声纹识别

概念

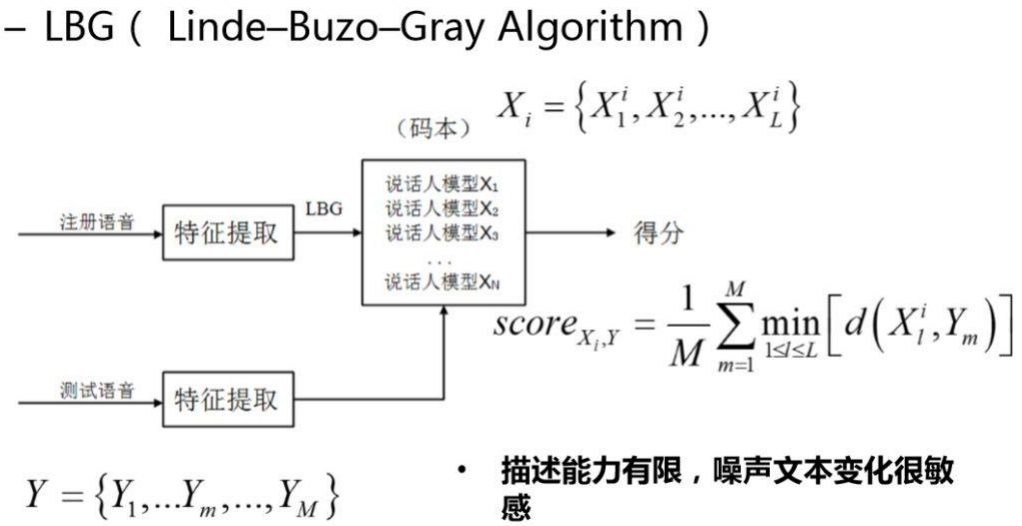
说话人识别，判断一段声音是谁说的。

特征

一般使用 plp 或者 mfcc 做帧的特征抽取，其中帧往往是采样获得的，不是每个都取。

LBG 建模

根据对机器学习的常识，首先就会想到一种方法来做声纹识别：
假如已经训练好了说话人模型：一个人对应一个模型。
伪代码：
1）对帧进行采样
2）对帧进行特征抽取，记为 y1，y2...yn
3）将所有对特征向量代入每个说话人模型，计算所有对 yi 和说话人模型之间对距离之和，距离最小对 score 对应对说话人模型就是这段语音对应对模型。



缺点：
音频文件避免不了各种背景噪音。
就是音频里面往往又很多噪音，这些噪音会影响距离对大小。

高斯混合模型

与语音识别中对 GMM 用法不一样，声纹识别中的 GMM 是对一段语音中的帧会抽取特征，如 mfcc，一段语音会有多帧，将这些帧的语音特征放在一起来训练一个 GMM. 而声学模型是对音素的某一个状态训练 gmm 模型。
如果使用 mfcc 抽取特征，则为 13 维的特征向量。
这个时候高斯分布的维度也是 13 维，而高斯的数量是一个超参数可以调整。
训练高斯混合模型的时候，首先参数需要一个初始值，然后使用 em 算法逐渐收敛。
初始值的选取方法是：
使用 kmeas 对数据进行聚类，假如高斯分布对数量设为 m，则使用 kmeans 聚 m 类。然后对每个类求解高斯模型参数。这就是高斯混合模型对初始值。

GMM-UBM

思想：
其实 UBM 就是 GMM 模型，只是训练的目的不同，GMM 我们希望训练得到一个能够表征说话人音素分布的模型，而 UBM 是希望得到一个通用的模型，简单的说就是能够反应所有人共性的模型，其实某种意义上说就是一个取均值的过程。
操作方法：
对所有人对应的音频混杂在一起训练一个高斯混合模型。这个时候训练出来的高斯混合模型我们理解为“通用模型”
在通用模型上面进行微调，就可以得到每个人的模型。

MAP 自适应过程

虽然高斯混合模型的参数为四个：

$$\theta = (w_i, u_i, \sigma_i), i = 1, 2, ..., C$$

和协方差矩阵。但是协方差矩阵一般设置为对角阵。

C 为 GMM 的混合阶数；说话人 X 的训练语音的特征向量序列为 x

1. 首先计算语音特征向量序列中的各个向量相对于每个 UBM 混元的概率得分。

$$p(O \mid \phi) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2}\sigma^2}\exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(\frac{O_t - \phi}{\sigma}\right)^2\right]$$

2. 对于 UBM 中的任意混元 i，特征向量 xi 对于它的后验分布概率为：

$$p(i \mid x_t, \lambda_\Omega) = \frac{\omega_i p(x_t \mid \mu_i, \sum_i)}{\sum_{j=1}^{C} \omega_j p(x_t \mid \mu_j, \sum_j)}$$

3. 利用后验概率计算均值所需要的统计量

$$p(i \mid \lambda_\Omega) = \sum_{t=1}^{T} p(i \mid x_t, \lambda_\Omega)$$

$$E_i(X) = \frac{1}{p(i \mid \lambda_\Omega)} \sum_{t=1}^{T} p(i \mid x_t, \lambda_\Omega) x_t$$

4. 最后利用上面两个统计量对 UBM 均值进行更新，其对任意混元 i 的均值更新表达式如下：

$$\hat{\mu}_i = \partial_i E_i(X) + (1 - \partial_i)\mu_i$$

自适应∂系数控制着旧估计与新估计之间的均衡，自适应算法就是对 UBM 参数做个微调，使得参数在一定背景的基础下调整到能够表征说话人发音特征，在语音数据不充分的情况下，没有覆盖到的发音特征可以用 UBM 的平均发音特征来代替。第 2 步公式，反应了当前模型下，第 j 个观测数据，来自第 K 个分模型的概率，称为分模型 K 对观测数据 yj 的响应度。

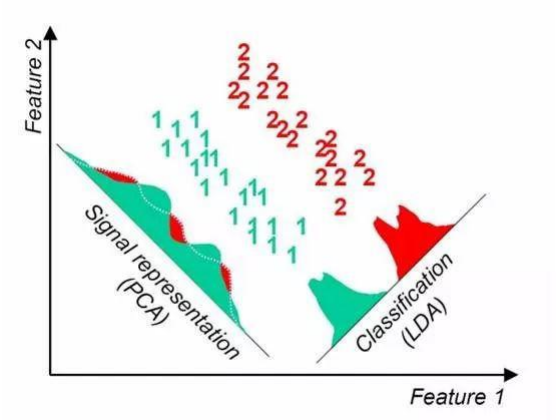
总结:

使用所有特征训练一个高斯混合模型（通用模型），使用 MAP 获得每一段语音对应的高斯模型的均值参数。这个均值向量就可以表示这段语音的声纹特征。

LDA(线性判别分析)

LDA 的思想

LDA 是一种监督学习的降维技术，也就是说它的数据集的每个样本是由类别输出的。PCA 是不考虑样本类别输出的无监督降维技术。LDA 的思想可以用一句话概括，就是“投影后类内方差最小，类间方差最大”，投影后希望每一种类别数据的投影点尽可能的接近，而不同类别的数据中新之间的距离尽可能的大。



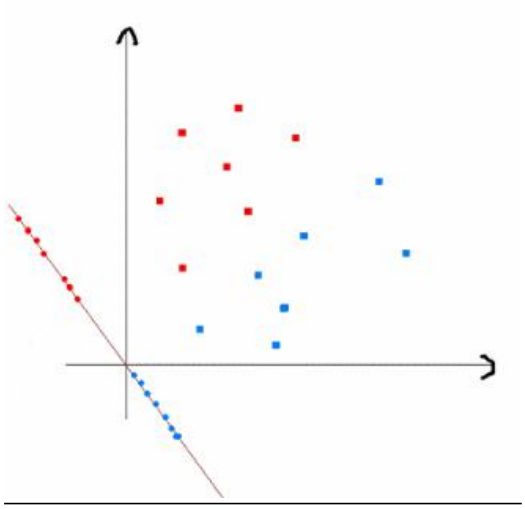
LDA 的全称是 Linear Discriminant Analysis（线性判别分析），**是一种 supervised learning。**有些资料上也称为是 Fisher’s Linear Discriminant，因为它被 Ronald Fisher 发明自 1936 年，Discriminant 这次词我个人的理解是，一个模型，不需要去通过概率的方法来训练、预测数据，比如说各种贝叶斯方法，就需要获取数据的先验、后验概率等等。

LDA 的原理是，将带上标签的数据（点），通过投影的方法，投影到维度更低的空间中，使得投影后的点，会形成按类别区分，一簇一簇的情况，相同类别的点，将会在投影后的空间中更接近。要说明白 LDA，首先得弄明白线性分类器(Linear Classifier)：因为 LDA 是一种线性分类器。对于 K-分类的一个分类问题，会有 K 个线性函数：

$$y_k(x) = w_k^T x + w_{k0}$$

当满足条件：对于所有的 j，都有 Yk > Yj,的时候，我们就说 x 属于类别 k。对于每一个分类，都有一个公式去算一个分值，在所有的公式得到的分值中，找一个最大的，就是所属的分类了。

上式实际上就是一种投影，是将一个高维的点投影到一条高维的直线上，LDA 最求的目标是，给出一个标注了类别的数据集，投影到了一条直线之后，能够使得点尽量的按类别区分开，当 k=2 即二分类问题的时候，如下图所示：



红色的方形的点为 0 类的原始点、蓝色的方形点为 1 类的原始点，经过原点的那条线就是投影的直线，从图上可以清楚的看到，红色的点和蓝色的点被**原点**明显的分开了，这个数据只是随便画的，如果在高维的情况下，看起来会更好一点。下面我来推导一下二分类 LDA 问题的公式：

假设用来区分二分类的直线（投影函数)为：

$$y = w^T x$$

LDA 分类的一个目标是使得不同类别之间的距离越远越好，同一类别之中的距离越近越好，所以我们需要定义几个关键的值。

类别 i 的原始中心点为：（Di 表示属于类别 i 的点)$$m_i = \frac{1}{n_i} \sum_{x \in D_i} x$$

类别 i 投影后的中心点为：

$$\widetilde{m}_i = w^T m_i$$

衡量类别 i 投影后，类别点之间的分散程度（方差）为：

$$\widetilde{s}_i = \sum_{y \in Y_i} (y - \widetilde{m}_i)^2$$

最终我们可以得到一个下面的公式，表示 LDA 投影到 w 后的损失函数：

$$J(w) = \frac{|\widetilde{m}_1 - \widetilde{m}_2|^2}{\widetilde{s}_1^2 + \widetilde{s}_2^2}$$

我们**分类的目标是，使得类别内的点距离越近越好（集中），类别间的点越远越好。**分母表示每一个类别内的方差之和，方差越大表示一个类别内的点越分散，分子为两个类别各自的中心点的距离的平方，我们最大化 J(w)就可以求出最优的 w 了。想要求出最优的 w，可以使用拉格朗日乘子法，但是现在我们得到的 J(w)里面，w 是不能被单独提出来的，我们就得想办法将 w 单独提出来。

我们定义一个投影前的各类别分散程度的矩阵，这个矩阵看起来有一点麻烦，其实意思是，如果某一个分类的输入点集 Di 里面的点距离这个分类的中心店 mi 越近，则 Si 里面元素的值就越小，如果分类的点都紧紧地围绕着 mi，则 Si 里面的元素值越更接近 0.

$$S_i = \sum_{x \in D_i} (x - m_i)(x - m_i)^T$$

带入 Si，将 J(w)分母化为：

$$\tilde{s}_i = \sum_{x \in D_i} (w^T x - w^T m_i)^2 = \sum_{x \in D_i} w^T (x - m_i)(x - m_i)^T w = w^T S_i w$$

$$\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_2^2 = w^T (S_1 + S_2) w = w^T S_w w$$

同样的将 J(w)分子化为：

$$|\tilde{m}_1 - \tilde{m}_2|^2 = w^T (m_1 - m_2)(m_1 - m_2)^T w = w^T S_B w$$

这样损失函数可以化成下面的形式：

$$J(w) = \frac{w^T S_B w}{w^T S_w w}$$

这样就可以用最喜欢的拉格朗日乘子法了，但是还有一个问题，如果分子、分母是都可以取任意值的，那就会使得有无穷解，我们将分母限制为长度为 1（这是用拉格朗日乘子法一个很重要的技巧，在下面将说的 PCA 里面也会用到，如果忘记了，请复习一下高数），并作为拉格朗日乘子法的限制条件，带入得到：

$$\begin{aligned} & c(w) = w^T S_B w - \lambda (w^T S_w w - 1) \\ & \Rightarrow \frac{dc}{dw} = 2 S_B w - 2 \lambda S_w w = 0 \\ & \Rightarrow S_B w = \lambda S_w w \end{aligned}$$

这样的式子就是一个求特征值的问题了。

对于 N(N>2)分类的问题，我就直接写出下面的结论了：

$$S_W = \sum_{i=1}^{c} S_i$$

$$S_B = \sum_{i=1}^{c} n_i (m_i - m)(m_i - m)^T$$

$$S_B w_i = \lambda S_w w_i$$

这同样是一个求特征值的问题，我们求出的第 i 大的特征向量，就是对应的 Wi 了。