alpha}\right) = 2\frac{\alpha}{\frac{1}{3}} = 2 \cdot 3\alpha = 6\alpha$$
$$f^\star = L - l = 27 - 9 = 18$$
$$x^\star = y^\star = 6$$

d)

Ved at pointere ligevægtslønnen $w = \frac{a}{3}p$.

Des større a er, des større er ligevægtlønnen. Resultatet giver dog mening, i det vi ved at virksomhederne maksimerer deres profit, og derfor vil alle produktionsfaktorer aflønnes med dens marginalprodukt. a indgår i produktionsfunktionen som en positiv variabel, og des større denne er, des større vil produktionen værre for en hver given mængde af arbejdskraft. a kan tolkes som niveauet produktiviteten er på.