a)

$u(x_1, x_2) = x_1 x_2$ og initial behaldning $(\omega_1, \omega_2) = (4, 6)$

$m = 4 \cdot 10 + 6 \cdot 10 = 100$

$m\uparrow = 4 \cdot 12 + 6 \cdot 10 = 108$

$B(p_1, p_2, \omega_1, \omega_2) = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+ \mid p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 \omega_1 + p_2 \omega_2 = \bar{m}\}$

$v_i(p, m)$ $\max_{u.b.b} u(x_1, x_2)$

$L = x_1 x_2 - p \cdot \omega = \bar{m}$

$L = x_1 x_2 - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - \bar{m})$

$L_1' = x_2 - \lambda p_1 \quad L_2 = x_1 - \lambda p_2$

$\frac{L_1'}{L_2} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{\lambda p}{\lambda p} \rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} x_1 = x_2$

Indsætter i bibetingelsen

$p_1 x_1 + p_2 \left(\frac{p_1}{p_2} x_1\right) = \bar{m}$

$p_1 x_1 + p_1 x_1 = m \rightarrow x_1(2p_1) = m \rightarrow x_1 = \frac{m}{2p_1}$

$\frac{p_1}{p_2}\left(\frac{m}{2p_1}\right) = x_2 \rightarrow \frac{m}{2p_2} = x_1$ Varelier indsættes

$x_1 = \frac{100}{2 \cdot 10} = 5 \quad \therefore x_2 = \frac{100}{2 \cdot 10} = 5$ Ved ny pris for $p_1 = 12$

$x_1 = \frac{108}{2 \cdot 12} = 4{,}5 \qquad x_2 = \frac{108}{2 \cdot 10} = 5{,}4$

Den samlede effekt af prisstigningen er derfor $(x_1, x_2) = (-0{,}5, 0{,}4)$

b)

For at finde sub og indkomsteffekt udledes Hicks

$L = p_1 x_1 + p_2 x_2 - \lambda(x_1 x_2 - u)$

b) Lørtsat

$L = p_1 x_1 + p_2 x_2 - \lambda(x_1 x_2 - U)$

$L_1' = p_1 = \lambda x_2 \quad (\; L_2' = p_2 = \lambda x_1$

$\frac{L_1'}{L_2'} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{x_2}{x_1} \rightarrow x_2 = \frac{p_1}{p_2} x_1$

Indsættes i bibetingelsen

$x_1\left(\frac{p_1}{p_2} x_1\right) = U \rightarrow \frac{p_2}{p_1} U = x_1^2 \rightarrow \left(\frac{p_2}{p_1} U\right)^{\frac{1}{2}} = x_1$

$x_2 = \frac{p_1}{p_2}\left(\frac{p_2}{p_1} U\right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \left(\frac{p_1}{p_2} U\right)^{\frac{1}{2}}$

Initialnytten kendes. Denne er $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = 25$

Dette indsættes

$x_1 = \left(\frac{p_2}{p_1} U\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{10}{12 \cdot 25}\right)^{\frac{1}{2}} = (0,83 \cdot 25)^{\frac{1}{2}} = 4,6$

$x_2 = \left(\frac{p_1}{p_2 U}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{12}{10 \cdot 25}\right)^{\frac{1}{2}} = (1,2 \cdot 25)^{\frac{1}{2}} = 5,5$

Hervved fåes $(4,6; 5,5)$

Substitutionseffekten er derfor givet ved

$(4,6; 5,5) - (5,5) = (-0,4; 0,5)$

Indkomsteffekten er givet ved

$(4,5; 5,4) - (4,6; 5,5) = (-0,1; -0,1)$

Beregner forbrugerens forbrug under ændrede priser

$x_1 = \frac{1}{2}\frac{100}{12} = 4,2$

$x_2 = \frac{1}{2}\frac{100}{10} = 5$

Hervved kan indkomst- og substitutionseffekt findes

Den indkomsteffekt $= (4,2; 5) - (4,6; 5,5) = (-0,4; -0,5)$

Substitutionseffekt $= (4,5; 5,4) - (4,2; 5) = (0,3; 0,4)$

c)