

## 03\_Aritmetica\_Entera\_Laboratorio

March 7, 2022

**Definir una función** `IntegerArithmeticCode(mensaje, alfabeto, frecuencias)` **que dado un mensaje en el que se ha utilizado el alfabeto con las correspondientes frecuencias devuelva el resultado de codificar dicho mensaje usando codificación aritmética entera en el intervalo de trabajo**  $[0, R)$ .

Frecuencias:  $f(1), \dots, f(n), f(i)$  entero

Frecuencias acumuladas:

- $F(0) = 0$ ,
- $F(i) = \sum_{k=1}^i f(k)$ ,
- $T = F(n)$  suma total de frecuencias

Intervalo de trabajo:  $[0, R)$ ,  $R = 2^k$ ,  $R > 4T$

[4]:

```
def IntegerArithmeticCode(mensaje, alfabeto, frecuencias):  
  
    return code
```

### 0.0.1 Ejemplo

Atención, el código final no es único.

El proceso para finalizar/cerrar el código ha sido:

- Bits finales pendientes del rescalado: Una vez leído todo el mensaje y hecho todos los reescalados posibles el intervalo  $[m, M)$  no puede estar contenido en  $[0, \frac{R}{2})$ , ni en  $[\frac{R}{4}, \frac{3R}{4})$ , ni en  $[\frac{R}{2}, R)$ ; por lo tanto  $[m, M)$  contiene  $\frac{R}{4}$  y  $\frac{R}{2}$ , o  $\frac{R}{2}$  y  $\frac{4R}{4}$ . Para asegurarnos que enviamos un número del intervalo en un caso enviamos 01... y en el otro 10....
- Envío  $m$  representado por exactamente  $k$  bits.

[12]:

```
alfabeto=['a','b','c','d']  
frecuencias=[1,10,20,300]  
mensaje='dddcabccacabadac'  
print("\n\n\n")  
print(alfabeto)  
print(frecuencias)  
print(mensaje)  
print("\n\n\n")
```

```

C =
→IntegerArithmeticCode(mensaje,alfabeto,frecuencias,numero_de_simbolos=1,debug=True)
print("\n\n\n")
print(C, len(C))

```

```

['a', 'b', 'c', 'd']
[1, 10, 20, 300]
dddcabccacabadac

```

```

Intervalo inicial: [0,2048)
leo: d, [0 | 6 | 68 | 191 | 2048), nuevo intervalo: [191,2048)
leo: d, [191 | 196 | 252 | 364 | 2048), nuevo intervalo:
[364,2048)
leo: d, [364 | 369 | 419 | 521 | 2048), nuevo intervalo:
[521,2048)
leo: c, [521 | 525 | 571 | 664 | 2048), nuevo intervalo:
[571,664)
Rescalado E1:
codigo: 0, nuevo intervalo: [1142,1328)
Rescalado E2:
codigo: 01, nuevo intervalo: [236,608)
Rescalado E1:
codigo: 010, nuevo intervalo: [472,1216)
leo: a, [472 | 474 | 496 | 541 | 1216), nuevo intervalo:
[472,474)
Rescalado E1:
codigo: 0100, nuevo intervalo: [944,948)
Rescalado E1:
codigo: 01000, nuevo intervalo: [1888,1896)
Rescalado E2:
codigo: 010001, nuevo intervalo: [1728,1744)
Rescalado E2:
codigo: 0100011, nuevo intervalo: [1408,1440)
Rescalado E2:
codigo: 01000111, nuevo intervalo: [768,832)
Rescalado E1:
codigo: 010001110, nuevo intervalo: [1536,1664)
Rescalado E2:
codigo: 0100011101, nuevo intervalo: [1024,1280)
Rescalado E2:

```

```

codigo: 01000111011, nuevo intervalo: [0,512)
Rescalado E1:
codigo: 010001110110, nuevo intervalo: [0,1024)
Rescalado E1:
codigo: 0100011101100, nuevo intervalo: [0,2048)
leo: b, [0 | 6 | 68 | 191 | 2048), nuevo intervalo: [6,68)
Rescalado E1:
codigo: 01000111011000, nuevo intervalo: [12,136)
Rescalado E1:
codigo: 010001110110000, nuevo intervalo: [24,272)
Rescalado E1:
codigo: 0100011101100000, nuevo intervalo: [48,544)
Rescalado E1:
codigo: 01000111011000000, nuevo intervalo: [96,1088)
leo: c, [96 | 98 | 128 | 188 | 1088), nuevo intervalo:
[128,188)
Rescalado E1:
codigo: 010001110110000000, nuevo intervalo: [256,376)
Rescalado E1:
codigo: 0100011101100000000, nuevo intervalo: [512,752)
Rescalado E1:
codigo: 01000111011000000000, nuevo intervalo: [1024,1504)
Rescalado E2:
codigo: 0100011101100000000001, nuevo intervalo: [0,960)
Rescalado E1:
codigo: 01000111011000000000010, nuevo intervalo: [0,1920)
leo: c, [0 | 5 | 63 | 179 | 1920), nuevo intervalo: [63,179)
Rescalado E1:
codigo: 010001110110000000000100, nuevo intervalo: [126,358)
Rescalado E1:
codigo: 0100011101100000000001000, nuevo intervalo: [252,716)
Rescalado E1:
codigo: 01000111011000000000010000, nuevo intervalo: [504,1432)
leo: a, [504 | 506 | 534 | 590 | 1432), nuevo intervalo:
[504,506)
Rescalado E1:
codigo: 010001110110000000000100000, nuevo intervalo: [1008,1012)
Rescalado E1:
codigo: 0100011101100000000001000000, nuevo intervalo: [2016,2024)
Rescalado E2:
codigo: 01000111011000000000010000001, nuevo intervalo: [1984,2000)
Rescalado E2:
codigo: 010001110110000000000100000011, nuevo intervalo: [1920,1952)
Rescalado E2:
codigo: 0100011101100000000001000000111, nuevo intervalo: [1792,1856)
Rescalado E2:
codigo: 01000111011000000000010000001111, nuevo intervalo: [1536,1664)

```

Rescalado E2:  
codigo: 01000111011000000000100000011111**1**, nuevo intervalo: [1024,1280)  
Rescalado E2:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**1**, nuevo intervalo: [0,512)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**0**, nuevo intervalo: [0,1024)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**00**, nuevo intervalo: [0,2048)  
leo: c, [0 | 6 | 68 | 191 | 2048), nuevo intervalo: [68,191)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**000**, nuevo intervalo:  
[136,382)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**0000**, nuevo intervalo:  
[272,764)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**00000**, nuevo intervalo:  
[544,1528)  
Rescalado E3:  
codigo: ...esperando..., bits\_acumulados=1, nuevo intervalo: [64,2032)  
leo: a, [64 | 69 | 129 | 248 | 2032), nuevo intervalo: [64,69)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**0000001**, nuevo intervalo:  
[128,138)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**00000010**, nuevo intervalo:  
[256,276)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**000000100**, nuevo intervalo:  
[512,552)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**0000001000**, nuevo intervalo:  
[1024,1104)  
Rescalado E2:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**00000010001**, nuevo intervalo:  
[0,160)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**000000100010**, nuevo intervalo:  
[0,320)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**0000001000100**, nuevo  
intervalo: [0,640)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**00000010001000**, nuevo  
intervalo: [0,1280)  
leo: b, [0 | 3 | 42 | 119 | 1280), nuevo intervalo: [3,42)  
Rescalado E1:  
codigo: 010001110110000000001000000111111**000000100010000**, nuevo

```

intervalo: [6,84)
Rescalado E1:
codigo: 0100011101100000000010000001111110000001000100000, nuevo
intervalo: [12,168)
Rescalado E1:
codigo: 0100011101100000000010000001111110000001000100000, nuevo
intervalo: [24,336)
Rescalado E1:
codigo: 01000111011000000000100000011111100000010001000000, nuevo
intervalo: [48,672)
Rescalado E1:
codigo: 010001110110000000001000000111111000000100010000000, nuevo
intervalo: [96,1344)
leo: a, [96 | 99 | 137 | 212 | 1344), nuevo intervalo: [96,99)
Rescalado E1:
codigo: 0100011101100000000010000001111110000001000100000000, nuevo
intervalo: [192,198)
Rescalado E1:
codigo: 01000111011000000000100000011111100000010001000000000, nuevo
intervalo: [384,396)
Rescalado E1:
codigo: 010001110110000000001000000111111000000100010000000000, nuevo
intervalo: [768,792)
Rescalado E1:
codigo: 0100011101100000000010000001111110000001000100000000000, nuevo
intervalo: [1536,1584)
Rescalado E2:
codigo: 01000111011000000000100000011111100000010001000000000001,
nuevo intervalo: [1024,1120)
Rescalado E2:
codigo: 0100011101100000000010000001111110000001000100000000000011,
nuevo intervalo: [0,192)
Rescalado E1:
codigo: 01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110,
nuevo intervalo: [0,384)
Rescalado E1:
codigo: 010001110110000000001000000111111000000100010000000000001100,
nuevo intervalo: [0,768)
Rescalado E1:
codigo: 0100011101100000000010000001111110000001000100000000000011000,
nuevo intervalo: [0,1536)
leo: d, [0 | 4 | 51 | 143 | 1536), nuevo intervalo: [143,1536)
leo: a, [143 | 147 | 189 | 273 | 1536), nuevo intervalo:
[143,147)
Rescalado E1:
codigo: 01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000,
nuevo intervalo: [286,294)

```

Rescalado E1:  
codigo:  
01000111011000000000100000011111100000010001000000000001100000, nuevo  
intervalo: [572,588)  
Rescalado E1:  
codigo:  
01000111011000000000100000011111100000010001000000000001100000, nuevo  
intervalo: [1144,1176)  
Rescalado E2:  
codigo:  
0100011101100000000010000001111110000001000100000000000110000001,  
nuevo intervalo: [240,304)  
Rescalado E1:  
codigo:  
01000111011000000000100000011111100000010001000000000001100000010,  
nuevo intervalo: [480,608)  
Rescalado E1:  
codigo:  
010001110110000000001000000111111000000100010000000000011000000100,  
nuevo intervalo: [960,1216)  
Rescalado E3:  
codigo: ...esperando..., bits\_acumulados=1, nuevo intervalo: [896,1408)  
Rescalado E3:  
codigo: ...esperando..., bits\_acumulados=2, nuevo intervalo: [768,1792)  
leo: c, [768 | 771 | 802 | 863 | 1792), nuevo intervalo:  
[802,863)  
Rescalado E1:  
codigo:  
010001110110000000001000000111111000000100010000000000011000000100011,  
nuevo intervalo: [1604,1726)  
Rescalado E2:  
codigo: 0100011101100000000010000001111110000001000100000000000110000001000111,  
↪ nuevo intervalo: [1160,1404)  
Rescalado E2:  
codigo: 01000111011000000000100000011111100000010001000000000001100000010001111,  
↪ nnuevo intervalo: [272,760)  
Rescalado E1:  
codigo: 01000111011000000000100000011111100000010001000000000001100000010001111  
0, nuevo intervalo: [544,1520)  
Rescalado E3:  
codigo: ...esperando..., bits\_acumulados=1, nuevo intervalo: [64,2016)

Bits finales pendientes del rescalado:

Al acabar el intervalo  $[m, M)$  no puede estar contenido en  $[0, R/2)$ , ni en  $[R/4, 3R/4)$ , ni en  $[R/2, R)$  por lo tanto  $[m, M)$  contiene  $R/4$  y  $R/2$  o  $R/2$  y  $3R/4$ . Para asegurarnos que enviamos un número del intervalo  $[m, M)$  en un caso enviamos 01... y en el otro 10... según  $m \leq R/4$  ó  $m > R/4$

```
codigo: 01000111011000000000100000011111100000010001000000000001100000010001111
0011
```

Por último envío  $m$  representado por exactamente  $k$  bits

64 representado con exactamente 11 bits: 00001000000

```
Codigo final: 01000111011000000000100000011111100000010001000000000001100000010
001111001100001000000000001000000
```

```
0100011101100000000010000001111110000001000100000000000110000001000111100110000
1000000 87
```

**Definir una función** `IntegerArithmeticDecode(codigo, longitud_mensaje, alfabeto, frecuencias)` que dado un mensaje codificado *codigo* usando codificación aritmética entera en el intervalo de trabajo  $[0, R)$  en el que se ha utilizado el *alfabeto* con las correspondientes frecuencias devuelva el mensaje original de longitud *longitud\_mensaje*.

```
[7]: def IntegerArithmeticDecode(codigo, longitud_mensaje, alfabeto, frecuencias):
      return mensaje[:longitud_mensaje]
```

## 0.0.2 Ejemplo

```
[30]: alfabeto=['a','b','c','d']
frecuencias=[1,10,20,300]
mensaje='dddcabccacabadac'

print("\n\n\n")
print(alfabeto)
print(frecuencias)
print('Tamaño del mensaje:',len(mensaje))
C = IntegerArithmeticCode(mensaje,alfabeto,frecuencias)
print(C)
print("\n\n\n")
C = IntegerArithmeticCode(mensaje,alfabeto,frecuencias)
print(C, len(C),len(mensaje))
mensaje_recuperado=IntegerArithmeticDecode(C,len(mensaje),alfabeto,frecuencias)
print(mensaje==mensaje_recuperado)
```

```

['a', 'b', 'c', 'd']
[1, 10, 20, 300]
Tamaño del mensaje: 16
010001110110000000000100000011111100000010001000000000000110000001000111100110000
1000000

```

```

010001110110000000000100000011111100000010001000000000000110000001000111100110000
1000000 87 16
Número de bits para representar nuestros enteros: 11
010001110110000000000100000011111100000010001000000000000110000001000111
1001100001000000
571

```

```

Intervalo: | 0 | 6 | 68 | 191 | 571 | 2048 |
571
Símbolo: d
Mensaje: d
Nuevo intervalo: 191 | 571 | 2048

```

```

Intervalo: | 191 | 196 | 252 | 364 | 571 | 2048 |
571
Símbolo: dd
Mensaje: dd
Nuevo intervalo: 364 | 571 | 2048

```

```

Intervalo: | 364 | 369 | 419 | 521 | 571 | 2048 |
571
Símbolo: ddd
Mensaje: ddd
Nuevo intervalo: 521 | 571 | 2048

```

```

Intervalo: | 521 | 525 | 571 | 571 | 664 | 2048 |
571
Símbolo: c
Mensaje: dddc
Nuevo intervalo: 571 | 571 | 664

```

```

Rescalado E_1: 571 <= 571 < 664
01000111011 0
000000001000000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000
571 <= 571 < 664----->1142 <= 1142 < 1328

```



Rescalado E\_2: 1142 <= 1142 < 1328  
010001110110 0  
00000001000000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
1142 <= 1142 < 1328----->236 <= 236 < 608

Rescalado E\_1: 236 <= 236 < 608  
0100011101100 0  
0000001000000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
236 <= 236 < 608----->472 <= 472 < 1216

Intervalo: | 472 | 472 | 474 | 496 | 541 | 1216 |  
472  
Símbolo: a  
Mensaje: dddca  
Nuevo intervalo: 472 | 472 | 474

Rescalado E\_1: 472 <= 472 < 474  
01000111011000 0  
000001000000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
472 <= 472 < 474----->944 <= 944 < 948

Rescalado E\_1: 944 <= 944 < 948  
010001110110000 0  
00001000000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
944 <= 944 < 948----->1888 <= 1888 < 1896

Rescalado E\_2: 1888 <= 1888 < 1896  
0100011101100000 0  
0001000000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
1888 <= 1888 < 1896----->1728 <= 1728 < 1744

Rescalado E\_2: 1728 <= 1728 < 1744  
01000111011000000 0  
001000000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
1728 <= 1728 < 1744----->1408 <= 1408 < 1440

Rescalado E\_2: 1408 <= 1408 < 1440  
010001110110000000 0  
01000000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
1408 <= 1408 < 1440----->768 <= 768 < 832

Rescalado E\_1: 768 <= 768 < 832  
0100011101100000000 0  
1000000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
768 <= 768 < 832----->1536 <= 1536 < 1664

Rescalado E\_2: 1536 <= 1536 < 1664  
01000111011000000000 1

00000011111100000010001000000000001100000010001111001100001000000  
1536 <= 1536 < 1664----->1024 <= 1025 < 1280

Rescalado E\_2: 1024 <= 1025 < 1280  
0100011101100000000001 0  
00000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
1024 <= 1025 < 1280----->0 <= 2 < 512

Rescalado E\_1: 0 <= 2 < 512  
01000111011000000000010 0  
0000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
0 <= 2 < 512----->0 <= 4 < 1024

Rescalado E\_1: 0 <= 4 < 1024  
010001110110000000000100 0  
000111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
0 <= 4 < 1024----->0 <= 8 < 2048

Intervalo: | 0 | 6 | 8 | 68 | 191 | 2048 |  
8  
Símbolo: b  
Mensaje: dddcab  
Nuevo intervalo: 6 | 8 | 68

Rescalado E\_1: 6 <= 8 < 68  
0100011101100000000001000 0  
00111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
6 <= 8 < 68----->12 <= 16 < 136

Rescalado E\_1: 12 <= 16 < 136  
01000111011000000000010000 0  
0111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
12 <= 16 < 136----->24 <= 32 < 272

Rescalado E\_1: 24 <= 32 < 272  
010001110110000000000100000 0  
111111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
24 <= 32 < 272----->48 <= 64 < 544

Rescalado E\_1: 48 <= 64 < 544  
0100011101100000000001000000 1  
11111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
48 <= 64 < 544----->96 <= 129 < 1088

Intervalo: | 96 | 98 | 128 | 129 | 188 | 1088 |  
129  
Símbolo: c  
Mensaje: dddcab

Nuevo intervalo: 128 | 129 | 188

Rescalado E\_1: 128 <= 129 < 188

0100011101100000000010000001 1  
1111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
128 <= 129 < 188----->256 <= 259 < 376

Rescalado E\_1: 256 <= 259 < 376

01000111011000000000100000011 1  
111000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
256 <= 259 < 376----->512 <= 519 < 752

Rescalado E\_1: 512 <= 519 < 752

010001110110000000001000000111 1  
11000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
512 <= 519 < 752----->1024 <= 1039 < 1504

Rescalado E\_2: 1024 <= 1039 < 1504

0100011101100000000010000001111 1  
1000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
1024 <= 1039 < 1504----->0 <= 31 < 960

Rescalado E\_1: 0 <= 31 < 960

01000111011000000000100000011111 1  
000000100010000000000001100000010001111001100001000000  
0 <= 31 < 960----->0 <= 63 < 1920

Intervalo: | 0 | 5 | 63 | 63 | 179 | 1920 |  
63

Símbolo: c

Mensaje: dddcabcc

Nuevo intervalo: 63 | 63 | 179

Rescalado E\_1: 63 <= 63 < 179

010001110110000000001000000111111 0  
00000100010000000000001100000010001111001100001000000  
63 <= 63 < 179----->126 <= 126 < 358

Rescalado E\_1: 126 <= 126 < 358

0100011101100000000010000001111110 0  
0000100010000000000001100000010001111001100001000000  
126 <= 126 < 358----->252 <= 252 < 716

Rescalado E\_1: 252 <= 252 < 716

01000111011000000000100000011111100 0  
000100010000000000001100000010001111001100001000000  
252 <= 252 < 716----->504 <= 504 < 1432

Intervalo: | 504 | 504 | 506 | 534 | 590 | 1432 |  
504  
Símbolo: a  
Mensaje: dddcabcca  
Nuevo intervalo: 504 | 504 | 506

Rescalado E\_1: 504 <= 504 < 506  
010001110110000000001000000111111000 0  
00100010000000000001100000010001111001100001000000  
504 <= 504 < 506----->1008 <= 1008 < 1012

Rescalado E\_1: 1008 <= 1008 < 1012  
0100011101100000000010000001111110000 0  
01000100000000000001100000010001111001100001000000  
1008 <= 1008 < 1012----->2016 <= 2016 < 2024

Rescalado E\_2: 2016 <= 2016 < 2024  
01000111011000000000100000011111100000 0  
100010000000000001100000010001111001100001000000  
2016 <= 2016 < 2024----->1984 <= 1984 < 2000

Rescalado E\_2: 1984 <= 1984 < 2000  
010001110110000000001000000111111000000 1  
000100000000000001100000010001111001100001000000  
1984 <= 1984 < 2000----->1920 <= 1921 < 1952

Rescalado E\_2: 1920 <= 1921 < 1952  
0100011101100000000010000001111110000001 0  
00100000000000001100000010001111001100001000000  
1920 <= 1921 < 1952----->1792 <= 1794 < 1856

Rescalado E\_2: 1792 <= 1794 < 1856  
01000111011000000000100000011111100000010 0  
0100000000000001100000010001111001100001000000  
1792 <= 1794 < 1856----->1536 <= 1540 < 1664

Rescalado E\_2: 1536 <= 1540 < 1664  
010001110110000000001000000111111000000100 0  
10000000000001100000010001111001100001000000  
1536 <= 1540 < 1664----->1024 <= 1032 < 1280

Rescalado E\_2: 1024 <= 1032 < 1280  
0100011101100000000010000001111110000001000 1  
0000000000001100000010001111001100001000000  
1024 <= 1032 < 1280----->0 <= 17 < 512

Rescalado E\_1: 0 <= 17 < 512  
01000111011000000000100000011111100000010001 0

000000000001100000010001111001100001000000  
0 <= 17 < 512----->0 <= 34 < 1024

Rescalado E\_1: 0 <= 34 < 1024  
010001110110000000001000000111111000000100010 0  
00000000001100000010001111001100001000000  
0 <= 34 < 1024----->0 <= 68 < 2048

Intervalo: | 0 | 6 | 68 | 68 | 191 | 2048 |  
68  
Símbolo: c  
Mensaje: dddcabccac  
Nuevo intervalo: 68 | 68 | 191

Rescalado E\_1: 68 <= 68 < 191  
0100011101100000000010000001111110000001000100 0  
0000000001100000010001111001100001000000  
68 <= 68 < 191----->136 <= 136 < 382

Rescalado E\_1: 136 <= 136 < 382  
01000111011000000000100000011111100000010001000 0  
000000001100000010001111001100001000000  
136 <= 136 < 382----->272 <= 272 < 764

Rescalado E\_1: 272 <= 272 < 764  
010001110110000000001000000111111000000100010000 0  
00000001100000010001111001100001000000  
272 <= 272 < 764----->544 <= 544 < 1528

Rescalado E\_3: 544 <= 544 < 1528  
0100011101100000000010000001111110000001000100000 0  
0000001100000010001111001100001000000  
544 <= 544 < 1528----->64 <= 64 < 2032

Intervalo: | 64 | 64 | 69 | 129 | 248 | 2032 |  
64  
Símbolo: a  
Mensaje: dddcabccaca  
Nuevo intervalo: 64 | 64 | 69

Rescalado E\_1: 64 <= 64 < 69  
01000111011000000000100000011111100000010001000000 0  
000001100000010001111001100001000000  
64 <= 64 < 69----->128 <= 128 < 138

Rescalado E\_1: 128 <= 128 < 138  
010001110110000000001000000111111000000100010000000 0  
00001100000010001111001100001000000

128 <= 128 < 138----->256 <= 256 < 276

Rescalado E\_1: 256 <= 256 < 276

0100011101100000000010000001111110000001000100000000 0  
0001100000010001111001100001000000  
256 <= 256 < 276----->512 <= 512 < 552

Rescalado E\_1: 512 <= 512 < 552

0100011101100000000010000001111110000001000100000000 0  
001100000010001111001100001000000  
512 <= 512 < 552----->1024 <= 1024 < 1104

Rescalado E\_2: 1024 <= 1024 < 1104

010001110110000000001000000111111000000100010000000000 0  
01100000010001111001100001000000  
1024 <= 1024 < 1104----->0 <= 0 < 160

Rescalado E\_1: 0 <= 0 < 160

0100011101100000000010000001111110000001000100000000000 0  
1100000010001111001100001000000  
0 <= 0 < 160----->0 <= 0 < 320

Rescalado E\_1: 0 <= 0 < 320

01000111011000000000100000011111100000010001000000000000 1  
100000010001111001100001000000  
0 <= 0 < 320----->0 <= 1 < 640

Rescalado E\_1: 0 <= 1 < 640

010001110110000000001000000111111000000100010000000000001 1  
00000010001111001100001000000  
0 <= 1 < 640----->0 <= 3 < 1280

Intervalo: | 0 | 3 | 3 | 42 | 119 | 1280 |

3

Símbolo: b

Mensaje: dddcabccacab

Nuevo intervalo: 3 | 3 | 42

Rescalado E\_1: 3 <= 3 < 42

010001110110000000001000000111111000000100010000000000011 0  
0000010001111001100001000000  
3 <= 3 < 42----->6 <= 6 < 84

Rescalado E\_1: 6 <= 6 < 84

0100011101100000000010000001111110000001000100000000000110 0  
000010001111001100001000000  
6 <= 6 < 84----->12 <= 12 < 168

```

Rescalado E_1: 12 <= 12 < 168
010001110110000000001000000111111000000100010000000000001100 0
00010001111001100001000000
12 <= 12 < 168----->24 <= 24 < 336

Rescalado E_1: 24 <= 24 < 336
0100011101100000000010000001111110000001000100000000000011000 0
0010001111001100001000000
24 <= 24 < 336----->48 <= 48 < 672

Rescalado E_1: 48 <= 48 < 672
01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000 0
010001111001100001000000
48 <= 48 < 672----->96 <= 96 < 1344

Intervalo: | 96 | 96 | 99 | 137 | 212 | 1344 |
96
Símbolo: a
Mensaje: dddcabccacaba
Nuevo intervalo: 96 | 96 | 99

Rescalado E_1: 96 <= 96 < 99
010001110110000000001000000111111000000100010000000000001100000 0
10001111001100001000000
96 <= 96 < 99----->192 <= 192 < 198

Rescalado E_1: 192 <= 192 < 198
0100011101100000000010000001111110000001000100000000000011000000 1
0001111001100001000000
192 <= 192 < 198----->384 <= 385 < 396

Rescalado E_1: 384 <= 385 < 396
01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000001 0
001111001100001000000
384 <= 385 < 396----->768 <= 770 < 792

Rescalado E_1: 768 <= 770 < 792
010001110110000000001000000111111000000100010000000000001100000010 0
01111001100001000000
768 <= 770 < 792----->1536 <= 1540 < 1584

Rescalado E_2: 1536 <= 1540 < 1584
0100011101100000000010000001111110000001000100000000000011000000100 0
1111001100001000000
1536 <= 1540 < 1584----->1024 <= 1032 < 1120

Rescalado E_2: 1024 <= 1032 < 1120
01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000001000 1

```

```

111001100001000000
1024 <= 1032 < 1120----->0 <= 17 < 192

Rescalado E_1: 0 <= 17 < 192
010001110110000000001000000111111000000100010000000000001100000010001 1
11001100001000000
0 <= 17 < 192----->0 <= 35 < 384

Rescalado E_1: 0 <= 35 < 384
0100011101100000000010000001111110000001000100000000000011000000100011
1 1001100001000000
0 <= 35 < 384----->0 <= 71 < 768

Rescalado E_1: 0 <= 71 < 768
01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000001000111
1 001100001000000
0 <= 71 < 768----->0 <= 143 < 1536

Intervalo: | 0 | 4 | 51 | 143 | 143 | 1536 |
143
Símbolo: d
Mensaje: dddcabccacabad
Nuevo intervalo: 143 | 143 | 1536

Intervalo: | 143 | 143 | 147 | 189 | 273 | 1536 |
143
Símbolo: a
Mensaje: dddcabccacabada
Nuevo intervalo: 143 | 143 | 147

Rescalado E_1: 143 <= 143 < 147
010001110110000000001000000111111000000100010000000000001100000010001111
0 01100001000000
143 <= 143 < 147----->286 <= 286 < 294

Rescalado E_1: 286 <= 286 < 294
0100011101100000000010000001111110000001000100000000000011000000100011110
0 1100001000000
286 <= 286 < 294----->572 <= 572 < 588

Rescalado E_1: 572 <= 572 < 588
01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000001000111100
1 100001000000
572 <= 572 < 588----->1144 <= 1145 < 1176

Rescalado E_2: 1144 <= 1145 < 1176
010001110110000000001000000111111000000100010000000000001100000010001111001
1 00001000000

```



1144 <= 1145 < 1176----->240 <= 243 < 304

Rescalado E\_1: 240 <= 243 < 304

0100011101100000000010000001111110000001000100000000000011000000100011110011

0 0001000000

240 <= 243 < 304----->480 <= 486 < 608

Rescalado E\_1: 480 <= 486 < 608

01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000001000111100110

0 001000000

480 <= 486 < 608----->960 <= 972 < 1216

Rescalado E\_3: 960 <= 972 < 1216

010001110110000000001000000111111000000100010000000000001100000010001111001100

0 01000000

960 <= 972 < 1216----->896 <= 920 < 1408

Rescalado E\_3: 896 <= 920 < 1408

0100011101100000000010000001111110000001000100000000000011000000100011110011000

0 1000000

896 <= 920 < 1408----->768 <= 816 < 1792

Intervalo: | 768 | 771 | 802 | 816 | 863 | 1792 |

816

Símbolo: c

Mensaje: dddcabccacabadac

Nuevo intervalo: 802 | 816 | 863

Rescalado E\_1: 802 <= 816 < 863

01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000001000111100110000

1 000000

802 <= 816 < 863----->1604 <= 1633 < 1726

Rescalado E\_2: 1604 <= 1633 < 1726

01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000001000111100110000

1 0 00000

1604 <= 1633 < 1726----->1160 <= 1218 < 1404

Rescalado E\_2: 1160 <= 1218 < 1404

01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000001000111100110000

10 0 0000

1160 <= 1218 < 1404----->272 <= 388 < 760

Rescalado E\_1: 272 <= 388 < 760

01000111011000000000100000011111100000010001000000000000110000001000111100110000

100 0 000

272 <= 388 < 760----->544 <= 776 < 1520

```
Rescalado E_3: 544 <= 776 < 1520
0100011101100000000010000001111110000001000100000000000110000001000111100110000
1000 0 00
544 <= 776 < 1520----->64 <= 528 < 2016
```

```
Intervalo: | 64 | 69 | 128 | 246 | 528 | 2016 |
528
Símbolo: d
Mensaje: dddcabccacabadacd
Nuevo intervalo: 246 | 528 | 2016
```

```
Intervalo: | 246 | 251 | 304 | 411 | 528 | 2016 |
528
Símbolo: d
Mensaje: dddcabccacabadacdd
Nuevo intervalo: 411 | 528 | 2016
```

```
Intervalo: | 411 | 415 | 464 | 528 | 561 | 2016 |
528
Símbolo: c
Mensaje: dddcabccacabadacddc
Nuevo intervalo: 464 | 528 | 561
```

```
Rescalado E_1: 464 <= 528 < 561
0100011101100000000010000001111110000001000100000000000110000001000111100110000
10000 0 0
464 <= 528 < 561----->928 <= 1056 < 1122
```

```
Rescalado E_3: 928 <= 1056 < 1122
0100011101100000000010000001111110000001000100000000000110000001000111100110000
100000 0
928 <= 1056 < 1122----->832 <= 1088 < 1220
```

```
Temporal: dddcabccacabadacddc
Real: dddcabccacabadac
True
```

---

**Definir una función `EncodeArithmetic(mensaje)` que codifique un mensaje utilizando un codificación aritmética entera a partir de las frecuencias de los caracteres del mensaje.**

### 0.0.3 Ejemplo

[27]:

```

mensaje='La heroica ciudad dormía la siesta. El viento Sur, caliente y perezoso,
→empujaba las nubes blanquecinas que se rasgaban al correr hacia el Norte. En
→las calles no había más ruido que el rumor estridente de los remolinos de
→polvo, trapos, pajas y papeles que iban de arroyo en arroyo, de acera en
→acera, de esquina en esquina revolando y persiguiéndose, como mariposas que se
→buscan y huyen y que el aire envuelve en sus pliegues invisibles. Cual turbas
→de pilluelos, aquellas migajas de la basura, aquellas sobras de todo se
→juntaban en un montón, parábanse como dormidas un momento y brincaban de nuevo
→sobresaltadas, dispersándose, trepando unas por las paredes hasta los
→cristales temblorosos de los faroles, otras hasta los carteles de papel mal
→pegado a las esquinas, y había pluma que llegaba a un tercer piso, y arenilla
→que se incrustaba para días, o para años, en la vidriera de un escaparate,
→agarrada a un plomo. Vetusta, la muy noble y leal ciudad, corte en lejano
→siglo, hacía la digestión del cocido y de la olla podrida, y descansaba oyendo
→entre sueños el monótono y familiar zumbido de la campana de coro, que
→retumbaba allá en lo alto de la esbelta torre en la Santa Basílica. La torre
→de la catedral, poema romántico de piedra,delicado himno, de dulces líneas de
→belleza muda y perenne, era obra del siglo diez y seis, aunque antes
→comenzada, de estilo gótico, pero, cabe decir, moderado por un instinto de
→prudencia y armonía que modificaba las vulgares exageraciones de esta
→arquitectura. La vista no se fatigaba contemplando horas y horas aquel índice
→de piedra que señalaba al cielo; no era una de esas torres cuya aguja se
→quiebra desutil, más flacas que esbeltas, amaneradas, como señoritas cursis
→que aprietan demasiado el corsé; era maciza sin perder nada de su espiritual
→grandeza, y hasta sus segundos corredores, elegante balaustrada, subía como
→fuerte castillo, lanzándose desde allí en pirámide de ángulo gracioso,
→inimitable en sus medidas y proporciones. Como haz de músculos y nervios la
→piedra enroscándose en la piedra trepaba a la altura, haciendo equilibrios de
→acróbata en el aire; y como prodigio de juegos malabares, en una punta de
→caliza se mantenía, cual imantada, una bola grande de bronce dorado, y encima
→otra más pequeña, y sobre ésta una cruz de hierro que acababa en pararrayos.'
```

```

mensaje_codificado,tamanyo_mensaje,alfabeto,frecuencias=EncodeArithmetic(mensaje)
mensaje_recuperado=DecodeArithmetic(mensaje_codificado,tamanyo_mensaje,alfabeto,frecuencias)
```

```

print(mensaje_codificado)
print(tamanyo_mensaje)
print(alfabeto)
print(frecuencias)
print(mensaje_recuperado)
ratio_compresion=8*len(mensaje)/len(mensaje_codificado)
print('Ratio:',ratio_compresion)

if (mensaje!=mensaje_recuperado):
    print('!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!')
    mensaje_codificado
```

Tiempo generar tabla de frecuencias: 0.0019488334655761719

Tiempo codificar: 0.017569541931152344

00110001111101010111100001101111101111101110011000111101110110010011110110110010  
10110001000001101101101101100110010010100011101110001111101000101110111001100101  
00111100101011100101110111100010110111101011111100001100010101101010010110010110  
01100101011000100011111000100001101000001001010011000111010000010101111010010100  
10000101101010110100100111100001010001110010001011111000010100011100101011100110  
0111110111101000100010111011010011001010011000100000000011111011001010001101010  
1111111100010011110000110010100000110110010101101100101101000010101111110110111  
01100100011001101000100000100000011110101001011000110110000011110111000101000110  
00100010010011110100100111001010110110110101110110011100011001111010101001001000  
00001011101001101000010010110011010101000011101101001000111011011000110011100010  
00111000100100011110100100011010111110101100010111110111110100001000011001000001  
00011101000100011000010001101001000111011100100110011111011110111011100100110000  
0100111010110001110001001100101100010011000110100100111000110111110110110111000  
0100010100110001100010100101011111111111011110000111101101100000100000010111111  
10100110001111011101111111011000000011001111011011111100000001010111100100110  
11100100111000011000100010000000100110000001100111111011000001010011000001000001  
10111001000011110111110011000110100111000001000101110011010010100111001101010110  
00010111111100101000000101100011110000011110100000001010111000110111100101100100  
01111011001000111000110101001101110000111010000110000010001110001011010001110111  
11010010111100010001101110101101000011000001000110110000111100010110101111001110  
00010010010100011101010100101001000110001011010110011110111101001101111000011000  
11110001100101100000111011010000111000111010001110111001001010101011001010111010  
00001110000101001100000100000100001001010000111100100110110111001001100110011101  
1111101000100011111000100011010011100010011010111011110011110110011000001111010  
11110100110001010010001001011101010100001101111111010100110000000011111001110001  
01110100010001110000000000100100101111110001011000110111001101000101010100101100  
1001100111000111000011111110010010101001000110001110101001110001101110011010010  
01111111000001010001111000101101000011000110101111001100101000000111110100100110  
1000101000110110110001010111101001101111111001011101001011010110010111010000101  
11100010101100000001100010000100010110100001000101101001110011101011001100010101  
00101111101001000111010101111011110011101000110100100010111001010100100001000000  
11110101110000010111001011111000110000111010001110100001101101000111010101000010  
110100010111001011001001011111110011011111111001100001100000100101101000001010  
01101101101110010110010110111010000100011111111000100100101111010111100000011011  
00101001010110010110111110010010100010110001110010011011001101110101100101100100  
011101000100101011001010101110100111110001001011000001011110001011001101101110  
01010011110001111001110000011010110110111000000010001110100100100001000111111001  
11100000111111101010010011100011101110111101010010001100011100101111001100000100  
0100101000000111001100110010110110011110010011010001110101111001101000010111011  
001111111100001101100010001000110111111000000100101110100100101101000110110110011  
10000010110000011101010111011110000111101111100010111001101101001000011011100000  
10100011111010000010000010110011101011100010100100000111011001111011010000111000  
00010001010011110011000111101011101000110001101010111000111101100100010110111110  
1100101010110100001111101011001111001101110000100111100111110000000011

01011000010001010101010011111000101101111000100110111001001011000001000011010110  
1000101111010110100010000011110010100010100000000100000000110001100111111001001  
111011011001010100000111011011100101000000101000011100011011011111110010111111  
00010011011110100010001000000110101100110110010000100111000110000100011011111100  
1101010111100111111111010111111010110010111001000100111101110011011001110001001  
01110110101000110101000000000111100110111010000001001011000111111011110010011111  
010111011011011111101000110111101001010110110010100100110000101111001001100110000  
01000011011001000000011001100000111111111100101011101101001011100101000110100010  
10100000100111100011011001011011001001000011000110011101010100100110010110101101  
11110010000000011100100111010010111101011111011011100011011101110100011100101101  
00111011000000011010000100100111110101101110110000001010000101111000010110100010  
01011000101011000111000111001001001000101111001110010011010100111100110110011000  
00001111101110101010100101000110011110011110011110100011101111000101010111101110  
11100101000110100000111000010110001000110000010010000101100101101010111100111110  
00001101101101111101100010100101011101011110101101110001101001101001000000001010  
01001000111001001101111001100100011101000010110101100111001011100111011011111011  
00101011101111101000010101110000011100101100000011110011100110101110000111110110  
01111010110000011110100111111100001110100011110011010101101010111110110000111001  
10101111000111001100101011011100000110011000001111110000101101001101000101011001  
11111101010010111011010100010001011010001010000000101000110000101100000111110011  
1001000001111000001011011111000000011111011000110110011101101000010100011011110  
11110001001101001100011000111110011110000011010010000111001010010100101101010111  
000111110010111011111111011111011010110001100100111010110100011010001011111011  
10101100111001001100000010101110001100001110100001111110000000111110000101100101  
000100011110111011011111110101100001110110110101100101100011110001010101110111  
00001010111111011110101101010010111010000100000011100110110010001101110110100100  
00111001110010010111011000010011010011000111010100001101011110010011010010011001  
1111001001010101001101111101000100101011010011010100101010111101111100011000000  
1000111001011001010100010010011101111111101101010111010000011100000000110011110  
00011101110010100111110100110101101001100000001011001011010111111010110110101001  
10111101000001111001011110111110010101101001110001100010110100100000100111111100  
00110001110110011000010101101011101011000001110000000110010001011110001100001111  
01000111010000101100111111011000100001110000000110001101011101111010001011010101  
10000010101001011001101110001010011101010110100001110111100101100000111110000000  
0110100100011011100110010101110101110111110001100001011100111010000101011110011  
01000110000010110100010111110110111001011110010010010001000110000110001011000010  
01000111010011101001100101111010001010000101010101111000000000011100101100001100  
10100001010110001101111011110101110011010001110011100010110111110100010100010110  
11111000110010000000000101000001100100101101101001111000000000000110011010101001  
00010111110111111010000000011101100010100101001111101011100101100111000101001100  
10110100111111011100000010010111011101000111001100000100011101000010000001110111  
111100101000001011110111010101010000000000110110111110001000000101100111011101  
11001110000000101001001100000001010100110101000101110100101001001011111000110011  
11000010110101001010011011011100001011010100011110010000100100001100101111000111  
10101101000010011111011010001111000011100000011010110101111010111101010010000110  
10011110100001000110000111101010011011100000001100001111101111100010110010110010  
00001010110100100111010100001001000101000000100011111001101101101110010011000010  
001101101110000101101011101101100000101001100010110101001111000101011101111101

1010000111111001101001111110101100001100111100110010000111110100010111001110101  
0000011011101110101111010001111110100000001101001110100011011001100100010100010  
0110011111110000110101000000110110101010000111110000010110111111011010010111111  
10010100011011100010000011100111110100110011001111010101110001001100010011011101  
10011101000001001001100111110100010001101100010001011100101001001000101000011010  
00010000001101001010100001000101000111100110011111100101101000010110111100110010  
0000000000011100001010100010000010100000100100111111010001010011101000101100001  
1110111111010001000010101111110101000010000101000100010100111001010000010000010  
00100110101011000010111100011000101011111011001110010001100110100110001111110000  
11010101110010101010010011010001001000100101110110010111010001111101100001000010  
0100011111111010111101001101001000010000010000101100001000110111100110011110011  
1011111011011011010011111011010100011000110111001010100111011111101010110001010  
11110000011001100100100101000000000000100111011010001001000100001100010110111100  
10100000110011111101101011110010000010100001000100100000101110111001101110000011  
0011001111010010100101011000101011101111100110110010010100111111100010001011000  
000100100011101100001011111101010010000111111111100110101110001110010000001010  
11100111101001000100110011111001001000110110010000100100110110000010110011010111  
01011010000110100000110111011100101000011101111011000001010000111001111100101110  
01110111101100011011100100000110010011010101111010010011110000011110101001011000  
11110101001011011110000011001010001100010010010111100101101110101000001111101011  
1011001100111110101000101111000101111000000010100101111111001000000010110000011  
1100101110101000111010000100100000111000111111011100111011011110111010101111100  
10111011110110111110011011110001011001001111011101011000110100010111000001000001  
00111110100000111010100110110001001100100101001001111100100110110011011011101011  
10011010011111111111100001001010111101010001110111001100111001100010111101000010  
00101101101100010100101000010100001100001111101110100101011101000111111000100101  
100011111100011111101110110000100101110000011110100000111010101000101111110110111  
010110011010010011011001101100101000110101010101111101010110001110110010000111  
0110101011100100101010110100101001101110100000100110111101011101011111111110101  
01111001010011110110011000110100000111011110101011000110000111111011011110110100  
11001110010110100011000000000

2329

[' ', ',', '.', ';', 'B', 'C', 'E', 'L', 'N', 'S', 'V', 'a', 'b', 'c', 'd', 'e',  
'f', 'g', 'h', 'i', 'j', 'l', 'm', 'n', 'o', 'p', 'q', 'r', 's', 't', 'u', 'v',  
'x', 'y', 'z', 'á', 'é', 'í', 'ñ', 'ó', 'ú']

[392, 46, 8, 3, 1, 2, 2, 3, 1, 2, 1, 267, 46, 64, 104, 238, 6, 23, 15, 98, 7,  
112, 49, 110, 141, 48, 25, 126, 145, 68, 87, 11, 1, 29, 11, 11, 3, 12, 5, 5, 1]

La heroica ciudad dormía la siesta. El viento Sur, caliente y perezoso, empujaba las nubes blanquecinas que se rasgaban al correr hacia el Norte. En las calles no había más ruido que el rumor estridente de los remolinos de polvo, trapos, pajas y papeles que iban de arroyo en arroyo, de acera en acera, de esquina en esquina revolando y persiguiéndose, como mariposas que se buscan y huyen y que el aire envuelve en sus pliegues invisibles. Cual turbas de pilluelos, aquellas migajas de la basura, aquellas sobras de todo se juntaban en un montón, parábanse como dormidas un momento y brincaban de nuevo sobresaltadas, dispersándose, trepando unas por las paredes hasta los cristales temblorosos de los faroles, otras hasta los carteles de papel mal pegado a las esquinas, y había pluma que llegaba a un tercer piso, y arenilla que se incrustaba para

días, o para años, en la vidriera de un escaparate, agarrada a un plomo. Vetusta, la muy noble y leal ciudad, corte en lejano siglo, hacía la digestión del cocido y de la olla podrida, y descansaba oyendo entre sueños el monótono y familiar zumbido de la campana de coro, que retumbaba allá en lo alto de la esbelta torre en la Santa Basílica. La torre de la catedral, poema romántico de piedra, delicado himno, de dulces líneas de belleza muda y perenne, era obra del siglo diez y seis, aunque antes comenzada, de estilo gótico, pero, cabe decir, moderado por un instinto de prudencia y armonía que modificaba las vulgares exageraciones de esta arquitectura. La vista no se fatigaba contemplando horas y horas aquel índice de piedra que señalaba al cielo; no era una de esas torres cuya aguja se quiebra desutil, más flacas que esbeltas, amaneradas, como señoritas cursis que aprietan demasiado el corsé; era maciza sin perder nada de su espiritual grandeza, y hasta sus segundos corredores, elegante balaustrada, subía como fuerte castillo, lanzándose desde allí en pirámide de ángulo gracioso, inimitable en sus medidas y proporciones. Como haz de músculos y nervios la piedra enroscándose en la piedra trepaba a la altura, haciendo equilibrios de acróbata en el aire; y como prodigio de juegos malabares, en una punta de caliza se mantenía, cual imantada, una bola grande de bronce dorado, y encima otra más pequeña, y sobre ésta una cruz de hierro que acababa en pararrayos.

Ratio: 1.9033609153131066

#### 0.0.4 Codifico *La Regenta*

Uso como fuente los símbolos del texto.

```
[29]: with open ("../standard_test_text/la_regenta_utf8", "r") as myfile:
        mensaje=myfile.read()
        t0=time.time()
        mensaje_codificado,tamanyo_mensaje,alfabeto,frecuencias=EncodeArithmetic(mensaje)
        t_encode=time.time()-t0
        print("\n Tiempo Encode:", t_encode)
        t0=time.time()
        mensaje_recuperado=DecodeArithmetic(mensaje_codificado,tamanyo_mensaje,alfabeto,frecuencias)
        t_decode=time.time()-t0
        print("\n Tiempo Decode:", t_decode)

        ratio_compresion=8*len(mensaje)/len(mensaje_codificado)
        print("\n Ratio aritmética: ",ratio_compresion, "Ratio Huffman: 1.
        →8093595855718445")

        if (mensaje!=mensaje_recuperado):
            print('!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!')
```

Tiempo Encode: 7.043718099594116

Tiempo Decode: 6.709544658660889

Ratio aritmética: 1.809354255788544 Ratio Huffman: 1.8093595855718445