

Matemática Discreta I

Lista 1 - Proposições

1. Sejam as proposições P : “Está chovendo”, Q : “O sol está brilhando e R : “Há nuvens”. Traduza as sentenças abaixo em notação lógica:

- a) “Se está chovendo, então há nuvens. ”
- b) “O sol brilha se, e somente se, o céu fica sem nuvens. ”
- c) “Choverá se o sol brilhar ou se o céu estiver com nuvens.”

2. Utilizando o exercício anterior, determine significados para as proposições:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} P \rightarrow R & \text{(b)} R \rightarrow P & \text{(c)} P \rightarrow Q \\ \text{(d)} R \rightarrow \sim P & \text{(e)} P \rightarrow \sim R & \text{(f)} \sim P \vee R \end{array}$$

3. Detemine o valor lógico das proposições abaixo.

- (a) Se $2+2=4$, então $2+4=8$.
- (b) Se $2+2=5$, então $2+4=8$.
- (c) Se $2+2=4$, então $2+4=6$.
- (d) Se $2+2=5$, então $2+4=6$.
- (e) $2+2=4$ se, e somente se, $2+4=8$.
- (f) $2+2=5$ se, e somente se, $2+4=8$.

4. Suponha que $P \rightarrow Q$ seja falsa. Determine o valor lógico de:

$$\text{(a)} P \wedge Q \quad \text{(b)} P \vee Q \quad \text{(c)} Q \rightarrow P$$

5. Assuma que “P: Darcy é uma menina” e que “Q: Darcy tem dez anos” são ambas sentenças falsas. Traduza as sentenças abaixo em notação lógica e determine seu valor lógico.

- (a) Se Darcy tem dez anos, então Darcy é menina.
- (b) Darcy tem dez anos se, e somente se, é menina.
- (c) Darcy não é uma menina com dez anos.

6. Construa a tabela-verdade de cada proposição abaixo.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \sim (P \wedge Q) & \text{(b)} R \rightarrow \sim (P \wedge Q) \\ \text{(c)} \sim (P \vee Q) \leftrightarrow \sim P & \text{(d)} (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \vee \sim R) \end{array}$$

7. Verifique se as proposições abaixo são tautologias, contradições ou nem um dos dois conceitos.

$$\text{(a)} \sim (P \vee Q) \rightarrow \sim P \quad \text{(b)} (Q \rightarrow P) \longleftrightarrow (P \wedge Q) \quad \text{(c)} (P \wedge \sim Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$$

8. Mostre que é válida a seguinte implicação:

$$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) \Rightarrow (P \vee R) \rightarrow (Q \vee S)$$

9. Mostre que são válidas as seguintes equivalências lógicas:

$$(a) P \vee (P \wedge Q) \equiv P \quad (b) P \wedge (P \vee Q) \equiv P$$

10. Exiba os nomes de cada um dos seguintes argumentos:

$$\begin{array}{lcl} & \sim (C \vee D) \longrightarrow E & \\ \text{Exemplo:} & \frac{\sim (C \vee D)}{E} & \text{Modus Ponens} \end{array}$$

$$(a) \frac{F \longrightarrow (B \vee D) \quad \sim (B \vee D)}{\sim F} \quad (b) \frac{(P \wedge Q) \vee (\sim Q \wedge R) \quad \sim (P \wedge Q)}{(\sim Q \wedge R)}$$

$$(c) \frac{A \longrightarrow \sim B \quad \sim B \longrightarrow C \vee D}{A \longrightarrow C \vee D} \quad (d) \frac{(\sim P \vee Q) \wedge (R \longrightarrow S)}{(\sim P \vee Q)}$$

11. Verifique que são válidos os argumentos:

- (a) $P \rightarrow \sim Q, \quad Q, \quad \sim P \rightarrow (R \wedge S) \vdash R \wedge S$
- (b) $\sim Q \vee S, \quad \sim S, \quad \sim (R \wedge S) \rightarrow Q \vdash R$
- (c) $\sim R \rightarrow S, \quad R \rightarrow T, \quad S \rightarrow P \wedge Q, \quad \sim T \vdash Q$
- (d) $P \longrightarrow S, \quad P \wedge Q, \quad S \wedge R \longrightarrow \sim U, \quad Q \longrightarrow R \vdash \sim U$
- (e) $U \longrightarrow R, \quad \sim R, \quad U \vee S \vdash S$
- (f) $E \longrightarrow S, \quad \sim U \longrightarrow \sim J, \quad E \wedge J \vdash U \wedge S$