2.3　运算方法

- 二进制数运算
  - 逻辑运算
  - 算术运算
    - 无符号数运算
    - 有符号数运算

2.3.1 无符号数的算术运算

加法运算

二进制的加法运算遵循如下法则，

0+0=0，0+1=1，1+0=1，1+1=0（有进位）

例，计算10110110B+01101100B

进　位		**111111000**
被加数		**10110110**
加　数	+	**01101100**
		100100010

减法运算

二进制的减法运算遵循如下法则，

0−0=0，1−0=1，1−1=0，0−1=1（有借位）

例，计算11000100B−00100101B

借　位		01111110
被减数		11000100
减　数	−	00100101
		10011111

原码运算

例：X1＝－0.0011，X2＝＋0.1011，分别求 $[X1+X2]_{原}$ 和 $[X1-X2]_{原}$

解：X1＋X2，因为X1和X2符号不同，且X2的绝对值大于X1，故进行：

$$
\begin{array}{r}
0.1011 \\
-0.0011 \\
\hline
0.1000
\end{array}
$$

结果为正，所以$[X1+X2]_{原}$＝0.1000

而X1－X2＝[－0.0011]－[0.1011]；因为这时X1、－X2符号相同，故作X1＋(－X2)的运算，结果为负。

$$\begin{array}{r} 0.0011 \\ +\,0.1011 \\ \hline 0.1110 \end{array}$$

所以，X1－X2＝－0.1110

即：$[X1-X2]_{原}=1.1110$

补码运算

例，求Z=X-Y。其中，X=+1010，Y=+0011。

$[X]_{补}=01010$，$[-Y]_{补}=11101$。

$$
\begin{array}{lr}
\text{被加数} & 01010 \\
\text{加　数} & +\quad 11101 \\
\hline
\text{丢弃} \leftarrow & {\color{red}1}00111
\end{array}
$$

$[Z]_{补}=00111$，Z=+0111。

补码的运算中符号位参与了运算

2.3.3 定点数补码加减运算

操作数用补码表示，符号位参与运算，结果用补码表示。

1. 基本关系式

$$(X+Y)_{补} = X_{补} + Y_{补} \qquad (1)$$

$$(X-Y)_{补} = X_{补} + (-Y)_{补} \qquad (2)$$

操作码为“加”时，两数直接相加。

操作码为“减”时，将减转换为加，即将减数变补后与被减数相加。

例. 求$(X+Y)_{补}$

1) $X=3, \quad Y=2$

$X_{补}=0\ 0011$

$Y_{补}=0\ 0010 \quad +$

$0\ 0101$ （+5补码）

2) $X=-3, \quad Y=-2$

$X_{补}=1\ 1101$

$Y_{补}=1\ 1110 \quad +$

$1\ 1011$（– 5补码）

3) $X= \ 3, \quad Y=-2$

$X_{补}=0\ 0011$

$Y_{补}=1\ 1110 \quad +$

$0\ 0001$ （+1补码）

4) $X=-3, \quad Y= \ 2$

$X_{补}=1\ 1101$

$Y_{补}=0\ 0010 \quad +$

$1\ 1111$ （–1补码）

$Y_{补} \xrightarrow{将Y_{补}变补} (-Y)_{补}$：不管$Y_{补}$为正或负，将其符号连同尾数一起各位变反，末位加1。

例. 求$(X-Y)_{补}$　　$[X+(-Y)]_{补} = (X)_{补} + (-Y)_{补}$

1) X= 4，　Y= –5

X补=0 0100

Y补=1 1011

(-Y)补=0 0101　+

0 1001（+9补码）

2) X= –4，　Y= 5

X补=1 1100

Y补=0 0101

(-Y)补=1 1011 +

1 0111（–9补码）

3) X= 4，　Y= 5

X补=0 0100

Y补=0 0101

(-Y)补=1 1011 +

1 1111（–1补码）

4) X= -4，　Y= –5

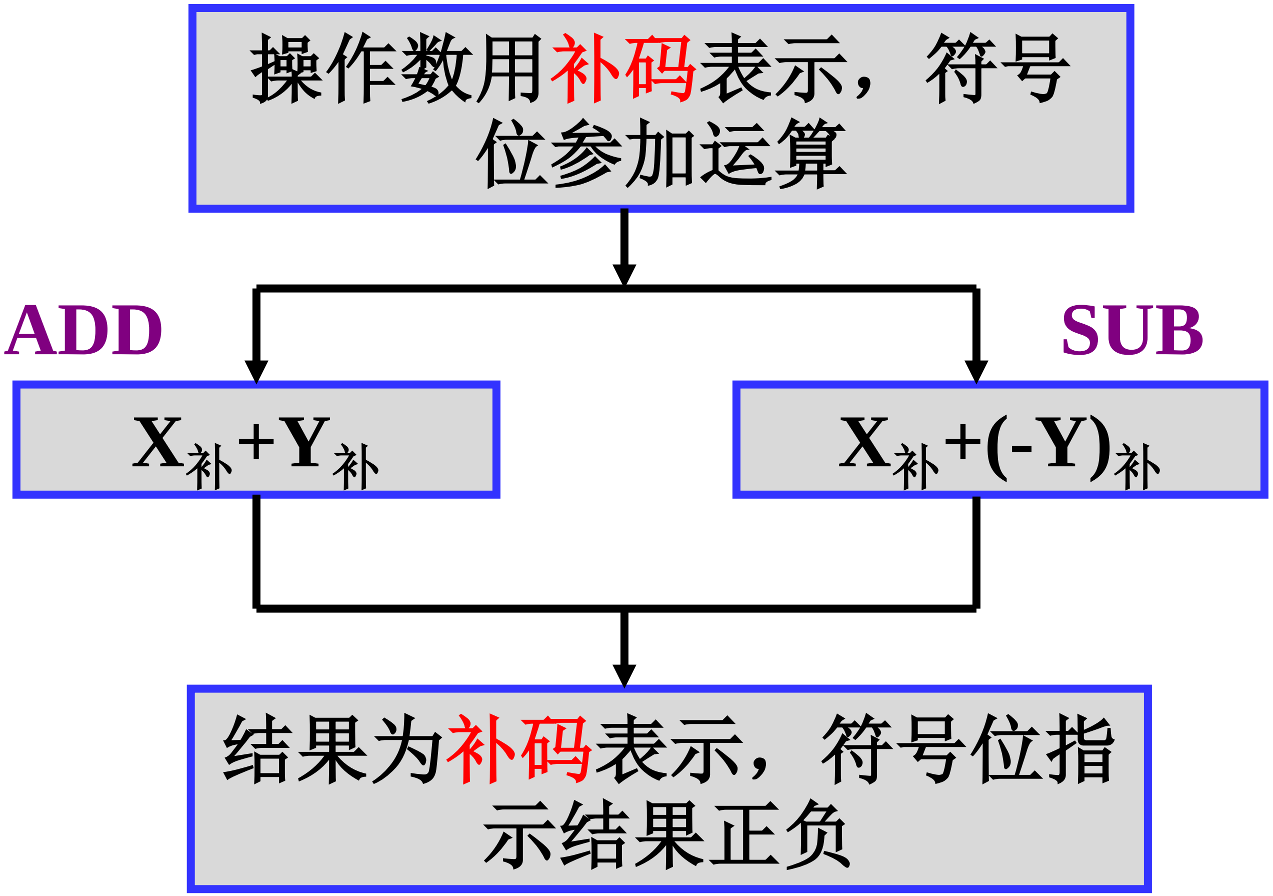
X补=1 1100

Y补=1 1011

(-Y)补=0 0101 +

0 0001（+1补码）

2. 补码加减运算规则



2.3.4 溢出判断与移位

溢出：运算结果超出机器数的表示范围

正溢：两正数相加绝对值超出允许的表示范围

负溢：两负数相加绝对值超出允许的表示范围

例.数A有4位尾数，1位符号S_A
数B有4位尾数，1位符号S_B
符号位参加运算

结果符号S_f

符号位进位C_f

尾数最高位进位C

（1） A=3 B=2

3+2： 0 0011

0 0010 +

0 0101 正确

（2） A=10 B=7

10+7： 0 1010

0 0111 +

1 0001 正溢

（3） A= -3 B= -2

-3+(-2)：1 1101

1 1110 +

1 1011 正确

（4） A= -10 B= -7

-10+(-7)：1 0110

1 1001 +

0 1111 负溢

（5） A=6 B= -4

6+(-4)：0 0110

1 1100 +

0 0010 正确

（6） A= -6 B=4

-6+4： 1 1010

0 0100 +

1 1110 正确

1、溢出的判断方法

溢出判断逻辑：（S_A、S_B与S_f的关系）

A=10 B=7

10+7： 0 1010

0 0111 +

1 0001

A= -10 B= -7

-10+(-7)： 1 0110

1 1001 +

0 1111

正溢：两正数相加结果为负数；

负溢：两负数相加结果为正数。

判断逻辑二　溢出：Cf与C不相同

（1） 3+2：

$$\begin{array}{ll} & 0\ 0011 \\ C_f=0 & 0\ 0010\ + \\ \hline C=0 & 0\ 0101 \end{array}$$

正确

（2） 10+7：

$$\begin{array}{ll} & 0\ 1010 \\ C_f=0 & 0_{1}0111\ + \\ \hline C=1 & 1\ 0001 \end{array}$$

正溢

（3） -3+(-2)：

$$\begin{array}{ll} & 1\ 1101 \\ C_f=1 & {}_{1}1_{1}1110\ + \\ \hline C=1 & 1\ 1011 \end{array}$$

正确

（4） -10+(-7)：

$$\begin{array}{ll} & 1\ 0110 \\ C_f=1 & {}_{1}1\ 1001\ + \\ \hline C=0 & 0\ 1111 \end{array}$$

负溢

（5） 6+(-4)：

$$\begin{array}{ll} & 0\ 0110 \\ C_f=1 & {}_{1}1_{1}1100\ + \\ \hline C=1 & 0\ 0010 \end{array}$$

正确

（6） -6+4：

$$\begin{array}{ll} & 1\ 1010 \\ C_f=0 & 0\ 0100\ + \\ \hline C=0 & 1\ 1110 \end{array}$$

正确

判断逻辑三　溢出：S_{f1} 与 S_{f2} 不相同

（1）3+2：

00 0011
00 0010 ＋
00 0101　正确

第一符号位S_{f1}

（2）10+7：

00 1010
00 0111 ＋
01 0001　正溢

第二符号位S_{f2}

（3）-3+(-2)：

11 1101
11 1110 ＋
11 0111　正确

（4）-10+(-7)：

11 0110
11 1001 ＋
10 1111　负溢

（5）6+(-4)：

00 0110
11 1100 ＋
00 0010　正确

（6）-6+4：

11 1010
00 0100 ＋
11 1110　正确

2. 移位操作

(1) 逻辑移位

	1	0	0	0	1	1	1	1
循环左移	0	0	0	1	1	1	1	1
循环右移	1	1	0	0	0	1	1	1
非循环左移	0	0	0	1	1	1	1	0
非循环右移	0	1	0	0	0	1	1	1

(2) 算术移位

数码位置变化，数值变化， 符号位不变

效果：左移1位数值（真值）乘以2，右移1位除以2。

① 正数补码/任意数原码移位规则

数符不变， 空位补0

单符号位：

	0 0111
左移 ←	0 1110
右移 →	0 0111
右移 →	0 0011

补码双符号位：

	00 0111
左移 ←	00 1110
左移 ←	01 1100
右移 →	00 1110
右移 →	00 0111

②负数补码移位规则

数符不变

左移空位补0

右移空位补1

单符号位：

	1 1011
左移	1 0110
右移	1 1011
右移	1 1101

双符号位:

	11 0110
左移	10 1100
右移	11 0110
右移	11 1011