TEMA 10

—

PROBLEMES

M2

GEI

FIB - UPC

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x, y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x, y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x, y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x, y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x, y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x, y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x,y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x,y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$h(x) = f(x, 1 - x^2)$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x,y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x,y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$$h(x) = f(x, 1 - x^2) = x^2 + (1 - x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x, y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x, y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$$h(x) = f(x, 1 - x^2) = x^2 + (1 - x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$$

$$h'(x) = 4x^3 - 2x$$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x,y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x,y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$$h(x) = f(x, 1 - x^2) = x^2 + (1 - x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$$

$$h'(x) = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1) = 2x\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x, y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x, y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$h(x) = f(x, 1 - x^2) = x^2 + (1 - x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$

$h'(x) = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1) = 2x\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$

Punts crítics de h: $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x, y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x, y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$$h(x) = f(x, 1 - x^2) = x^2 + (1 - x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$$

$$h'(x) = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1) = 2x\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

Punts crítics de h: $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$h''(x) = 12x^2 - 2$$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x,y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x,y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$$h(x) = f(x, 1 - x^2) = x^2 + (1 - x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$$

$$h'(x) = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1) = 2x\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

Punts crítics de h: $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$h''(x) = 12x^2 - 2$$

$$h''(0) = -2 < 0$$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x, y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x, y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$$h(x) = f(x, 1 - x^2) = x^2 + (1 - x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$$

$$h'(x) = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1) = 2x\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

Punts crítics de h: $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$h''(x) = 12x^2 - 2$$

$$h''(0) = -2 < 0$$

$$h''(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}) = 22 > 0$$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x,y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x,y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$$h(x) = f(x, 1 - x^2) = x^2 + (1 - x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$$

$$h'(x) = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1) = 2x\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

Punts crítics de h: $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$h''(x) = 12x^2 - 2$$

$h''(0) = -2 < 0 \Rightarrow$ màxim

$$h''(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}) = 22 > 0$$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x,y)=x^2+y^2$ quan les variables (x,y) estan lligades per la condició $y+x^2=1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y=1-x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$h(x)=f(x,1-x^2)=x^2+(1-x^2)^2=x^4-x^2+1$

$h'(x)=4x^3-2x=2x(2x^2-1)=2x\left(x-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=0$

Punts crítics de h: $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$h''(x)=12x^2-2$

$h''(0)=-2<0 \Rightarrow$ màxim

$h''(\pm\frac{1}{\sqrt{2}})=22>0 \Rightarrow$ mínims

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x, y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x, y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$$h(x) = f(x, 1 - x^2) = x^2 + (1 - x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$$

$$h'(x) = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1) = 2x\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

Punts crítics de h: $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$h''(x) = 12x^2 - 2$$

$h''(0) = -2 < 0 \Rightarrow$ màxim $\Rightarrow$ f té un màxim condicionat al punt $(0, 1)$

$h''(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}) = 22 > 0 \Rightarrow$ mínims

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x,y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x,y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$$h(x) = f(x, 1-x^2) = x^2 + (1-x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$$

$$h'(x) = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2-1) = 2x\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

Punts crítics de h: $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$h''(x) = 12x^2 - 2$$

$h''(0) = -2 < 0 \Rightarrow$ màxim $\Rightarrow f$ té un màxim condicionat al punt $(0,1)$

$h''(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}) = 22 > 0 \Rightarrow$ mínims $\Rightarrow f$ té dos mínims condicionats als punts $(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x, y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x, y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.

La restricció es pot expressar de forma explícita: $y = 1 - x^2$

Per tant, el problema es pot tractar com si depengués d'una sola variable:

$h(x) = f(x, 1 - x^2) = x^2 + (1 - x^2)^2 = x^4 - x^2 + 1$

$h'(x) = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1) = 2x\left(x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$

Punts crítics de h: $0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}$

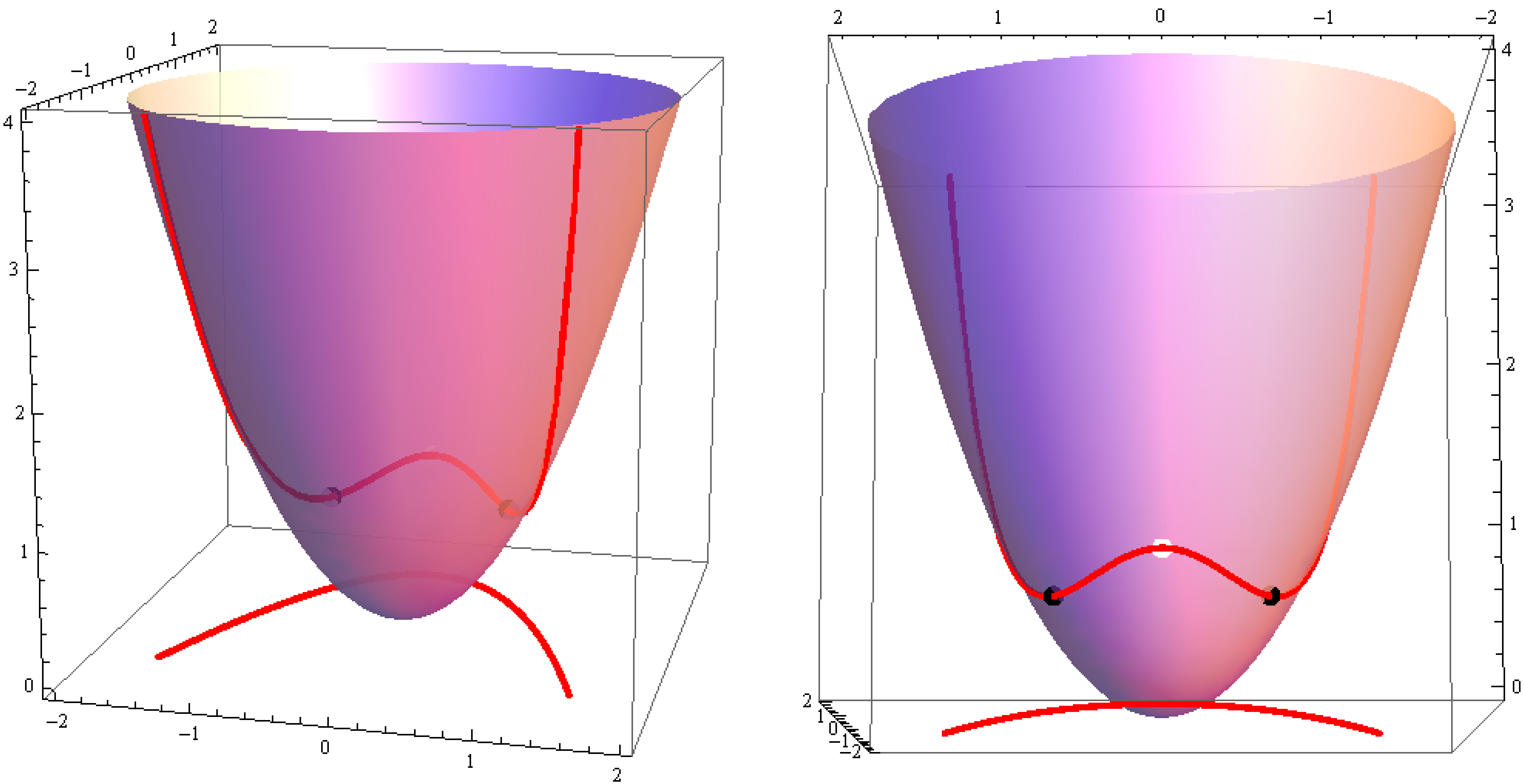
$h''(x) = 12x^2 - 2$

$h''(0) = -2 < 0 \Rightarrow$ màxim $\Rightarrow$ f té un màxim condicionat al punt $(0, 1)$

$h''(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}) = 22 > 0 \Rightarrow$ mínims $\Rightarrow$ f té dos mínims condicionats als punts $(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$

Problema 1

Estudieu els extrems de la funció $f(x,y) = x^2 + y^2$ quan les variables (x,y) estan lligades per la condició $y + x^2 = 1$.



f té dos mínims condicionats als punts $(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$

f té un màxim condicionat al punt $(0,1)$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

---

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

---

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

---

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

---

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2}$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

---

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$$

$$\lambda = \frac{1}{2}$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

---

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1, y = -2$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$$

$\lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1, y = -2$ $\qquad\qquad$ $\lambda = -\frac{1}{2}$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$$

$\lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1, y = -2$ $\qquad$ $\lambda = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 1, y = 2$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

---

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$$

$\lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1, y = -2$ $\qquad$ $\lambda = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 1, y = 2$

$$f(-1,-2) = -1 + 2 \times (-2) = -5$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$$

$\lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1, y = -2$ $\qquad$ $\lambda = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 1, y = 2$

$$f(-1,-2) = -1 + 2 \times (-2) = -5$$

$$f(1,2) = 1 + 2 \times 2 = 5$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$$

$\lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1, y = -2$ $\qquad$ $\lambda = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 1, y = 2$

$f(-1,-2) = -1 + 2 \times (-2) = -5$ mínim condicionat

$f(1,2) = 1 + 2 \times 2 = 5$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda g(x,y)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$$

$\lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1, y = -2$ $\qquad$ $\lambda = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 1, y = 2$

$f(-1,-2) = -1 + 2 \times (-2) = -5$ mínim condicionat

$f(1,2) = 1 + 2 \times 2 = 5$ màxim condicionat

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

---

a) Cal trobar els punts crítics de $\mathcal{L}(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x + 2y + \lambda(x^2 + y^2 - 5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 1 + 2\lambda x = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2 + 2\lambda y = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = x^2 + y^2 - 5 = 0 \Rightarrow 5 = \left(\frac{-1}{2\lambda}\right)^2 + \left(\frac{-1}{\lambda}\right)^2 = \frac{5}{4\lambda^2} \Rightarrow \lambda = \pm\frac{1}{2}$$

$\lambda = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1, y = -2$ $\qquad$ $\lambda = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 1, y = 2$

$f(-1, -2) = -1 + 2 \times (-2) = -5$ mínim condicionat

$f(1, 2) = 1 + 2 \times 2 = 5$ màxim condicionat

f té un mínim condicionat a $(-1, -2)$
i un màxim condicionat a $(1, 2)$

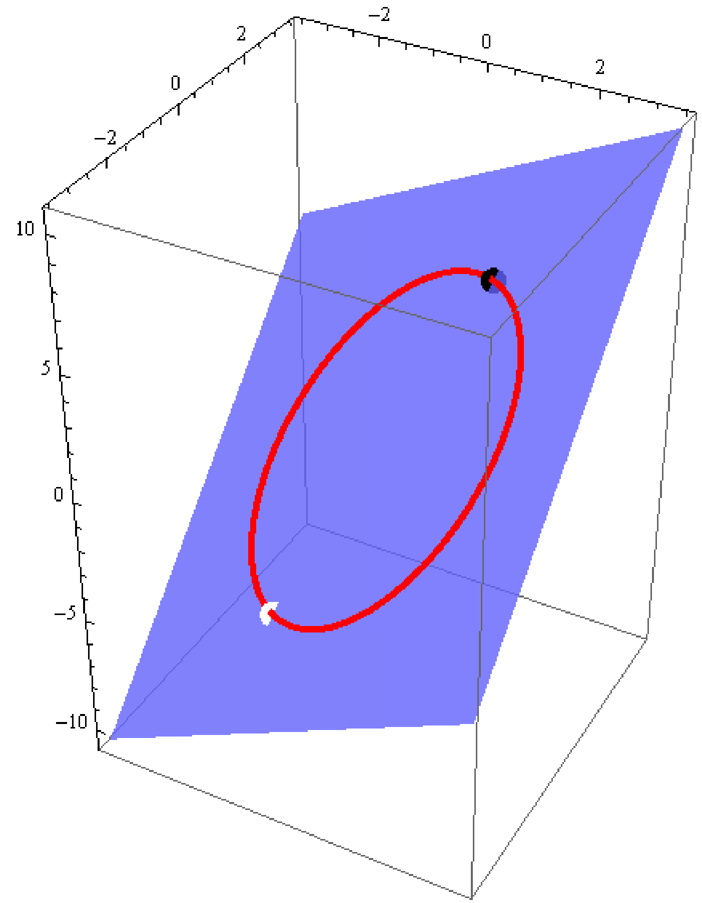
Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

a)



f té un mínim condicionat a $(-1,-2)$
i un màxim condicionat a $(1,2)$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x, y, z, \lambda) = f(x, y, z) + \lambda_1 g_1(x, y, z) + \lambda_2 g_2(x, y, z)$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

---

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x, y, z, \lambda) = f(x, y, z) + \lambda_1 g_1(x, y, z) + \lambda_2 g_2(x, y, z)$

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} &= 2z + \lambda_2 = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} &= x^2 + y^2 - 1 = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} &= x + y + z - 1 = 0
\end{aligned}\right\}$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $x = y$ aleshores:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $x = y$ aleshores:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow y = x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $x = y$ aleshores:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow y = x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0 \Rightarrow z = 1 - 2x = 1 \mp \sqrt{2}$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $x = y$ aleshores:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow y = x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0 \Rightarrow z = 1 - 2x = 1 \mp \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 \qquad = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 \qquad = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 \qquad = 0$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $\lambda_1 = -1$ aleshores:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $\lambda_1 = -1$ aleshores: $\lambda_2 = 0$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $\lambda_1 = -1$ aleshores: $\lambda_2 = 0$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0 \Rightarrow z = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $\lambda_1 = -1$ aleshores: $\lambda_2 = 0$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0 \Rightarrow z = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 - x$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0\\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0\end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $\lambda_1 = -1$ aleshores: $\lambda_2 = 0$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0 \Rightarrow z = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (1-x)^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 - 2x = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 - x$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $\lambda_1 = -1$ aleshores: $\lambda_2 = 0$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0 \Rightarrow z = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (1-x)^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x-1) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 - x$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $\lambda_1 = -1$ aleshores: $\lambda_2 = 0$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0 \Rightarrow z = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (1-x)^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x-1) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 - x$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ o } x = 1$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $\lambda_1 = -1$ aleshores: $\lambda_2 = 0$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \boxed{z = 0}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (1-x)^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 - 2x = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{y = 1 - x}$$

$$\Rightarrow 2x(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 0 \text{ o } x = 1}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda_1(x^2 + y^2 - 1) + \lambda_2(x + y + z - 1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} &= 2x + 2\lambda_1 x + \lambda_2 = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} &= 2y + 2\lambda_1 y + \lambda_2 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2(x-y)(1+\lambda_1) = 0$$

Si $\lambda_1 = -1$ aleshores: $\lambda_2 = 0$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \boxed{z = 0}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = x^2 + y^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (1-x)^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 - 2x = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = x + y + z - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{y = 1 - x}$$

$$\Rightarrow 2x(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 0 \text{ o } x = 1}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right), (0,1,0), (1,0,0)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right), (0,1,0), (1,0,0)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right) = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right), (0,1,0), (1,0,0)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x, y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x, y, z, \lambda) = f(x, y, z) + \lambda_1 g_1(x, y, z) + \lambda_2 g_2(x, y, z)$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right) = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right) = 4 + 2\sqrt{2}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1 - \sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right), (0, 1, 0), (1, 0, 0)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right) = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right) = 4 + 2\sqrt{2}$$

$$f(0,1,0) = 1$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right), (0,1,0), (1,0,0)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right) = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right) = 4 + 2\sqrt{2}$$

$$f(0,1,0) = 1$$

$$f(1,0,0) = 1$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right), \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right), (0,1,0), (1,0,0)$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right) = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right) = 4 + 2\sqrt{2}$$ màxim condicionat

$$f(0,1,0) = 1$$

$$f(1,0,0) = 1$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de
$\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right) = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right) = 4 + 2\sqrt{2} \text{ màxim condicionat}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(0,1,0) = 1 \\ f(1,0,0) = 1 \end{array}\right\} \text{ mínims condicionats}$$

Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b) Cal trobar i estudiar els punts crítics de $\mathcal{L}(x,y,z,\lambda) = f(x,y,z) + \lambda_1 g_1(x,y,z) + \lambda_2 g_2(x,y,z)$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 1-\sqrt{2}\right) = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right) = 4 + 2\sqrt{2} \text{ màxim condicionat}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(0,1,0) = 1 \\ f(1,0,0) = 1 \end{array}\right\} \text{mínims condicionats}$$

f té un màxim condicionat a $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right)$
i dos mínims condicionats a $(0,1,0)$ i $(1,0,0)$

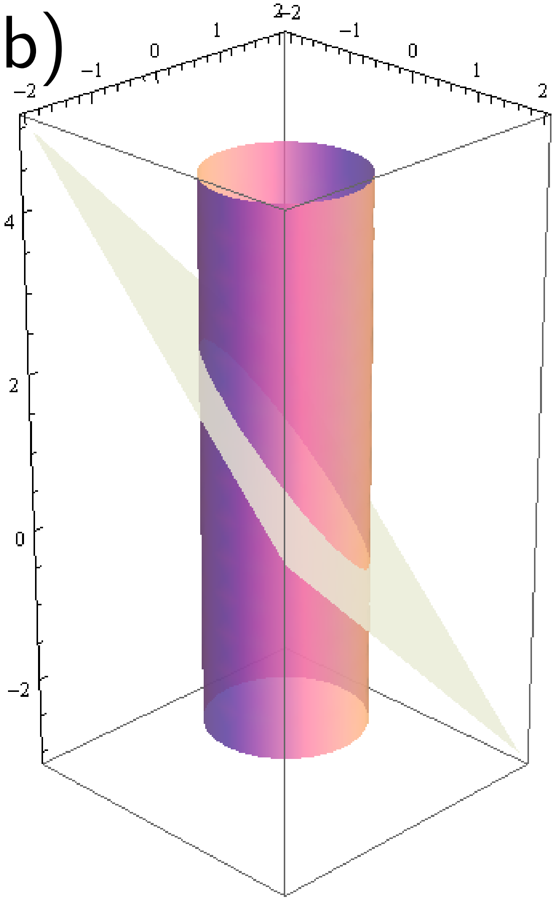
Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b)



f té un màxim condicionat a $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1 + \sqrt{2}\right)$
i dos mínims condicionats a $(0,1,0)$ i $(1,0,0)$

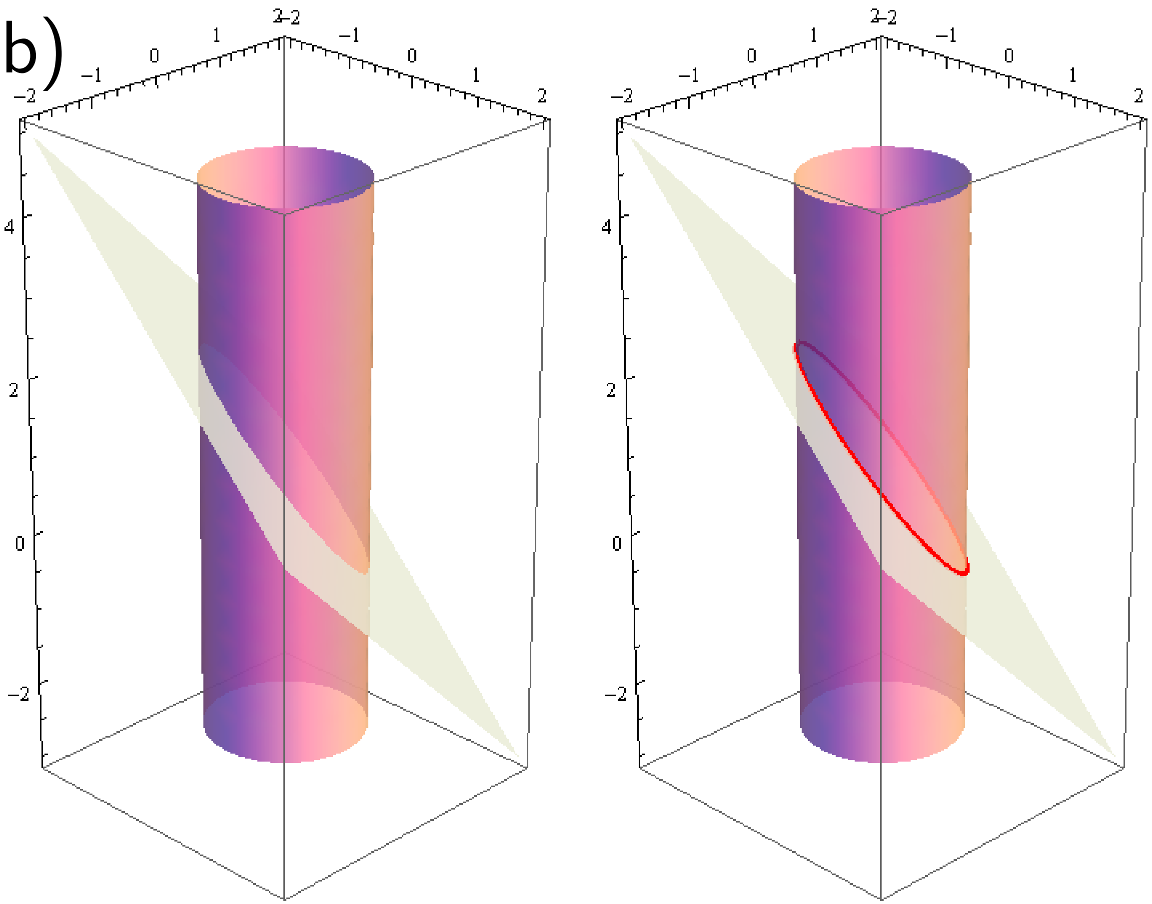
Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b)



f té un màxim condicionat a $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right)$
i dos mínims condicionats a $(0,1,0)$ i $(1,0,0)$

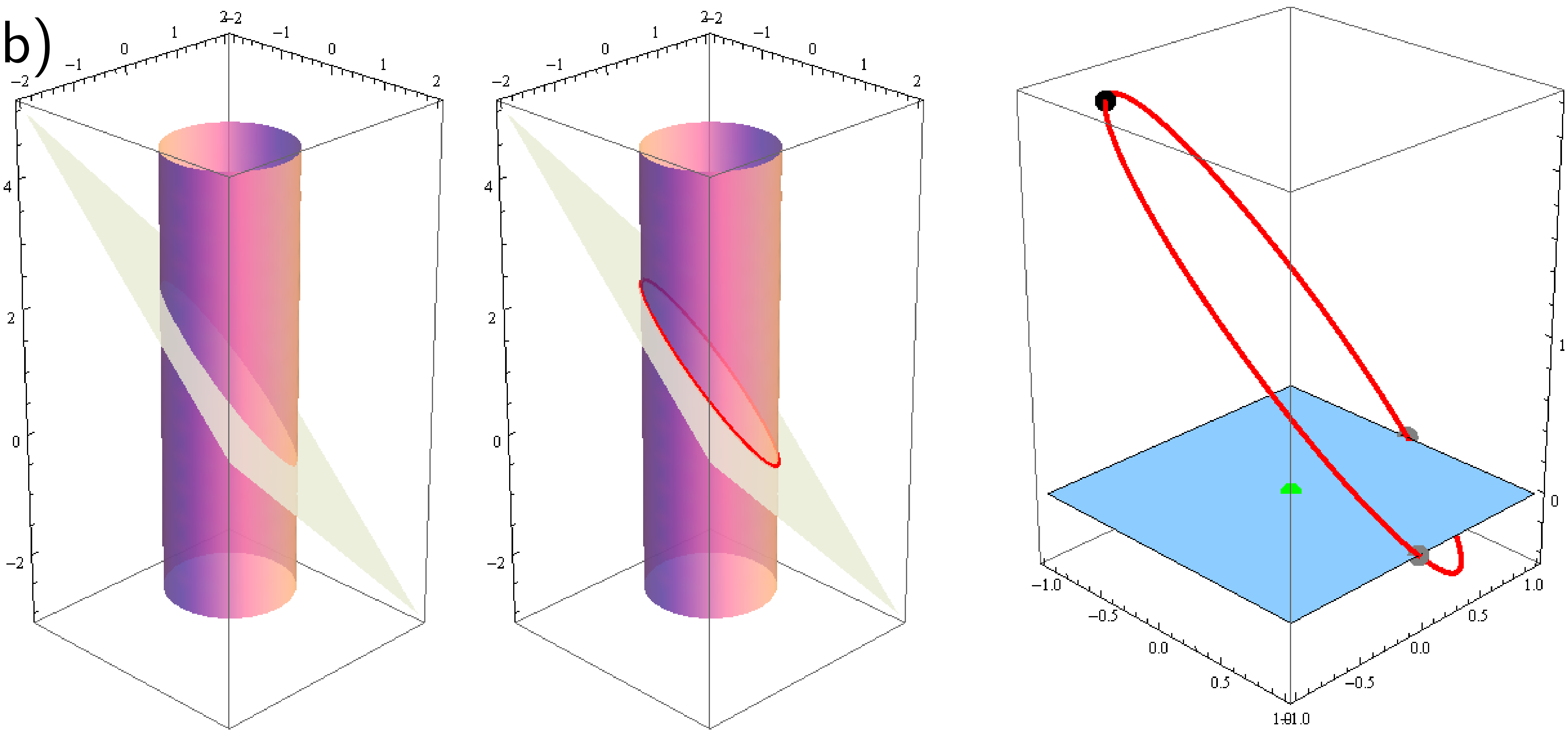
Problema 2

Determineu els extrems condicionats de les funcions següents:

a) $f(x,y) = x + 2y$, si $x^2 + y^2 = 5$

b) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, si $x^2 + y^2 = 1$ i $x + y + z = 1$

b)



f té un màxim condicionat a $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 1+\sqrt{2}\right)$
i dos mínims condicionats a $(0,1,0)$ i $(1,0,0)$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$\begin{aligned} D &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\} \\ &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\} \end{aligned}$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$

$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

D és compacte

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$

$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

D és compacte

ja que és trivialment tancat i fitat

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$

$$= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 2)^2 + (y - 1)^2 \leq 25\}$$

D és compacte

ja que és trivialment tancat i fitat

f és contínua

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

D és compacte

ja que és trivialment tancat i fitat

f és contínua

ja que és una funció polinòmica

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

$$\left.\begin{array}{l} D \text{ és compacte} \\ \\ f \text{ és contínua} \end{array}\right\} \Longrightarrow f \text{ assoleix extrems absoluts a } D$$

Teorema de Weierstrass

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$\begin{aligned} D &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\} \\ &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\} \end{aligned}$$

Punts crítics a l'interior de D:

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$\begin{aligned} D &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\} \\ &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\} \end{aligned}$$

Punts crítics a l'interior de D:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 12 = 0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$\begin{aligned} D &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\} \\ &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\} \end{aligned}$$

Punts crítics a l'interior de D:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 12 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y - 8 = 0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 12 = 0 \Rightarrow x = 6$$
$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y - 8 = 0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 12 = 0 \Rightarrow x = 6$$
$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y - 8 = 0 \Rightarrow y = 4$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$
\begin{aligned}
D &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\} \\
&= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}
\end{aligned}
$$

Punts crítics a l'interior de D:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 12 = 0 \Rightarrow x = 6$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y - 8 = 0 \Rightarrow y = 4$$

$$(6,4) \overset{?}{\in} intD$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 12 = 0 \Rightarrow x = 6$$
$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y - 8 = 0 \Rightarrow y = 4$$

$$(6,4) \overset{?}{\in} intD$$
$$6^2 + 4^2 - 4 \cdot 6 - 2 \cdot 4 = 20 \not< 20$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$\begin{aligned} D &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\} \\ &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\} \end{aligned}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50 + \lambda(x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20)$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50 + \lambda(x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20)$$

$$\mathcal{L}'_x = 2x - 12 + 2\lambda(x-2) = 0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$\begin{aligned} D &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\} \\ &= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\} \end{aligned}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50 + \lambda(x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20)$$

$$\mathcal{L}'_x = 2x - 12 + 2\lambda(x-2) = 0$$

$$\mathcal{L}'_y = 2y - 8 + 2\lambda(y-1) = 0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$\quad = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50 + \lambda(x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20)$$

$$\mathcal{L}'_x = 2x - 12 + 2\lambda(x-2) = 0$$

$$\mathcal{L}'_y = 2y - 8 + 2\lambda(y-1) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50 + \lambda(x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20)$$

$$\mathcal{L}'_x = 2x - 12 + 2\lambda(x-2) = 0 \Rightarrow x = \tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}$$

$$\mathcal{L}'_y = 2y - 8 + 2\lambda(y-1) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50 + \lambda(x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20)$$

$$\mathcal{L}'_x = 2x - 12 + 2\lambda(x-2) = 0 \Rightarrow x = \tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}$$

$$\mathcal{L}'_y = 2y - 8 + 2\lambda(y-1) = 0 \quad \Rightarrow y = \tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50 + \lambda(x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20)$$

$$\mathcal{L}'_x = 2x - 12 + 2\lambda(x-2) = 0 \Rightarrow x = \frac{6+2\lambda}{1+\lambda}$$

$$\mathcal{L}'_y = 2y - 8 + 2\lambda(y-1) = 0 \Rightarrow y = \frac{4+\lambda}{1+\lambda}$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$$

$1 + \lambda \neq 0$ ja que si $\lambda = -1$ aleshores

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50 + \lambda(x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20)$$

$$\mathcal{L}'_x = \boxed{2x - 12 + 2\lambda(x-2) = 0} \Rightarrow x = \frac{6+2\lambda}{1+\lambda}$$

$$\mathcal{L}'_y = 2y - 8 + 2\lambda(y-1) = 0 \quad \Rightarrow y = \frac{4+\lambda}{1+\lambda}$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$$

$1 + \lambda \neq 0$ ja que si $\lambda = -1$ aleshores

$$-12 + 4 = 0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50 + \lambda(x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20)$$
$$\mathcal{L}'_x = 2x - 12 + 2\lambda(x-2) = 0 \Rightarrow x = \tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}$$
$$\mathcal{L}'_y = 2y - 8 + 2\lambda(y-1) = 0 \quad \Rightarrow y = \tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}$$
$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(\tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}\right)^2 + \left(\tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}\right)^2 - 4\left(\tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}\right) - 2\left(\tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}\right) - 20 = 0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y)=x^2+y^2-12x-8y+50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2+y^2-4x-2y\leq 20$.

$$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2-4x-2y\leq 20\}$$
$$=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2+(y-1)^2\leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L}=x^2+y^2-12x-8y+50+\lambda(x^2+y^2-4x-2y-20)$$

$$\mathcal{L}'_x=2x-12+2\lambda(x-2)=0\Rightarrow x=\tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}$$

$$\mathcal{L}'_y=2y-8+2\lambda(y-1)=0\quad\Rightarrow y=\tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}$$

$$\mathcal{L}'_\lambda=x^2+y^2-4x-2y-20=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(\tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}\right)^2+\left(\tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}\right)^2-4\left(\tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}\right)-2\left(\tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}\right)-20=0$$

$$\Rightarrow -25\lambda(\lambda+2)=0$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50 + \lambda(x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20)$$
$$\mathcal{L}'_x = 2x - 12 + 2\lambda(x-2) = 0 \Rightarrow x = \tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}$$
$$\mathcal{L}'_y = 2y - 8 + 2\lambda(y-1) = 0 \quad \Rightarrow y = \tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}$$
$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(\tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}\right)^2 + \left(\tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}\right)^2 - 4\left(\tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}\right) - 2\left(\tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}\right) - 20 = 0$$
$$\Rightarrow -25\lambda(\lambda+2) = 0 \Rightarrow \lambda = 0 \text{ o } \lambda = -2$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\Rightarrow x = \frac{6+2\lambda}{1+\lambda}$$
$$\Rightarrow y = \frac{4+\lambda}{1+\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda = 0 \text{ o } \lambda = -2$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\Rightarrow x = \tfrac{6+2\lambda}{1+\lambda}$$
$$\Rightarrow y = \tfrac{4+\lambda}{1+\lambda}$$

$$\lambda = 0 \Rightarrow (x,y) = (6,4)$$

$$\Rightarrow \lambda = 0 \text{ o } \lambda = -2$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

$$\Rightarrow x = \frac{6+2\lambda}{1+\lambda}$$
$$\Rightarrow y = \frac{4+\lambda}{1+\lambda}$$

$\lambda = 0 \Rightarrow (x,y) = (6,4)$

$\lambda = -2 \Rightarrow (x,y) = (-2,-2)$

$$\Rightarrow \lambda = 0 \text{ o } \lambda = -2$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D: $(6,4), (-2,-2)$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D: $(6,4), (-2,-2)$

$$f(6,4) = 6^2 + 4^2 - 12 \cdot 6 - 8 \cdot 4 + 50 = -2$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D: $(6,4), (-2,-2)$

$$f(6,4) = 6^2 + 4^2 - 12 \cdot 6 - 8 \cdot 4 + 50 = -2$$

$$f(-2,-2) = (-2)^2 + (-2)^2 - 12(-2) - 8(-2) + 50 = 98$$

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20\}$$
$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 25\}$$

Punts crítics a l'interior de D: cap

Punts crítics condicionats a la frontera de D: $(6,4), (-2,-2)$

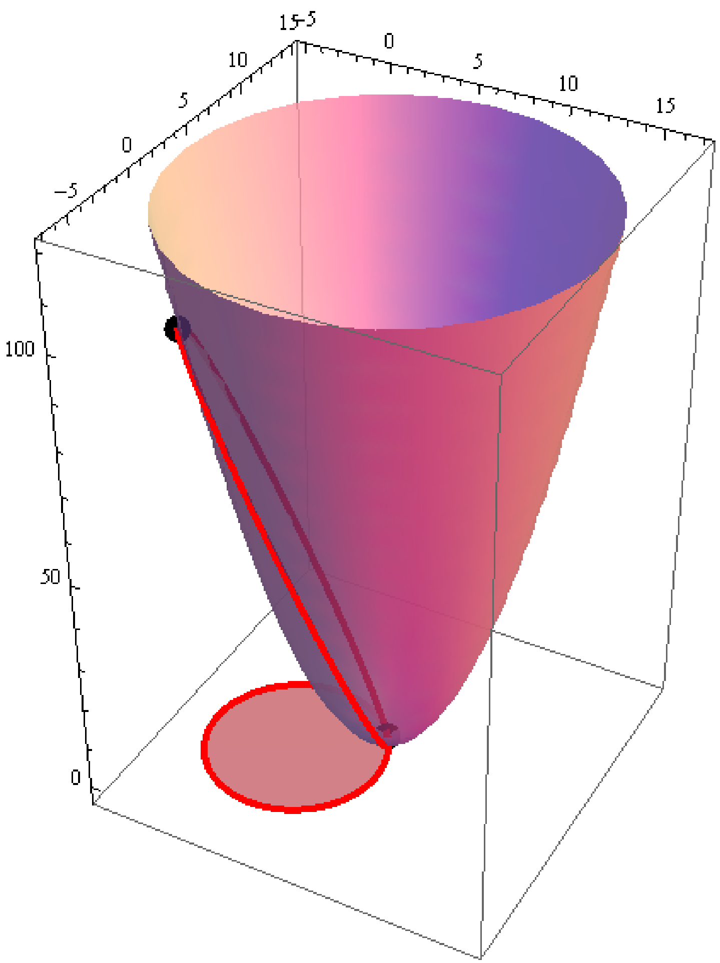
$$f(6,4) = 6^2 + 4^2 - 12 \cdot 6 - 8 \cdot 4 + 50 = -2$$

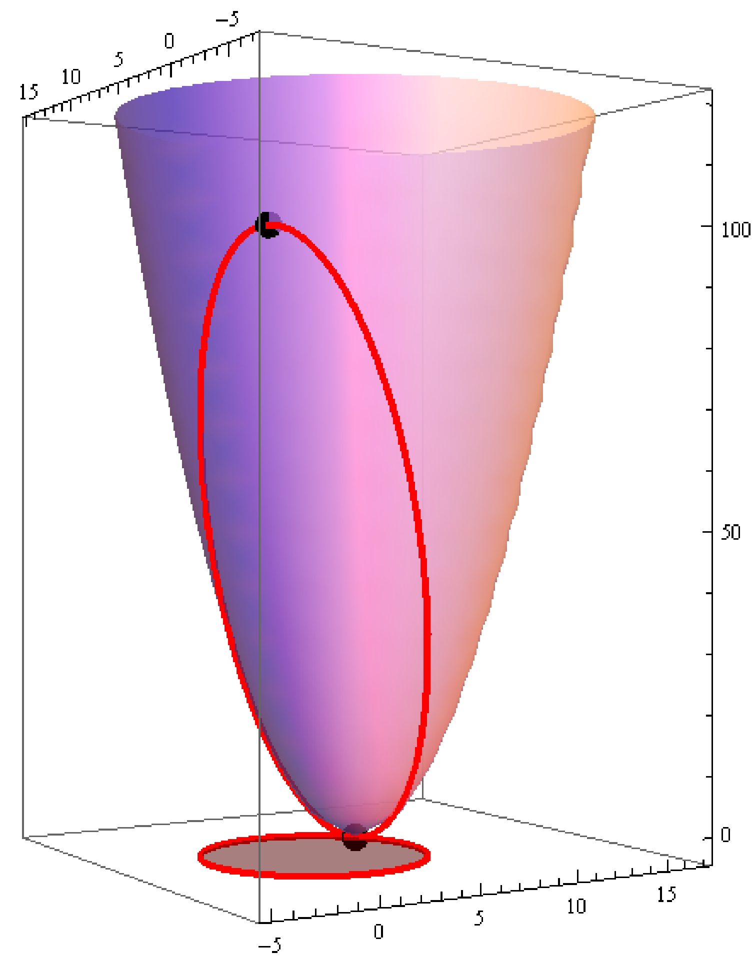
$$f(-2,-2) = (-2)^2 + (-2)^2 - 12(-2) - 8(-2) + 50 = 98$$

El màxim absolut de f a D és 98 i s'assoleix al punt $(-2,-2)$.
El mínim absolut de f a D és -2 i s'assoleix al punt $(6,4)$.

Problema 3

Calculeu els extrems absoluts que pren la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - 12x - 8y + 50$ sobre el domini definit per la inequació $x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 20$.





El màxim absolut de f a D és 98 i s'assoleix al punt $(-2,-2)$.

El mínim absolut de f a D és -2 i s'assoleix al punt $(6,4)$.

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

D és compacte

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

D és compacte

ja que és trivialment tancat i fitat

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

D és compacte

ja que és trivialment tancat i fitat

f és contínua

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

D és compacte

ja que és trivialment tancat i fitat

f és contínua

ja que és una funció polinòmica

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

$$\left.\begin{array}{l} D \text{ és compacte} \\ \\ f \text{ és contínua} \end{array}\right\} \Longrightarrow f \text{ assoleix extrems absoluts a } D$$

Teorema de Weierstrass

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D:

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x+y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1$$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - x + 1$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1 \Rightarrow y = 2x + 1$$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - x + 1$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1 \Rightarrow y = 2x + 1$$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - x + 1 = 2(2x+1) - x + 1 = 3x + 3$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1 \Rightarrow y = 2x + 1$$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - x + 1 = 2(2x + 1) - x + 1 = 3x + 3 \Rightarrow x = -1$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1 \Rightarrow y = 2x + 1 = -1$$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - x + 1 = 2(2x+1) - x + 1 = 3x + 3 \Rightarrow x = -1$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1 \Rightarrow y = 2x + 1 = -1$$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - x + 1 = 2(2x+1) - x + 1 = 3x + 3 \Rightarrow x = -1$$

$$(-1,-1) \overset{?}{\in} intD$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1 \Rightarrow y = 2x + 1 = -1$$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - x + 1 = 2(2x+1) - x + 1 = 3x + 3 \Rightarrow x = -1$$

$$(-1,-1) \stackrel{?}{\in} intD \qquad x \leq 0, \quad y \leq 0, \quad x + y \geq -3$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D:

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1 \Rightarrow y = 2x + 1 = -1$$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - x + 1 = 2(2x+1) - x + 1 = 3x + 3 \Rightarrow x = -1$$

$$(-1,-1) \overset{?}{\in} intD \qquad x \leq 0, \quad y \leq 0, \quad x + y \geq -3$$

$$-1 \leq 0,\ -1 \leq 0,\ -1 - 1 \geq -3$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 1 \Rightarrow y = 2x + 1 = -1$$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial y} = 2y - x + 1 = 2(2x+1) - x + 1 = 3x + 3 \Rightarrow x = -1$$

$$(-1,-1) \overset{?}{\in} intD \qquad x \leq 0, \quad y \leq 0, \quad x + y \geq -3$$

$$-1 \leq 0,\ -1 \leq 0,\ -1 - 1 \geq -3$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$

$$h(y) = f(0,y) = y^2 + y$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x+y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$

$$h(y) = f(0,y) = y^2 + y$$

$$h'(y) = 2y + 1 = 0$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$

$$h(y) = f(0,y) = y^2 + y$$

$$h'(y) = 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = -\tfrac{1}{2}$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$

$$h(y) = f(0,y) = y^2 + y$$

$$h'(y) = 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = -\tfrac{1}{2}$$

$$\left(0, \tfrac{-1}{2}\right) \overset{?}{\in} D$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$

$$h(y) = f(0,y) = y^2 + y$$

$$h'(y) = 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

$$\left(0, \frac{-1}{2}\right) \overset{?}{\in} D \qquad y \leq 0, \quad x + y \geq -3$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$

$$h(y) = f(0,y) = y^2 + y$$

$$h'(y) = 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = -\tfrac{1}{2}$$

$$\left(0, \tfrac{-1}{2}\right) \overset{?}{\in} D \qquad y \leq 0, \quad x + y \geq -3$$

$$-\tfrac{1}{2} \leq 0, \quad 0 - \tfrac{1}{2} \geq -3$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

$$h(y) = f(0,y) = y^2 + y$$

$$h'(y) = 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

$$\left(0, \frac{-1}{2}\right) \overset{?}{\in} D \qquad y \leq 0, \quad x + y \geq -3$$

$$-\frac{1}{2} \leq 0, \quad 0 - \frac{1}{2} \geq -3$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1, -1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$

$$h(x) = f(x,0) = x^2 + x$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$

$$h(x) = f(x,0) = x^2 + x$$

$$h'(x) = 2x + 1 = 0$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$

$$h(x) = f(x,0) = x^2 + x$$

$$h'(x) = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$

$$h(x) = f(x,0) = x^2 + x$$

$$h'(x) = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{-1}{2}, 0\right) \overset{?}{\in} D$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$

$$h(x) = f(x,0) = x^2 + x$$

$$h'(x) = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\tfrac{1}{2}$$

$$\left(\frac{-1}{2}, 0\right) \overset{?}{\in} D \qquad x \leq 0, \qquad x + y \geq -3$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$

$$h(x) = f(x,0) = x^2 + x$$

$$h'(x) = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{-1}{2}, 0\right) \overset{?}{\in} D \qquad \begin{array}{cc} x \leq 0, & x + y \geq -3 \\ -\frac{1}{2} \leq 0, & -\frac{1}{2} + 0 \geq -3 \end{array}$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

$$h(x) = f(x,0) = x^2 + x$$

$$h'(x) = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{-1}{2}, 0\right) \overset{?}{\in} D \qquad \begin{array}{rr} x \leq 0, & x + y \geq -3 \\ -\frac{1}{2} \leq 0, & -\frac{1}{2} + 0 \geq -3 \end{array}$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3 \Rightarrow y = -3 - x$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1, -1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3 \Rightarrow y = -3 - x$

$h(x) = f(x, -3 - x)$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3 \Rightarrow y = -3 - x$

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x, -3-x) \\ &= x^2 + (-3-x)^2 - x(-3-x) + x + (-3-x) \end{aligned}$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3 \Rightarrow y = -3 - x$

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x, -3 - x) \\ &= x^2 + (-3 - x)^2 - x(-3 - x) + x + (-3 - x) \\ &= 3x^2 + 9x + 6 \end{aligned}$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \le 0,\ y \le 0,\ x + y \ge -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3 \Rightarrow y = -3 - x$

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x, -3 - x) \\ &= x^2 + (-3 - x)^2 - x(-3 - x) + x + (-3 - x) \\ &= 3x^2 + 9x + 6 \end{aligned}$$

$$h'(x) = 6x + 9 = 0$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3 \Rightarrow y = -3 - x$

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x, -3 - x) \\ &= x^2 + (-3 - x)^2 - x(-3 - x) + x + (-3 - x) \\ &= 3x^2 + 9x + 6 \end{aligned}$$

$$h'(x) = 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \le 0,\ y \le 0,\ x + y \ge -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1, -1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3 \Rightarrow y = -3 - x$

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x, -3 - x) \\ &= x^2 + (-3 - x)^2 - x(-3 - x) + x + (-3 - x) \\ &= 3x^2 + 9x + 6 \end{aligned}$$

$$h'(x) = 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -3 - \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1, -1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3 \Rightarrow y = -3 - x$

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x, -3 - x) \\ &= x^2 + (-3 - x)^2 - x(-3 - x) + x + (-3 - x) \\ &= 3x^2 + 9x + 6 \end{aligned}$$

$h'(x) = 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -3 - \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$

$(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2}) \overset{?}{\in} D$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3 \Rightarrow y = -3 - x$

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x, -3 - x) \\ &= x^2 + (-3 - x)^2 - x(-3 - x) + x + (-3 - x) \\ &= 3x^2 + 9x + 6 \end{aligned}$$

$$h'(x) = 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -3 - \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2}\right) \overset{?}{\in} D \qquad x \leq 0, \qquad y \leq 0$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3 \Rightarrow y = -3 - x$

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x, -3 - x) \\ &= x^2 + (-3 - x)^2 - x(-3 - x) + x + (-3 - x) \\ &= 3x^2 + 9x + 6 \end{aligned}$$

$$h'(x) = 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -3 - \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2}\right) \overset{?}{\in} D \qquad \begin{array}{cc} x \leq 0, & y \leq 0 \\ -\frac{3}{2} \leq 0, & -\frac{3}{2} \leq 0 \end{array}$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x, -3 - x) \\ &= x^2 + (-3 - x)^2 - x(-3 - x) + x + (-3 - x) \\ &= 3x^2 + 9x + 6 \end{aligned}$$

$$h'(x) = 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -3 - \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2}) \overset{?}{\in} D \qquad \begin{array}{cc} x \leq 0, & y \leq 0 \\ -\frac{3}{2} \leq 0, & -\frac{3}{2} \leq 0 \end{array}$$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0$:

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$

$x = 0, x + y = -3:$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$

$x = 0, x + y = -3:$ punt $(0,-3)$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$

$x = 0, x + y = -3:$ punt $(0,-3)$

$y = 0, x + y = -3:$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x+y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$

$x = 0, x + y = -3:$ punt $(0,-3)$

$y = 0, x + y = -3:$ punt $(-3,0)$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$ $\quad f(-1,-1) = -1$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$

$x = 0, x + y = -3:$ punt $(0,-3)$

$y = 0, x + y = -3:$ punt $(-3,0)$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$ $\quad f(-1,-1) = -1$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$ $\quad f(0, \frac{-1}{2}) = \frac{-1}{4}$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$ $\quad f(\frac{-1}{2}, 0) = \frac{-1}{4}$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$

$x = 0, x + y = -3:$ punt $(0,-3)$

$y = 0, x + y = -3:$ punt $(-3,0)$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$ $\quad f(-1,-1) = -1$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$ $\quad f(0, \frac{-1}{2}) = \frac{-1}{4}$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$ $\quad f(\frac{-1}{2}, 0) = \frac{-1}{4}$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$ $\quad f(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2}) = \frac{-3}{4}$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$

$x = 0, x + y = -3:$ punt $(0,-3)$

$y = 0, x + y = -3:$ punt $(-3,0)$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$ $\quad f(-1,-1) = -1$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$ $\quad f(0, \frac{-1}{2}) = \frac{-1}{4}$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$ $\quad f(\frac{-1}{2}, 0) = \frac{-1}{4}$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$ $\quad f(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2}) = \frac{-3}{4}$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$ $\quad f(0,0) = 0$

$x = 0, x + y = -3:$ punt $(0,-3)$

$y = 0, x + y = -3:$ punt $(-3,0)$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$ $\quad f(-1,-1) = -1$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$ $\quad f(0, \frac{-1}{2}) = \frac{-1}{4}$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$ $\quad f(\frac{-1}{2}, 0) = \frac{-1}{4}$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$ $\quad f(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2}) = \frac{-3}{4}$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$ $\quad f(0,0) = 0$

$x = 0, x + y = -3:$ punt $(0,-3)$ $\quad f(0,-3) = 6$

$y = 0, x + y = -3:$ punt $(-3,0)$ $\quad f(-3,0) = 6$

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \le 0,\ y \le 0,\ x + y \ge -3\}$.

Punts crítics a l'interior de D: punt $(-1,-1)$ $\quad f(-1,-1) = -1$

Punts crítics condicionats a la frontera de D:

1a restricció: $x = 0$ punt $(0, \frac{-1}{2})$ $\quad f(0, \frac{-1}{2}) = \frac{-1}{4}$

2a restricció: $y = 0$ punt $(\frac{-1}{2}, 0)$ $\quad f(\frac{-1}{2}, 0) = \frac{-1}{4}$

3a restricció: $x + y = -3$ punt $(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2})$ $\quad f(\frac{-3}{2}, \frac{-3}{2}) = \frac{-3}{4}$

Punts de tall entre les corbes de la frontera de D:

$x = 0, y = 0:$ punt $(0,0)$ $\quad f(0,0) = 0$

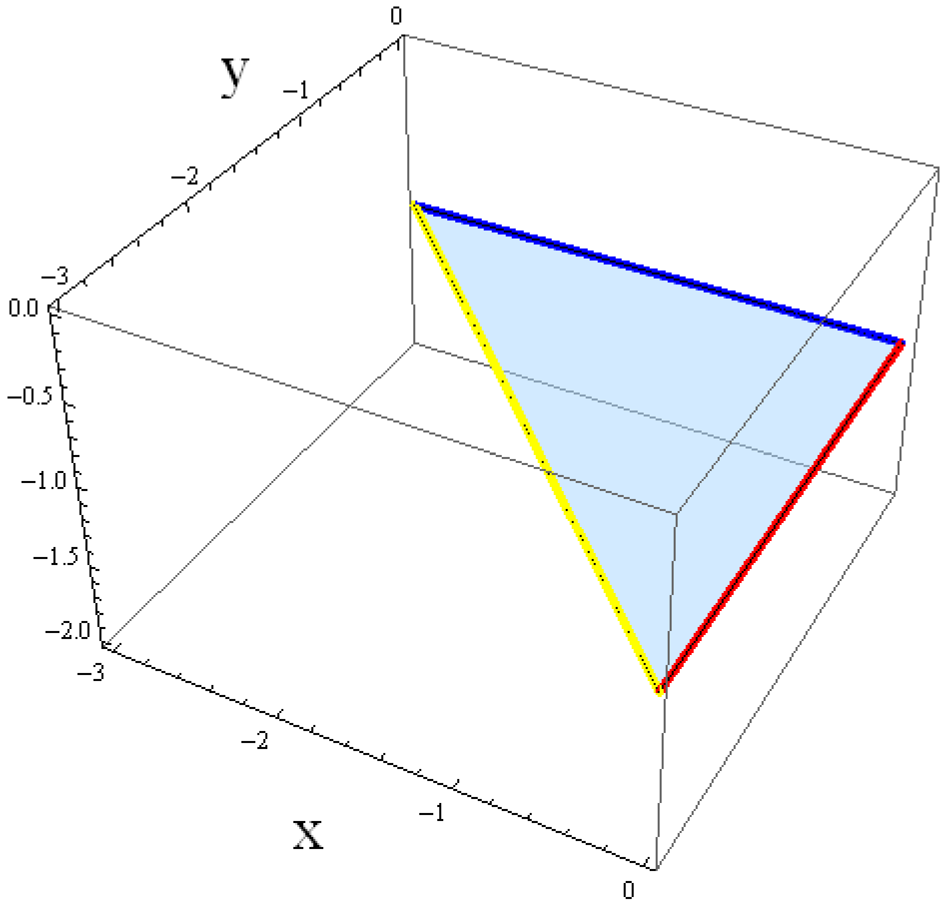
$x = 0, x + y = -3:$ punt $(0,-3)$ $\quad f(0,-3) = 6$

$y = 0, x + y = -3:$ punt $(-3,0)$ $\quad f(-3,0) = 6$

Al domini D, f assoleix el mínim absolut al punt $(-1,-1)$ i el màxim absolut als punts $(0,-3)$ i $(-3,0)$.

Problema 4

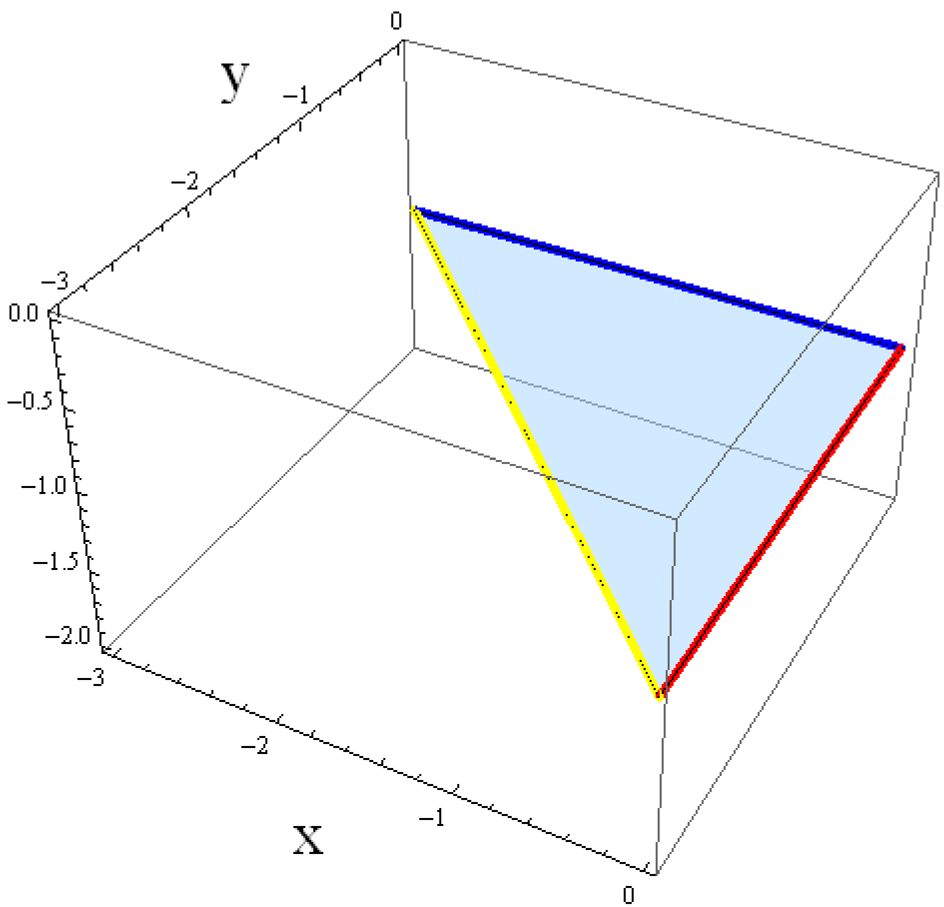
Determineu els punts on la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

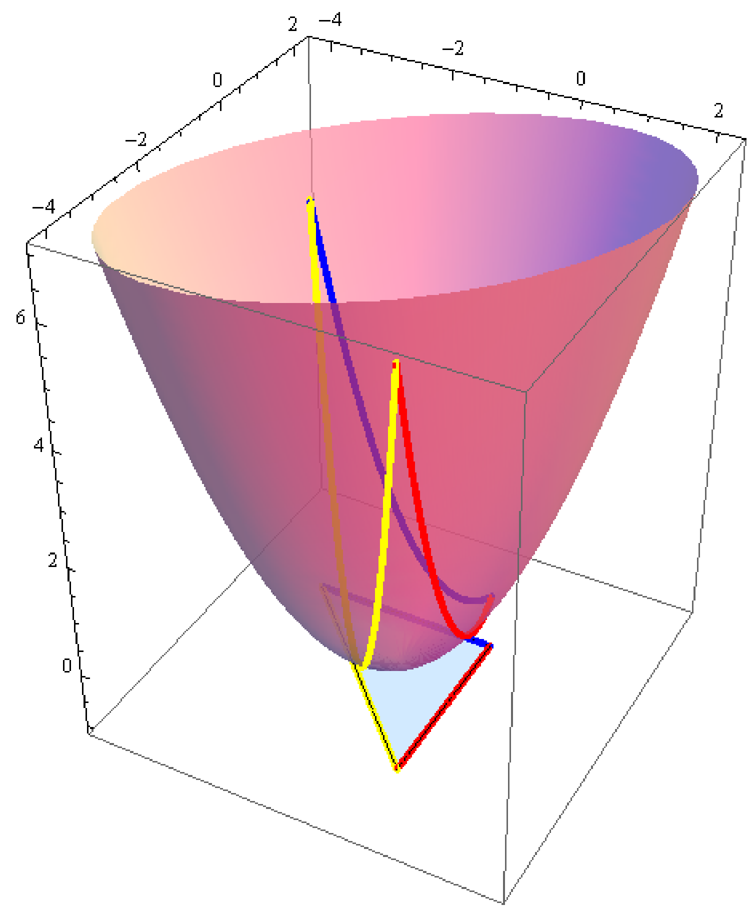


Al domini D, f assoleix el mínim absolut al punt $(-1, -1)$ i el màxim absolut als punts $(0, -3)$ i $(-3, 0)$.

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

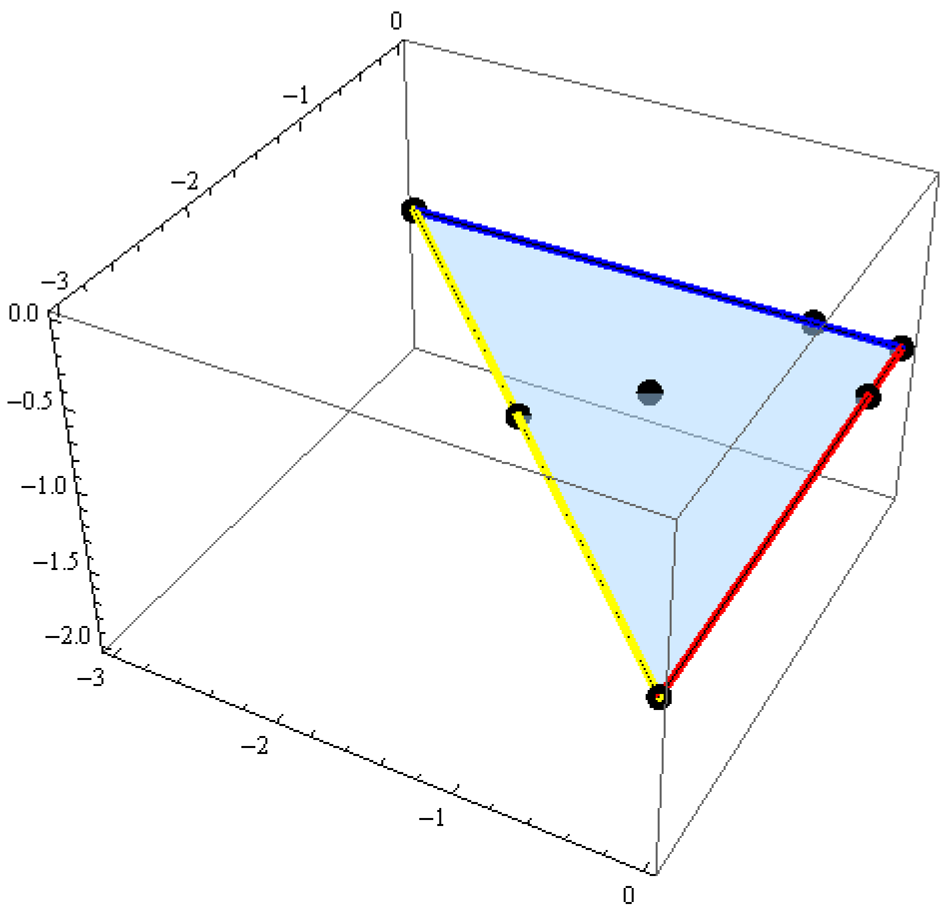


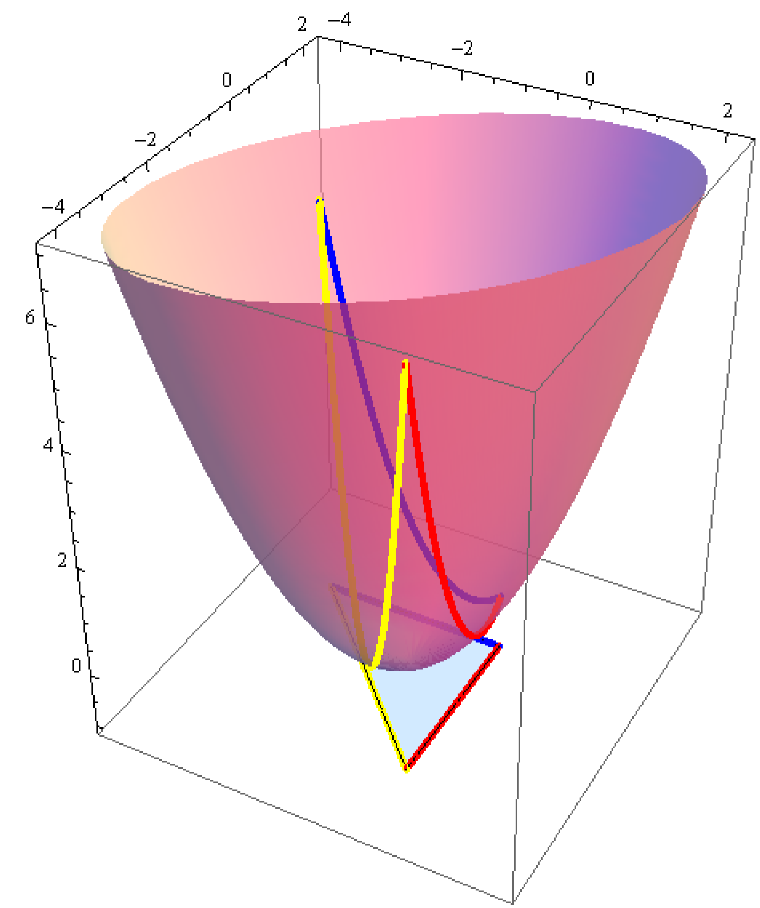


Al domini D, f assoleix el mínim absolut al punt $(-1,-1)$ i el màxim absolut als punts $(0,-3)$ i $(-3,0)$.

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

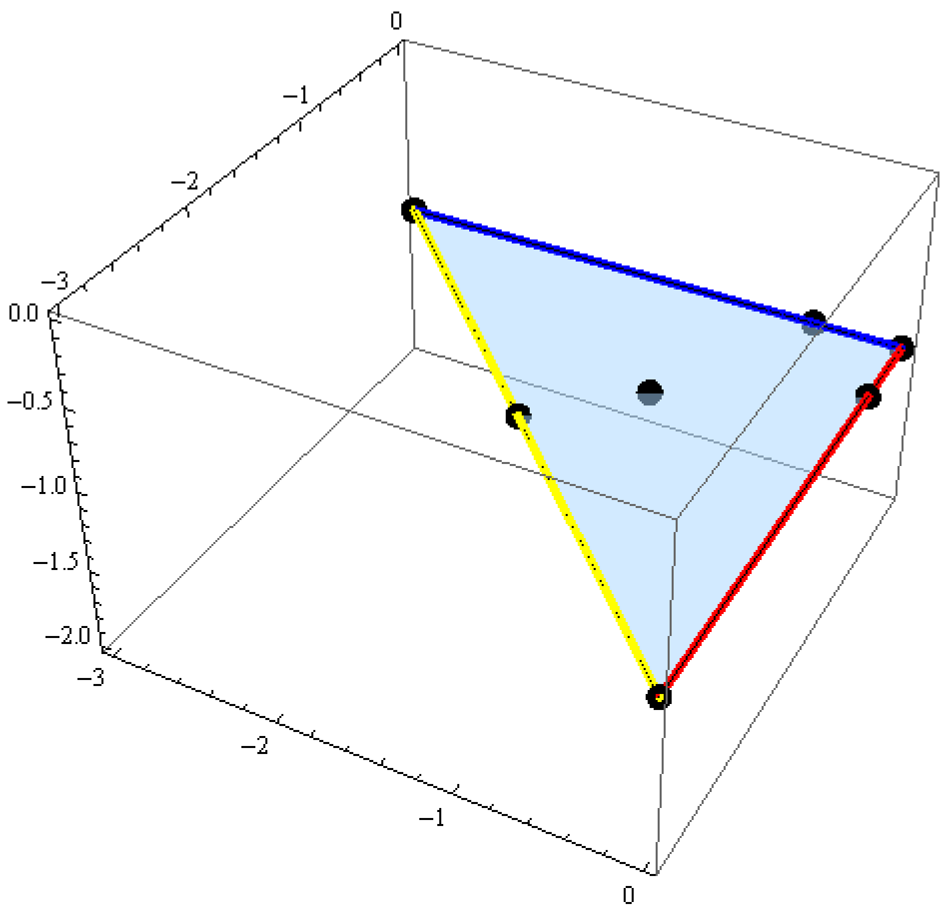


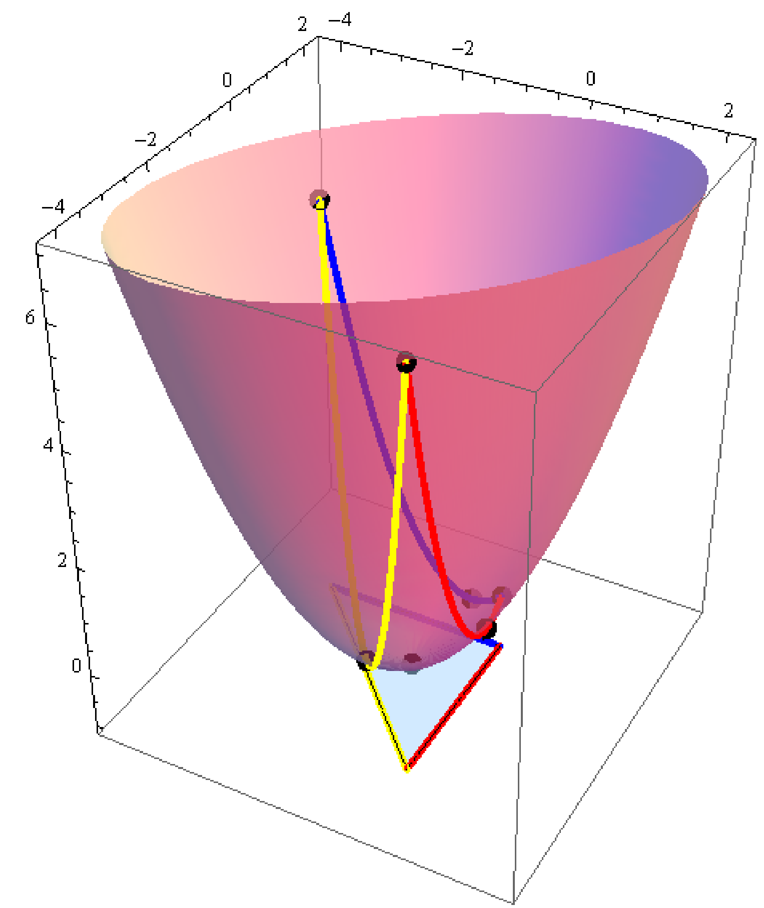


Al domini D, f assoleix el mínim absolut al punt $(-1,-1)$ i el màxim absolut als punts $(0,-3)$ i $(-3,0)$.

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

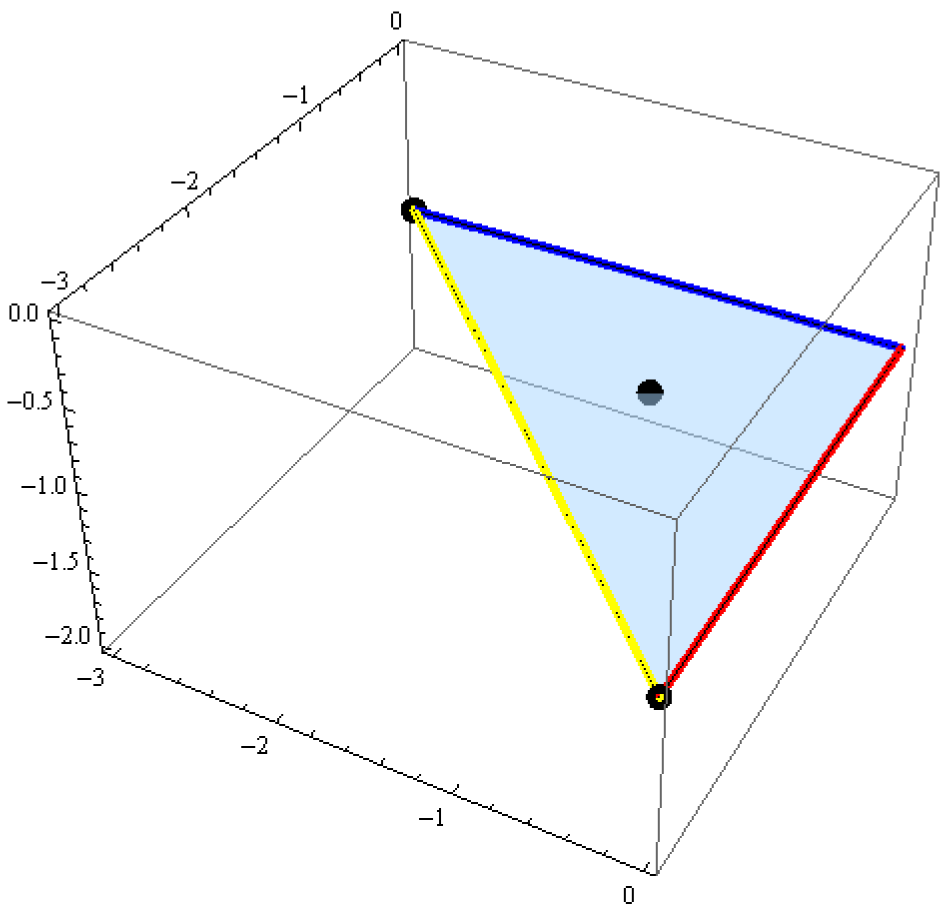


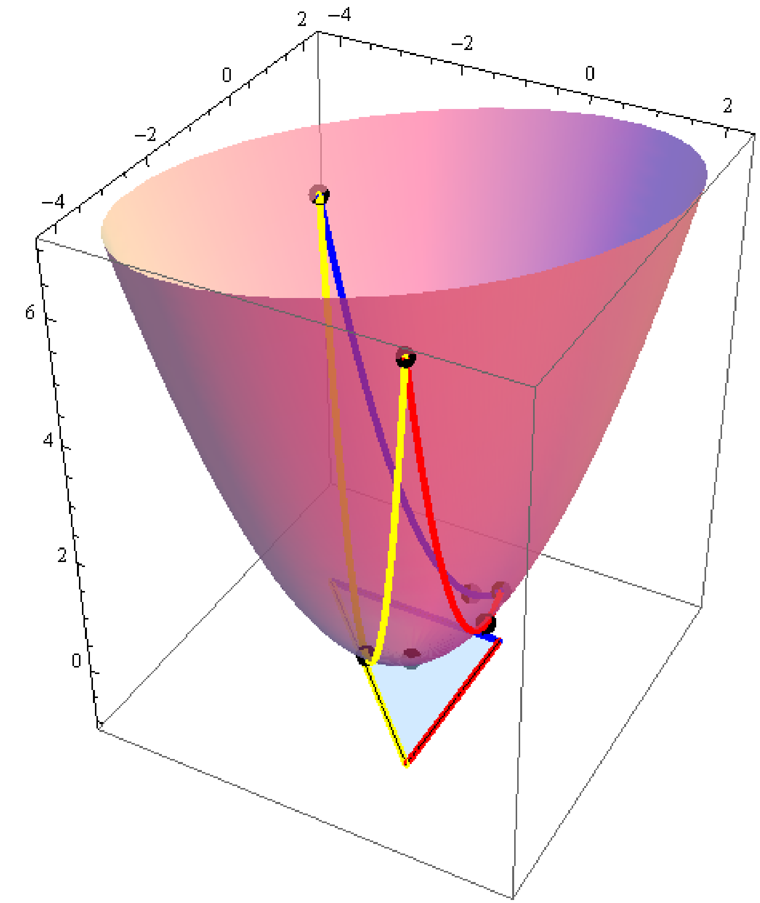


Al domini D, f assoleix el mínim absolut al punt $(-1,-1)$ i el màxim absolut als punts $(0,-3)$ i $(-3,0)$.

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

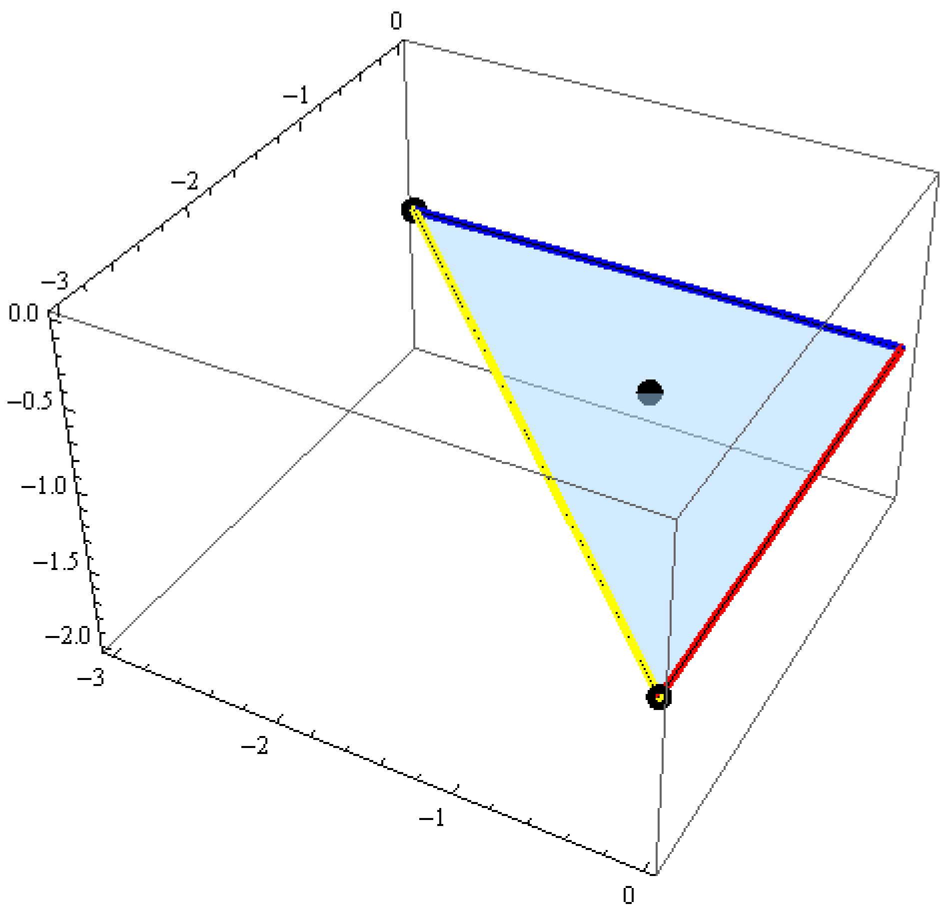


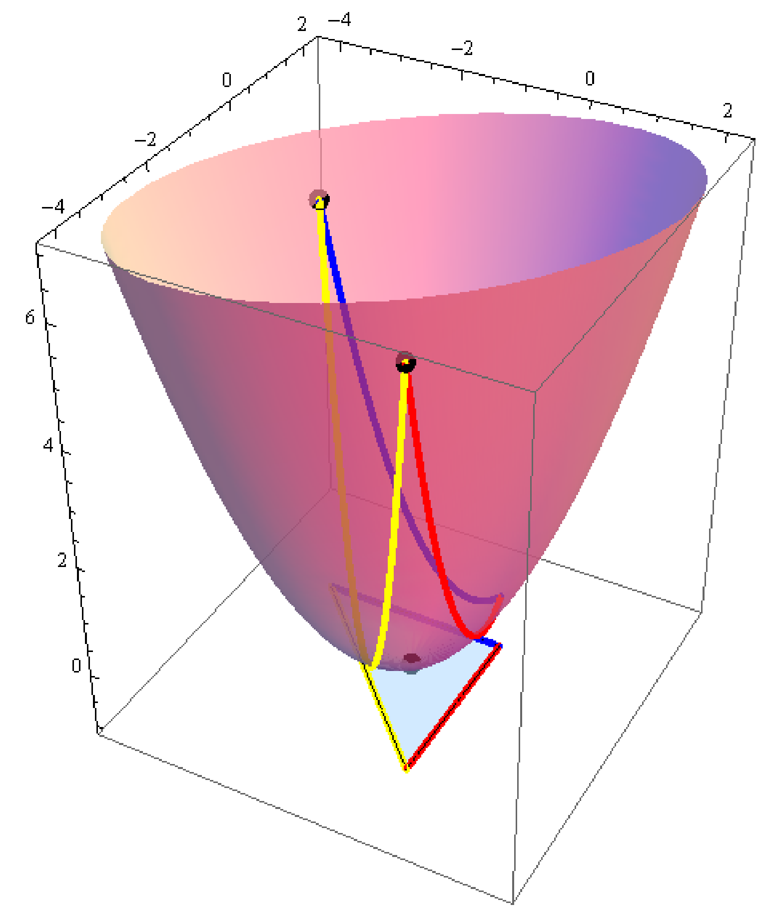


Al domini D, f assoleix el mínim absolut al punt $(-1,-1)$ i el màxim absolut als punts $(0,-3)$ i $(-3,0)$.

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.

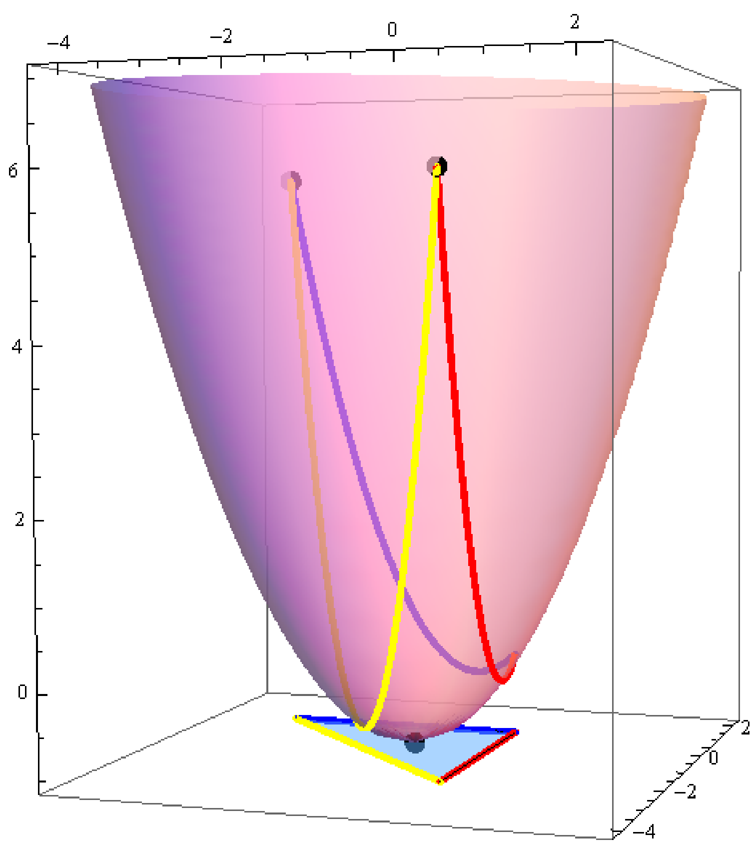


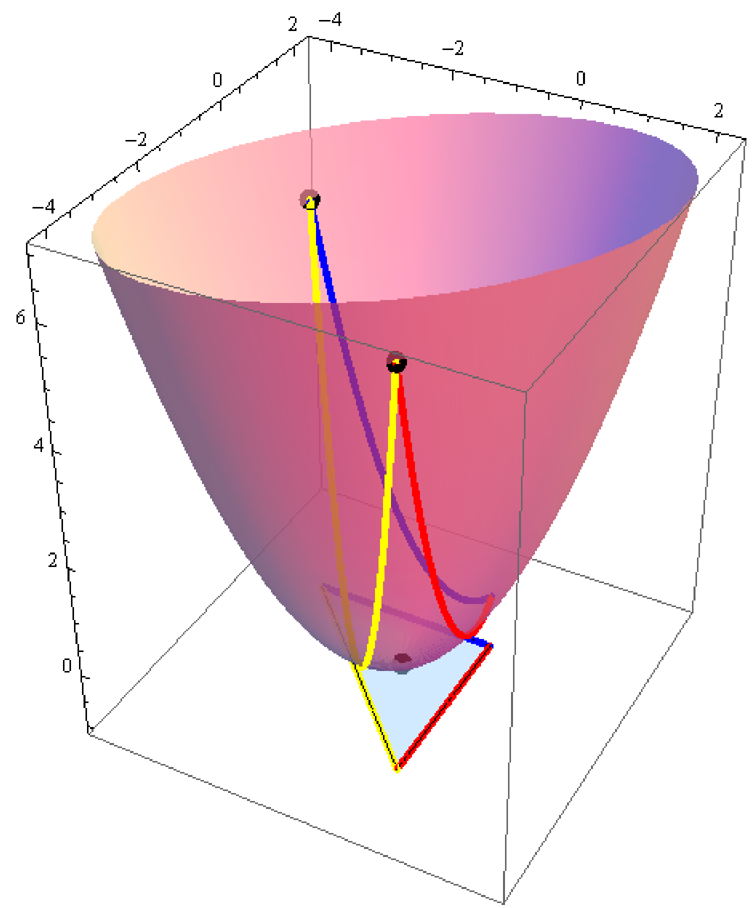


Al domini D, f assoleix el mínim absolut al punt $(-1,-1)$ i el màxim absolut als punts $(0,-3)$ i $(-3,0)$.

Problema 4

Determineu els punts on la funció $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy + x + y$ pren els valors màxim i mínim absoluts en el compacte $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq 0,\ y \leq 0,\ x + y \geq -3\}$.





Al domini D, f assoleix el mínim absolut al punt $(-1, -1)$ i el màxim absolut als punts $(0, -3)$ i $(-3, 0)$.

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en °C de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en °C de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

Problema 5

La funció $T(x, y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0$$

$$\mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0$$

Problema 5

La funció $T(x, y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ºC de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0$$

$$\mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Problema 5

La funció $T(x, y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en °C de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0$$

$$\mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en °C de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

$$4x - 2y = 0$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en °C de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

$$4x - 2y = 0 \Rightarrow y = 2x$$

Problema 5

La funció $T(x, y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

$$4x - 2y = 0 \Rightarrow y = 2x \Rightarrow 25 = x^2 + (2x)^2 = 5x^2$$

Problema 5

La funció $T(x, y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{L}'_x &= 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y &= -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

$$4x - 2y = 0 \Rightarrow y = 2x \Rightarrow 25 = x^2 + (2x)^2 = 5x^2$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

$$4x - 2y = 0 \Rightarrow y = 2x \Rightarrow 25 = x^2 + (2x)^2 = 5x^2$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{5}$$

Problema 5

La funció $T(x, y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

$$4x - 2y = 0 \Rightarrow y = 2x \Rightarrow 25 = x^2 + (2x)^2 = 5x^2$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{5}$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

Cas $x + 2y = 0$:

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

Cas $x + 2y = 0$:

$x = -2y$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en °C de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

Cas $x + 2y = 0$:

$$x = -2y \Rightarrow 25 = (-2y)^2 + y^2 = 5y^2$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en °C de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{L}'_x &= 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y &= -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

Cas $x + 2y = 0$:

$$x = -2y \Rightarrow 25 = (-2y)^2 + y^2 = 5y^2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{5}$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

Cas $x + 2y = 0$:

$$x = -2y \Rightarrow 25 = (-2y)^2 + y^2 = 5y^2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{5} \Rightarrow x = \mp 2\sqrt{5}$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en °C de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \;\Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

Cas $x + 2y = 0$:

punts $(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$

$$x = -2y \Rightarrow 25 = (-2y)^2 + y^2 = 5y^2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{5} \Rightarrow x = \mp 2\sqrt{5}$$

Problema 5

La funció $T(x, y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x, y, \lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{L}'_x &= 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y &= -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

Cas $x + 2y = 0$:

punts $(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

$T(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5}) = 25$

Cas $x + 2y = 0$:

punts $(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

$T(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5}) = 25$

Cas $x + 2y = 0$:

punts $(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$

$T(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5}) = 150$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

$T(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5}) = 25$

Cas $x + 2y = 0$:

punts $(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$

$T(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5}) = 150$

$$20 < 25$$
$$150 < 180$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2 + \lambda(x^2 + y^2 - 25)$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{L}'_x = 8x - 4y + 2\lambda x = 0 \ \Rightarrow 4x - 2y + \lambda x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = -4x + 2y + 2\lambda y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda(x + 2y) = 0$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = x^2 + y^2 - 25 = 0$$

Cas $\lambda = 0$:

punts $(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5})$

$T(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5}) = 25$

Cas $x + 2y = 0$:

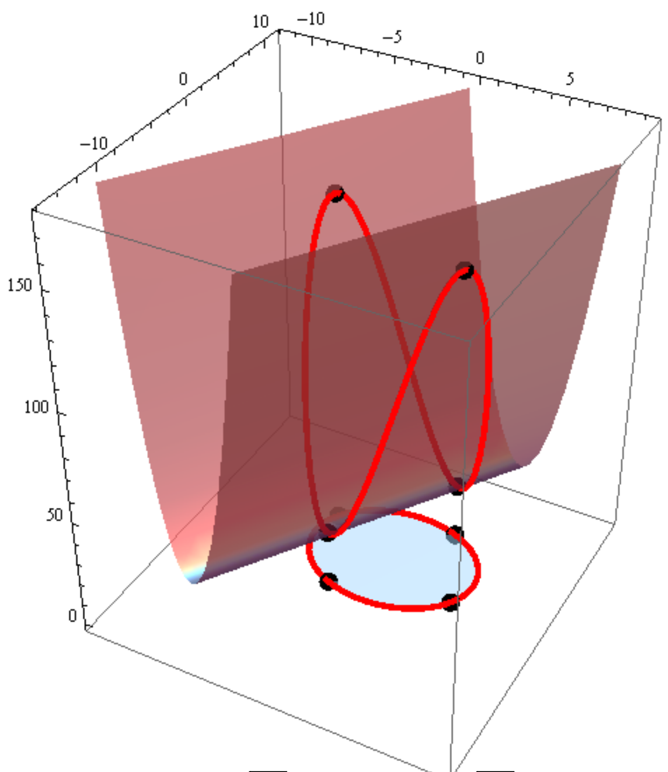
punts $(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5})$

$T(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5}) = 150$

$$\left.\begin{array}{r} 20 < 25 \\ 150 < 180 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{l'alarma no es dispararà}$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ℃ de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?

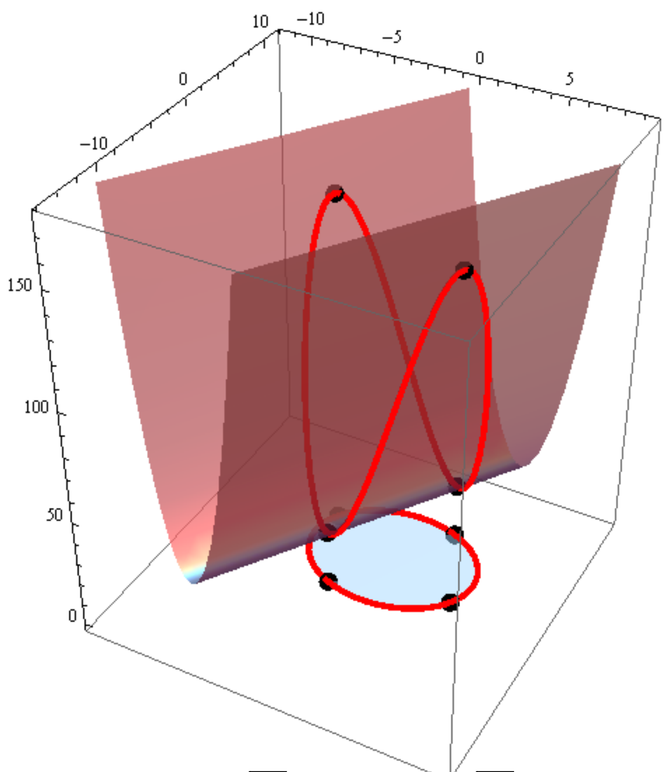


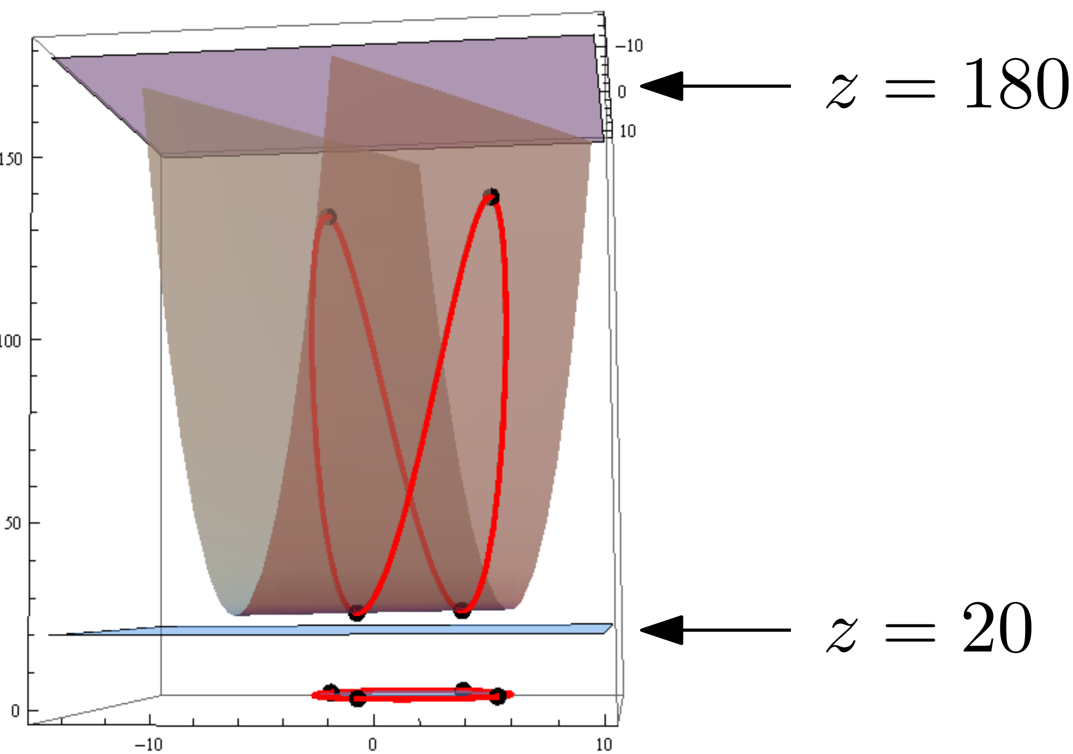
$T(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5}) = 25$ $\quad$ $T(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5}) = 150$

$$\left.\begin{array}{c} 20 < 25 \\ 150 < 180 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{l'alarma no es dispararà}$$

Problema 5

La funció $T(x,y) = 25 + 4x^2 - 4xy + y^2$ indica la temperatura en ºC de cada punt d'una placa. Una alarma situada sobre els punts de la circumferència $x^2 + y^2 = 25$ es dispara quan la temperatura es superior a 180°C o inferior a 20°C. Es dispararà?





$T(\pm\sqrt{5}, \pm 2\sqrt{5}) = 25$

$T(\mp 2\sqrt{5}, \pm\sqrt{5}) = 150$

$$\left.\begin{array}{r} 20 < 25 \\ 150 < 180 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{l'alarma no es dispararà}$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x, y) = x^2 + y^2$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x, y) = x^2 + y^2$

$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x, y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x, y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x, y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4 = 0$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x,y) = d((x,y),(0,0)) = \sqrt{x^2+y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x,y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0 \xrightarrow{\cdot y} 2xy + \lambda(10xy - 6y^2) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4 = 0$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x, y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0 \xRightarrow{\cdot y} 2xy + \lambda(10xy - 6y^2) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0 \xRightarrow{\cdot x} 2xy + \lambda(10xy - 6x^2) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4 = 0$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x,y) = d((x,y),(0,0)) = \sqrt{x^2+y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x,y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0 \xrightarrow{\cdot y} 2xy + \lambda(10xy - 6y^2) = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0 \xrightarrow{\cdot x} 2xy + \lambda(10xy - 6x^2) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4 = 0 \qquad \Rightarrow 6\lambda(x^2 - y^2) = 0$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x,y) = d((x,y),(0,0)) = \sqrt{x^2+y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x,y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0 \stackrel{\cdot y}{\Longrightarrow} 2xy + \lambda(10xy - 6y^2) = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0 \stackrel{\cdot x}{\Longrightarrow} 2xy + \lambda(10xy - 6x^2) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4 = 0 \qquad \Rightarrow 6\lambda(x^2 - y^2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \\ x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x, y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0 \xrightarrow{\cdot y} 2xy + \lambda(10xy - 6y^2) = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0 \xrightarrow{\cdot x} 2xy + \lambda(10xy - 6x^2) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4 = 0 \qquad \Rightarrow 6\lambda(x^2 - y^2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \Rightarrow x = y = 0 \Rightarrow -4 = 0 \quad \text{impossible} \\ x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x,y) = d((x,y),(0,0)) = \sqrt{x^2+y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x,y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0 \xrightarrow{\cdot y} 2xy + \lambda(10xy - 6y^2) = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0 \xrightarrow{\cdot x} 2xy + \lambda(10xy - 6x^2) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4 = 0 \qquad \Rightarrow 6\lambda(x^2 - y^2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \Rightarrow x = y = 0 \Rightarrow -4 = 0 \quad \text{impossible} \\ x^2 - y^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ y = -x \end{cases} \end{cases}$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x,y) = d((x,y),(0,0)) = \sqrt{x^2+y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x,y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0 \xrightarrow{\cdot y} 2xy + \lambda(10xy - 6y^2) = 0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0 \xrightarrow{\cdot x} 2xy + \lambda(10xy - 6x^2) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4 = 0 \qquad \Rightarrow 6\lambda(x^2 - y^2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \Rightarrow x = y = 0 \Rightarrow -4 = 0 \quad \text{impossible} \\ x^2 - y^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = x \Rightarrow 5x^2 + 5x^2 - 6x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ y = -x \end{cases} \end{cases}$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x,y) = d((x,y),(0,0)) = \sqrt{x^2+y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x,y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0 \xrightarrow{\cdot y} 2xy + \lambda(10xy - 6y^2) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0 \xrightarrow{\cdot x} 2xy + \lambda(10xy - 6x^2) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4 = 0 \qquad \Rightarrow 6\lambda(x^2 - y^2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \Rightarrow x = y = 0 \Rightarrow -4 = 0 \quad \text{impossible} \\ x^2 - y^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = x \Rightarrow 5x^2 + 5x^2 - 6x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ y = -x \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x,y) = d((x,y),(0,0)) = \sqrt{x^2+y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x,y) = x^2 + y^2$

$$\mathcal{L} = x^2 + y^2 + \lambda(5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4)$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 2x + \lambda(10x - 6y) = 0 \xrightarrow{\cdot y} 2xy + \lambda(10xy - 6y^2) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 2y + \lambda(10y - 6x) = 0 \xrightarrow{\cdot x} 2xy + \lambda(10xy - 6x^2) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 5x^2 + 5y^2 - 6xy - 4 = 0 \qquad \Rightarrow 6\lambda(x^2 - y^2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \Rightarrow x = y = 0 \Rightarrow -4 = 0 \quad \text{impossible} \\ x^2 - y^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = x \Rightarrow 5x^2 + 5x^2 - 6x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ y = -x \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

Candidats: $(1,1), (-1,-1), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x,y) = d((x,y),(0,0)) = \sqrt{x^2+y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x,y) = x^2 + y^2$

Candidats: $(1,1), (-1,-1), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Minimitzar f és equivalent a minimitzar $F(x, y) = x^2 + y^2$

Però els valors de F i de f no són els mateixos!

Candidats: $(1, 1), (-1, -1), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Candidats: $(1, 1), (-1, -1), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$f(1, 1) = \sqrt{2}$$

Candidats: $(1, 1), (-1, -1), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$f(1, 1) = \sqrt{2}$$

$$f(-1, -1) = \sqrt{2}$$

Candidats: $(1, 1), (-1, -1), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$f(1,1) = \sqrt{2}$$

$$f(-1,-1) = \sqrt{2}$$

$$f\left(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Candidats: $(1,1), (-1,-1), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$f(1, 1) = \sqrt{2}$$

$$f(-1, -1) = \sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Candidats: $(1, 1), (-1, -1), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

La funció a minimitzar és $f(x,y) = d((x,y),(0,0)) = \sqrt{x^2+y^2}$

$$f(1,1) = \sqrt{2}$$

$$f(-1,-1) = \sqrt{2}$$

$$f\left(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$f\left(-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

La distància mínima és $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

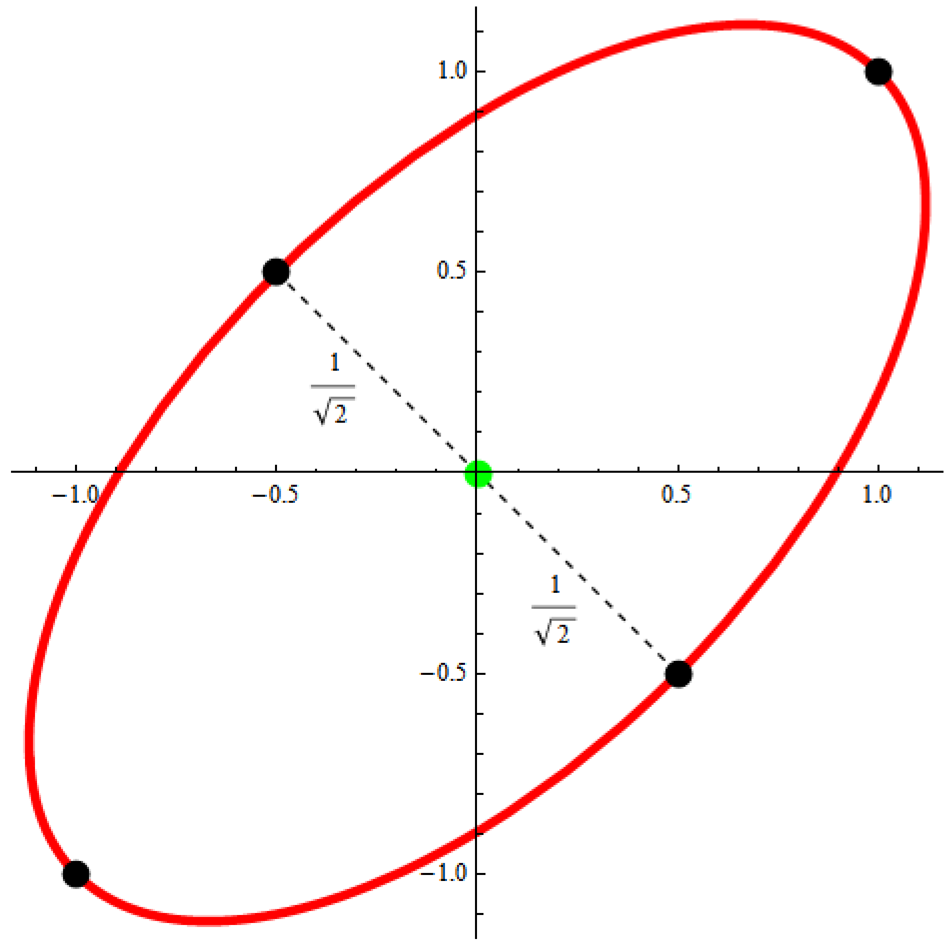
La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$f(1,1) = \sqrt{2}$$

$$f(-1,-1) = \sqrt{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$f\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



La distància mínima és $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Problema 6

Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per $\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}$.

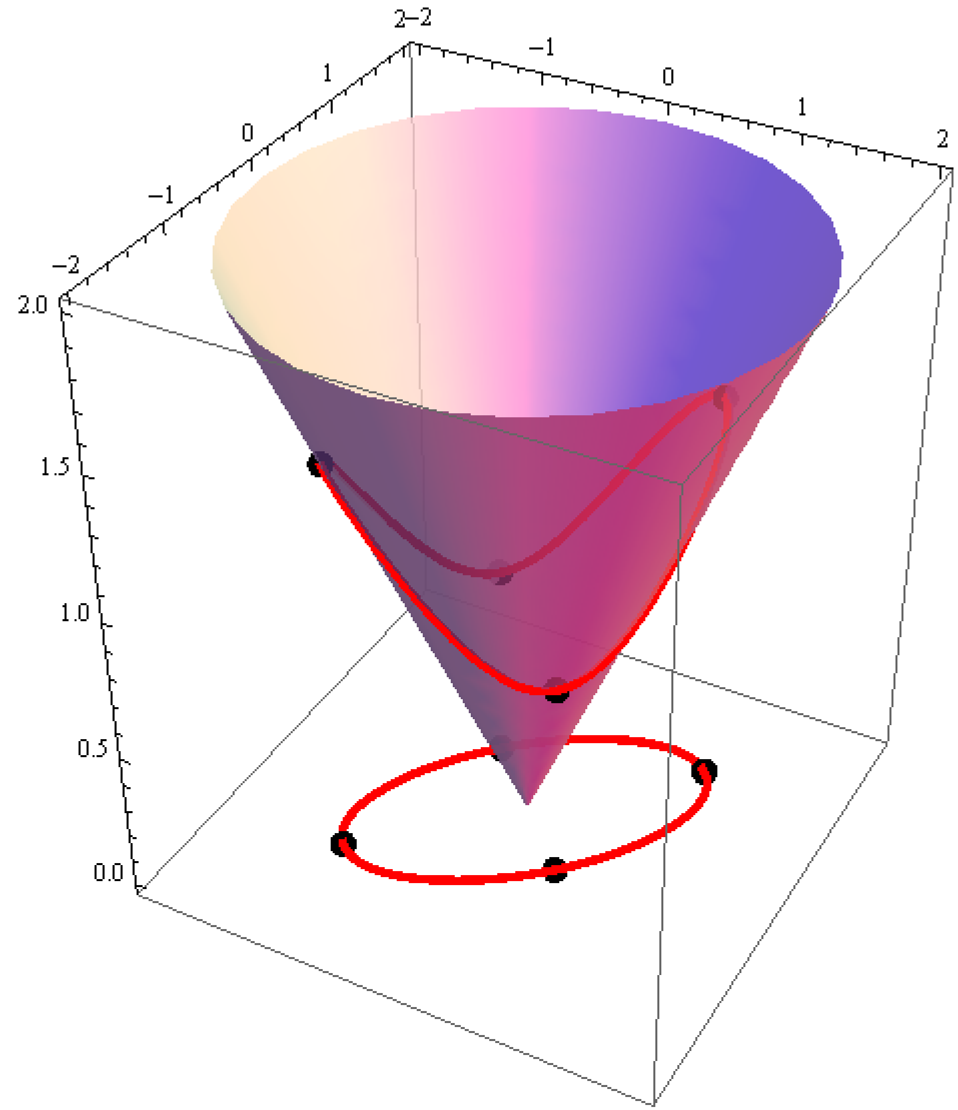
La funció a minimitzar és $f(x, y) = d((x, y), (0, 0)) = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$f(1, 1) = \sqrt{2}$$

$$f(-1, -1) = \sqrt{2}$$

$$f\left(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$f\left(-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



La distància mínima és $\frac{1}{\sqrt{2}}$