

Exercícios

Você deve justificar as suas respostas de forma clara e precisa.

1. Mostre como o algoritmo de Kosaraju-Sharir funciona sobre o grafo mostrado na Figura 1 (seja detalhista). Considere os vértices em ordem alfabética e que as listas de adjacências também estejam em ordem alfabética.

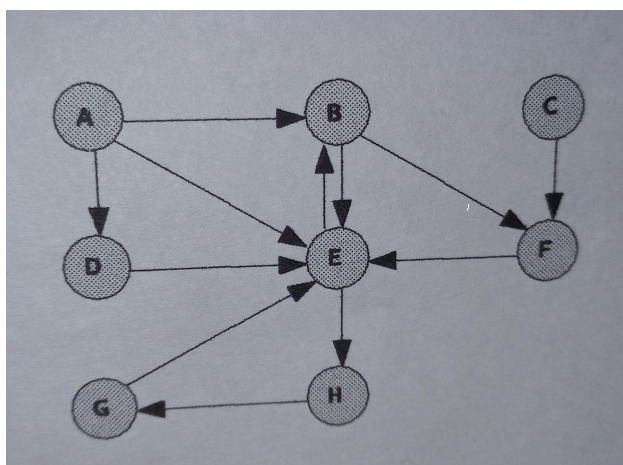


Figura 1: Grafo dirigido

2. Assuma que G é um grafo dirigido e G^{rev} é uma cópia de G com o sentido de toda aresta invertido. Como são os componentes fortemente conectados relacionados? (Escolha todas as alternativas corretas e justifique a(s) sua(s) escolha(s)).
 - (a) Em geral, eles não estão relacionados.
 - (b) Todo componente fortemente conectado de G também é um componente fortemente conectado de G^{rev} , e vice-versa.
 - (c) As ordenações topológicas dos componentes fortemente conectados de G e G^{rev} são idênticas.
3. Considere o seguinte problema:

Problema DOIS CONJUNTOS NO PLANO

Entrada: Um conjunto de N pontos no plano, a distância entre os pontos é a distância Euclidiana..

Saída: Dois conjuntos de pontos A e B , tal que $A \cup B = N$, $A \cap B = \emptyset$, e cada ponto de A está tão perto ou mais perto de algum outro ponto de A que de qualquer ponto de B , e vice-versa.

(a) Projete um algoritmo eficiente, em pseudocódigo, que resolva o problema DOIS CONJUNTOS NO PLANO.

(b) Implemente o seu algoritmo em Sage. A entrada será uma lista de pontos L , e a saída será os pontos particionados em dois conjuntos A e B . Por exemplo,

$$L = (0, 0), (3, 2), (1, 2.5), (2, 2), (5, 1), (1, 1)$$

$$A = \{(0, 0), (3, 2), (1, 2.5), (2, 2), (1, 1)\}$$

$$B = \{(5, 1)\}$$

4. Considere duas listas:

A - lista de disciplinas. Todo estudante deve cursar todas as disciplinas em A .

B - um lista de pré-requisitos, B contem tuplas (a, b) . onde a e b pertencem a lista A , indicando que a disciplina a deve ser cursada antes da disciplina b . As dependências de pré-requisitos é acíclica.

(a) Projete um algoritmo, que execute em tempo $O(V + E)$, para determinar uma sequência de disciplinas para cada um dos seguintes dois tipos de alunos:

- i. Um estudante relaxado que quer fazer somente uma disciplina por semestre.
- ii. Um estudante dedicado que quer fazer todas as disciplinas da lista A no menor número de semestres possíveis. O estudante está disposto a fazer qualquer número de disciplinas em um semestre.

Exemplo:

$$A = \{Alg', Eng', ED1', ED2', Cal', Fis1', Fis2'\}$$

$$B = \{(Alg', ED2'), (ED1', ED2'), (Cal', ED1'), (Fis1', Fis2')\}$$

estudante	Relaxado		
Semestre 1	Eng		
Semestre 2	Cal	estudante	Dedicado
Semestre 3	Alg	Semestre 1	Eng, Cal, Fis1, Alg
Semestre 4	ED1	Semestre 2	ED1, Fis2
Semestre 5	ED2	Semestre 3	ED2
Semestre 6	Fis1		
Semestre 7	Fis2		

- (b) Implemente o seu algoritmo em Sage. A entrada será uma lista de disciplinas e uma lista de pré-requisitos, e a saída é o que deve ser feito por cada tipo de aluno. Conforme mostrado acima.