

Processat de la imatge



Menú

- Introducció
- Point operations
 - Transformacions dels nivells de gris
 - Transformacions geomètriques
 - Operacions aritmètiques
- Neighbourhood operations
 - Suavitzat de la imatge
 - Múltiples escales
 - Extracció del gradient
 - Operadors de 2^a derivada
- Segmentació per contorns
 - L'operador de Canny



Introducció

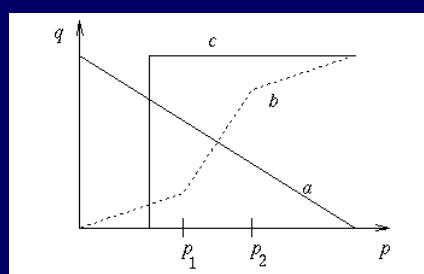
- El processat consisteix en una sèrie d'operacions al nivell més baix d'abstracció.
- La entrada i sortida del pre-processat són imatges
- L'objectiu és la millora de la imatge
 - Suprimir les distorsions
 - Realçar les característiques més importants per a processats posteriors



UPC

Transformacions del nivell de gris

- Podem aplicar diferents transformacions $q = T(p)$



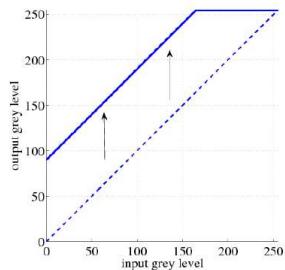
- a) Negatiu
- b) Realçat del contrast entre p_1 i p_2
- c) Binaritzat

- Es solen implementar usant LUTs (lookup tables)

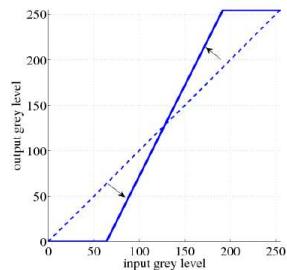
UPC

Transformacions del nivell de gris

Common Mapping Functions



lightening

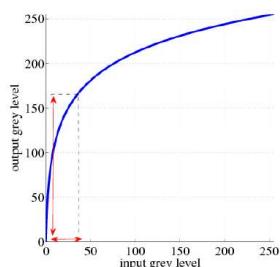


increase contrast

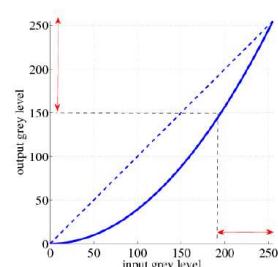


Transformacions del nivell de gris

Common Mapping Functions



enhance contrast in dark regions

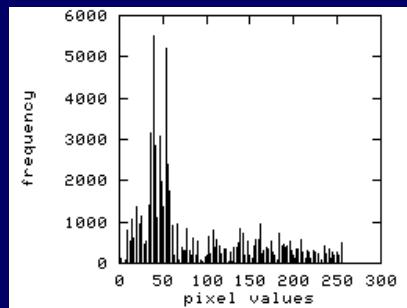


enhance contrast in light regions



Histogrames

- L'histograma d'una imatge $h(z)$, ens dona el nombre d'ocurrències de cada valor z en la imatge

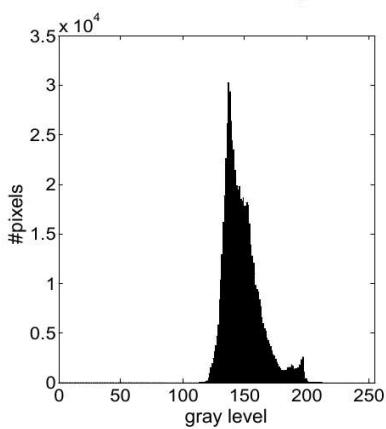


- L'histograma d'una imatge ens dona una informació global, útil per a determinar les condicions d'il.luminació, fer transformacions, i binaritzar la imatge



Histogrames

Gray level histograms

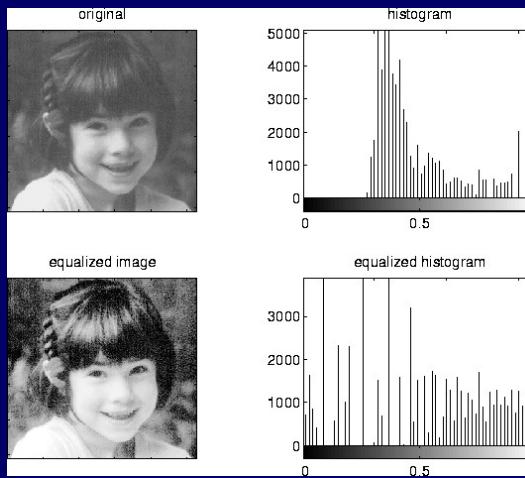


- Es poden interpretar com a funcions de densitat de probabilitat



Transformacions del nivell de gris

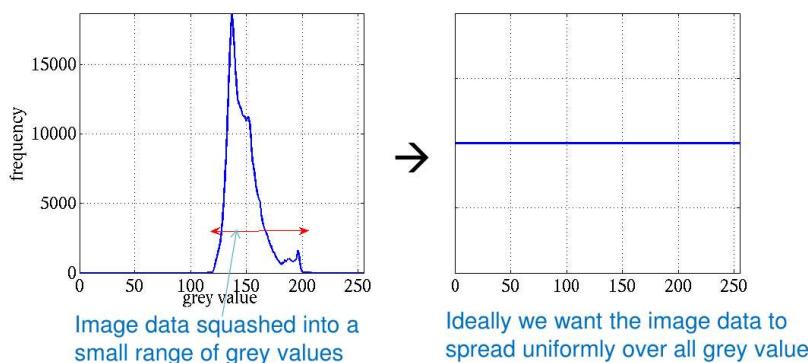
- Transformació típica: **equalització de l'histograma**
- L'objectiu és crear una imatge amb els nivells de gris distribuïts de forma uniforme.



Transformacions del nivell de gris

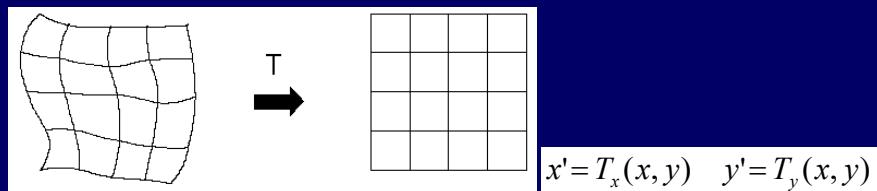
Histogram Equalization

↳ stretch out the histogram to produce a more uniform distribution



Transformacions geomètriques

- Permeten eliminar les distorsions geomètriques produïdes en la captura de la imatge.
- Es mapeja el píxel (x,y) en una nova posició (x',y')



- Rotació: $x' = x \cos \alpha + y \sin \alpha$ $y' = -x \sin \alpha + y \cos \alpha$
- Canvi d'escala: $x' = ax$ $y' = bx$



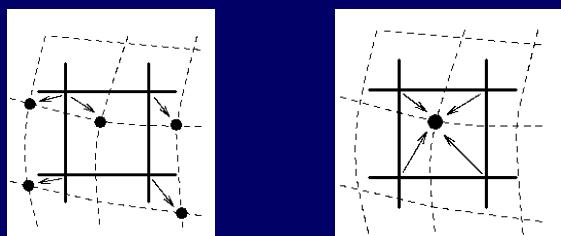
Transformacions geomètriques

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 \\ b_0 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ b_0 & b_1 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{affine transformation in homogeneous coordinates}} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$



Transformacions geomètriques

- Les noves coordenades no encaixaran en la matriu imatge discreta.
- Cal posar valors en les posicions discretes de la matriu imatge.
- El valor de cada píxel en la matriu es determina per interpolació dels valors dels píxels veïns.
- Una altra possibilitat és assignar-li el valor que ha caigut en la posició més propera.



Operacions aritmètiques

- Operem dues o més imatges per a obtenir una imatge resultat.
- Els píxels veïns no es tenen en compte
- Suma, resta, producte, màxim, mínim, operacions lògiques...

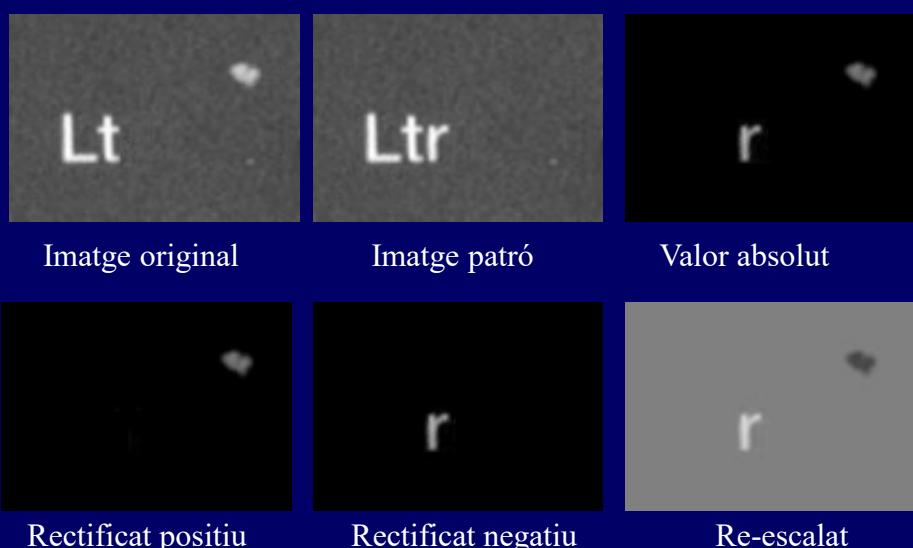


Operacions aritmètiques

Possiblement la més popular és la **resta d'imatges**



Resta d'imatges



Resta d'imatges

Where is the defect?

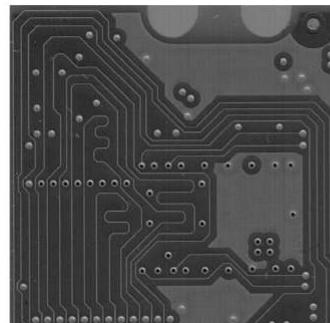


Image $g[x,y]$ (no defect)

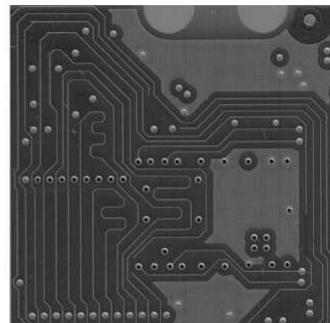


Image $f[x,y]$ (w/ defect)



Resta d'imatges

Absolute difference between two images

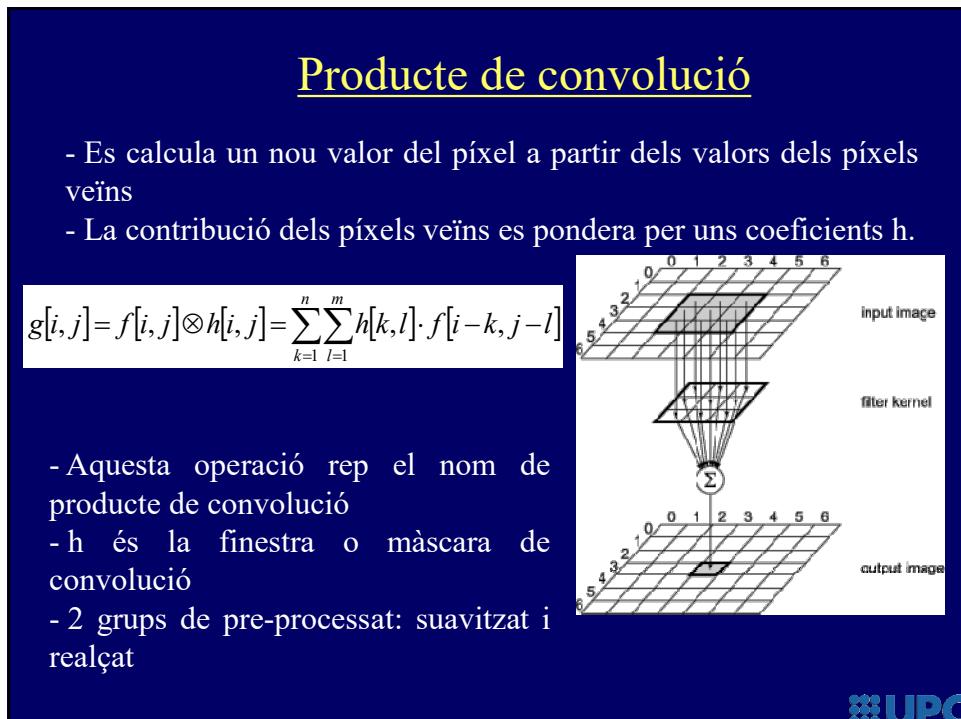
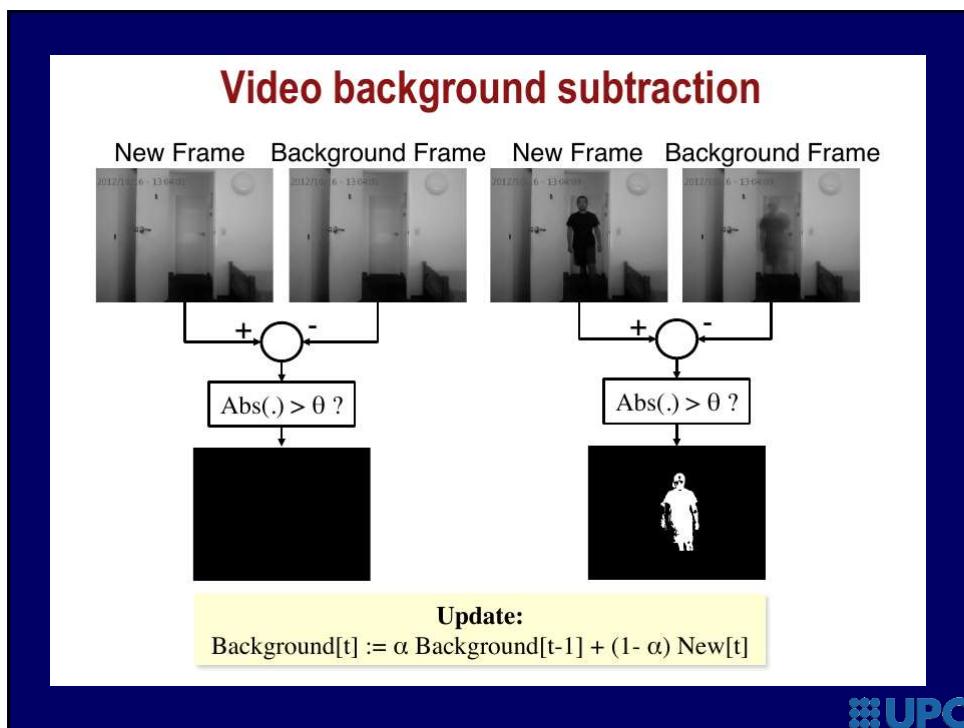


$|f-g|$ w/o alignment

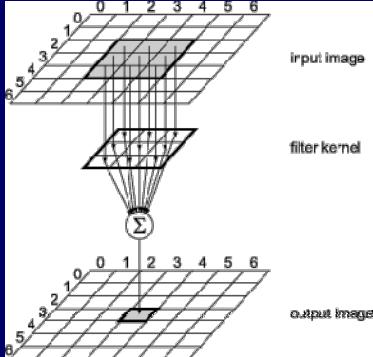


$|f-g|$ w/ alignment

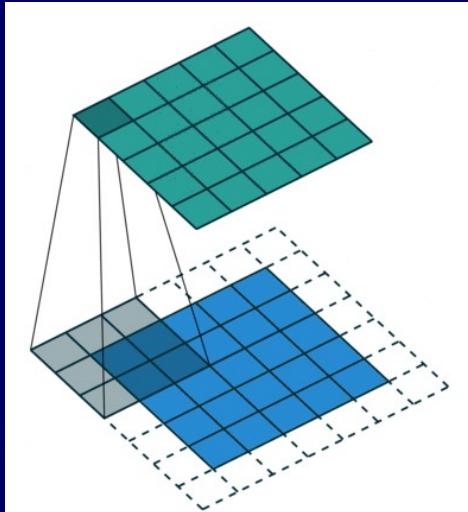




Producte de convolució



$$g[i, j] = f[i, j] \otimes h[i, j] = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m h[k, l] \cdot f[i - k, j - l]$$



UPC

Suavitzat: filtre averaging

- ↳ So far we modified values of single pixels
- ↳ What if we want to take neighborhood into account?
- ↳ A common application of linear filtering is **image smoothing** using an **averaging filter** or averaging **mask** or averaging **kernel**
- ↳ Each point in the smoothed image $g(x, y)$ is obtained from the average pixel value in a neighbourhood of (x, y) in the input image
 - The averaging filter is also known as the **box filter**. Each pixel under the mask is multiplied by 1/9, summed, and the result is placed in the output image
 - The mask is successively moved across the image. That is, we **convolve** the image with the mask.

$\frac{1}{9}$	1	1	1
	1	1	1
	1	1	1

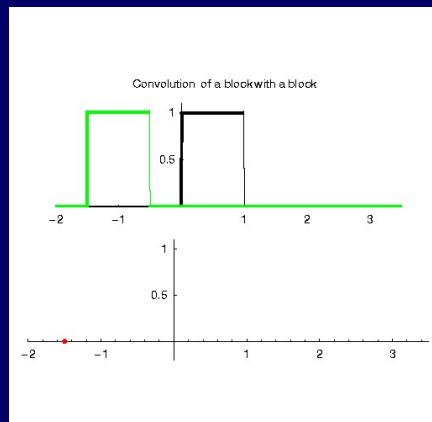
UPC

Suavitzat de la imatge

- Filtre Mitjana:

$$g[i,j] = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m f[k,l]$$

- S'implementa com una convolució



Suavitzat de la imatge

- L'objectiu és eliminar soroll de la imatge
- És equivalent a suprimir les components d'alta freqüència
- Filtre Mitjana:

- El píxel es substitueix per un promitjat local

$$g[i,j] = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m f[k,l]$$

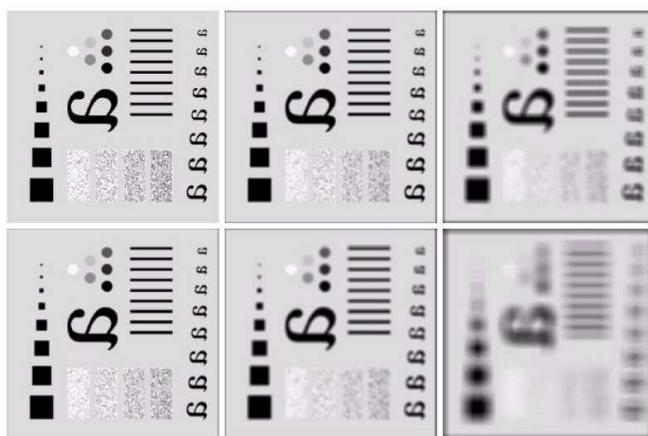
- S'implementa com una convolució
- És un filtre lineal i separable
- Perdem detalls. Components d'alta freqüència. Suavitzem contorns.
- Ponderació dels pesos de la finestra

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} \end{bmatrix}$$



Filtre de mitjana

Example of 2-D Convolution

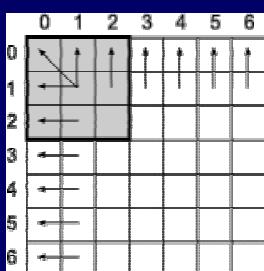


Convolution with box filters of size 1,5,15,3,9,35 (reading order)



Processat a les vores

- Què passa amb les vores ? No tenim valors vàlids



- Image cropping: No es fa el càcul on no es pot
- Inventem el valor dels píxels
- Operem només amb els píxels conegeuts
- Extenem el valor dels píxels propers
- Considerem la imatge cíclica

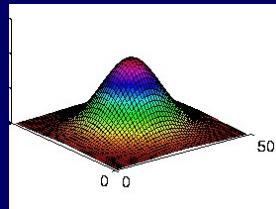


Suavitzat de la imatge

- Filtre gaussià:

- El més popular
- Pesos de la finestra seguint una gaussiana

$$h(x) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$
$$h[i, j] = e^{-\frac{(i^2 + j^2)}{2\sigma^2}}$$

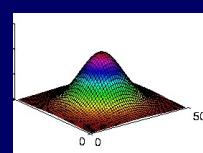
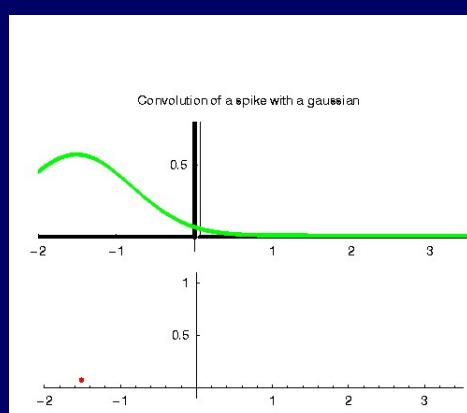


- La influència dels píxels veïns disminueix amb la distància al centre
- Filtre lineal i separable
- Simètrica rotacionalment => suavitzat isotòpic
- Amplada de la finestra (grau de suavitzat) proporcional a σ



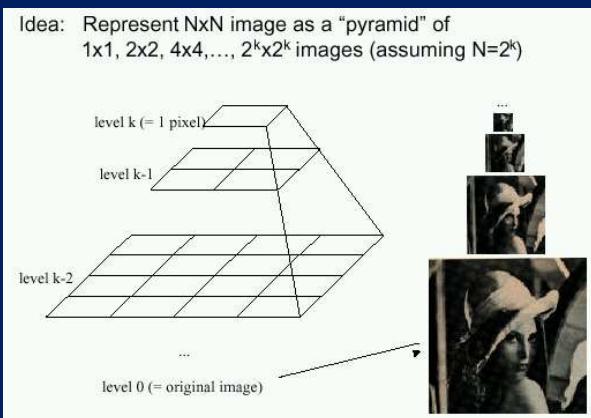
Suavitzat de la imatge

- Filtre gaussià:



L'espai d'escales

Sovint, ens interessa treballar amb la imatge a diferents nivells de detall:



Aquesta estructura es coneix com la *piràmide Gaussiana* [Burt and Adelson, 1983]
(*mip map* a l'àrea de Gràfics [Williams, 1983])



Construcció de la piràmide Gaussiana

- Construim una estructura jeràrquica

Repeat

- suavitzar
- Sub-samplejar

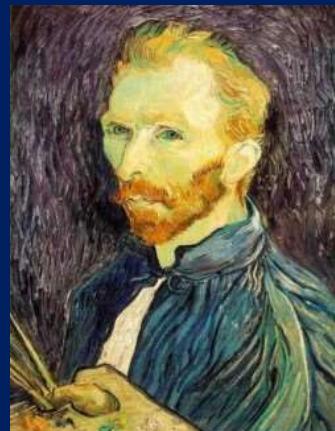
Until resolució mínima desitjada

- Recordar Nyquist !!!

- Tota la piràmide ocupa només 4/3 de la mida de la imatge original



Sub-sampling amb filtre Gaussià



G 1/4

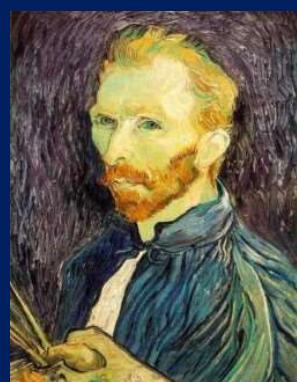
G 1/8

Gaussian 1/2

Primer suavitzar, després mostrejar



Sub-sampling amb filtre Gaussià



Gaussian 1/2



G 1/4(2x zoom)

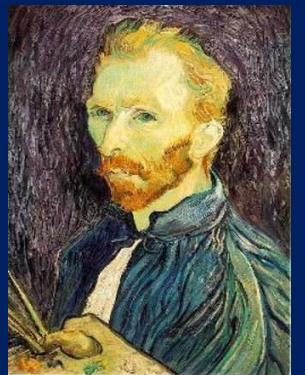


G 1/8(4x zoom)

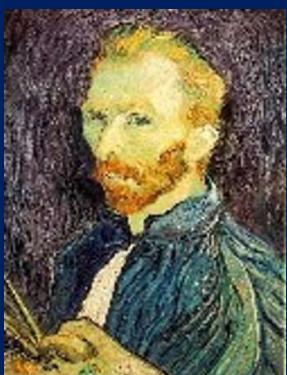
Primer suavitzar, després mostrejar



Sub-sampling sense filtre Gaussià



1/2



1/4(2x zoom)



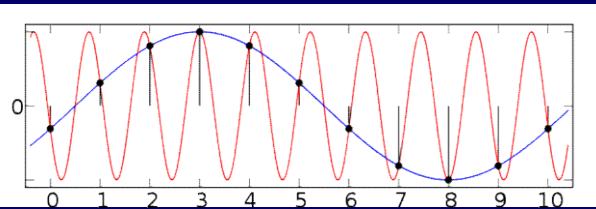
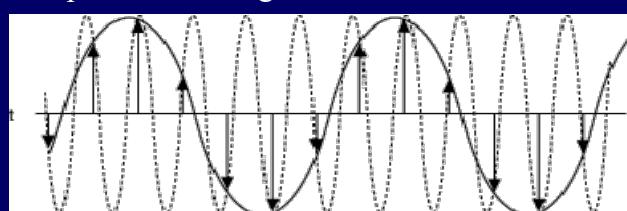
1/8(4x zoom)

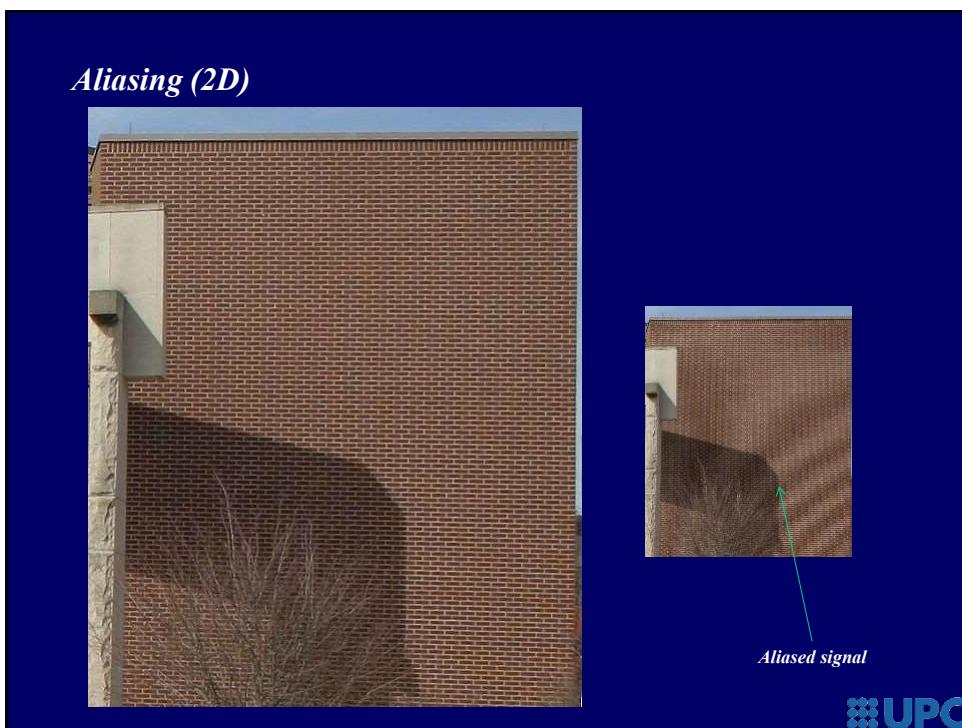
Recordar Nyquist !!!



Discretització de la imatge

-Teorema del mostreig de Shannon-Nyquist: l'interval de mostreig ha de ser menor que la meitat de la mida del detall interessant més petit en la imatge





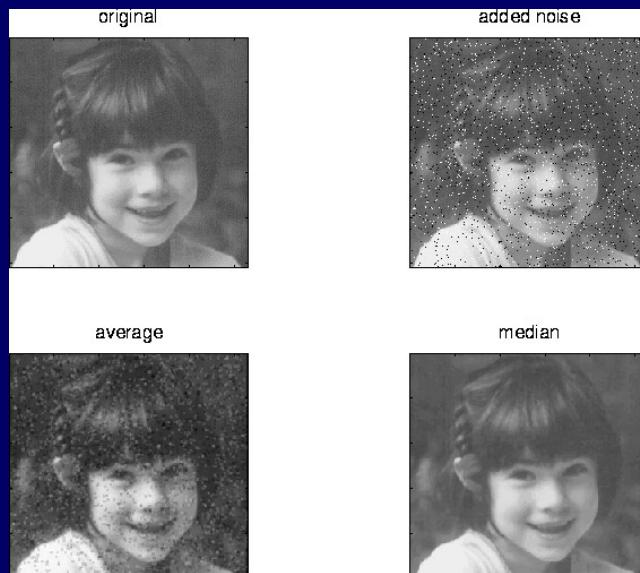
Filtratge no linial

- Filtre mediana:

- El promitjat presenta tendència al blurring. Pèrdua de discontinuïtats brusques
- El filtre de Mediana redueix el blurring
- Ordenem els píxels d'un entorn per nivell de gris
- Seleccionem el valor del mig i l'assignem al píxel central
- Molt bo per a eliminar soroll impulsional



Exemple: filtratge de soroll



Operadors de realçat

- **Contorn**: Canvi local i significatiu en la intensitat de la imatge
- És complicat obtenir les vores a partir dels nivells de gris. Cal un postprocés d'unió i reconstrucció a partir dels contorns

- *Edge detection*: localitzar els píxels del contorn.
- *Edge enhancement*: realçar els píxels del contorn.
- *Edge tracing*: recol·lectar els píxels del contorn en una llista.

- Problemes:

- Degut al soroll en les imatges reals, és difícil trobar un detector de contorns fiable
- El canvi d'intensitat s'estén a més d'un píxel



Detecció de contorns

Significance of Edges in Images

- ↳ There is strong evidence that some form of data compression occurs at an early stage in the human visual system
- ↳ Research suggests that one form of this compression involves finding edges and other information-high features in images
- ↳ From edges we can construct a line drawing of the scene. This results in a huge data compression, but the information content remains very high
- ↳ When we look at a sketch of a scene we do not feel that we are missing a great deal of information



Detecció de contorns

Edge Detection

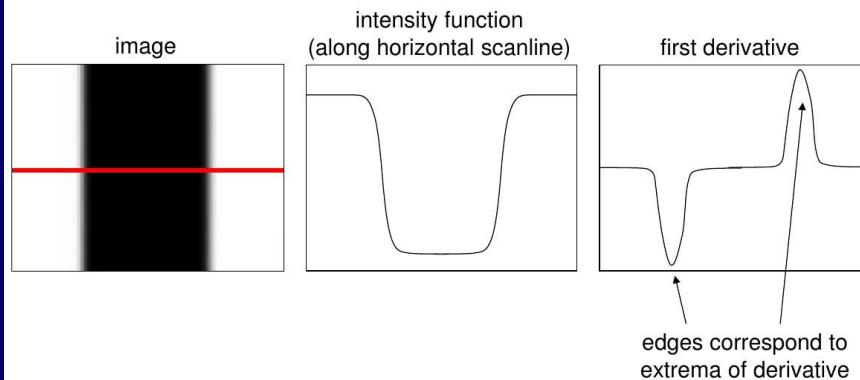
- ↳ **Goal:** Identify sudden changes (discontinuities) in an image
 - Intuitively, most semantic and shape information from the image can be encoded in the edges
 - More compact than pixels
- ↳ **Ideal:** artist's line drawing (but artist is also using object-level knowledge)



Detecció de contorns

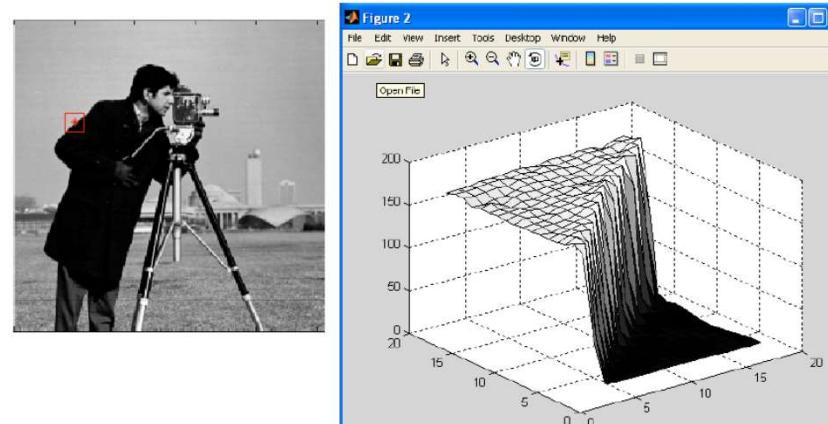
Characterizing Edges

- >An edge is a place of rapid change in the image intensity function



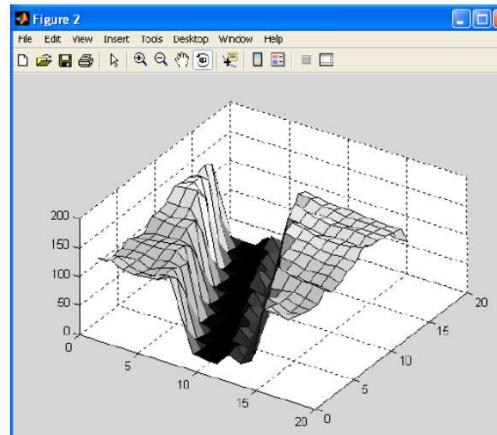
Models de contorn

How does an edge look like?



Models de contorn

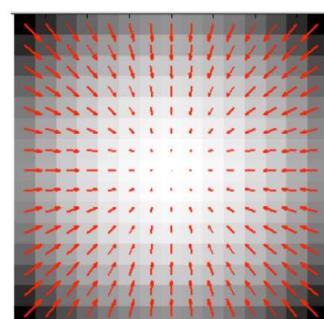
What would a line look like?



Gradient

2-D Gradients

- ↳ Plotted as vectors
- ↳ Gradient at each pixel points uphill
- ↳ The gradient indicates the direction of steepest ascent
- ↳ The gradient is zero at the peak



$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, 0 \right]$$

$$\nabla f = \left[0, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$



Operadors tipus gradient

- El gradient és una mesura de canvi d'una funció. S'usa per a detectar contorns
- És l'equivalent 2D de la primera derivada:

$$G[f(x, y)] = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

- El mòdul del vector gradient ens dona la magnitud del contorn
- la direcció ens dona l'orientació del contorn

$$\|G[f(x, y)]\| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$
$$\alpha[G[f(x, y)]] = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$



Operadors tipus gradient

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- L'aproximació més simple del gradient és:

$$G_x \cong f[i, j+1] - f[i, j]$$
$$G_y \cong f[i, j] - f[i+1, j]$$

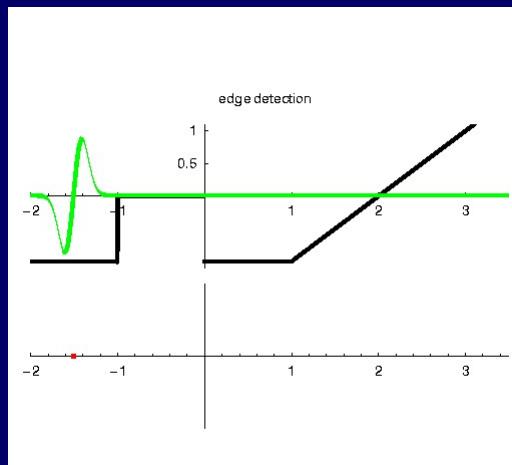
- Aquesta aproximació es pot implementar amb dues senzilles finestres de convolució:

$$M_x = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \quad M_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Millor: $M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$



Operadors tipus gradient



Operadors tipus gradient

- L'operador de Roberts:

$$G[f[i, j]] = |f[i, j] - f[i+1, j+1]| + |f[i+1, j] - f[i, j+1]|$$

-- Obsolet --

$$M_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad M_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

- L'operador Prewitt:

$$M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



Operadors tipus gradient

- L'operador Sobel:

$$M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

- Sobel pondera. Dona més pes als píxels centrals.

- És un filtre separable

$$M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



Operador Sobel



Original



Hztal



Vertical



Modul



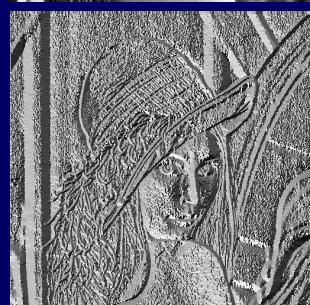
Operador Sobel



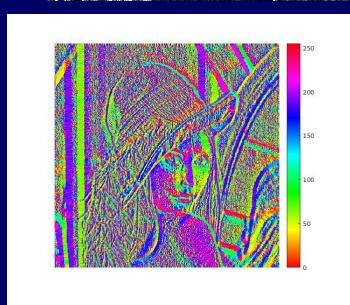
Original



Mòdul



direcció



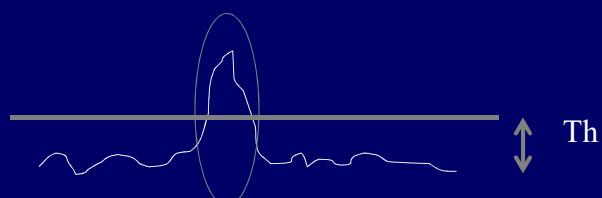
direcció



Com detectem el contorn?

El mòdul del gradient és alt en el contorn

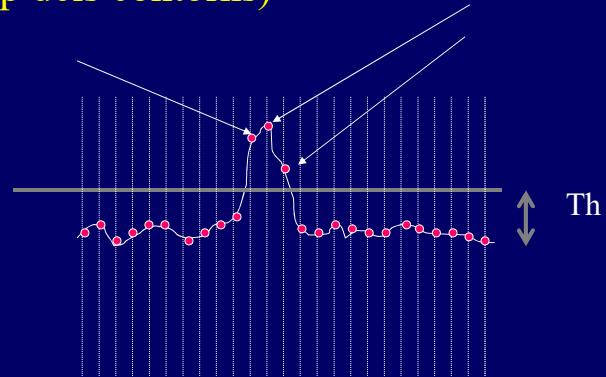
Cal buscar màxims locals:



I com fixem el llindar Th ????????



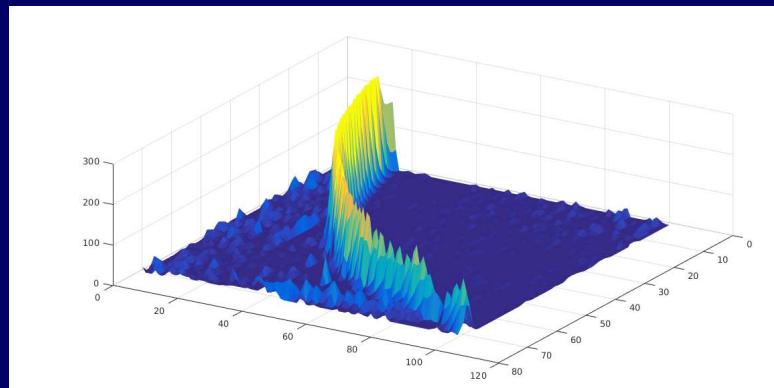
... però el mòdul del gradient també és alt
a prop dels màxims locals (valors alts a
prop dels contorns)



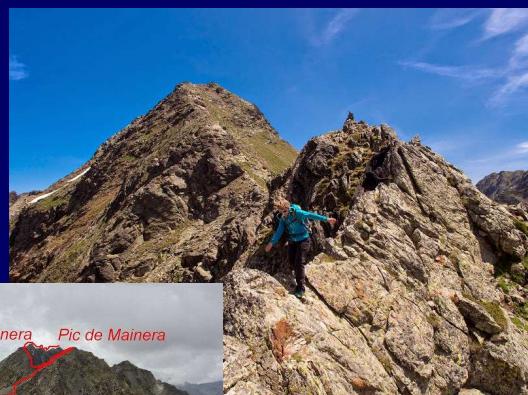
I com ens quedem amb el màxim local ????????



... no sembla fàcil buscar aquests màxims 'locals'
en 2D

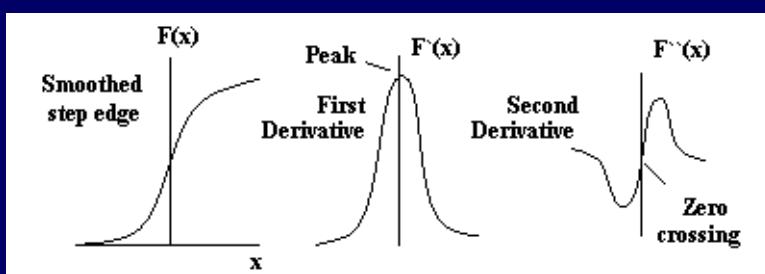


... no sembla fàcil buscar aquests màxims 'locals'
en 2D



Operadors de 2^a derivada

- Enlloc de buscar màxims en la 1^a derivada es busquen passos per zero en la 2^a



Operadors de 2^a derivada

- L'operador Laplaciana:

$$\nabla^2 f = \frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{d^2 f}{dy^2}$$

- Plantegem les segones derivades usant diferències:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 f}{dx^2} &= \frac{dG_x}{dx} = \frac{d(f[i, j+1] - f[i, j])}{dx} = \frac{df[i, j+1]}{dx} - \frac{df[i, j]}{dx} = \\ &= (f[i, j+2] - f[i, j+1]) - (f[i, j+1] - f[i, j]) = f[i, j+2] - 2f[i, j+1] + f[i, j]\end{aligned}$$

- Centrem. Fem el canvi $j=j-1$, $i=i-1$:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 f}{dx^2} &= f[i, j+1] - 2f[i, j] + f[i, j-1] \\ \frac{d^2 f}{dy^2} &= f[i+1, j] - 2f[i, j] + f[i-1, j]\end{aligned}$$

- Combinem i obtenim l'operador:

$$\nabla^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Operadors de 2^a derivada

- Quan la sortida de l'operador presenta un pas per zero indica la presència de contorn

- Podem definir també l'operador per a veïnatge-8:

$$\nabla^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Laplacià - 4

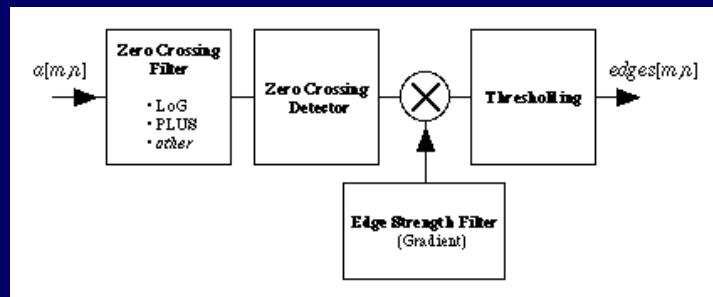


Laplacià - 8



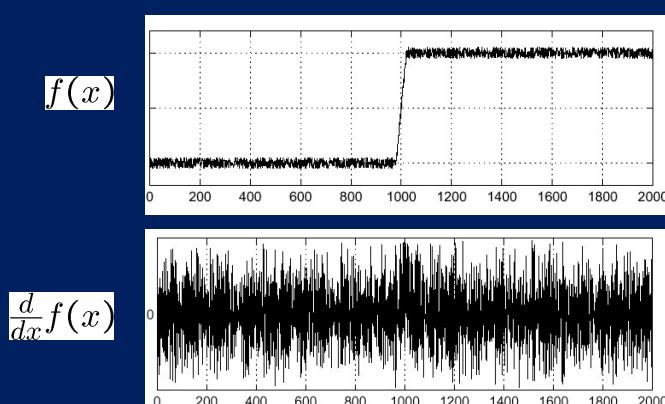
Operadors de 2^a derivada

També es pot usar una combinació de les tècniques de gradient i 2^a derivada:



Efectes del soroll

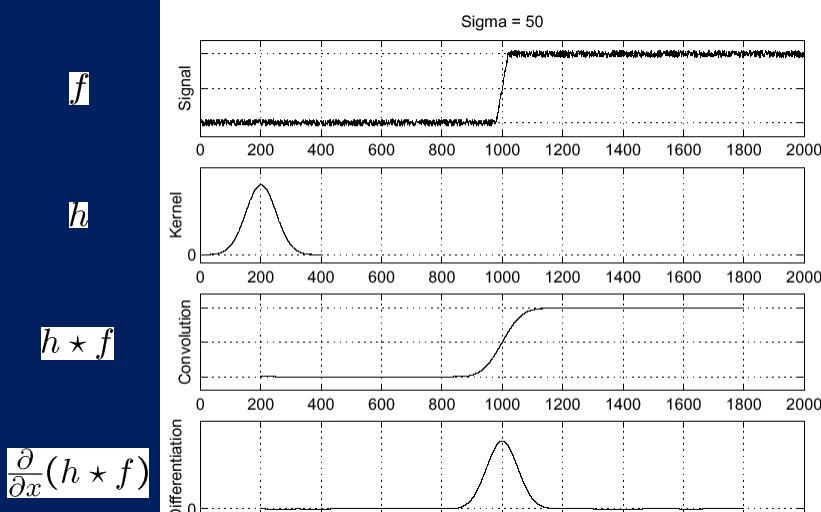
Dibuixem el perfil d'una línia de la imatge:



Com trobem el màxim local amb aquest soroll????



Soroll: suavitzem abans de derivar



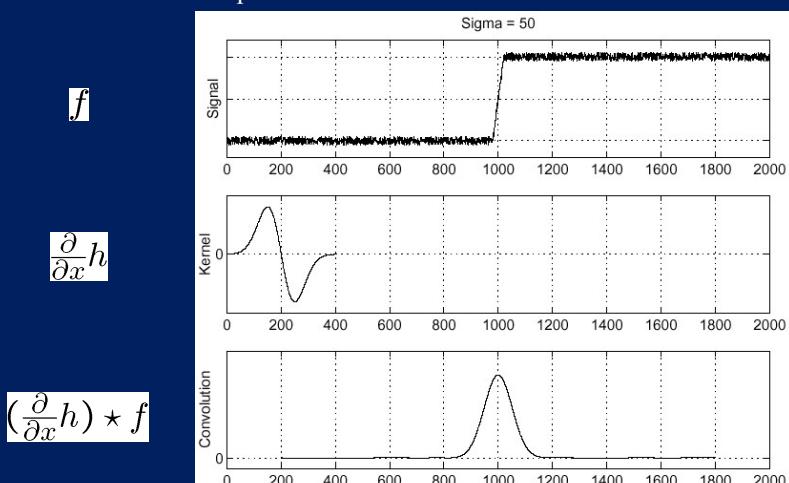
Cal buscar els màxims de: $\frac{\partial}{\partial x}(h \star f)$



DoG. Derivative of Gaussian

$$\text{Propietat associativa de la convolució: } \frac{\partial}{\partial x}(h \star f) = (\frac{\partial}{\partial x}h) \star f$$

Ens estalviem una operació



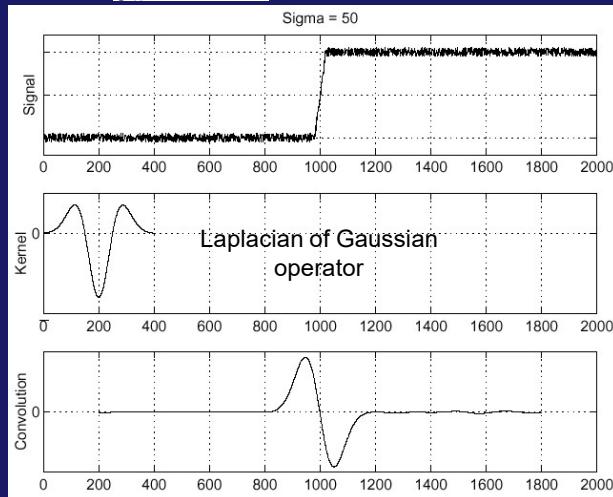
LoG. Laplacian of Gaussian

Ara amb la 2^a derivada: $\frac{\partial^2}{\partial x^2}(h \star f)$

f

$\frac{\partial^2}{\partial x^2}h$

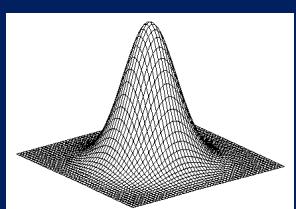
$(\frac{\partial^2}{\partial x^2}h) \star f$



Ara cal buscar els passos per zero per trobar el contorn

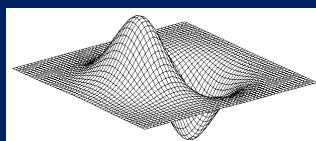


Representació 3D dels filtres



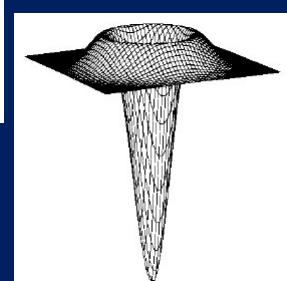
Gaussian

$$h_\sigma(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{u^2+v^2}{2\sigma^2}}$$



Derivative of Gaussian

$$\frac{\partial}{\partial x} h_\sigma(u, v)$$



Laplacian of Gaussian

$$\nabla^2 h_\sigma(u, v)$$

On ∇^2 és l'operador Laplacià: $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$



Residus

