系 统 科 学 与 数 学
J. Sys. Sci. & Math. Scis.
29(11) (2009, 11), 1517–1526

基于模糊决策的投资组合优化*

房 勇 汪寿阳

(中国科学院数学与系统科学研究院， 北京 100190)

摘要 基于模糊决策理论研究了带有成比例交易费用的证券投资组合优化问题. 首先，基于半绝对偏差风险函数和极大极小原则提出了一种新的风险函数 – 极大极小半绝对偏差风险函数；然后，引入一种非线性隶属函数更加形象地描述了投资者对投资收益和投资风险的满意程度；在此基础上，进一步提出了非线性满意程度的模糊决策投资组合选择模型；最后，针对提出的模型，利用中国证券市场的真实数据给出了数值算例.

关键词 投资组合优化，模糊决策，风险函数，交易费用.

MR(2000) 主题分类号 90B50

1 引 言

投资是为了获得更多的未来消费而牺牲当前的消费，以期在整个时间跨度上获得最大效用的经济行为. 它是对资源的一种分配，投资者需要对市场做出判断，确定各种有价证券的头寸以使资源分配达到最优. 证券市场的风险管理是个永恒的话题，如何确定风险的大小，如何实现收益最大化和风险最小化，历来都是投资者所关注的焦点. Markowitz[1] 首次利用方差来度量风险，运用数量化方法创立了投资组合理论. 这一理论的问世使得风险首次被量化，其神秘色彩逐渐淡化，金融学从此开始摆脱纯粹描述性的研究和单凭经验操作的状态，数量化方法进入了金融研究领域，在理论界被称为 20 世纪发生在华尔街的第一次金融革命. 此后，有数种投资风险的度量函数被相继提出，其中包括半方差风险函数、绝对偏差风险函数 [2] 、半绝对偏差风险函数 [4] 、低于目标风险函数以及极大极小风险函数 [4] 等. 随之，各种不同类型的投资组合选择模型 [2–4] 也纷纷面世. 在金融市场中总是存在交易费用等摩擦因素，它们对投资者的决策行为有着直接的影响. 事实上，在证券投资组合的管理与决策中，带交易费的最优投资组合问题已经引起众多学者的关注. 例如： Arnott 和 Wagner[5] 研究发现，忽略交易费用会导致无效的投资组合， Yoshimoto[6] 的实证分析也证实了这一论断.

社会和经济活动的变动对投资活动的影响是十分显著的. 社会和经济形势瞬息万变，在错综复杂的环境里，特别是在一个新兴的证券市场中，各种制度和法规还不够健全，市场的产品品种短缺，投资者用于对冲风险的工具较少，因此，投资活动参与者的行为往往无章可循. 在这种情况下，优化方法及其投资策略并不一定会奏效，反而一个基于满意度的方法和

* 国家自然科学基金 (70601027) 和 973 计划 (2007CB814902) 资助课题.
收稿日期：2009-10-01.

策略会被更多的投资者所认同. 怎样把投资者的主观意愿和专家的知识反映到投资组合中去呢？模糊决策理论 [7] 为其提供了一个良好的解决方法. 一些学者已经在这个领域开展了部分工作 (参见 [8–16]). 然而这些工作仍多多少少存在着一些不足之处，例如在 Ramaswamy 模型中考虑的投资品种仅仅包含债券； León, León, Liern 和 Vercher 模型中关于投资者对投资收益和投资风险的满意程度的刻画尚待完善； Watada 的模型中采用了方差风险函数，致使计算工作量较大等.

本文拟通过一些细化研究期望对上述工作做出一定改进. 文章的具体内容和结构如下：第 2 节基于半绝对偏差风险函数和极大极小原则，构造一种新的风险函数 – 极大极小半绝对偏差风险函数；第 3 节考虑到与交易量成正比的交易费用等摩擦因素及诸多证券市场 (如中国证券市场) 不允许卖空的限制，基于上节构造的风险函数提出投资组合选择问题的双目标规划模型；第 4 节引入具有 S 型隶属函数的模糊数去更加形象地刻画投资者对投资收益和投资风险和流动性的满意程度；第 5 节基于模糊决策理论，建立满足非线性满意程度投资者的投资组合选择模型；第 6 节运用中国证券市场中的实际数据对本章提出的模型进行验证；最后一节对研究进行总结，并且对未来的研究方向做出展望.

2 风险函数的构造

证券投资组合选择模型的飞速发展是与各种不同风险度量方法的相继提出密切相关的. 首先我们简单回顾一下风险度量方法的发展. 1952 年， Markowitz 针对投资组合选择问题提出了均值 – 方差方法，这一方法成为了投资组合研究领域的核心，奠定了现代金融学的基础. 在 Markowitz 模型中，投资组合收益的方差被用来度量投资风险. 这类模型存在着很大的局限性，原因是只有当投资者的效用函数是二次的或者收益满足正态分布的条件时，均值 – 方差模型才与效用理论是完全相合的. 然而，作为理性的投资者，其投资心理是追求收益、厌恶风险并且其绝对风险厌恶程度是随着财富的增加而相对下降的函数，显然，二次函数不能准确地刻画这种行为. 另外，证券市场价格的随机波动当然不能排除收益具有非对称分布. 考虑到投资者担忧的是均值以下部分收益的随机性，而对超过均值部分的收益则是渴望的，半方差的风险度量方法应运而生. 然而，依据这种方法建立的模型在实际中应用很少，原因是由该模型推导的有效前沿难以计算. 后来， Konno[2] 提出了绝对偏差风险函数，该函数是线性函数. 当收益率满足正态分布的条件时，绝对偏差风险函数与方差风险函数本质是一样的. 依据绝对偏差风险函数的投资组合选择模型，可以通过求解一个线性规划问题实现 Markowitz 模型的意图. 经过证明，该模型不但保持了均值 – 方差模型中好的性质，而且避免了求解 Markowitz 模型过程中遇到的计算复杂性. 进一步，基于绝对偏差风险函数和半方差风险函数的思想， Speranza[3] 提出了半绝对偏差风险函数. 除此之外， Young[17] , Teo 和 Yang[4] 还分别提出了两类不同的极大极小风险函数. 下面我们将基于半绝对偏差风险函数和极大极小原则的思想，提出一类新的风险函数.

我们假设投资组合 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 中包含 n 个风险资产，其中 x_i 表示投资组合在风险资产 i $(i=1,2,\cdots,n)$ 上的投资比例，满足

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1.$$

假设我们拥有这 n 个资产的 T 期历史样本数据，记 r_{it} 为风险资产 i $(i=1,2,\cdots,n)$ 在第

t $(t=1,2,\cdots,T)$ 期的历史收益率， r_i 表示风险资产 i $(i=1,2,\cdots,n)$ 未来的期望收益率，资产的历史收益率的算术平均值可以作为资产的期望收益率，即

$$r_i=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}r_{it},\quad i=1,2,\cdots,n,$$

则投资组合 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 的期望收益率为

$$r(x)=\sum_{i=1}^{n}r_ix_i.$$

投资组合 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 在第 t $(t=1,2,\cdots,T)$ 历史时期投资收益率低于期望收益率的半绝对偏差可以表示为

$$\begin{aligned}w_t(x)&=\left|\min\left\{0,\sum_{i=1}^{n}(r_{it}-r_i)x_i\right\}\right|\\&=\frac{\left|\sum\limits_{i=1}^{n}(r_{it}-r_i)x_i\right|-\sum\limits_{i=1}^{n}(r_{it}-r_i)x_i}{2}.\end{aligned}$$

基于概率论的知识，投资组合 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 在未来的收益率低于期望收益率的半绝对偏差的期望值可以表示为

$$S(x)=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}w_t(x).$$

$S(x)$ 即是由 Speranza[3] 提出的半绝对偏差风险函数.

基于极大极小原则，我们也可以将投资组合所有历史时期投资收益率低于期望收益率的半绝对偏差的最大值定义为投资风险，即

$$\begin{aligned}W(x)&=\max_t\{w_t(x),\quad t=1,2,\cdots,T\}\\&=\max_t\left\{\left|\min\left\{0,\sum_{i=1}^{n}(r_{it}-r_i)x_i\right\}\right|,\quad t=1,2,\cdots,T\right\}.\end{aligned}$$

投资者可以考虑最大化期望收益同时最小化投资风险来进行投资决策分析 (具体模型将在下节给出). 容易看出，采用 $W(x)$ 这种风险函数得到的投资策略与采用半绝对偏差风险函数 $S(x)$ 相比较为悲观. 这种风险函数比较适用于厌恶风险的心理比较强烈的投资者.

3　双目标规划模型的提出

假设投资者在 n 个风险资产之间分配其财富. 其中， n 个风险资产的收益率是随机的. 对于证券市场中的摩擦因素，我们考虑与交易数量成正比的交易费用. 假设我们拥有 n 个风险资产的 T 期历史收益率， x_i^0 是已经投资在风险资产 i $(i=1,2,\cdots,n)$ 上的投资比例； k_i 是证券市场中风险资产 i $(i=1,2,\cdots,n)$ 的交易费比率； u_i 是将投资在风险资产 i $(i=1,2,\cdots,n)$ 上的投资比例的上界.

假定投资策略是自融资的, 即投资组合调整的过程中没有注入新的资金. 对于交易费函数, 我们采用常用的 V 型交易费函数 (请参见文 [1, 6]), 投资组合 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 的总交易费用可以表示为

$$C(x)=\sum_{i=1}^{n}C_i(x_i)=\sum_{i=1}^{n}k_i|x_i-x_i^0|.$$

扣除交易费用后, 投资组合的净收益可以表示为

$$f(x)=\sum_{i=1}^{n}(r_ix_i-k_i|x_i-x_i^0|).$$

假定投资者是理性的, 追求扣除交易费后投资净收益的最大化, 同时期望投资风险的最小化. 采用第 2 节构造的风险函数度量投资风险, 于是投资组合选择问题可以表示成如下双目标规划问题.

$$\begin{aligned}
\text{(BP)}\ \max\ & f(x)=\sum_{i=1}^{n}(r_ix_i-k_i|x_i-x_i^0|)\\
\min_x\ \max_t & \left\{\left|\min\left\{0,\sum_{i=1}^{n}(r_{it}-r_i)x_i\right\}\right|,\quad t=1,2,\cdots,T\right\}\\
\text{s.t.}\ & \sum_{i=1}^{n}x_i=1,\\
& 0\le x_i\le u_i,\quad i=1,2,\cdots,n.
\end{aligned}$$

上述模型是双目标规划问题. 关于双目标规划或更一般的多目标规划的理论和方法已被许多学者所研究, 如 Yu[18] 等等.

4 非线性满意程度的描述

在现实的证券市场中, 不同投资者的心态不是完全相同的, 投资者对目标或约束的满意程度的变化率往往不是常数. 1981 年, Leberling 在模糊规划的极大极小模式中引入了双曲线隶属函数 μ^H, 定义为

$$\mu_{\tilde{Z}}^{H}(x)=\frac{1}{2}\frac{\exp\{[z(x)-\frac{z^-+z^+}{2}]\alpha\}-\exp\{-[z(x)-\frac{z^-+z^+}{2}]\alpha\}}{\exp\{[z(x)-\frac{z^-+z^+}{2}]\alpha\}+\exp\{-[z(x)-\frac{z^-+z^+}{2}]\alpha\}}+\frac{1}{2},$$

其中 $\alpha\ge 0$, z 代表将被最大化的目标函数.

Watada 在 [9] 中引入了一种 S 型非线性隶属函数如下

$$f(x)=\frac{1}{1+\exp(-\alpha x)}.$$

S 型函数同双曲型隶属函数具有相似的形状, 但是它的结构比较简单, 比双曲型隶属函数容易处理. 该非线性隶属函数更适合于描述投资者对投资收益和投资风险的满意程度.

1) 投资收益目标水平的隶属函数 (见图 1)

$$\mu_r(x)=\frac{1}{1+\exp(-\alpha_r(r(x)-r_M))}, \tag{1}$$

其中 r_M 是中点，它的隶属函数值是 0.5, 它代表投资收益的中等满意水平，其数值可以根据 r_0 和 r_1 近似得到，即

$$r_M=\frac{r_0+r_1}{2},$$

α_r 是投资者给定的一个参数，它可以反映出投资者对投资收益满意程度的心理状态.

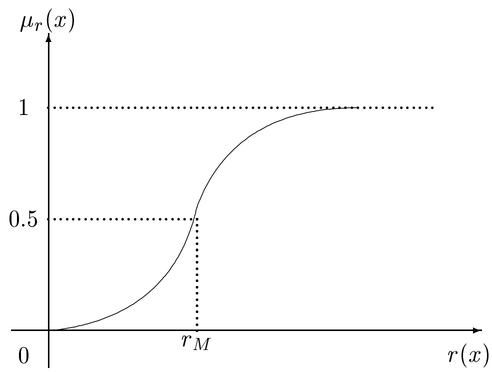

图 1　投资收益目标水平的非线性隶属函数

2) 投资风险目标水平的隶属函数 (见图 2)

$$\mu_w(x)=\frac{1}{1+\exp(\alpha_w(w(x)-w_M))}, \tag{2}$$

其中 w_M 是中点，它的隶属函数值是 0.5, 它代表投资风险的中等满意水平，其数值可以根据 w_0 和 w_1 近似得到，即

$$w_M=\frac{w_0+w_1}{2},$$

α_w 是投资者给定的一个参数，它可以反映出投资者对投资风险满意程度的心理状态.

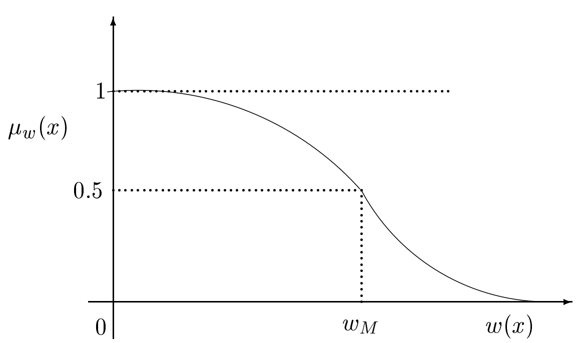

图 2　投资风险目标水平的非线性隶属函数

注 1 α_r 和 α_w 分别决定了隶属函数 $\mu_r(x)$ 和 $\mu_w(x)$ 的形状，其中 $\alpha_r > 0$ 和 $\alpha_w > 0$. α_r 和 α_w 的值越大，隶属函数的模糊程度越小.

5 模糊决策模型的提出

按照 Bellman 和 Zadeh 的极大化原则，我们可以定义

$$\eta = \min\{\mu_r(x), \mu_w(x)\}.$$

模糊投资组合选择问题可以表示为以下数学形式

$$\begin{aligned}
\text{(FP1)} \ \max\ & \eta \\
\text{s.t.}\ \ & \mu_r(x) \geq \eta, \\
& \mu_w(x) \geq \eta, \\
& \sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \\
& 0 \leq x_i \leq u_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n, \\
& 0 \leq \eta \leq 1.
\end{aligned}$$

根据 (1) 和 (2), 模糊投资组合选择模型可以表示成以下形式

$$\begin{aligned}
\text{(FP2)} \ \max\ & \eta \\
\text{s.t.}\ \ & \eta + \eta\exp(-\alpha_r(r(x) - r_M) \leq 1, \\
& \eta + \eta\exp(\alpha_w(w(x) - w_M)) \leq 1, \\
& \sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \\
& 0 \leq x_i \leq u_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n, \\
& 0 \leq \eta \leq 1,
\end{aligned}$$

其中 α_r 和 α_w 是投资者给定的参数，它们可以反映出投资者对投资风险满意程度的心理状态.

令

$$\theta = \ln\frac{\eta}{1-\eta},$$

那么

$$\eta = \frac{1}{1+\exp(-\theta)}.$$

非线性隶属函数是单调递增的，所以最大化 η 也使得 θ 最大化. 因此，上述问题可以转化为以下等价问题

$$\begin{aligned}
\text{(FP3)} \ \max\ & \theta \\
\text{s.t.}\ \ & \alpha_r r(x) - \theta \geq \alpha_r r_M, \\
& \alpha_w w(x) + \theta \leq \alpha_w w_M,
\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$
$$0 \le x_i \le u_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n,$$
$$\theta \ge 0.$$

将期望收益和风险函数的具体形式带入，可以得到以下模糊投资组合选择模型

$$\begin{aligned}
&(\mathrm{FP4}) \max \theta \\
&\text{s.t.} \quad \alpha_r \sum_{i=1}^{n} (r_i x_i - k_i |x_i - x_i^0|) - \theta \ge \alpha_r r_M, \\
&\qquad \alpha_w \max_t \left\{ \left| \min \left\{ 0, \sum_{i=1}^{n} (r_{it} - r_i) x_i \right\} \right|, \quad t = 1, 2, \cdots, T \right\} + \theta \le \alpha_w w_M, \\
&\qquad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \\
&\qquad 0 \le x_i \le u_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n.
\end{aligned}$$

令

$$d_i^+ = \frac{|x_i - x_i^0| + (x_i - x_i^0)}{2}, \quad d_i^- = \frac{|x_i - x_i^0| - (x_i - x_i^0)}{2},$$
$$y_t^+ = \frac{\left| \sum_{i=1}^{n} (r_{it} - r_i) x_i \right| + \sum_{i=1}^{n} (r_{it} - r_i) x_i}{2},$$
$$y_t^- = \frac{\left| \sum_{i=1}^{n} (r_{it} - r_i) x_i \right| - \sum_{i=1}^{n} (r_{it} - r_i) x_i}{2}.$$

(FP4) 可以转换成以下问题

$$\begin{aligned}
&(\mathrm{FLP}) \max \theta \\
&\text{s.t.} \quad \alpha_r \sum_{i=1}^{n} (r_i x_i - k_i (d_i^+ + d_i^-)) - \theta \ge \alpha_r r_M, \\
&\qquad d_i^+ - d_i^- = x_i - x_i^0, \quad i = 1, 2, \cdots, n, \\
&\qquad y_t + \sum_{i=1}^{n} (r_{it} - r_i) x_i \ge 0, \quad t = 1, 2, \cdots, T, \\
&\qquad \alpha_w y_t + \theta \le \alpha_w w_M, \quad t = 1, 2, \cdots, T, \\
&\qquad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \\
&\qquad 0 \le x_i \le u_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n, \\
&\qquad d_i^+ \ge 0, \quad d_i^- \ge 0, \quad i = 1, 2, \cdots, n, \\
&\qquad y_t \ge 0, \quad t = 1, 2, \cdots, T.
\end{aligned}$$

容易证明 (FP4) 和 (FLP) 是等价的． (FLP) 是标准的线性规划问题，我们可以利用求解线性规划问题的软件包 LINDO 和 LINGO 对其求解，得到投资者满意的投资策略．

注 2 投资者对投资收益和投资风险的目标水平的隶属函数可以按照参数 α_r 和 α_w 的值变换它们的形状，通过选择这些参数的值，投资者对投资收益和投资风险的目标水平及满意程度可以被描述得尽可能准确．因此，依赖此模型得到的投资策略可以最大程度地符合投资者的意愿．另一方面，参数的不同数值也可以反映出具有不同心态的投资者对投资收益和投资风险的要求，因此，以上模型对于不同的投资者形成适合自己风格的投资策略是相当方便的，这类模型具有广泛的适用性．

6 数值算例

投资风险分为系统风险和非系统风险两种，投资组合优化力求达到分散化非系统风险的作用．进行投资组合优化前，证券的选择是相当重要的，投资者选择的范围最好涵盖面广，选取各个行业具有代表性的股票．我们在这个算例中选取上海证券交易所的 5 种股票进行投资． 5 种股票包括：中国人寿 (601628), 武汉钢铁 (600005), 中国国航 (601111), 上海汽车 (600104), 中国石化 (600028). 我们从证券之星 (www.stockstar.com) 下载这五种股票半年 (2009 年 1 月 2009 年 6 月) 的历史交易数据，用周末最后一个交易日的收盘价减去周初第一个交易日的开盘价，然后再用这个差值除以周初第一个交易日的开盘价，并且考虑到了分红配股因素的影响，得到每支股票的 24 个历史周收益率．另外，在中国证券市场，股票的交易费用有两种：印花税和佣金，总计为交易金额的千分之五．假定投资者对投资收益和投资风险的中等满意水平分别为 $r_M = 0.023$ 和 $w_M = 0.11$, 对参数 α_r 和 α_w 给出 3 种不同的值以适应不同投资者的需要，通过求解 (FLP) 可以得到 3 个投资组合 $1, 2, 3$. 它们的投资期望收益、投资风险及目标的隶属度 η(即投资者对目标的满意程度) 和对应的参数值在表 1 中给出．

表 1 投资组合的收益、风险及满意程度

投资组合	η	α_r	α_w	投资收益	投资风险
1	0.975	600	800	0.028	0.105
2	0.963	500	1000	0.029	0.107
3	0.936	400	1200	0.030	0.108

7 总结与展望

本文研究了带有与交易量成比例的交易费用的模糊投资组合选择问题．基于半绝对偏差风险函数和极大极小原则构造了一种新的风险函数 – 极大极小半绝对偏差风险函数；引入了一种 S 型非线性隶属函数，进一步基于模糊决策提出了满足投资者非线性满意程度的投资组合选择模型．非线性满意程度的模糊决策投资组合选择模型能更好地体现投资者的主观意愿和专家的知识．投资者可以通过灵活地调整参数，最大程度地得到符合自己意愿的投资策略．由于风险函数的特性，使用本文中模型生成的投资策略将更趋于保守，适用于风险厌恶程度较高的投资者．

对于金融市场的摩擦因素，本文只考虑到了与交易量成比例的交易费用，但在实际的金融市场中，除了这个摩擦因素外，还存在着大量的因素，例如：固定交易费、可变交易费、买卖价差等．这些摩擦因素都对投资组合选择有着直接的影响，因此我们有必要对上述模型

做出进一步的改进和完善，使得依赖模型得到的投资策略更加符合现实．此外，实际的投资过程往往是动态的，如何将本文的分析推广到多阶段或更一般的动态情形，也是一个值得深入研究的课题．需要指出的是，本文考虑的投资者都是理性的投资者，所以即使是 S 型隶属函数的模糊数，描述的还是理性投资者对投资收益和投资风险的满意程度．然而，在证券市场上 (尤其是新兴市场) 投资者的行为并不是完全理性的．随着行为金融学研究的不断深入，结合模糊数学的知识描述投资者的非理性行为，研究行为金融框架下的投资策略也是笔者未来的一个研究方向．

参 考 文 献

[1] Markowitz H M. Portfolio selection. *Journal of Finance*, 1952, **7**: 77–91.

[2] Konno H and Yamazaki H. Mean absolute portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market. *Management Science*, 1991, **37**: 519–531.

[3] Speranza M G. Linear programming model for portfolio optimization. *Finance*, 1993, **14**: 107–123.

[4] Teo K L and Yang X Q. Portfolio selection problem with minimax type risk function. *Annals of Operations Research*, 2001, **101**: 333–349.

[5] Arnott R D and Wagner W H. The measurement and control of trading costs. *Financial Analysts Journal*, 1990, **46**: 73–80.

[6] Yoshimoto A. The mean-variance approach to portfolio optimization subject to transaction costs. *Journal of the Operational Research Society of Japan*, 1996, **39**: 99–117.

[7] Zadeh L A. Fuzzy sets. *Information and Control*, 1965, **8**: 338–353.

[8] Ramaswamy S. Portfolio selection using fuzzy decision theory. Working Paper of Bank for International Settlements, 1998.

[9] Watada J. Fuzzy Portfolio Model for Decision Making in Investment. Dynamical Aspects in Fuzzy Decision Making, Physica-Verlag, Heidelberg, 2001.

[10] León T, Liern V and Vercher E. Viability of infeasible portfolio selection problems: A fuzzy approach. *European Journal of Operational Research*, 2002, **139**: 178–189.

[11] Wang S Y and Zhu S S. On fuzzy portfolio selection problems. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2002, **1**: 361–377.

[12] Fang Y, Lai K K and Wang S Y. Portfolio rebalancing models with transaction costs based on the fuzzy decision theory. *European Journal of Operational Research*, 2006, **175**: 879–893.

[13] Zhang W G, Wang Y L, Chen Z P, et al. Possibilistic mean-variance models and efficient frontiers for portfolio selection problem. *Information Sciences*, 2007, **177**: 2787–2801.

[14] 秦学志，吴冲锋．模糊随机风险偏好下的证券投资组合选择方法．管理科学学报， 2003, **6**(4): 74–78.

[15] 曾建华，汪寿阳．一个基于模糊决策理论的投资组合模型．系统工程理论与实践， 2003, **23**(1): 94–98.

[16] 徐维军，徐寅峰，王迅，张卫国．收益率为模糊数的加权证券组合选择模型．系统工程学报， 2005, **20**(1): 6–11.

[17] Young M R. A minimax portfolio selection rule with linear programming solution. *Management Science*, 1998, **44**: 673–683.

[18] Yu P L. Multiple Criteria Decision Making: Concepts Techniques and Extensions. New York: Plenum Press, 1985.

[19] Inuiguchi M and Tanino T. Portfolio selection under independent possibilistic information. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, **115**: 83–92.

[20] Tanaka H and Guo P. Portfolio selection based on upper and lower exponential possibility distributions. *European Journal of Operational Research*, 1999, **114**: 115–126.

PORTFOLIO OPTIMIZATION BASED ON FUZZY DECISION MAKING

FANG Yong WANG Shouyang

(*Institute of Systems Science, Academy of Mathematics and Systems Science, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190)

Abstract The business environment is full of uncertainties. Investing in various securities classes may lower the risk of overall portfolio and increase the potential for greater returns. At first, a minimax risk function is proposed to measure the risk of portfolio in the paper. Furthermore, we use fuzzy numbers to describe investors' vague aspiration levels for the excess return and risk and propose a fuzzy decision making model for portfolio selection problem. A numerical example is given to illustrate the behavior of the proposed model.

Key words Portfolio optimization, fuzzy decision making, risk function, transaction costs.