Prova 2 - Matematica Discreta I
Aluno: João Henrique Zanata de Carvalho
R.A.: 95687

Ex 1:

$$\bigcup_{n=1}^{+\infty} [2n, 3n+2] = \{[2,5]\} \cup \{[4,8]\} \cup \{[6,11]\} \cup \ldots$$
$$= [2, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$$

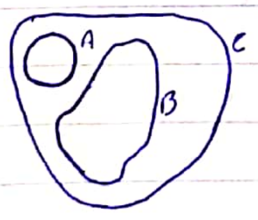
$$\bigcup_{n=5}^{20} [-2n, 1/n] = [-10, 1/5] \cup [-12, 1/6] \cup \ldots \cup [-40, 1/20]$$
$$= [-40, 1/5] = \{x \in \mathbb{R} \mid -40 \leq x \leq 1/5\}$$

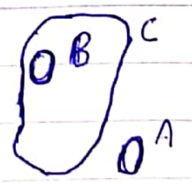
$$\bigcap_{x \in \mathbb{R}_+} [0, x] = \{0\} \cap [0,1] \cap [0,2] \cap \ldots$$
$$= \{0\}$$

Ex 2:

a) $(\forall A)(\forall B)(\forall C)(A \not\subset B \wedge B \subset C \to A \not\subset C)$

Falso, pelo diagrama de Venn, temos dois casos

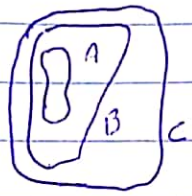
I) 

II) 

Portanto, o fato de $A \not\subset B$ é inconclusivo para determinar se A está contido ou não em C.

b) $(\forall A)(\forall B)(\forall C)(A \subset B \wedge B \subset C \rightarrow A \subset C)$

Verdadeiro, pelo diagrama de Venn



Ex 3: $R = \{(x,y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : x \text{ divide } y\}$

Reflexiva: $xRx \Rightarrow x$ divide $x \Rightarrow$ Verdadeira

Simétrica: xRy e $yRx \Rightarrow$ Falso, pois para $(2,4)$, 2 divide 4, porem 4 não divide 2

Transitiva: se xRy e yRz então $xRz \Rightarrow$ Verdadeiro

Anti-simétrica: se xRy e $yRx \rightarrow x = y \Rightarrow$ Verdadeiro

Ex 4: $(x_1, y_1) R (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 . y_2 = x_2 . y_1$

Temos que R é reflexiva, pois: $(x_1, x_2) R (x_2, x_2) \Leftrightarrow x_1 . x_2 = x_2 . x_1$

Temos também que R é simétrica, pois: $(x_2, y_2) R (x_1, y_1) \Leftrightarrow x_2 . y_1 = x_1 y_2$

E por ultimo, é transitiva, pois se $(x_1, y_1) R (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 . y_2 = x_2 . y_1$

e $(y_1, z_1) R (y_2, z) \Leftrightarrow y_1 . z_2 = y_2 . z_1$

temos $(x_1, z_1) R (x_2, z_2) \Leftrightarrow x_1 z_2 = x_2 . z_1$

tilibra

Continua →

Por exemplo.

se $(2,4) R (3,6) \Leftrightarrow 2.6 = 4.3 \Rightarrow 12 = 12$

e $(4,8) R (6,12) \Leftrightarrow 4.12 = 8.6 \Rightarrow 48 = 48$

então $(2,8) R (3,12) \Leftrightarrow 2.12 = 8.3 \Rightarrow 24 = 24$

Ex 6:

a) Temos que:

$xRy \Leftrightarrow x \subset y$ é

Reflexiva, pois:

$xRx \Leftrightarrow x \subset x$

Transitiva, pois:

se $xRy \Leftrightarrow x \subset y$ e $yRz \Leftrightarrow y \subset z$

temos $xRz \Leftrightarrow x \subset z$

Anti-simétrica, pois:

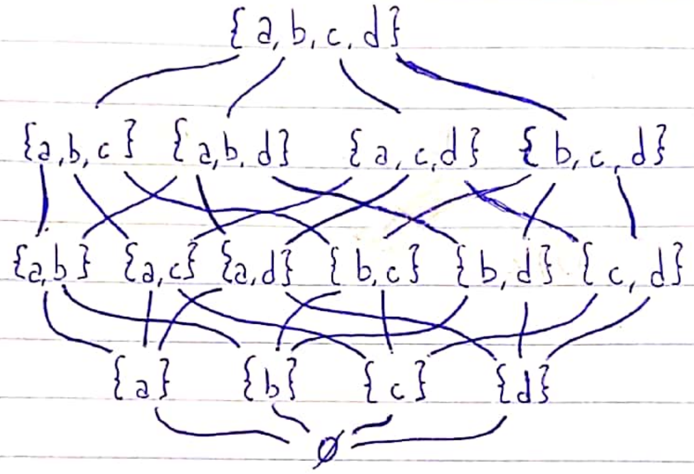
$xRy \Leftrightarrow x \subset y \wedge yRx \Leftrightarrow y \subset x \Rightarrow x = y$

Como R é simultaneamente Reflexiva, Transitiva e Anti-simétrica, podemos dizer que R é uma relação de ordem, porém não é possível afirmar que R é uma relação de ordem total, pois existem casos em que não é possível relacionar x e y, por exemplo:

$(\{a\}) R (\{b\})$ não é possível, pois $\{a\} \not\subset \{b\}$.

Portanto se trata de uma relação de ordem parcial.

b)



Ex 7:

a) Não é função, pois não existe elementos $x \in B$, tal que $(4, x) \in R$

b) É função

c) Não é função, pois $(4, b) \in R$ e $(4, c) \in R$

Ex 8:

f(x) é injetora, pois:

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1^3 + 5 = x_2^3 + 5 \rightarrow x_1^3 = x_2^3 \rightarrow x_1 = x_2$$

f(x) é sobrejetora, pois:

dados $y \in \mathbb{R}$ e $x = \sqrt[3]{y-5}$

temos $f(x) = x^3 + 5 = (\sqrt[3]{y-5})^3 + 5 = y - 5 + 5 = y \Rightarrow f(x) = y$

Portanto f(x) é bijetora

e a função inversa de $f(x) = x^3 + 5$ será:

$$y = x^3 + 5$$
$$y - 5 = x^3$$
$$\sqrt[3]{y-5} = x$$
$$f^{-1}(y) = \sqrt[3]{y-5}$$