



# VISÃO POR COMPUTADOR

2º Semestre

Ano lectivo 2016/2017

## *Estimação de Movimento* *(Cálculo do Fluxo Óptico)*

O processo mais directo de estimar a velocidade na imagem de um corpo consiste em diferenciar a sua localização na imagem ao longo do tempo, isto é, obter a sua velocidade com base em informação temporal de posição. No entanto este processo obriga ao conhecimento da sua localização na imagem. No caso de corpos não rígidos isso pode implicar dificuldades adicionais. Este processo é também dependente do nível de ruído existente nas imagens.

Uma solução para a estimação da velocidade na imagem de um objecto consiste em calcular explicitamente as componentes de movimento projectadas na imagem (fluxo óptico). O fluxo óptico é definido como o deslocamento aparente dos padrões de brilho na imagem obtendo-se para cada ponto da imagem  $(x,y)$  um vector de velocidade que representa a velocidade estimada para esse ponto. O seu cálculo pode ser realizado de várias formas. Em particular o cálculo pode ser feito com base nos métodos baseados no gradiente.

### **Estimação do fluxo baseada no gradiente**

$I(x,y,t)$  representa o brilho no pixel  $(x,y)$  no instante de tempo  $t$ . Para cada pixel estima-se um vector de velocidade, criando-se um campo de vectores de velocidade designado por fluxo óptico. Sejam  $(v_x, v_y)$  as componentes do vector velocidade no pixel  $(x,y)$ . Após um intervalo de tempo  $\Delta t$  o ponto  $(x,y)$  desloca-se na imagem para o ponto de coordenadas  $(x + v_x \cdot \Delta t, y + v_y \cdot \Delta t)$ . Considerando que o brilho do pixel não mudou (conservação do brilho da imagem) verifica-se então que:

$$I(x, y, t) = I(x + v_x \cdot \Delta t, y + v_y \cdot \Delta t)$$

Ou, o que é equivalente (dada a constância do brilho),

$$\frac{dI}{dt} = 0 \tag{1}$$

A função  $I(x,y,t)$  depende das coordenadas espaciais da imagem,  $x$  e  $y$  e também do tempo  $t$ . Por outro lado  $x$  e  $y$  são por sua vez também função do tempo  $t$ . Assim a derivada total na Equação (1) não se deve confundir com a derivada parcial  $\partial I / \partial t$ . Aplicando a regra da diferenciação de funções compostas obtém-se para a derivada temporal total,

$$\frac{dI(x(t), y(t), t)}{dt} = \frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

A derivadas parciais do brilho em relação a  $x$  e  $y$  são simplesmente as componentes do gradiente espacial da imagem  $\vec{\nabla} I$  e as derivadas em ordem ao tempo  $dx/dt$  e  $dy/dt$  são as componentes do fluxo óptico  $(v_x, v_y)$ . Ou seja tem-se

$$I_x v_x + I_y v_y + I_t = 0 \quad (3)$$

Ou ainda.  $\nabla I \cdot (v_x, v_y) + I_t = 0$

A Equação (3) é uma equação com duas incógnitas  $v_x$  e  $v_y$ . Consequentemente o vector velocidade não pode ser calculado sem restrições adicionais. Assim uma forma de resolver o problema é a de minimizar a função:

$$E = \sum_{x,y} (I_x v_x + I_y v_y + I_t)^2 \quad (4)$$

Para isso é necessário especificar uma forma para as componentes do vector velocidade  $(v_x, v_y)$ . Se se considerar que  $v_x$  e  $v_y$  são constantes ou seja que se tem,

$$\begin{aligned} v_x &= a_x \\ v_y &= a_y \end{aligned}$$

As componentes do vector velocidade podem ser obtidas como solução do sistema de equações,

$$\begin{aligned} \left( \sum_i I_{x_i}^2 \right) \cdot a_x + \left( \sum_i I_{x_i} \cdot I_{y_i} \right) \cdot a_y &= - \sum_i I_{x_i} \cdot I_{t_i} \\ \left( \sum_i I_{x_i} \cdot I_{y_i} \right) \cdot a_x + \left( \sum_i I_{y_i}^2 \right) \cdot a_y &= - \sum_i I_{y_i} \cdot I_{t_i} \end{aligned} \quad (5)$$

Que se obtém derivando a Equação (4) em ordem às componentes do vector velocidade  $a_x$  e  $a_y$  e igualando a zero.

Se, por outro lado, se especificarmos que  $v_x$  e  $v_y$  têm a forma (modelo afim):

$$\begin{aligned}v_x &= a_x + b_x \cdot x + c_x \cdot y \\v_y &= a_y + b_y \cdot x + c_y \cdot y\end{aligned}\quad (6)$$

Então se substituirmos as expressões de  $v_x$  e  $v_y$  (Equação (6)) na Equação (3), e

derivarmos a Equação (3) em ordem às componentes  $a_x, b_x, c_x, a_y, b_y, c_y$  do vector velocidade

e igualando a zero, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \sum I_x^2 & \sum xI_x^2 & \sum yI_x^2 & \sum I_x I_y & \sum xI_x I_y & \sum yI_x I_y \\ \sum xI_x^2 & \sum x^2 I_x^2 & \sum xyI_x I_y & \sum xI_x I_y & \sum x^2 I_x I_y & \sum xyI_x I_y \\ \sum yI_x^2 & \sum xyI_x^2 & \sum y^2 I_x^2 & \sum yI_x I_y & \sum xyI_x I_y & \sum y^2 I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum xI_x I_y & \sum yI_x I_y & \sum I_y^2 & \sum xI_y^2 & \sum yI_y^2 \\ \sum xI_x I_y & \sum x^2 I_x I_y & \sum xyI_x I_y & \sum xI_y^2 & \sum x^2 I_y^2 & \sum xyI_y^2 \\ \sum yI_x I_y & \sum xyI_x I_y & \sum y^2 I_x I_y & \sum yI_y^2 & \sum xyI_y^2 & \sum y^2 I_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_x \\ b_x \\ c_x \\ a_y \\ b_y \\ c_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum I_x I_t \\ \sum xI_x I_t \\ \sum yI_x I_t \\ \sum I_y I_t \\ \sum xI_y I_t \\ \sum yI_y I_t \end{bmatrix}$$

### Obtenção das derivadas parciais

As derivadas parciais  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_t$  são obtidas por meio de diferenciação numérica, por exemplo, num cubo 2x2x2. Os elementos deste cubo dão os valores dos pixels numa região de uma imagem, em duas imagens consecutivas. Se se representar o nível de cinzento no pixel  $(x,y)$  no instante de tempo  $t$  por  $I(i,j,t)$ , as derivadas parciais são aproximadas por,

$$\begin{aligned}I_x &\approx \frac{1}{4} \left( I(i+1, j, t) + I(i+1, j, t+1) + I(i+1, j+1, t) + I(i+1, j+1, t+1) \right) - \\ &- \frac{1}{4} \left( I(i, j, t) + I(i, j, t+1) + I(i, j+1, t) + I(i, j+1, t+1) \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_y &\approx \frac{1}{4} \left( I(i, j+1, t) + I(i, j+1, t+1) + I(i+1, j+1, t) + I(i+1, j+1, t+1) \right) - \\ &- \frac{1}{4} \left( I(i, j, t) + I(i, j, t+1) + I(i+1, j, t) + I(i+1, j, t+1) \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_t &\approx \frac{1}{4} \left( I(i, j, t+1) + I(i, j+1, t+1) + I(i+1, j, t+1) + I(i+1, j+1, t+1) \right) - \\ &- \frac{1}{4} \left( I(i, j, t) + I(i, j+1, t) + I(i+1, j, t) + I(i+1, j+1, t) \right)\end{aligned}$$

Calculando as derivadas parciais por meio destas expressões, as componentes do vector velocidade são calculadas no centro do cubo 2x2x2, ou seja entre cada 4 pixels de uma imagem e entre duas imagens consecutivas.

## TRABALHO:

Pretende-se neste trabalho efectuar o cálculo das componentes de movimento de uma sequência de imagens (fluxo óptico). Reduza o tamanho das imagens a um máximo de 50\*50.

Trabalho a realizar :

1. Utilize a imagem “coins.png”.
2. Simule a existência de movimento, criando uma segunda e uma terceira imagens na qual se deslocou a imagem “coins” nas seguintes direcções (crie uma imagem para cada deslocação):
  - 1 pixel na horizontal (entre a 1ª imagem e a 2ª imagem e entre a 2ª imagem e a 3ª).
  - 1 pixel na vertical (entre a 1ª imagem e a 2ª imagem e entre a 2ª imagem e a 3ª).
  - 1 pixel na diagonal (entre a 1ª imagem e a 2ª imagem e entre a 2ª imagem e a 3ª).
3. Calcule o fluxo óptico na imagem considerando o modelo constante para o movimento (calcule o fluxo em todos os pixels usando regiões/janelas 3\*3 em torno de cada pixel). Para isso comece por calcular  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_t$ . Calcule o fluxo entre a 1ª imagem e a 2ª imagem e entre a 1ª imagem e a 3ª imagem.
4. Repita o ponto 3, mas considerando o modelo afim para o movimento (calcule o fluxo em todos os pixels usando regiões/janelas 3\*3 em torno de cada pixel). Para isso comece por calcular  $I_x, I_y, I_t$ .
5. Para os pontos 3 e 4 calcule os vectores médios de movimento (em regiões 3\*3) e compare-os com o movimento original imposto. Determine também o seu desvio padrão (em módulo e direcção).
6. Apresente na imagem os vectores de movimento.  
NOTA: Apresente os vectores em pontos suficientemente espaçados entre si de modo a permitir visualizar o fluxo de movimento (Ex: 20 pixels)
7. Crie uma 2ª imagem mas agora com movimentos com direcções e módulos diferentes (considere a imagem dividida em 4 ou mais regiões, cada uma das quais tem um movimento diferente). Calcule o fluxo usando o modelo constante e o afim e apresente na imagem os vectores de movimento calculados. Comente.