

**VISÃO POR COMPUTADOR**  
**2º Semestre Ano lectivo 2013/2014**  
**Trabalho Prático Nº 5**

**ESTIMAÇÃO DA MATRIZ FUNDAMENTAL, DA MATRIZ  
ESSENCIAL E RECONSTRUÇÃO 3D**

Manuel João Ventura Cruz-2009114787  
Nuno Miguel Fernandes Carvalho-2008101416

**1ªParte**

Neste trabalho pretende-se numa primeira fase estimar a matriz Fundamental (F) recorrendo ao algoritmo dos 8 pontos (apresentado no enunciado) e através desta efectuar a estimação da localização dos epípolos, recorrendo ao algoritmo apresentado no enunciado.

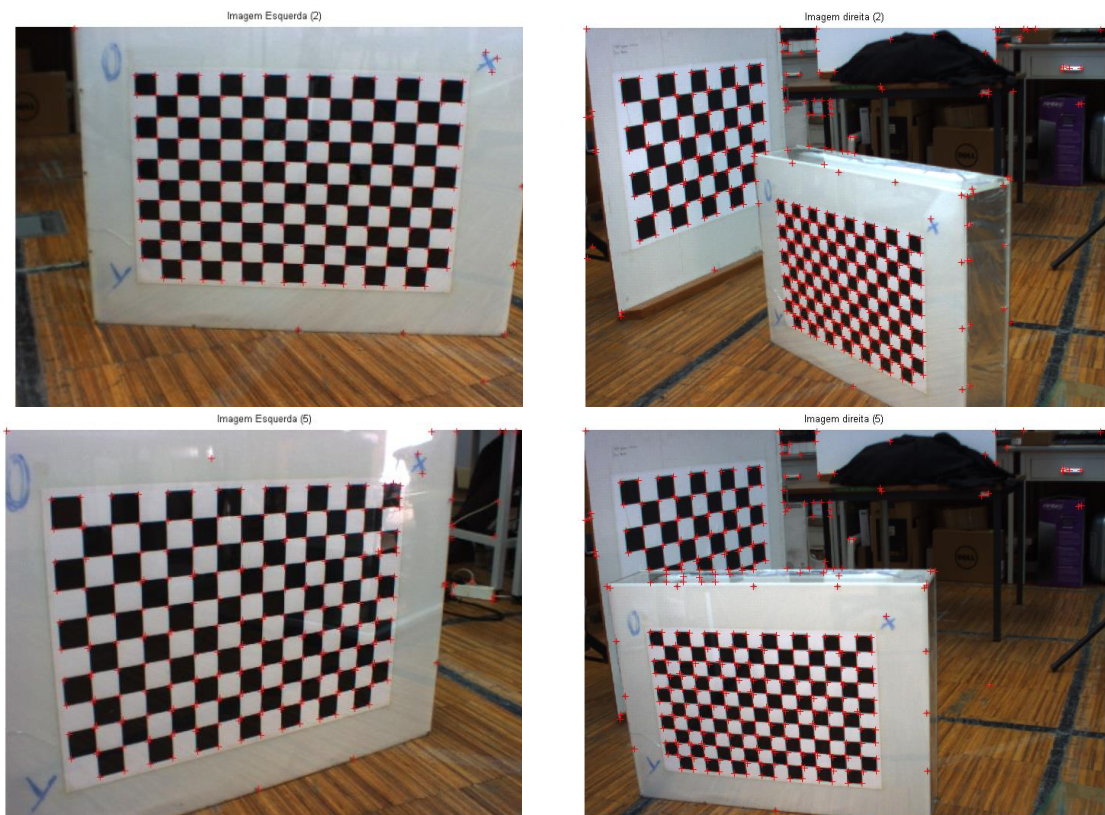


Figura 1- Imagens da câmara esquerda e direita sujeitas a um algoritmo de detecção de cantos

Na figura 1 estão representadas as imagens da câmara esquerda e direita sujeitas a um algoritmo de detecção de cantos, para facilitar a correspondência dos pontos entre imagens. Em virtude da natureza das imagens são precisas 2 imagens de cada câmara (esquerda e direita) para garantir um pressuposto fundamental para a estimação da matriz Fundamental o de que todos os pontos seleccionados não sejam todos co-planares. A figura 2 apresenta os pontos seleccionados para a estimação.

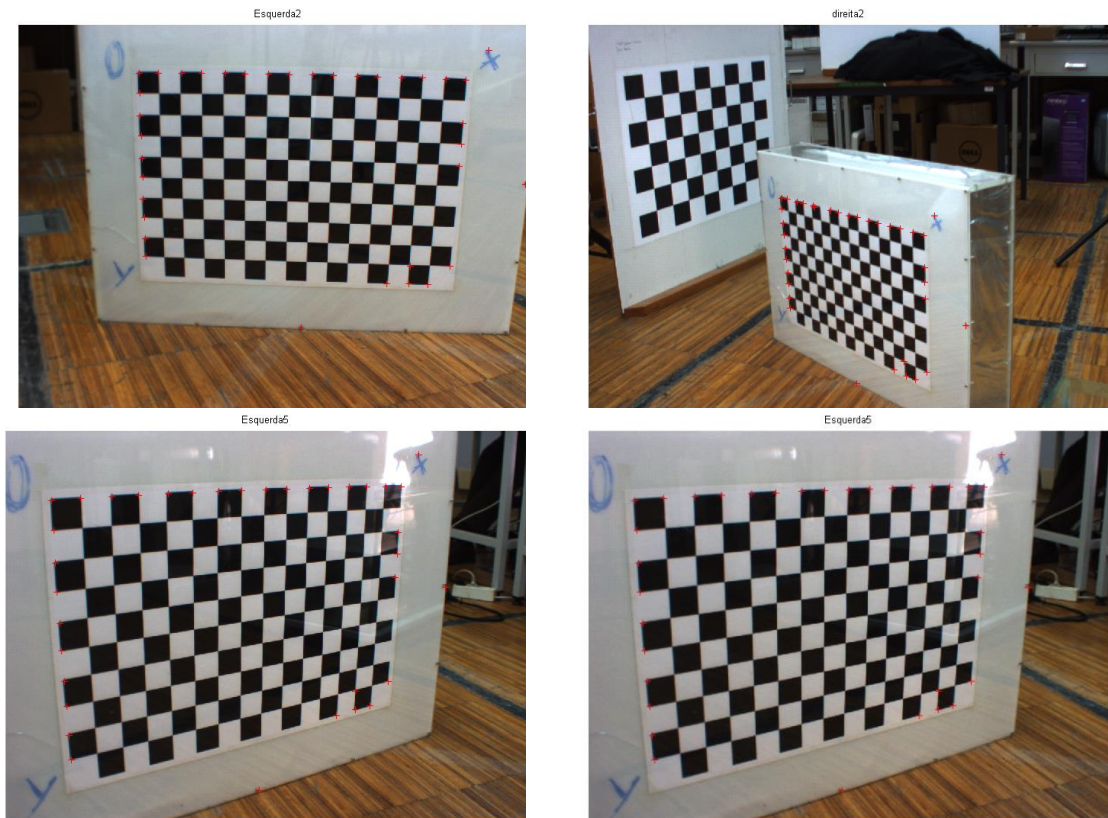


Figura 2- Pares de pontos seleccionados para a estimação da matriz Fundamental

Recorrendo aos pontos anteriormente seleccionados, implementamos o algoritmo dos 8 pontos.

### **Ponto 1:**

Neste ponto é efectuada a normalização dos pontos. Uma boa normalização é um paço importante para uma boa estimativa da matriz F, visto tornar o problema mais bem condicionado do ponto de vista numérico. Para isso faz-se uma translação e uma mudança do factor de escala de cada uma das imagens de modo a que a origem do sistema de coordenadas se situe no centro de massa dos pixéis usados na estimação da matriz F e também de modo a que a distância média quadrática dos pixéis à origem seja de 1. Essa normalização é feita através das seguintes expressões:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i ((x_i - x)^2 + (y_i - y)^2)}{n}; \quad \bar{y} = \sum_i y_i / n; \quad \bar{d} = \frac{\sum_i ((x_i - x)^2 + (y_i - y)^2)}{n\sqrt{2}};$$

Obtendo os resultados:

$$\begin{aligned}\bar{x}_e &= 508.8333 & \bar{x}_d &= 437.2778 \\ \bar{y}_e &= 259.2639 & \bar{y}_d &= 481.0556 \\ \bar{d}_e &= 220.0145 & \bar{d}_d &= 134.2242\end{aligned}$$

Construindo a matriz  $T$ , obtém-se os valores de posição normalizados a partir de

$$p_e' = T_e p_e \text{ e } p_d' = T_d p_d.$$

### **Ponto 2:**

Neste ponto é construído o sistema de equações homogéneo definido pela equação  $p_d'^T F p_e' = 0$ . Sendo  $A$  a matriz do sistema de equações anterior, faz-se a sua decomposição em valores singulares. A matriz  $A$  é construída a custa dos pares de pontos das imagens anteriormente seleccionados para a estimação do  $F$ , com a seguinte disposição:

$$\begin{bmatrix} x_e x_d & x_d y_e & x_d & x_e y_d & y_d y_e & y_d & x_e y_e & 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \geq 8 \end{bmatrix}$$

### **Ponto 3/4/5/6:**

Após a decomposição em valores singulares de  $A$ , onde  $F' = U D' V^T$  e os elementos da coluna da matriz  $V$  correspondentes ao menor valor singular de  $A$  correspondem aos elementos da matriz (a menos de um factor de escala)  $F$ .

Para garantir a característica 2 da matriz aplica-se a decomposição svd a  $F$  e coloca-se o menor valor singular na matriz a zero visto que a característica de uma matriz é dada pelo número de valores singulares diferentes de 0. Posteriormente calcula-se de novo a matriz fundamental ficando  $F' = U D' V^T$ .

### **Ponto 7:**

No último ponto deste algoritmo procedesse a desnormalização de  $F'$ , obtendo assim a matriz Fundamental.

$$F = T_d'^T F' T_e' = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & -0.0049 \\ -0.0000 & 0.0000 & -0.0148 \\ 0.0017 & 0.0056 & 5.4737 \end{bmatrix}$$

Após a estimativa de  $F$ , estamos aptos aplicar o algoritmo de estimação da localização dos epipolos.

**Ponto 1/2/3:**

Efectuamos a decomposição svd da matriz Fundamental, com  $F = [UDV^T]$ , e a localização do epipolo esquerdo é dada pela coluna da matriz V correspondente ao valor singular nulo da matriz F e a do epipolo direito é a coluna da matriz U correspondente ao valor singular nulo da matriz F.

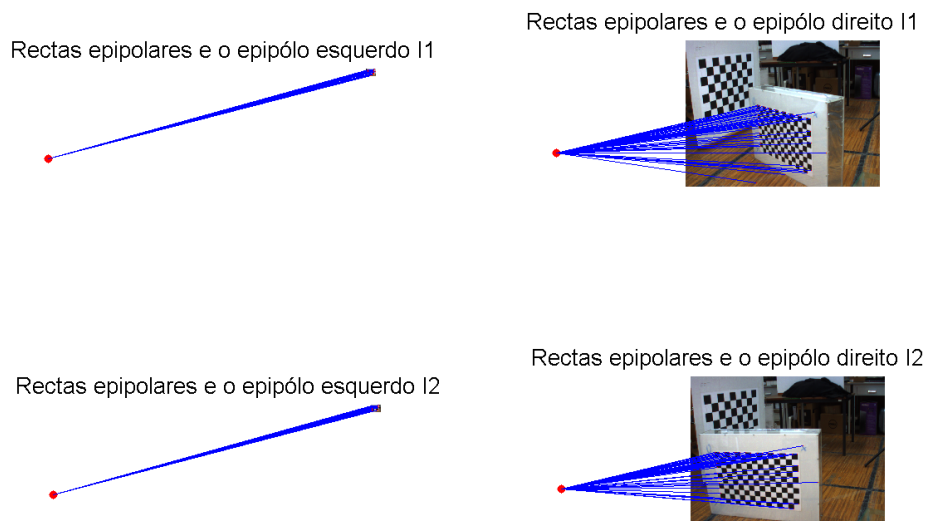


FIGURA 3 – Localização dos epipolos (esquerdo e direito) das imagens 1 e 2.

A figura 3 apresenta a localização dos epipolos esquerdo e direito para as 2 imagens. Através da análise da figura e da execução do programa Matlab em anexo, para uma análise mais detalhada do gráfico, podemos concluir que o resultado foi satisfatório visto que as rectas epipolares passarem nos epipolos correspondente. Verificamos ainda que o epipolo esquerdo se encontra bastante afastado da imagem, este facto deve-se ao posicionamento frontal da câmara que leva a que os epipolos encontrar se iam no infinito. Na nossa estimativa o seu valor não e infinito mas apresenta um valor muito grande.

$$e_e = 1.0e^4 \times \begin{bmatrix} -3.3425 \\ 0.9425 \\ 0.0001 \end{bmatrix} \quad e_d = \begin{bmatrix} -680.4745 \\ 592.6435 \\ 1.0000 \end{bmatrix}$$

## 2ª Parte

Esta segunda parte do trabalho pretende estimar a matriz essencial ( $E$ ) e proceder a reconstrução 3D dos pontos. Recorrendo a matriz  $F$  anteriormente estimada, aos parâmetros intrínsecos da câmara (matriz  $K_e$  e  $K_d$ ) e sabendo que  $F = K_d^{-T} E K_e^{-1}$ , obtemos a matriz uma boa estimativa da matriz  $E$ .

$$E = 1.0e^4 \times \begin{bmatrix} 0.3848 & 1.4536 & -0.0336 \\ -0.0676 & 0.0324 & -1.9628 \\ 0.3659 & 1.3395 & 0.2605 \end{bmatrix}$$

A matriz Essencial permite-nos determinar a matriz rotação e o vector translação existente entre as 2 imagens (direita e esquerda), para tal será usado o método de Hartley apresentado nas aulas teóricas.

Tomando a câmara esquerda como referência determinamos a rotação e translação existente entre os pontos das 2 imagens (esquerda e direita) procedendo a decomposição da matriz  $E$  em valores singulares  $E = [UDV^T]$  e sabendo que

$$W = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ obtemos 4 possíveis soluções para a câmara 2: } \begin{aligned} RT\_1 &= [U \ W \ V^T \ U(:,3)] \\ RT\_2 &= [U \ W \ V^T \ -U(:,3)] \\ RT\_3 &= [U \ W^T \ V^T \ U(:,3)] \\ RT\_4 &= [U \ W^T \ V^T \ -U(:,3)] \end{aligned}$$

Onde,

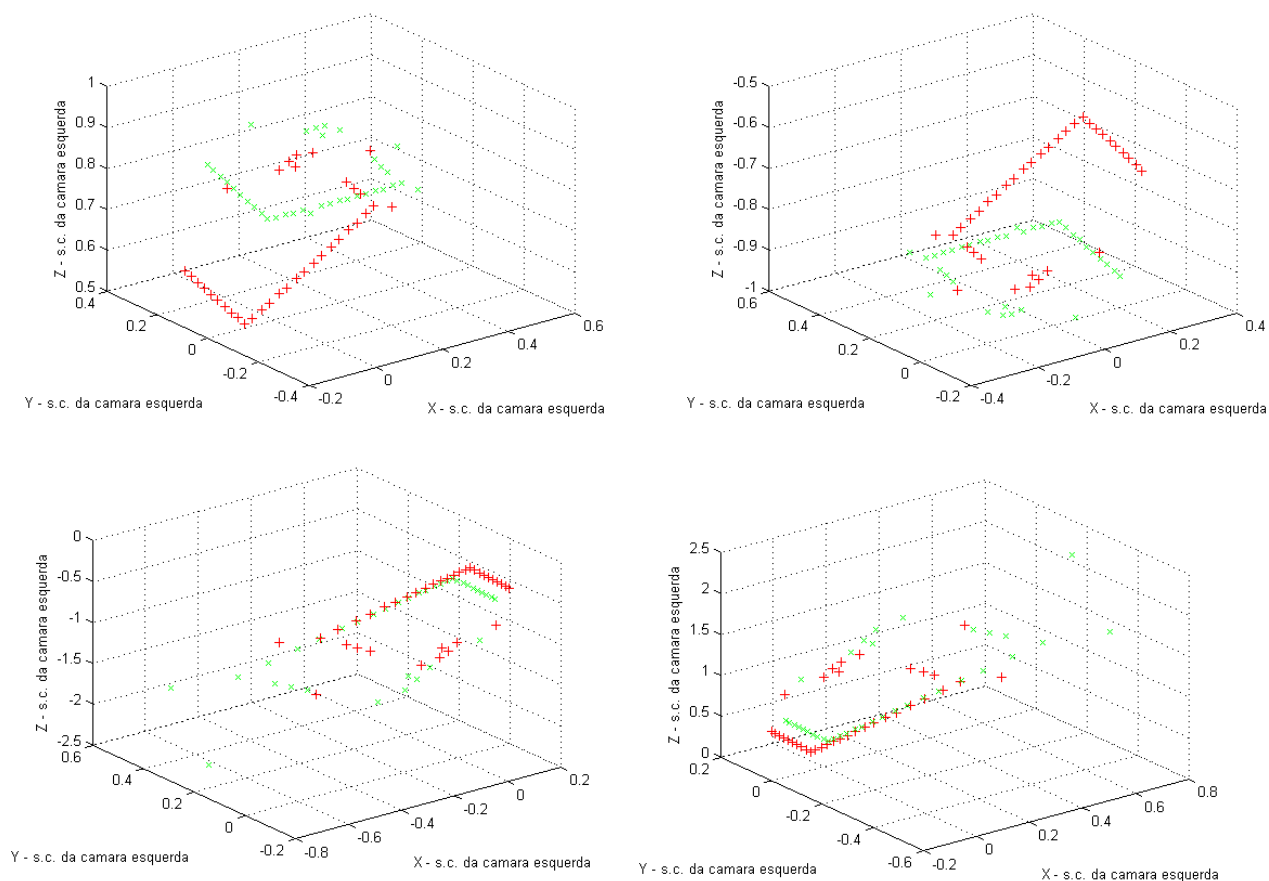
$$RT\_4 = \begin{bmatrix} 0.6141 & -0.2078 & -0.7614 & 0.6750 \\ -0.3612 & -0.9318 & -0.0370 & -0.1084 \\ -0.7017 & 0.2977 & -0.6473 & -0.7298 \end{bmatrix}$$

$$RT\_3 = \begin{bmatrix} 0.6141 & -0.2078 & -0.7614 & -0.6750 \\ -0.3612 & -0.9318 & -0.0370 & 0.1084 \\ -0.7017 & 0.2977 & -0.6473 & 0.7298 \end{bmatrix}$$

$$RT\_2 = \begin{bmatrix} 0.6897 & -0.1385 & 0.7107 & 0.6750 \\ 0.1518 & 0.9874 & 0.0451 & -0.1084 \\ -0.7080 & 0.0768 & 0.7020 & -0.7298 \end{bmatrix}$$

$$RT\_1 = \begin{bmatrix} 0.6897 & -0.1385 & 0.7107 & -0.6750 \\ 0.1518 & 0.9874 & 0.0451 & 0.1084 \\ -0.7080 & 0.0768 & 0.7020 & 0.7298 \end{bmatrix}$$

Para finalizar foi efectuada a reconstrução 3D, para tal foram normalizados os pontos recorrendo as formulas  $p_e = K_e^{-1} \bar{p}_e$  e  $p_d = K_d^{-1} \bar{p}_d$ .



**Figura 4: Quatro possibilidades de reconstrução 3D, Canto superior direito, RT\_1, cantam superior esquerdo RT\_2 e canto inferior esquerdo e direito RT\_3 e RT\_4 respectivamente.**

A figura 4 representa as quatro possíveis soluções para a reconstrução 3D dos pontos esquerdos da imagem I1 (a verde) e da imagem I2 (a vermelha). Apesar de matematicamente ser possível obter 4 soluções, na realidade só uma delas apresenta uma solução coerente para o nosso problema. Após a análise das várias possibilidades concluímos que a opção RT\_1 (canto superior esquerdo) é a solução visto que não apresenta valores negativos para z e permite identificar as diferenças de profundidade (valor de z) entre as 2 imagens da câmara esquerda.

