Mikro II - HO3

Jeppe Vanderhaegen

March 10, 2022

1 Take Home 1

Der er givet to nyttefunktioner for hhv. A og B.

$$u_A(x_A, s) = \ln(s) + \frac{1}{2}x_A$$

$$u_B(x_B, s) = x_B + 4(1 - s)$$

 \mathbf{a}

Det antages, at individerne handler om støjniveauet, hvor Al gerne vil have music, s, og Bill kan bedre lide stilhed, 1-s. Hermed er det givet, at: Det er yderligere givet, at initialbeholdningerne $e^B = (5,0)$ eller $e^A = (5,1)$. I og med Al starter med alle rettigheder. For at løse opgaven sættes udbud lig efterstpørgsel, men her skal vi først finde deres optimale efterspørgsel. Dette gøres ved Lagrange.

$$\mathcal{L} = \ln(s) + \frac{1}{2}x_A - \lambda(p_1x_A + p_2s)$$

$$\mathcal{L} = x_B + (41 - s) - \lambda (p_1 x_B + p_2 (1 - s))$$

Først for Al:

$$\begin{split} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s} &= \ln(s) + \frac{1}{2}x_A - \lambda(x_A + s) = \frac{1}{s} - \lambda p_1 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_A} &= \ln(s) + \frac{1}{2}x_A - \lambda(x_A + s) = \frac{1}{2} - \lambda p_2 \\ MRS_A &= \frac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{2}} = \frac{p_2}{p_1} \Leftrightarrow \end{split}$$

$$\frac{2}{s} \Leftrightarrow = \frac{p_2}{p_1} \Leftrightarrow$$

$$\frac{2p_1}{p_2} = s$$

Dette indsættes i bibetingelsen:

$$p_1x_A + p_2s \Leftrightarrow p_1x_A + p_2\frac{2p_1}{p_2} = I \Leftrightarrow$$
$$x_A = \frac{I - 2p_1}{p_1}$$

Herved kan Marshall-efterspørgslen for Al opstilles.

$$Al^* = (x_A, s) = (\frac{I - 2p_1}{p_1}, \frac{2p_1}{p_2})$$

Så for Bill

$$\mathcal{L} = x_B + 4(1 - s) - \lambda(p_1 x_B + p_2(1 - s))$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (1 - s)} = x_B + 4(1 - s) - \lambda(p_1 x_B + p_2(1 - s)) \Leftrightarrow 4 - \lambda p_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_B} = x_B + 4(1 - s) - \lambda(p_1 x_B + p_2(1 - s)) = 1 - \lambda p_1$$

$$MRS = 4 = \frac{p_2}{p_1}$$

Ud fra dette kan det ses, at $p_2 = 4$. Dette indsættes i MRS_A

$$s = \frac{2p_1}{p_2} \Leftrightarrow \frac{2*1}{4} = \frac{1}{2}$$

Nu for x_A

$$x_A = \frac{5p_1 + p_2 - 2p_2}{p_1} \Leftrightarrow$$

$$x_A = 3 + 4 \Leftrightarrow$$

$$x_A = 7$$

Hvilket giver god mening for Al, i og med han sælger sit støjniveau for penge til Bill. I denne lukkede økonomi kan Bills indkomst. Altså x_B og s_B . Det vides, at den samlede indkomst er givet ved $(x_i, s_i) = (10, 1)$ Hermed må Bills indkomst være givet ved:

$$(x_B, s_B) = (3, \frac{1}{2})$$

b

Når Al ikke har noget i starten, men gerne vil forbruge musik, er han nødt til at tilkøbe sig rettighederne fra Bill. Det kan ses, at Bill har perfekte substitutter. Derfor vil han afgive samme mængde rettigheder for samme pris som tidligere. Derfor kan det konkluderes beholdninger efter handel, at:

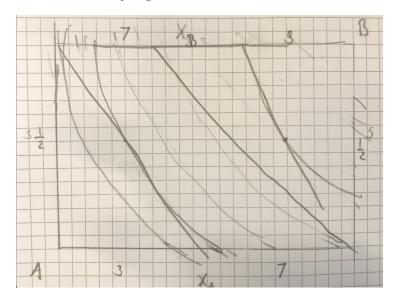
$$Al^* = (x_A, s) = (3, \frac{1}{2})$$

$$Bill^* = (x_B, s) = (7, \frac{1}{2})$$

 \mathbf{c}

Det er lige meget, hvem der har rettighederne ift. til støj, så vil udfaldet være efficient. Hermed er det op til den anden aktør at tilkøbe sig rettigheder til støj, hvis støjen skal formindskes. Ved udlevering af opnåes Coase-teoremet, kontra tilføres der ikke rettigheder på et eksternt marked.

Edgeworth-boksen for de to optimale beholdninger efter åbning af salg på et eksternt marked for støj er givet ved:



Her ses det, at Bill har lineære præferencer, mens Al har qvasi-lineære præferencer. Ydermere mødes de i de to udledte optimum i a) og b)