

Renter og obligationskurser

Jesper Linaa

Oktober 2018

Abstract

Noten forklarer, hvorfor der er en negativ sammenhæng mellem kursen og den effektive rente på en obligation. Sammenhængen bruges ofte i kurset Økonomiske Principper B. Herudover klargøres en række begreber, der kan være nyttige, når man skal forstå, hvordan en obligation fungerer. Ønsker man kun nødvendig baggrundsviden til kurset, kan man stoppe ved ligning (1).

Først og fremmest skal man vide, at man som opsparer kan vælge at placere sine penge i en obligation og derved opnå en forretning. Når man køber en obligation, yder man et lån til udstederen af obligationen, og man opnår en rente på dette lån. Tilsvarende accepterer udstederen at betale en rente for at låne pengene. I det følgende vil der blive sondret mellem *den effektive rente* og *den pålydende rente*. Når man i det daglige blot taler om “obligationsrenten”, er det typisk den effektive rente, der hentydes til.

1 Obligationer kort fortalt

En obligation er en måde at yde lån på. Obligationsudstederen låner penge af obligationskøberen.

Enhver obligation har en udløbsdato – tidspunktet hvor lånet skal tilbagebetales på. På udløbsdatoen skal udstederen tilbagebetale obligationen til kurs 100 (som ofte kaldes *pari*) – at kursen er 100 betyder, at 100 pct. af obligationens *pålydende værdi* skal tilbagebetales. Den pålydende værdi kaldes også for *hovedstolen*. Har obligationen en pålydende værdi på 1.000 kr., skal der altså tilbagebetales 1.000 kr. (=100 pct. af 1.000 kr.).

Den rente, der afspejler den samlede rente på lånet, og som både långiver og låntager i sidste ende er interesseret i, kaldes den *effektive rente*. Den effektive rente opstår som resultatet af 1) den pålydende rente og 2) *kursforskellen* på købs- og salgstidspunktet for obligationen. Beregningsgangen fremgår nedenfor.

2 Beregning af den effektive rente

Vi ser på to typer af situationer. I den ene situation er den pålydende rente lig nul, mens den er positiv i den anden situation.

2.1 Pålydende rente lig nul, $i = 0$

På udløbstidspunktet skal obligationen som nævnt altid betales tilbage til kurs 100, $K = 100$. Men kursen vil typisk være lavere før dette tidspunkt. Hvis køberen af obligationen eksempelvis har købt obligationen med en pålydende værdi på 1.000 kr. til kurs 98, dvs. $K = 98$, ét år før udløb, og derfor har betalt 980 kr. herfor, vil køberen opnå en fortjeneste på 20 kr. Den effektive forrentning er således $r = 20/980 = 2,04$ pct. Dette er den effektive rente.

Nu står det klart, hvorfor der er en negativ sammenhæng mellem kurs og effektiv rente, dvs. mellem K og r ; jo billigere man kan købe obligationen, desto større bliver forrentningen, dvs. den effektive rente, når man kan sælge til $K = 100$. Er K fx. lig 97, er fortjenesten på 30 kr. og sat i forhold til de 970 kr., obligationen i dette tilfælde ville have kostet, er der tale om en forrentning på $r = 30/970 = 3,09$ pct.

Der kan også være tale om en obligation med en længere løbetid, fx. 10 år. Hvis kursen herpå fx. er 90, dvs. $K = 90$, er der tale om en forrentning på 100/900 kr. over en 10-årig horisont. Det svarer til en årlig effektiv rente på 1,06 pct.¹ En obligation, der bliver købt på tidspunkt t og solgt N år senere på tidspunkt $t + N$ vil dermed have en effektiv rente på

$$r = \left[\left(\frac{K_{t+N}}{K_t} \right)^{1/N} - 1 \right], \quad (1)$$

hvor K_t er kursen på tidspunkt t . Kursen på tidspunkt K_{t+N} vil være 100 i det tilfælde, at obligationen udløber på dette tidspunkt. Heraf ses det også, at jo højere den aktuelle kurs, K_t , er, desto lavere er den effektive rente.

2.2 Pålydende rente større end nul, $i > 0$

Herudover vil en obligation imidlertid ofte have en pålydende rente.

En pålydende rente er den procentdel af hovedstolen, der årligt kommer til udbetaling. Er hovedstolen eksempelvis igen på 1.000 kr., og den pålydende rente på 2 pct., vil der blive udbetalt 20 kr. til obligationsholderen hvert år. Dette afkast kommer *oveni* det afkast, der kommer fra en evt. kursgevinst. Under antagelse af, at de 20 kr., der kommer til udbetaling også kan forrentes til den pålydende rente, kan den effektive rente nu opgøres som summen af den pålydende rente og kursgevinsten.

¹ Forrentningen er på $100/900 \cdot 100 = 11,11$ pct. over 10 år. Det svarer til en faktor på 1,11, som annuiteret giver en faktor på $1,11^{1/10} = 1,01059$. Denne faktor svarer til en rente på $(1,01059 - 1) = 1,06$ pct.

Dermed har vi en helt generel formel for den effektive rente

$$r = i + \left[\left(\frac{K_{t+N}}{K_t} \right)^{1/N} - 1 \right], \quad (2)$$

hvor i er den pålydende rente i pct. Igen ses det, at der er en negativ sammenhæng mellem obligationskurs og effektiv rente.²

3 Eksempel og øvelse

Betragter man en obligation, der anskaffes til kurs 90, og som 10 år senere udløber til kurs 100, og som samtidig har en pålydende rente på 2 pct, vil den effektive rente med brug af (2) dermed kunne beregnes som

$$r = 2 + \left[\left(\frac{100}{90} \right)^{1/10} - 1 \right] = 3,06 \text{ pct.}$$

3.1 To øvelser

Prøv afslutningsvist at udregne r i følgende to tilfælde

- (i) $i = 3, K_1 = 95, K_5 = 100$, dvs. hvor $N = 4$
- (ii) $i = 0, K_1 = 103, K_3 = 100$, dvs. hvor $N = 2$.

²Det skal bemærkes, at der eksisterer forskellige definitioner af den effektive rente i det tilfælde, at $i \neq 0$, og at (2) derfor blot repræsenterer én mulig måde at foretage beregningen på.