

SolveDeep: 수학 학습자의 목표 지향적 문제 풀이 과정을 돕는 학습 시스템

진형욱⁰, 장민석, 김주호
KAIST 전산학부

hyoungwookjin12@kaist.ac.kr, minsuk.cs@gmail.com, juho@juhokim.com

SolveDeep: A system to support learners' subgoal learning in the context of math problem solving

Hyoung-Wook Jin⁰, Min-Suk Chang, Ju-Ho Kim
KAIST School of Computing

요 약

학습자는 문제 풀이 후, 풀이의 각 과정이 정확히 어떠한 역할과 목표를 가지고 사용되었는지 재고하여야 한다[1, 2]. 학습자가 각 과정의 역할을 충분히 이해하였을 때, 자신이 이전에 풀었던 방식을 새로운 문제에 맞게 적용시킬 수 있다. 하지만, 외부의 도움 없이 학습자 스스로 풀이에 적절한 목표를 정의하고 이해하는 데에는 한계가 있으며, 특히 교육자의 1:1 지도가 없는 온라인 교육 환경은 개별 학습자에 맞춰 이 과정을 도와주기 힘들다. 이 논문에서 소개하는 시스템은 학습자가 자신의 풀이 과정을 다단계의 목표로 정리하면서 재고하는 교육 활동을 제공하고, 학습자들의 재고과정에서 생성된 목표 데이터를 기반으로 스스로 목표들을 잘 정의하지 못하는 다른 학습자들의 목표 지향적 교육(Subgoal learning)을 돕는다. 14명의 참가자를 대상으로 이 시스템을 사용하게 한 결과, 참가자들은 각 풀이 단계의 목표와 전체적인 과정을 재고할 수 있었고, 참가자들이 정의한 목표는 두 풀이의 각 단계를 비교하는 기준이 되어 풀이 과정에서 누락된 단계나 서로 기능적으로 비슷하거나 다른 단계를 구분할 수 있었다.

1. 서 론

선행 인지 교육학 연구들은 수학 문제 풀이와 같이 일련의 목표를 가지는 문제 풀이에서, 학습자가 단순히 각 단계를 외우는 것이 아닌, 자신이 풀이한 단계들이 어떠한 역할과 목표를 가지고 사용되었는지 정확히 이해하였을 때, 문제 상황에 맞게 개념을 적용하는 능력을 기를 수 있음을 확인하였다[1, 2, 3, 4]. 하지만 교육자와 학습자 간 상호작용이 적은 대규모 온라인 환경에서는 학습자의 다양한 풀이방식을 탐지하기 힘들뿐더러, 학습자에게 자신의 풀이를 재고할 기회를 충분히 주지 못하고 있다. 지능형 교육 시스템(ITS)과 같이 학습자에게 맞춤형 도움을 실시간으로 줄 수 있는 이상적인 환경이 소개 되었지만, 높은 개발비용 때문에 쉽게 적용되지 못하고 있다. 이 논문에서는 수학 학습자들에게 문제풀이 후 자신의 각 풀이 단계의 목표를 정의하며 풀이를 재고할 수 있는 학습 활동을 제공함과 동시에, 학습자들의 다양한 풀이 과정과 목표를 모아 맞춤형 교육 시스템의 토대를 만드는 시스템을 소개한다. 그리고 그 시스템이 학습자들에게 교육적 기회를 제공하고, 향후 학습자들을 위해 사용될 수 있는 데이터 수집의 가능성을 사용자 실험을 통해 확인하였다.

2. 배 경

2.1.1 목표 지향적 학습(Subgoal Learning)

목표 지향적 학습은 학습자가 문제 풀이 후 자신의 풀이 과정을 이루는 목표들을 명시적으로 정의해보는 학습 활동이다. 여기서 목표(subgoal)란 문제 풀이의 각 단계들을 의미, 기능 단위로 묶었을 때 각각의 묶음이 공유하는 목표들을 의미한다[1]. 학습자들이 자신의 풀이에 존재하는 목표를 찾아보는 활동은 문제 풀이 이후 재고의 기회를 제공할 뿐만 아니라, 문제 풀이 과정을 의미적 단위로 생각하는 것을 도와주기 때문에 새로운 문제를 풀 때 이전 방식에서 어느 부분을 수정해야 하는지 쉽게 인지하여 문제 전이 과정(transfer in learning)을 도와준다[1]. 선행 연구들은 학습자가 알맞은 목표를 정의하는 능력을 강조하지만, 동시에 교육자의 도움 없이 적절한 목표를 스스로 정의하고 이

해하는 데에는 한계가 있음에 동의한다[1]. 따라서, 우리는 학습자가 자신의 풀이에 알맞은 목표들을 정의하는 것을 도와주며, 교육적으로 더욱 의미 있는 목표를 생각하도록 독려하는 시스템을 디자인 하였다.

2.1.2 지능형 교육 시스템(Intelligent Tutoring System)

지능형 교육 시스템은 온라인 공개 수업(MOOC)과 같이 대규모 온라인 환경에서 교육자의 역할을 대변하여, 학습자의 문제 풀이 과정을 탐지하고 학습자의 풀이 상태와 난이도에 기반한 맞춤형 도움(힌트 제공, 틀린 점 바로잡기 등)을 실시간으로 줄 수 있다[6]. 하지만 그 개발 과정은 많은 전문 인력을 요하는 것으로 나타났다[7]. 이러한 문제를 해결하기 위해 일각에서는 대규모 학습 환경의 특성을 역으로 이용해 개발 비용을 줄이는 방안을 제시하기도 하였다[5]. 이 연구에서는 학습자들의 다양한 풀이 과정들과 학습자들이 밝혀낸 각 과정의 목표들을 규모적으로 모아, 개별 맞춤형 교육 시스템의 기반이 되는 데이터를 마련하고자 한다.

3. 시 스템

이 논문에서는 다음의 목표를 만족하여 학습자의 목표 지향적 학습을 돕는 수학 교육 시스템을 소개한다.

- 학습자들에게 양질의 목표 지향적 학습 기회를 제공하여 문제 간 전이 과정을 돕는 것.
- 학습자들의 다양한 문제 풀이와 각 풀이의 목표들을 집합적으로 수집하여 개별 맞춤형 교육 시스템의 기반이 될 수 있는 데이터를 마련하는 것.

우리는 정답을 맞춘 학습자가 유효한 풀이 과정을 사용하고, 더 좋은 목표를 정의할 수 있는 집단이라는 가정 하에, 정답을 맞춘 학습자만 문제 풀이 후 목표를 정의해보는 추가적인 활동에 참여할 수 있게 하여, 시스템이 올바른 풀이 방식과 각각에 대응해 알맞게 정의된 목표들을 수집하게 하였다.

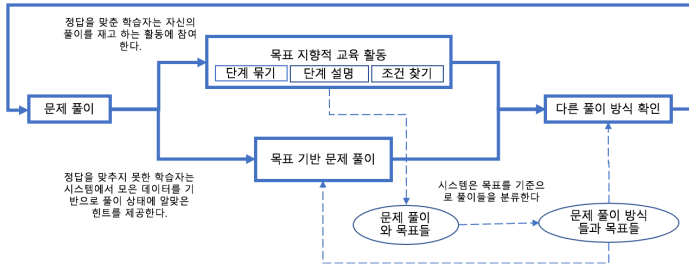


그림 1 전체적인 시스템 흐름도. 네모 상자와 타원은 각각 학습자에게 주어지는 활동과 시스템에서 수집하는 데이터를 의미한다.

3.1 목표 지향적 학습 활동

목표를 정의하는 과정을 세 가지의 작은 활동으로 나누어 활동의 난이도와 부담을 줄였다. 첫 두 활동은 풀이 단계들을 의미 단위로 묶는 과정과 각 단위의 목표를 서술하는 것이며, 마지막 활동은 각 단계에서 사용된 문제의 조건을 확인하는 과정이다. 각 활동은 이전 활동을 더욱 명시적으로 해석하는 활동이며, 학습자는 순차적으로 활동에 참여하여 자신의 풀이를 점진적으로 논증해간다.

3.1.1 풀이 단계 묶기

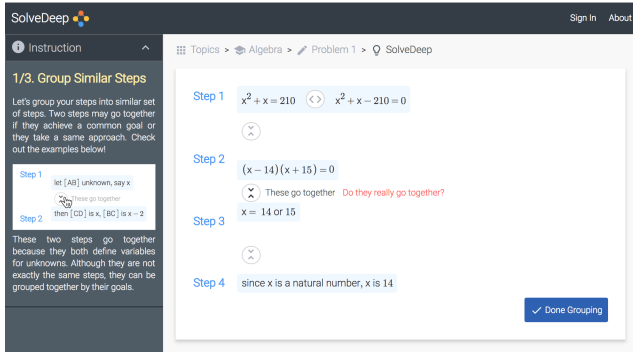


그림 2. 학습자는 제일 먼저 의미적으로 한 단위를 이루는 풀이 단계들을 묶는다.

먼저 학습자는 자신의 풀이에서 의미적, 개념적으로 한 단위를 이루는 단계들을 묶는다. 예를 들어 [그림 2]에서, 첫번째 단계(step)와 두번째 단계는 주어진 문제의 정보로부터 이차방정식을 세운다는 의미를 공유하기 때문에 하나의 단위로 묶일 수 있다. 비슷한 풀이들을 묶는 것으로, 학습자는 세부적인 풀이가 아닌 큰 의미에서 문제가 해결되는 과정을 재고하게 된다. 이 과정을 돕기 위해 시스템은 각 단계마다 이전 단계들과 Sørensen-Dice coefficient에 기반한 문자열 유사도를 비교한 후, 높을 경우 한 단위로 묶는 것을 추천하거나 낮을 경우 묶는 것을 다시 생각해보도록 권장한다.

3.1.2 풀이 단계 설명

그 다음으로 참가자는 묶여진 단계들의 목표를 서술하여 이전 활동에서 단위들을 묶었던 이유를 설명한다. 우리는 한 단계의 목표를 설명할 때, 그 단계만을 볼 것이 아니라 이전 단계와의 관계를 보아서 어떻게 변화하였는지를 서술함으로써, 목표들이 서로 유기적으로 연결되어 하나의 풀이 과정을 완전하게 기술할 수 있다고 생각하였고, 그에 따라 묶여진 단계들이 이전 단계에서 어떻게 변화하는지 서술하도록 학습 활동을

디자인하였다. 또한, 그러한 변화 과정을 서술할 때, 명시적으로 동사와 명사구를 쓰게 함으로써, 목표의 ‘행위’와 ‘대상’을 정의하여 하나의 완전한 목표를 서술하게 하였다. 예를 들어, [그림 3]에서 첫번째 풀이 단계는 주어진 문제로부터 이차방정식(대상)을 수식화(행위)하였고, 이는 첫번째 단계의 목표인 이차방정식 세우기와 일치한다. 두번째 단계 또한 이차방정식(대상)을 인수분해(행위)하는 변화 과정이 해당 단계의 목표와 자연스럽게 일치한다. 추가적으로, 학습자들에게 이전 학습자들이 사용하였던 단어들을 추천해, 학습자들이 같은 의미를 가진 목표를 여러 단어로 서술하는 경우를 줄임으로써, 차후 시스템에서 간단한 문자열 비교를 통해서도 목표들을 의미적으로 비교할 수 있도록 하였다.

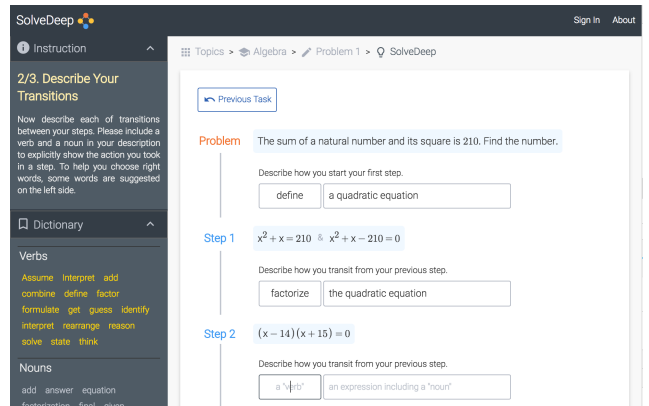


그림 3. 학습자는 묶여진 단계들이 이전 단계에서 변화하는지를 서술하여 각 단계의 목표를 정의한다.

3.1.3 사용된 문제 조건 찾기

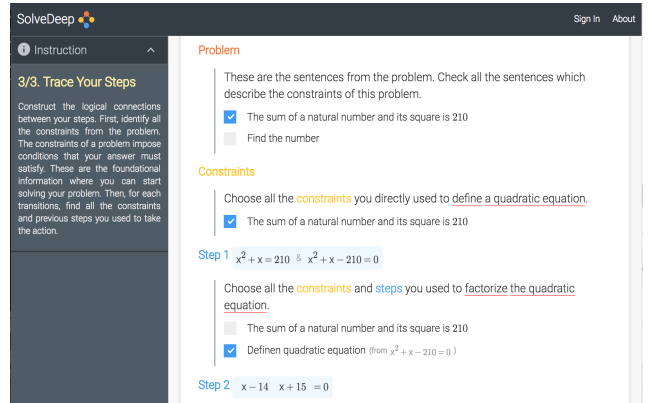


그림 4. 첫번째 체크란에서는 문제 풀이에 사용되는 정보가 담긴 문장들을 체크하고, 그 이후로는 각 단계들이 다음 단계로 변화하는 과정에서 직접적으로 사용된 정보들을 체크한다.

마지막으로 학습자는 각 단계마다 어떤 문제 조건과 이전에 구한 값이 사용되었는지 명시적으로 확인하여, 단계 간 논리적 연결 흐름을 완성시킨다. 먼저 학습자는 문제의 각 문장 중, 문제 풀이에 사용된 정보가 들어있는 문장들을 체크하고, 이후 각 단계마다 어떤 정보들이 직접적으로 사용되었는지 체크한다. 예를 들어, [그림 4]에서 문제 풀이의 핵심이 되는 ‘구하고자 하는 값’에 대한 정보는 첫번째 문장에 있다. 또한, 과정 간 논리적 흐름을 체크하기 위해, 학습자들은 각 단계마다 사용된 이전 단계에서 구한 식이나 값들을 체크한다. 예를 들어 [그림

4]의 두번째 풀이 단계는 첫번째 풀이 단계에서 세운 식을 인수분해하므로, 이전 단계에서 정의되었던 2차 방정식을 사용하였다고 체크하였다. 이 과정이 필요한 이유는 수학 문제 풀이 과정을 목표 단위로 해석하였을 때, 그 구조가 순차적이지 않을 수 있다는 점과 목표들이 서로의 의존 관계를 통해 각 단계의 존재 이유를 설명하기 때문이다.

3.2 다른 풀이 방식 확인

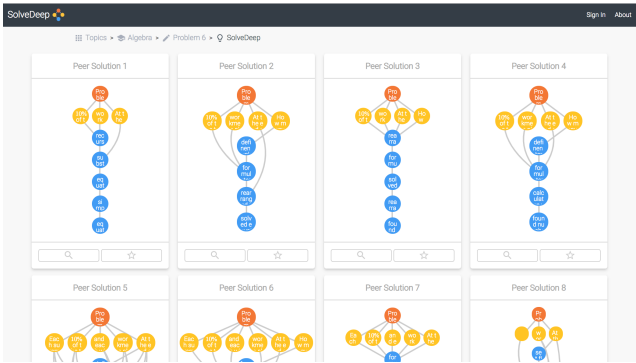


그림 5. 여러 학습자들의 풀이 방식이 그래프의 형태로 제시된다. 학습자는 원한다면 각 목표에 어떠한 세부 과정들이 담겨있는지 확인할 수 있다.

목표 기반 학습 활동 이후, 학습자는 다른 학습자들의 풀이를 그래프의 형태로 확인할 수 있다. 그래프는 문제(빨간색 노드)에서 시작하여, 주어진 문제 조건들(노란색 노드)로 분기하였다가, 풀이 과정의 목표들(파란색 노드)로 다시 이어지게 된다. 학습자는 원하는 풀이 방식이 그려진 카드를 클릭하여 풀이 단계들을 어떻게 묶이고, 논리적으로 연결되었는지 확인할 수 있다 [그림 5].

4. 사용자 실험

우리는 14명의 실험 참가자에게 2개의 기초 대수 문제 중 하나를 골라 시스템을 통해 풀고 목표 지향적 학습 활동을 경험하게 하였다. 참가자가 시스템을 사용하면서 느낀 주관적 교육 경험과 모인 데이터를 분석한 결과, 이 시스템이 의도했던 교육적, 데이터적 목표가 달성되었음을 알 수 있었다. 먼저, 8명의 참가자가 활동을 통해 자신의 문제 풀이를 충분히 재고하였다고 응답하였다. 특히, 두번째 활동(단계 설명)은 풀이 흐름과 각 단계의 목적을 재고하는데 도움이 되었으며, 세번째 활동(조건 찾기)은 문제 풀이 시 언급하지 않았거나 미처 생각지 못한 조건을 발견하는 데에 도움이 되었다는 의견을 주었다. 또한, 참가자들이 개념적으로 동일한 단계에 대해 비슷한 목표를 정의하여, 풀이 단계의 같고 다름을 목표를 기준으로 비교할 수 있었다. [그림 6]에서 참가자 1과 2의 풀이 과정을 세부 과정을 보고선, 어느 풀이 단계를 참가자가 고려하였고 어떠한 목표를 간과했는지 알기 힘들지만, 정의한 목표를 기준으로 보면 식을 세우고 푸는 과정은 하였으나, 식을 인수분해하는 과정이 빠졌음을 쉽게 알 수 있다. 더 나아가, 목표를 잘 정의하였어도, 더 올바른 세부 과정을 알려주거나, 참가자들의 다양한 풀이 방법을 목표들을 기준으로 상호 보완적으로 합친다면 하나의 자세한 풀이 과정과 목표들을 수집할 수 있을 것이다. 마지막으로, 참가자들은 각 목표 지향적 학습 활동들의 난이도가 높지 않았다고 응답하여(각 7

점 중 2점), 각 활동이 의도대로 잘 분배되었음을 확인하였다.

참가자 1		참가자 2	
풀이	정의한 목표	풀이	정의한 목표
<ul style="list-style-type: none"> $x + x^2 = 210$ $x^2 + x - 210 = 0$ 	define equation	<ul style="list-style-type: none"> form the quadratic equation. square(x) + x - 210 = 0 	formulate quadratic equation
<ul style="list-style-type: none"> $(x + 15)(x - 14) = 210$ 	factor equation		
<ul style="list-style-type: none"> x is natural number, so x cannot be -15 x = 14 	solve final equation	<ul style="list-style-type: none"> solve the equation find x 	solve equation

그림 6. 학습자들의 풀이와 각각 정의한 목표들. 두 풀이 방식을 목표를 기준으로 각 단계를 비교하여, 참가자 2의 풀이에서 식을 인수분해 하는 단계가 빠졌음을 탐지하고, 풀이들을 상호 보완적으로 합쳐 전체적인 풀이 방식을 만들어 갈 수 있다.

5. 향후 연구

현재 시스템은 양질의 풀이 방식과 목표들을 수집하지만, 문제를 풀지 못하는 학습자를 개별적으로 도와주는 부분은 구현되어 있지 않다. 수집된 다양한 풀이와 목표를 기반으로, 가령 문제를 어떻게 시작해야 할지 모르는 학습자에게는 수집한 풀이 중 한 풀이의 전체적인 목표를 제시해주어 풀이를 시도하게 도와주거나, 문제 풀이 과정의 중간에서 막혀 다음 단계로 이동하지 못하는 학습자에게는 현재 학생이 밟고 있는 풀이 과정과 가장 유사한 이전 풀이 과정을 찾은 뒤, 다음 목표를 알려주는 상호작용을 설계하는 것이 향후 계획이다. 또한, 정답자에게만 풀이를 재고하는 활동을 제공하지 않고, 오답자가 만드는 풀이 방식도 함께 수집하고 정답자의 풀이와 목표 단위로 비교하여, 목표 혹은 목표 내 세부 풀이 단계에 대한 피드백을 제공할 수 있다. 이런 후속 연구를 통해 본 논문에서 제시한 목표 기반 문제 풀이의 본질에 더 다가갈 수 있을 것으로 기대한다.

감사의 말

본 연구는 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기술연구진흥센터의 지원을 받아 수행된 연구임. [2017-0-00537, 공간지능을 위한 IoT 사물간 자율협업 기술 개발]

참고 문헌

- [1] Catrambone, Richard. "Aiding subgoal learning: Effects on transfer." *Journal of educational psychology* 87.1 (1995): 5.
- [2] Catrambone, Richard, and Keith J. Holyoak. "Learning subgoals and methods for solving probability problems." *Memory & Cognition* 18.6 (1990): 593-603.
- [3] Catrambone, Richard. "The subgoal learning model: Creating better examples so that students can solve novel problems." *Journal of Experimental Psychology: General* 127.4 (1998): 355.
- [4] Morrison, Briana B., Lauren E. Margulieux, and Mark Guzdial. "Subgoals, context, and worked examples in learning computing problem solving." *Proceedings of the eleventh annual international conference on international computing education research*. ACM, 2015.
- [5] Sunar, Ayse Saliha, et al. "Personalisation of MOOCs: The state of the art." (2015).
- [6] Anderson, John R., C. Franklin Boyle, and Brian J. Reiser. "Intelligent tutoring systems." *Science* 228.4698 (1985): 456-462.
- [7] Murray, Tom. "Authoring intelligent tutoring systems: An analysis of the state of the art." *International Journal of Artificial Intelligence in Education (IJAIED)* 10 (1999): 98-129.