

Matemática Discreta I

Lista 3 - Métodos Dedutivos

1) Demonstre os resultados abaixo.

a) A soma de dois números ímpares é par.

b) O produto de dois números ímpares é ímpar.

c) A soma de dois números racionais é um número racional.

d) O conjunto dos números primos é infinito. Sugestão: use o método indireto (demonstração por contradição).

2) Para cada um dos resultados abaixo, demonstre-o usando o método direto ou indireto.

a) $H_1 : p \rightarrow \sim q$

$H_2 : r \rightarrow q$

$H_3 : r$

$T : \sim p$

b) $H_1 : p \vee (q \wedge r)$

$H_2 : q \rightarrow s$

$H_3 : r \rightarrow u$

$H_4 : \sim p$

$T : r$

c) $H_1 : p \vee q$

$H_2 : \sim q \vee r$

$T : p \vee r$

d) $H_1 : \sim p \rightarrow q$

$H_2 : q \rightarrow \sim r$

$H_3 : r \vee s$

$T : \sim s \rightarrow p$

3) Aplique o Princípio da Indução Finita (PIF) para demonstrar que:

a) $(\forall n \in \mathbb{N})(1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2)$

b) $(\forall n \in \mathbb{N})(2^n \geq 1 + n)$

c) $(\forall n \in \mathbb{N})(9^n - 1 \text{ é múltiplo de } 8)$

4) Suponha que $a_1 = 1$ e $a_{n+1} = a_n + 8n$ para todo $n \geq 1$. Encontre uma fórmula para a_n e a demonstre pelo Princípio da Indução Finita (PIF).