Jeppe Vanderhaegen Makro 1

$$Y_t = BK_t^{\alpha}L_t^{1-\alpha},\ 0<\alpha<1$$

$$S_t = sY_t, 0<s<1$$

$$K_{t+1} - K_t = S_t - \delta K_t, 0<\delta<1$$

$$L_{t+1} = (1+n)L_t$$

1.

Først udledes $k^{\cdot}$ og $y^{\cdot}$

$$K_{t+1} = S_t + (1-\delta)K_t$$

S_t indsættes

$$K_{t+1} = sY_t + (1-\delta)K_t$$

Herefter følger

$$\frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} = \frac{sY_t + (1-\delta)K_t}{(1+n)L_t}$$

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n}(sy_t + (1-\delta)k_t)$$

Det vides at $y_t = \mathrm{B}k_t$. Derfor:

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n}(s\mathrm{B}k_t^{\alpha} + (1-\delta)k_t)$$

Derfor kan $y^{stjerne}$ og $k^{stjerne}$ udledes til hhv. ved at fjerne perioderne.

$$y^{stjerne} = \mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$k^{stjerne} = \left(\frac{s\mathrm{B}}{(n+\delta)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Nu kan værdierne indsættes.

$$k^{stjerne} = \left(\frac{0{,}131 \cdot 1}{(0{,}025+0{,}05)}\right)^{\frac{1}{(1-0{,}333)}} \approx 2{,}307456 = 2{,}31$$

$$y^{stjerne} = 1^{\frac{1}{1-0{,}33}}\left(\frac{0{,}131}{0{,}025+0{,}05}\right)^{\frac{0{,}33}{1-0{,}33}} \approx 1{,}316126 = 1{,}32$$

Ovenstående er baseline

2.

Scenarie 1) s(opsparingskvoten) stiger til $s' = 0{,}222$

$$k^{stjerne} = \left(\frac{0{,}222 \cdot 1}{(0{,}025+0{,}05)}\right)^{\frac{1}{(1-0{,}333)}} \approx 5{,}088436$$

$$y^{stjerne} = 1^{\frac{1}{1-0{,}33}}\left(\frac{0{,}222}{0{,}025+0{,}05}\right)^{\frac{0{,}33}{1-0{,}33}} \approx 1{,}706588$$

Scenarie 2) n(befolkningsvæksten) falder til $n' = 0{,}008$

$$k^{stjerne} = \left(\frac{0{,}131 \cdot 1}{(0{,}008+0{,}05)}\right)^{\frac{1}{(1-0{,}333)}} \approx 3{,}392343$$

$$y^{stjerne} = 1^{\frac{1}{1-0{,}33}}\left(\frac{0{,}131}{0{,}008+0{,}05}\right)^{\frac{0{,}33}{1-0{,}33}} \approx 1{,}493761$$

Scenarie 3) Befolkningsvæksten falder og opsparingskvoten stiger.

$$k^{stjerne} = \left(\frac{0{,}222 \cdot 1}{(0{,}008 + 0{,}05)}\right)^{\frac{1}{(1-0{,}333)}} \approx 7{,}480842$$

$$y^{stjerne} = 1^{\frac{1}{1-0{,}33}} \left(\frac{0{,}222}{0{,}008 + 0{,}05}\right)^{\frac{0{,}33}{1-0{,}33}} \approx 1{,}936923$$

3.

Pct. ændring for scenarie 1

$$\left(\frac{1{,}71}{1{,}32} - 1\right) \cdot 100 \approx 29{,}54545$$

Pct. ændring for scenarie 2

$$\left(\frac{1{,}49}{1{,}32} - 1\right) \cdot 100 \approx 12{,}87879$$

Summeret

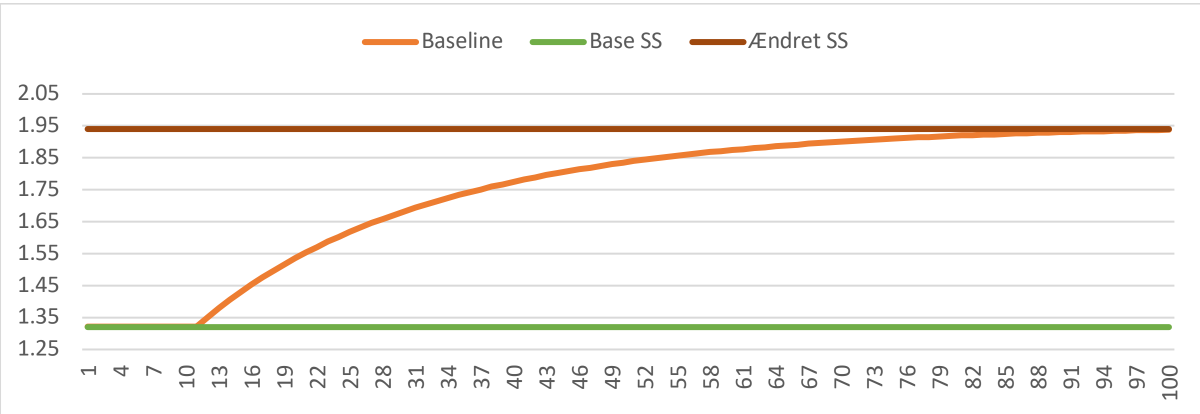
$$29{,}55 + 12{,}88 = 42{,}43$$

Pct. ændring i scenarie 3

$$\left(\frac{1{,}94}{1{,}32} - 1\right) \cdot 100 \approx 46{,}9697$$

4.

I 1) og 2) kigges der på enkeltvise ændringer, og hvordan de isoleret set påvirker *y* i steady state. I 3) ændrer man flere parameter, hvilket skaber en større effekt samlet kontra isolerede ændringer.



Ud fra de fundne SS værdier i spm. 1 og 2 opstilles en simulering af modellen. I de første 10 år af modellen befinder den sig i SS ved 1,32. Herefter ændres værdierne, hvilket får økonomien til at konvergere mod en ny SS på ca. 1,94. Ud fra aflæsning af grafen tager dette cirka 25 år i alt eller 15 efter ændring af parametrene.

5.

Steady State ved baseline

$$y^{stjerne} = 1^{\frac{1}{1-0{,}5}} \left(\frac{0{,}131}{0{,}025 + 0{,}05}\right)^{\frac{0{,}5}{1-0{,}5}} \approx 1{,}746667$$

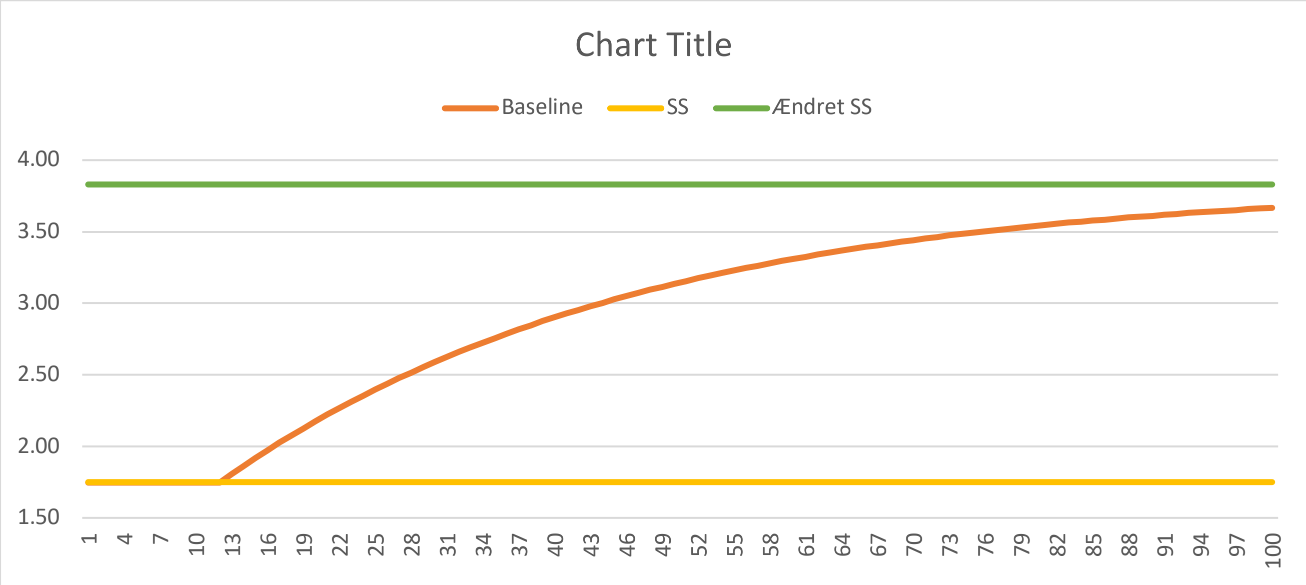
$$k^{Stjerne} = \left(\frac{0{,}131 \cdot 1}{0{,}025 + 0{,}05}\right)^{\frac{1}{1-0{,}5}} \approx 3{,}050844$$

Steady State ved ændrede værdier

$$y^{stjerne} = 1^{\frac{1}{1-0,5}}\left(\frac{0,222}{0,008+0,05}\right)^{\frac{0,5}{1-0,5}} \approx 3,827586$$

$$k^{Stjerne} = \left(\frac{0,222 \cdot 1}{(0,008+0,05)}\right)^{\frac{1}{(1-0.5)}} \approx 14,65042$$

Ud fra de nye SS værdier opstilles en simulering lig den foregående.



I denne simulering starter økonomien i SS på 1,75, og efter ændret parametre i det tiende år konvergerer økonomien mod SS på 3,83. Det tager cirka 35 år for økonomien at konvergere i alt, eller 25 år efter ændringen i værdier.

Ved at udlede elasticiteten for hhv. s og n kan der gives en forklaring på den større procentvise ændring i 2) simulering.

For s

$$\frac{dy}{ds} = \left(\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right)'$$

$$\frac{dy}{ds} = \mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}}(n+\delta)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}-1}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)`$$

Dette indsættes i elasticitetsformlen $\epsilon = \frac{f'(x)x}{f(x)}$

$$\epsilon(s) = \frac{\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}}(n+\delta)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}-1}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\cdot s}{\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}$$

$$\epsilon(s) = \frac{\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}}(n+\delta)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)}{\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}}(n+\delta)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

For *n*

$$\frac{dy}{dn} = \left(\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right)'$$

$$\frac{dy}{dn} = \left(\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}} s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (n+\delta)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right)'$$

$$\frac{dy}{dn} = \mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}} s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot -\frac{\alpha}{1-\alpha}(n+\delta)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}-1}$$

Dette indsættes i elasticitetsformlen $\epsilon = \frac{f'(x)x}{f(x)}$

$$\epsilon(n) = \frac{\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}} s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot -\frac{\alpha}{1-\alpha}(n+\delta)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}-1} \cdot n}{\left(\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right)}$$

$$\epsilon(n) = \frac{\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}} s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \cdot -\frac{\alpha}{1-\alpha}(n+\delta)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}-1} \cdot n}{\mathrm{B}^{\frac{1}{1-\alpha}}(n+\delta)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}} s^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}$$

$$\epsilon(n) = \frac{-\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot n}{n+\delta} = -\frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot n \cdot (n+\delta)^{-1}$$

Ved indsættelse af $\alpha = \frac{1}{2}$ samt $\alpha = \frac{1}{3}$ fås følgende:

For *s*

$$\epsilon\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1$$

$$\epsilon\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$$

For *n*

$$\epsilon\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} \cdot \delta^{-1} = n(n+\delta)^{-1}$$

$$\epsilon\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} \delta^{-1} = \frac{1}{2} n(n+\delta)^{-1}$$

Det ses, at jo større α er, jo større er den marginale ændring i y. Intuitionen bag er, at α beskriver, andelen af produktionen der går til hhv. arbejdskraft og kapital. Kapitalmængden er alt andet lige større ved $\alpha = \frac{1}{2}$, hvilket resulterer i kapitalakk. Vokser markant mere end før. Dette udmunder i større velfærd Jf. Solow.