Matemática Discreta I

Lista 4 - Conjuntos

1) Seja $E = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{c, d, e, f\}$. Determine

$$A \cup B,\ A \cap B\ A \backslash B,\ B \backslash A,\ \overline{A}^E \text{ e } A \backslash \overline{B}^E.$$

2) Mostre que A $\subsetneq B \wedge B \subset C \Longrightarrow A \subsetneq C$.

3) Dizemos que dois conjuntos A e B são comparáveis se $A \subset B$ ou $B \subset A$. Exiba uma família F com infinitos elementos onde os conjuntos de F são dois a dois comparáveis.

4) Verifique se as proposições são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

a) $(\forall A)(\emptyset \in A)$

b) $(\forall A)(\emptyset \subset A)$

c) $\emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

d) $\emptyset = \{0\}$

e) $2 \in \{\{2\}, \{2, 3\}\}$

f) $2 \subset \{\{2\}, \{2, 3\}\}$

g) $2 \in \{2, \{2\}, \{2, 3\}\}$

5) Apresente conjuntos A, B e C que satisfaçam simultaneamente as condições:

$A \cup B = \{a, b, c, 1, 2, 4\}$	$A \cup C = \{a, b, 1, 2, 3, 4\}$	$A \cup B \cup C = \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$
$A \cap B = \{a, b\}$	$A \cap C = \{1, 2\}$	$B \cap C = \{4\}$

6) Verifique se as proposições são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

a) $(\forall A)(\forall B)(\forall C)(A \neq B \wedge B \neq C \rightarrow A \neq C)$

b) $(\forall A)(\forall B)(\forall C)(A \not\subset B \wedge B \subset C \rightarrow A \not\subset C)$

c) $(\forall A)(\forall B)(\forall C)(A \subset B \wedge B \in C \rightarrow A \subset C)$

d) $(\forall A)(\forall B)(x \in A \wedge A \in B \rightarrow x \in B)$

e) $(\forall A)(\forall B)(\forall C)((A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C))$

7) Seja E um conjunto que contém A e B, mostre que $A \cap B = B \backslash \overline{A}^E$.

8) Dados $a, b \in \mathbb{R}$ com $a < b$, denotamos por $[a, b]$ o conjunto dos números reais entre a e b incluindo a e b, isto é, $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$. Determine

$$\bigcup_{n=1}^{\infty}[n, n+1], \quad \bigcup_{n=3}^{10}[-2n, \frac{1}{n}], \quad \bigcap_{n=3}^{\infty}[-n, 0] \ \ e \ \ \bigcap_{x \in \mathbb{R}_+}[0, x].$$

9) Determine o conjunto das partes de $A = \{p, a, t, o\}$.

10) Encontre todas as partições do conjunto $\{1, 2, 3\}$.

11) Considere $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, verifique quais das seguintes famílias são partições de S.

a) $A = \{\emptyset, \{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6, 7\}, \{8, 9, 10\}\}$

b) $B = \{\{2, 3\}, \{5, 9, 10\}, \{1, 4\}, \{7\}, \{6, 8\}\}$

c) $C = \{\{1, 6\}, \{2, 3, 7\}, \{4, 5, 8\}, \{6, 9, 10\}\}$

d) $D = \{\{1, 3\}, \{2, 6, 7\}, \{4, 5, 8\}, \{10\}\}$

e) $E = \{a : a \in A\}$

12) Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4\}$ e $C = \{a, b, c\}$. Determine $A \times B$, $B \times A$, B^2, $(A \times B) \cap (A \times C)$ e $(A \times B) \cup (A \times C)$.

13) Ilustre no plano cartesiano o conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > y\}$.

14) Dados $a, b \in \mathbb{R}$ com $a < b$, denotamos por $[a, b]$ o conjunto dos números reais entre a e b incluindo a e b, isto é, $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$. Represente no plano cartesiano o conjunto $[1, 3] \times [-1, 2]$.