

Incitamenter II

Erhvervsøkonomi

Asger Lau Andersen

Økonomisk Institut, Københavns Universitet

Sidste gang:

- Principal-agent problem i virksomheden pga.
 - Interessekonflikt mellem principal og agent
 - Asymmetrisk information

→ Præstationsbaseret aflønning kan bruges til at ændre agentens adfærd

Nu:

- Problemer med præstationsbaseret aflønning pga:
 - usikkerhed
 - kompleks jobbeskrivelse

→ Valg mellem forskellige præstationsbaserede kontrakter

- Alternativer til præstationsbaseret aflønning

Incitamentsbaseret aflønning under usikkerhed

Indtil nu: Simpel version af principal-agent-modellen, hvor det målbare resultat (agentens salg) afhænger mekanisk af arbejdsindsatsen *og kun den*.

Implikation: Agenten har perfekt kontrol over resultatet → ingen usikkerhed

Men ofte afhænger det målbare resultat også af andre ting, *herunder tilfældige faktorer, som agenten ikke selv kan kontrollere*:

- Direktøren kan tilsidesætte egne ønsker om prestige mv., men virksomhedens succes afhænger også af situationen på markedet.
- Politikere kan forsøge at føre god øk. politik, men udviklingen i dansk økonomi afhænger også af udviklingen i udlandet.
- Sælgeren kan påvirke salget ved at arbejde hårdt, men salget afhænger også af, hvor mange potentielle kunder, der kommer forbi.

Implikation: Agenten har *ikke* perfekt kontrol over resultatet → usikkerhed

Incitamentsbaseret aflønning under usikkerhed

Konklusion fra simpel model uden usikkerhed: Den optimale kontrakt giver sælgeren 100% af indtægerne fra salget:

- sælgeren bærer alle omkostningerne ved ekstra salgsindsats og får alle gevinsterne af ekstra indsats
- vælger derfor salgsindsats, som maksimerer den skabte værdi (hurra!)

Holder dette resultat under usikkerhed - altså hvis salg ikke følger mekanisk af salgsindsats?

- Nej: Usikkerhed om salg \rightarrow risiko for sælgeren \rightarrow risikopræmie i lønkontrakten \rightarrow højere lønomkostninger for virksomheden
- Optimal kontrakt indebærer afvejning mellem incitamenter og *risikodeling*

Vi gennemgår dette argument mere formelt - men først en byggeklods: den sikre ækvivalent ("*certainty equivalent*")

Den sikre ækvivalent: Definition

Hvordan sammenligner vi to "lotterier" med hinanden? Fx

- ① Gevinst på 9 med ssh $1/2$ og 11 med ssh $1/2$
 - ② Gevinst på 6 med ssh $1/3$, 9 med ssh $1/3$ og 18 med ssh $1/3$
- Lotteri #1 har forventet gevinst på 10.
 - Lotteri 2 har forventet gevinst på 11, men *højere risiko*
 - Hvordan finder vi ud af, hvilket et af dem, en given person foretrækker?

Løsning: Oversæt hvert "lotteri" til en **sikker ækvivalent**: Det beløb, som gør, at personen er indifferent mellem at modtage beløbet med sikkerhed og at deltage i lotteriet.

Den sikre ækvivalent: Et eksempel

- Jeg er indifferent mellem lotteri #1 og sikker betaling på 9.50
 \implies sikker ækvivalent af lotteri #1 er 9.50
- Jeg er indifferent mellem lotteri #2 og sikker betaling på 9.25
 \implies sikker ækvivalent af lotteri #2 er 9.25

Forskel mellem forventet værdi og den sikre ækvivalent er **risikopræmien**: Omkostningen ved usikker gevinst i forhold til at modtage forventet værdi med sikkerhed.

I eksemplet:

- Lotteri #1: Risikopræmie $= 10 - 9.50 = 0.50$
- Lotteri #2: Risikopræmie $= 11 - 9.25 = 1.75$

Den sikre ækvivalent - egenskaber

Der gælder følgende om den sikre ækvivalent (for risikoaverse personer):

- 1 Afhænger negativt af graden af risikoaversion:
 - Forskellige individer kan have forskellige sikre ækvivalenter for det samme lotteri.
 - For en *risikoneutral* person er den sikre ækvivalent lig den forventede værdi (\implies risikopræmie = 0)
- 2 Afhænger negativt af variabiliteten i lotteriet: Jo større risiko, jo lavere sikker ækvivalent (og jo større risikopræmie)
- 3 Kan tolkes som et sammenligneligt mål for *værdien af lotterier* for en given person: Hvis personen skal vælge mellem forskellige lotterier, vil vedkommede derfor foretrække lotteriet med den højeste sikre ækvivalent.

Antag, at person A udfører et arbejde for person P: Arbejdet resulterer i en omsætning på 100.000 kr. med ssh. 0,5, og 200.000 kr. med ssh. 0,5.

A og P har indgået følgende lønkontrakt:

- Hvis omsætningen bliver lav, betaler P 50.000 kr. til A \implies overskud på 50.000 kr. til P
- Hvis omsætningen bliver høj, betaler P 150.000 kr. til A \implies overskud på 50.000 kr. til P
- Resultat: A bærer den fulde risiko, ingen risiko for P

Spørgsmål: Er dette en optimal kontrakt?

Efficient risikodeling

Antag, at P er risikoneutral, mens A er risikoavers:

- Værdi af kontrakt for P: 50.000:
- A er risikoavers \implies Sikker ækvivalent (= værdien af kontrakt) $<$ forventet løn = 100.000.
- Antag fx, at sikker ækvivalent for A = 80.000

Men så kan begge parter stilles bedre: Antag fx, at P i stedet tilbyder A en fast løn på 90.000 kr:

- Værdi for A: $90.000 > 80.000$
- Værdi for P (risikoneutral):
$$0,5 * (200.000 - 90.000) + 0,5 * (100.000 - 90.000) = 60.000 > 50.000$$

Generelt princip: Hvis en risikoneutral aktør indgår i en risikofyldt transaktion med en risikoavers aktør, så indebærer den effiente løsning, at den risikoneutral aktør bærer den fulde risiko.

Udvidelse af modellen: Kontrakt med usikkerhed

Betragt igen model med en virksomhed, som ansætter en sælger:

- Personlig omkostning ved indsats: $0,5(e - 40)^2$ for $e > 40$
- Alternativt risikofrit job med løn \$1000 og $e \leq 40$

Salget er nu delvist bestemt af tilfældige stød $\tilde{\varepsilon}$:

$$\text{Salg} = B \cdot e + \tilde{\varepsilon}$$

hvor $\tilde{\varepsilon}$ er en stokastisk variabel med $E[\tilde{\varepsilon}] = 0$ og $\text{Var}[\tilde{\varepsilon}] = \sigma^2$

Fortolkning: For given indsats er salget i nogle perioder højt (solskin, højkonjunktur etc) og i andre perioder lavt (regnvejr, lavkonjunktur, biluheld etc)

Virksomheden skal nu vælge, hvilken lønpakke den vil tilbyde:

- Skal lønnen afhænge af salget, og i så fald hvordan?
- Skal der være en fast basisløn, der ikke afhænger af salget, og hvor stor skal den da være?

Præferencer og risikoaversion

Antag, at virksomheden er *risikoneutral*: Ønsker at maksimere den *forventede værdi* af salg minus lønomkostninger

Sælgeren antages derimod at være risikoavers: Værdien af lønpakken er da givet ved den sikre ækvivalent, som antages at kunne skrives som

$$E[w] - 0,5\rho\text{Var}[w]$$

altså forventet løn minus en *risikopræmie*, hvis størrelse afhænger af variansen af lønnen.

Checkspørgsmål

Parameteren ρ kaldes *koefficienten for absolut risikoaversion*.

Antag, at sælgeren står over for en lønpakke, som vil resultere i løn på 9 med ssh. 0,5 og løn på 11 med ssh. 0,5.

- Hvad er sælgerens sikre ækvivalent, hvis $\rho = 1$?
- Hvad er sælgerens sikre ækvivalent, hvis $\rho = 0,1$?
- Hvad betyder det, hvis sælgeren har en højere værdi af ρ ?

Indtast svar i Socrative (ERHVERVSOKONOMI2021)

Modellen har nu følgende fire trin:

- 1 Virksomheden vælger en kontrakt
- 2 Sælgeren vælger, om han tager jobbet
- 3 Sælgeren vælger sin indsats e (givet at han har taget jobbet)
- 4 Usikkerheden $\tilde{\varepsilon}$ realiseres, salget finder sted, og lønnen udbetales

Løsning af modellen: Overblik

Ofte anvendt løsningsmetode: Baglæns induktion

- Start i trin 4: Hvor høj bliver lønnen, givet virksomhedens og sælgerens valg i trin 1, 2 og 3, og givet realiseringen af $\tilde{\varepsilon}$?
- Gå til trin 3: Hvad er sælgerens optimale valg af arbejdsindsats, givet valgene i trin 1 og 2, og givet resultatet i trin 4?
- Gå til trin 2: Skal sælgeren tage jobbet eller ej, givet virksomhedens valg af kontrakttilbud i trin 1, og givet resultaterne i trin 3 og 4?
- Slut med trin 1: Hvilken kontrakt skal virksomheden tilbyde, givet resultaterne i trin 2, 3 og 4?

Trin 4 Usikkerheden udløses, lønnen udbetales

Hvad bliver lønnen, *givet* at

- virksomheden har tilbudt en kontrakt med fast løn F og provisionssats α
- sælgeren har accepteret dette tilbud
- sælgeren har valgt en bestemt arbejdsindsats e

Salget bliver:

$$\text{salg} = Be + \tilde{\varepsilon}$$

og lønnen bliver dermed

$$w = F + \alpha \text{Salg} = F + \alpha(Be + \tilde{\varepsilon})$$

Trin 3 Optimal indsats

Hvilken indsats e skal sælgeren vælge, *givet* at han tager jobbet i virksomheden, og at lønnen bliver som angivet på forrige slide?

- Sælgeren vælger det e , der maksimerer værdien af lønpakken - hvad er værdien af lønpakken?
- Lønnen bliver altså: $w = F + \alpha(Be + \tilde{\varepsilon})$
- Brug regneregler for stokastiske variable:

$$E[\text{løn}] = F + \alpha Be$$

$$\text{Var}[\text{løn}] = \alpha^2 \sigma^2$$

- Værdi af lønpakke målt ved den sikre ækvivalent:

$$F + \alpha Be - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2 - 0,5(e - 40)^2$$

altså $E[\text{fast løn} + \text{provision}] - \text{risikopræmie} - \text{pers. omkostninger}$

Trin 3 Optimal indsats

Sælgeren vælger det e , som maksimerer lønpakkens værdi:

$$F + \alpha B e - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2 - 0,5(e - 40)^2$$

- Førsteordensbetingelse:

$$\alpha B - (e - 40) = 0$$

- Optimal indsats:

$$e^* = \alpha B + 40$$

- Som før: Sælgerens valg af indsats afhænger kun af provisionssatsen. Hvis $B = 100$ (som sidst):
 - $\alpha = 0\% \rightarrow e^* = 40$
 - $\alpha = 10\% \rightarrow e^* = 50$
 - $\alpha = 100\% \rightarrow e^* = 140$
- Altså helt de samme resultater som sidst!
- Intuition: Optimal arbejdsindsats bestemmes af marginal gevinst = marginal omkostning ved øget indsats. Introduktionen af usikkerhed i salget påvirker hverken marginal gevinst eller marginal omkostning.

Trin 2 Valg af job

- Vil sælgeren tage jobbet, givet størrelserne af F og α ?
- Indsæt udtrykket for det optimale valg af indsats ($e^* = \alpha B + 40$) i udtrykket for værdien af salgskontrakten

$$F + 0,5\alpha^2 B^2 + 40\alpha B - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2$$

- Dette er den højeste værdi, sælgeren kan opnå, givet at kontrakten specificerer en fast løn F og provisionssats α
- Sælgeren tager jobbet, hvis denne værdi er større end 1000, som er værdien af bedste alternative job
- Sælgeren tager altså jobbet hvis:

$$F \geq 1000 - 0,5B^2\alpha^2 - 40\alpha B + 0,5\rho\alpha^2\sigma^2$$

Trin 1: Optimal kontrakt

Hvad er den optimale kontrakt set fra virksomhedens synspunkt?

- Virksomheden vælger α og F , således at det *forventede* salg minus lønudgifter maksimeres

- Maksimer

$$Be - F - \alpha Be$$

under bibetingelserne

$$F = 1000 - 0,5\alpha^2 B^2 - 40\alpha B + 0,5\rho\alpha^2\sigma^2$$

$$e = \alpha B + 40$$

- Indsæt F og e og reducer - vi ønsker at vælge det α , som maksimerer:

$$40B - 1000 + \alpha B^2 - 0,5\alpha^2 B^2 - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2$$

Trin 1: Optimal kontrakt

- Maksimer $40B - 1000 + \alpha B^2 - 0,5\alpha^2 B^2 - 0,5\rho\alpha^2\sigma^2$
- Førsteordensbetingelse

$$B^2 = B^2\alpha + \rho\sigma^2\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{B^2}{B^2 + \rho\sigma^2}$$

- Den optimale størrelse af F kan derefter findes ved at indsætte i bibetingelsen.
- Eksempel: Antag $B = 100$, $\rho = 3$ og $\sigma^2 = 10.000$. Så får vi (check selv!):
 - $\alpha = 0,25$
 - $F = 625$
 - Arbejdsindsats $e = 65$
 - $E[\text{Salg}] = 6500$, $E[w] = 2250$, $E[\text{overskud}] = 4250$
 - $\text{Var}[w]=625$ og træthedsomk=312,5 \rightarrow Værdi af løn=2250-312,5-937,5=1000

Opsummering: Modellens hovedresultater

Den optimale provisionssats set fra virksomhedens synspunkt er

$$\alpha = \frac{B^2}{B^2 + \rho\sigma^2}$$

mens den optimale faste løn bliver

$$F = 1000 - 0,5\alpha^2 B^2 - 40\alpha B + 0,5\rho\alpha^2\sigma^2$$

Den faste løn sættes akkurat så højt, at sælgeren får samme nytte som i det alternative job. Det indebærer, at sælgerens samlede forventede løn lige præcis er høj nok til at kompensere sælgeren for

- personlige omkostninger ved arbejdsindsats
- usikkerhed forbundet med samlet realiseret løn (risikopræmie)

Optimal provisionssats: Intuition

Den optimale provisionssats afhænger

- *Positivt* af den marginale salgseffekt af øget indsats, B
Jo mere salget afhænger af sælgerens indsats, jo vigtigere er det at give sælgeren incitament til at yde en indsats \rightarrow sæt højere provisionssats, så lønnen afhænger mere af salget
- *Negativt* af usikkerheden i salget, σ^2
Hvis salget varierer meget pga. tilfældige faktorer, vil usikkerheden om den samlede løn få sælgeren til at kræve en stor risikopræmie via en højere fast løn \rightarrow sæt lavere provisionssats, så lønnen afhænger mindre af salget, og usikkerheden om den samlede løn bliver mindre
- *Negativt* af sælgerens absolutte risikoaversion, ρ
Jo mere risikoavers sælgeren er, jo højere fast løn vil han kræve som kompensation for usikkerheden om den samlede løn \rightarrow sæt lavere provisionssats, så usikkerheden om lønnen bliver mindre

Spørgsmål til jer: Optimal provisionssats

Hvad bliver den optimale provisionssats, når

- 1 Salget *slet ikke* afhænger af sælgerens indsats
- 2 Salget *kun* afhænger af sælgerens indsats
- 3 Sælgeren er risikoneutral

Hvem bærer risikoen fra det usikre salg i hver af disse tre tilfælde?

Central pointe: Introduktion af usikkerhed + risikoaversion medfører trade-off mellem *risikopræmie* og *incitamenter*. Højere provisionssats giver

- 1 større incitament til arbejdsindsats \mapsto større salg
- 2 øget risiko til sælgeren \longrightarrow større risikopræmie \mapsto højere fast løn

Den optimale kontrakt har højere provisionssats når

- sælgeren er mindre risikoavers (mindre ρ)
- der er mindre usikkerhed (mindre σ^2)
- sælgerens indsats har større effekt på salget (større B)
- sælgeren har mindre omkostninger ved indsats

Andre problemer med præstationsbaseret aflønning?

"Like most people I thought pay for performance was the medicine for incentive problems. But after 30 years of studying it, I'm more or less thinking that pay for performance is the problem".

- Bengt Holmström, tale ved modtagelse af Nobelprisen, december 2016.

Se eller læs talen her:

https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/2016/holmstrom-lecture.html

Læs populærvideenskabelig journalistisk omtale her (kræver abonnement):

<https://www.zetland.dk/historie/semEKRYw-mOZWVNzm-55b48>

- Ofte udfører ansatte flere funktioner, og deres samlede præstation kan ikke reduceres til et enkelt mål
 - universitetsansatte skal fx både undervise og forske
- Ofte er visse dimensioner mere målelige end andre
 - fx svært at måle kvalitet af undervisning
 - relativt nemt at måle kvalitet af forskning (publikationer, citationer etc)
- Hvad sker der, hvis virksomheden "naivt" belønner performance baseret udelukkende på de funktioner, som kan måles?

Multitasking

- På Økonomisk Institut får de ansatte en bonus per publikation, mens der ikke er nogen automatisk bonus for god undervisning
- Antag, at lektor Andersens samlede ugentlige arbejdstid e kan opdeles på:
 - forskningstid e_1
 - forberedelsestid e_2
 - undervisningstid e_3
- Antag, at undervisningstiden er fast: $e_3 = 4$
- Antag, at det kræver 1000 arbejdstimer at skrive en forskningsartikel, der kan publiceres, hvilket udløser en bonus på 20.000 kr.

$$bonus = 20e_1$$

- Antag at lektor Andersens udmattelsesomkostninger er:

$$c(e) = 0.5(e - 20)^2 \text{ for } e > 20$$

Hvordan allokerer lektor Andersen optimalt sin tid, hvis han ønsker at maksimere løn minus udmattelsesomkostninger?

Multitasking

Eksempel på "multitasking-princippet": Når ansatte allokerer deres arbejdstid mellem flere aktiviteter, allokeres

- for meget tid til ønskværdige aktiviteter, som belønnes
- for lidt tid til ønskværdige aktiviteter, som ikke belønnes
- tid til ikke-ønskværdige aktiviteter, som belønnes indirekte

Ex.på ikke-ønskværdig aktivitet, som belønnes indirekte:

- Fast pulje til publikationsbonus, som deles mellem publicerede papirer → adjunkt Andersen bruger tid på at ødelægge andres forskning!

Hvad kan virksomheder gøre for at imødgå disse problemer

- fast løn → instruer ansatte i hvordan de skal allokere arbejdstid
- undgå multitasking (ex. fastlønnede undervisere og provisionslønnede forskere)
- overvågning

Valget mellem forskellige præstationsmål

Bør kontrakten baseres på de ansattes **absolutte** eller **relative præstation**: Sælgerens bonus bestemt af hans eget salg eller af hans salg i forhold til de andre sælgere?

- Relative mål formindsker problem med usikkerhed, hvis de ansattes usikkerhed er positivt korrelerede
- Relative mål forstærker problem med multitasking, fordi ansatte indirekte belønnes for handlinger, der reducerer andre ansattes præstation

Valget mellem forskellige præstationsmål

Bør kontrakten baseres på den enkelte ansattes præstation (**snævert mål**) eller gruppens, afdelingens, virksomhedens præstation (**bredt mål**)

- Snævert mål forstærker problem med multitasking, fordi de ansatte ikke vil allokere tilstrækkelig tid til at hjælpe hinanden
- Bredt mål forstærker problem med usikkerhed, fordi der er mindre klar sammenhæng mellem den enkeltes indsats og aflønning

Alternativer til præstationsbaserede kontrakter

- Subjektive evalueringer
- Mulighed for forfremmelse
- Risiko for firing

Subjektive evalueringer

- I mange tilfælde er det vanskeligt at lave en egentlig præstationsbaseret kontrakt, fordi den ansattes præstation ikke kan måles kvantitativt
 - fx. hvordan måles kvaliteten af lektor Andersens undervisning?
- I nogle tilfælde kan chefen uden de store vanskeligheder danne sig et subjektivt indtryk af præstationens kvalitet
 - forberedelse: kigge på lektor Andersens slides
 - koordination: tale med lektor Andersens holdlærere
 - resultater: tale med censorer, se på eksamenskarakterer og evalueringer fra studerende
- Aflønning baseret på subjektive evalueringer kan afløse egentlige præstationsbaserede kontrakter
- Problemer: indflydelsesaktiviteter, troværdighed

Mulighed for forfremmelse

- Antag at en ud af instituttets ti lektorer vil blive forfremmet til professor \rightarrow lønfremgang fra w til w^*
- Sandsynligheden p for, at lektor Andersen ansættes, er en funktion af hans indsats: $p(e)$
- Lektor Andersen vælger det e , der maksimerer $p(e)(w^* - w) - c(e)$
- Højere $(w^* - w) \rightarrow$ større afkast af indsats \rightarrow større indsats
- Virksomheden kan øge indsatsen ved at øge w^* og reducere w
- Fordele og ulemper:
 - samme som aflønning i forhold til relativ præstation
 - større usikkerhed om livstidsindkomst \rightarrow risikopræmie
 - ikke sikkert, at en god adjunkt bliver en god lektor

Risiko for firing

- Antag at det "koster" den ansatte C at gøre ekstra indsats
 - hvis ekstra indsats \rightarrow ssh for firing $p = 0$
 - hvis ikke ekstra indsats \rightarrow ssh for firing $p > 0$

- Den ansatte vælger at gøre ekstra indsats, hvis

$$p(w - w^{**}) \geq C$$

hvor w^{**} er løn i alternativ beskæftigelse

- Ekstra indsats hvis p (overvågning) eller w (løn) er tilstrækkelig høj
- "*Efficiency wage*" \rightarrow virksomheden betaler mere end markedslønnen for at få ansatte til at arbejde effektivt
 \rightarrow mulig forklaring på, hvorfor arbejdsløshed kan opstå på kompetitivt arbejdsmarked