

# transformer

如何理解 transformer 的位置向量？

$$\begin{cases} PE(pos, 2i) = \sin\left(\frac{pos}{10000^{2i/d_{model}}}\right) \\ PE(pos, 2i+1) = \cos\left(\frac{pos}{10000^{2i/d_{model}}}\right) \end{cases}$$

pos 代表一个句子中的一个词。

如：我 想 谈恋爱

PE(0,2i) 代表位置为 0 的词我这个词的词向量的第 2i 个位置

PE(0,2i+1) 代表位置为 0 的词我这个词的词向量的第 2i+1 个位置

位置向量的目的是：希望模型学习到词与词之间的相对位置。

为啥这个公式可以表示词与词之间的位置信息呢？

$$\begin{cases} \sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} PE(pos + k, 2i) = PE(pos, 2i) \times PE(k, 2i+1) + PE(pos, 2i+1) \times PE(k, 2i) \\ PE(pos + k, 2i+1) = PE(pos, 2i+1) \times PE(k, 2i+1) - PE(pos, 2i) \times PE(k, 2i) \end{cases}$$

这个公式的含义是：

句子中的第 pos+k 个位置，某个词之后的第 k 个位置的词，2i 是这个词对应的词向量的第 2i 个值，可以表示为第 pos 个位置的词向量的线性表示。

但是这个线性表示引入的东西比较多，包括第 k 个位置词向量的

$2i+1$  个值和  $2i$  个值，还有第  $pos$  个位置词的  $2i$  和  $2i+1$  的位置。

这样做一个线性表示就能表示词与词之间的相对位置吗？

$$\begin{aligned} PE_t^T PE_{t+k} &= \sum_{j=0}^{\frac{d}{2}-1} [\sin(c_j t) \sin(c_j(t+k)) \\ &\quad + \cos(c_j t) \cos(c_j(t+k))] \\ &= \sum_{j=0}^{\frac{d}{2}-1} \cos(c_j(t - (t+k))) \\ &= \sum_{j=0}^{\frac{d}{2}-1} \cos(c_j k) \end{aligned}$$

怎样计算两个向量之间的距离：

因为每个位置向量的模都是一样的。跟词向量维度有关，如果维度为 512，那么模的大小为  $256^{0.5}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{cases} \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| \cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) \\ 0 \end{cases}$$

衡量距离可以用向量和向量之间的角度来衡量。因此点积就可以衡量向量之间的距离。

可以看出第  $k$  个位置词和第  $t+k$  个位置之间的距离是  $k$  的函数。

因此那种表示是可以衡量相对位置的。

但是，思考另外一个问题：

$$PE_{pos}^T PE_{pos-k} = PE_{pos}^T PE_{pos+k}$$

这个公式意味着词与词之间的距离一致时便无法分清先后顺序。

例如：我 想 谈恋爱。针对想这个词，我 和 谈恋爱这两个词是无法定位其先后顺序的。

同时，位置向量需要通过长途跋涉才会到达 decoder。

在第一个 encoder 中就出现了

$$PE_{pos}^T W_q^T W_k PE_{pos+k}$$

这个意味着中间加了个矩阵作为乘法，虽然说最终的结果是一个标量，但是  $w$  是一个可以学习得到的参数，是具有可变性的，

可变的東西意味着  $PE_{pos}^T W_q^T W_k PE_{pos+k}$  不再是一个仅仅是关于  $k$  的一个自变量的函数，而是更加复杂，更加没有规律性。

这可能就是 transformer 中位置信息做的不够细致的一个原因吧。后面会有很多人进行改进。

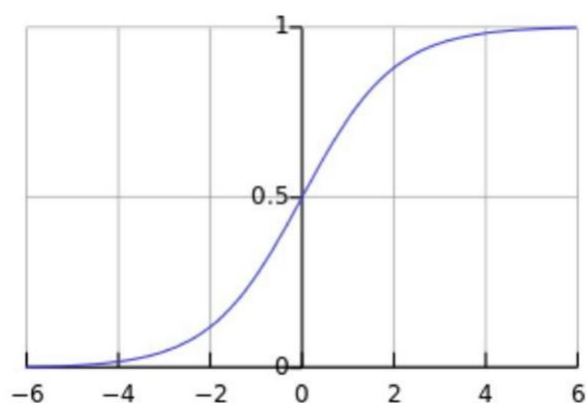
## Batch normalization

### 1. 理解 layer norm 之前需要先理解 BN

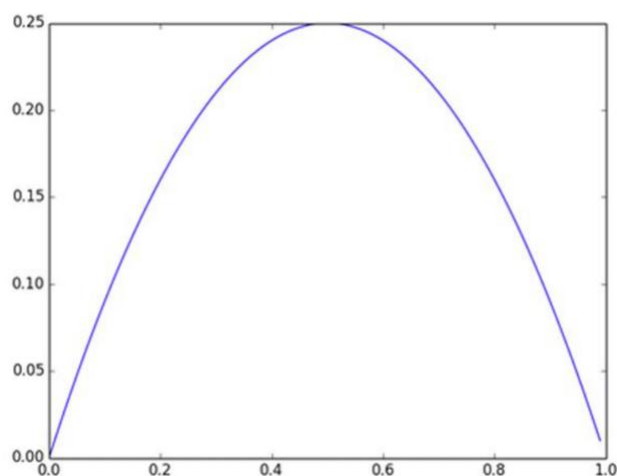
iid 是统计学习中非常重要的假设，如果通过一批数据训练好了一个模型，上线了之后  $n$  天之后发现效果越来越差了，可能是因为数据的分布发生了变化。bn 就是用到深度学习中的保持 iid 的一个东西。

### 1. 假如说深度学习中激活函数都用 sigmoid

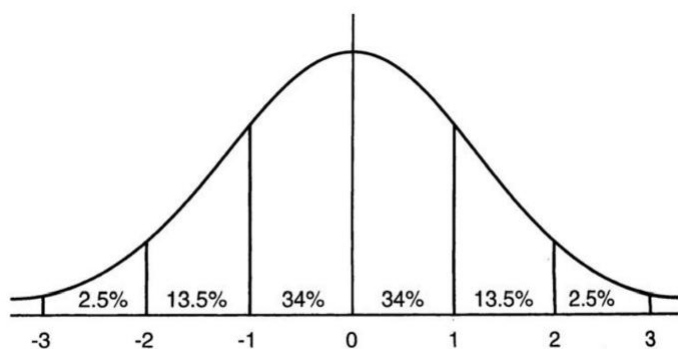
如下图可以看到当  $x$  属于  $-2$  到  $2$  之间的时候几乎非线性激活函数激活效果如同线性函数，意味着这一块区域的导数最大，激活函数看的是激活函数的导数，但是越接近两边导数越接近  $0$ 。在求深度学习的参数的时候，需要对  $w$  进行迭代，迭代的时候我们希望导数越大越好，越大收敛越快。



sigmoid 函数的导数:



标准正态分布。



正态分布是一个特别普遍的分布，根据中心极限定理可知：任意  $k$  个变量的均值组成的符合变量的分布都服从正态分布。所以可以假设训练样本服从正态分布，还有深度学习中每一层隐函数往后面激活的时候，激活前的那些每个维度的变量也服从正态分布。

将正态分布和 **sigmoid** 函数联合起来看：

当  $x$  属于标准正态分布时， $x$  在 -2 和 2 之间的比例达到 27%+68%=95%。

因此如果我们令输入深度学习中，进行激活函数之前的值都尽量保证在 -2 到 2 之间，那么损失函数的收敛速度是非常快的。

如何做呢？

深度学习训练中最常用的就是 **minibatch SGD**，在 **minibatch** 中强制将每个维度的数据都转化为标准正态分布。

$$\hat{x}^{(k)} = \frac{x^{(k)} - E[x^{(k)}]}{\sqrt{\text{Var}[x^{(k)}]}}$$

然鹅，即使全部转化为标准正态分布，还是有问题，并不能保证每个数据都能落在-2 到 2 之间。这个时候可以再做一个过分的事情，对 minibatch 中的样本再进行加乘，因为这样可以将  $\mathbf{x}$  拉到线性变化区，有点玄幻的感觉，但是这就是深度学习的精髓啊。其中  $\mathbf{r}$  和  $\mathbf{b}$  都是待学习参数。咋学习的？暂时没研究。可见加了 bn 之后模型收敛速度可是非常的快。

**Input:** Values of  $x$  over a mini-batch:  $\mathcal{B} = \{x_1, \dots, x_m\}$ ;  
 Parameters to be learned:  $\gamma, \beta$   
**Output:**  $\{y_i = \text{BN}_{\gamma, \beta}(x_i)\}$

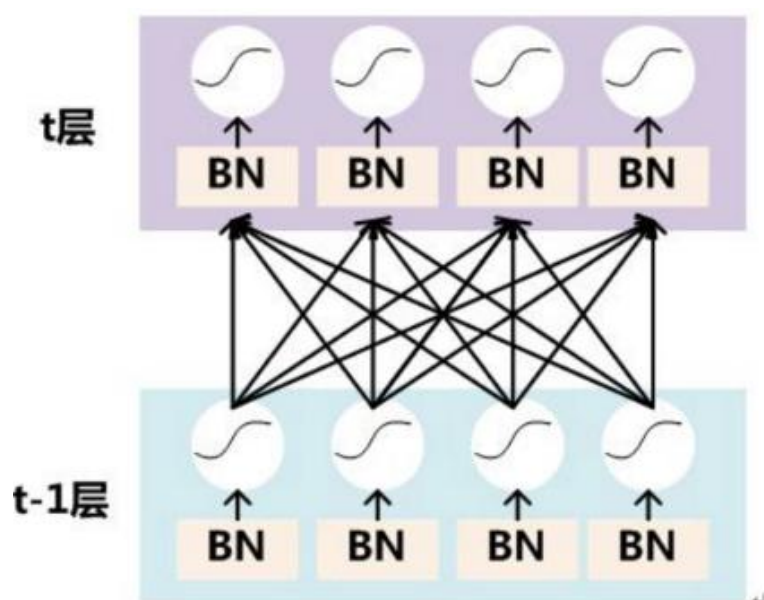
$$\mu_{\mathcal{B}} \leftarrow \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i \quad // \text{ mini-batch mean}$$

$$\sigma_{\mathcal{B}}^2 \leftarrow \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (x_i - \mu_{\mathcal{B}})^2 \quad // \text{ mini-batch variance}$$

$$\hat{x}_i \leftarrow \frac{x_i - \mu_{\mathcal{B}}}{\sqrt{\sigma_{\mathcal{B}}^2 + \epsilon}} \quad // \text{ normalize}$$

$$y_i \leftarrow \gamma \hat{x}_i + \beta \equiv \text{BN}_{\gamma, \beta}(x_i) \quad // \text{ scale and shift}$$

bn 操作的位置是激活之前



模型训练好了，之后需要在线预测

在线预测需要几个每个隐含层激活前的那些每个维度的均值方

差信息，训练的时候保存下来，预测的时候利用他们求全局的均值方差即可。同时 **scale** 参数和 **shift** 参数也是训练好的，直接拿来用即可。

## Layer norm

1. DNN 中可以使用 BN, RNN 没有 minibatch 的概念，怎样 BN 呢？

真的是对不同网络结构遍历同样的想法，不行就改个方法，转个置就可以了，可行就是创新。。

$$\mathbf{h}^t = f\left(\frac{\mathbf{g}}{\sqrt{(\sigma^t)^2 + \epsilon}} \odot (\mathbf{a}^t - \mu^t) + \mathbf{b}\right) \quad \mu^t = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H a_i^t \quad \sigma^t = \sqrt{\frac{1}{H} \sum_{i=1}^H (a_i^t - \mu^t)^2}$$

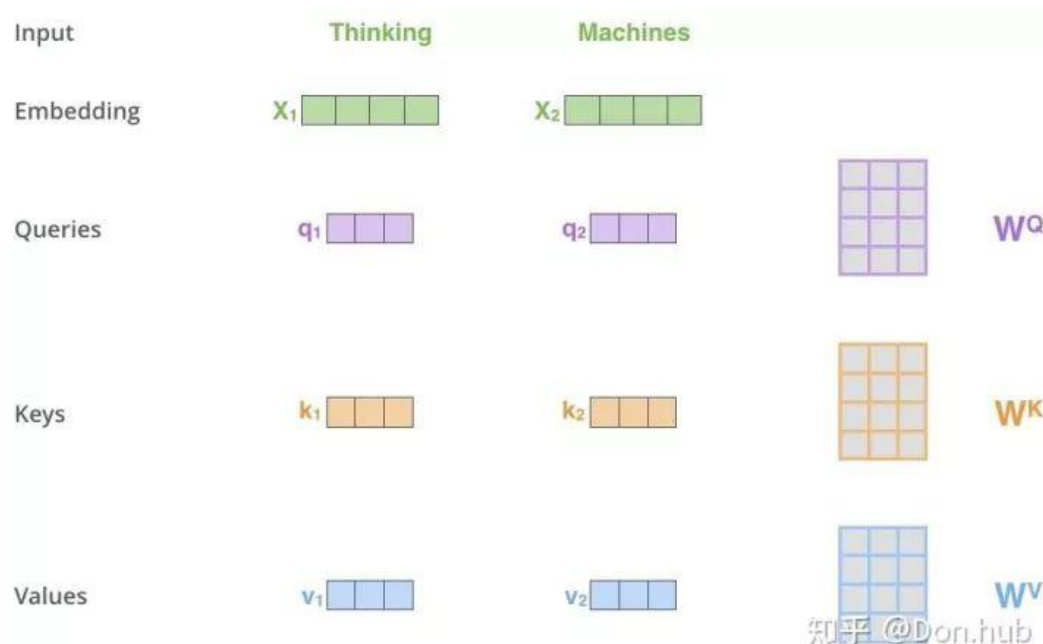
rnn 中的 LN 就是在  $\mathbf{net}(t)$  上做， $\mathbf{net}(t)$  是一个向量。对这个向量求均值和方差，同 BN 还需要加入 **shift** 参数和 **scale** 参数。同理，rnn 模型训练完成之后，可以利用历史均值和方差求出一个总的均值和方差进行标准化

## self-attention 是什么东西？

self-attention 和 seq2seq 中的 attention 是不一样的，seq2seq



中 attention 的计算是将 decoder 中的隐含层  $h_i$  包括了进去。而 self attention 重要的 self 这个东西，意思是自己跟自己计算，并不是 encoder 是自己 decoder 也是自己，仅仅是  $x$  向量跟  $x$  向量自己计算。其中  $W^Q W^K W^V$  是通过 decoder 逐层反向传播计算出来的，并不是输入是自己输出是自己训练出来的。



## 缩放点积

### 2) 缩放点积

Softmax函数对非常大的输入值会很敏感。这会导致梯度消失，并减慢学习速度，甚至使其完全停止。由于点积的平均值随着嵌入向量维度  $k$  的增长而增长，所以将点积的值减小一点有助于防止softmax函数的输入变得过大：

$$w'_{ij} = \frac{\mathbf{q}_i^\top \mathbf{k}_j}{\sqrt{k}}$$

## 4. 彻底理解 transformer 中的一个 encoder。

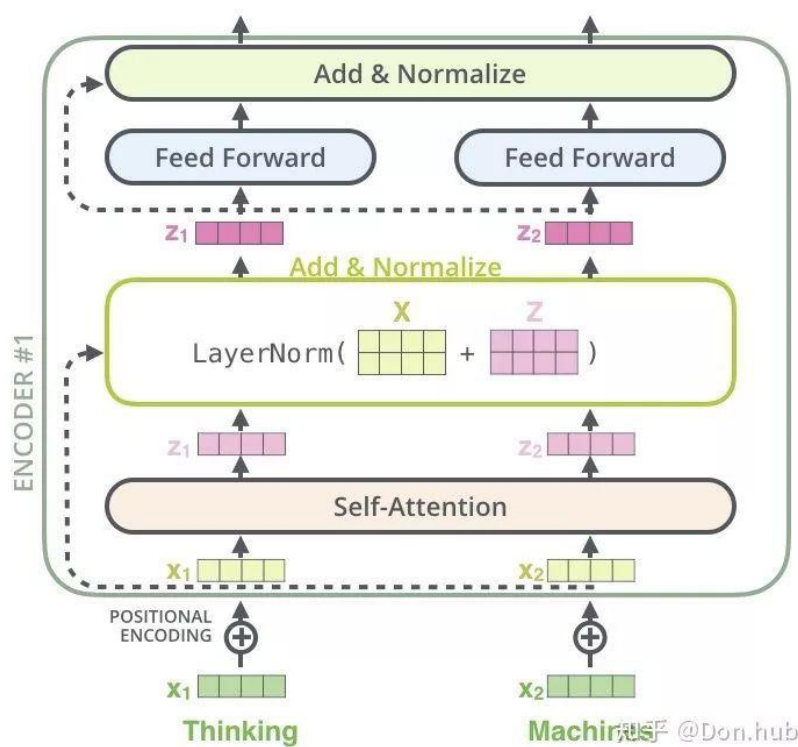
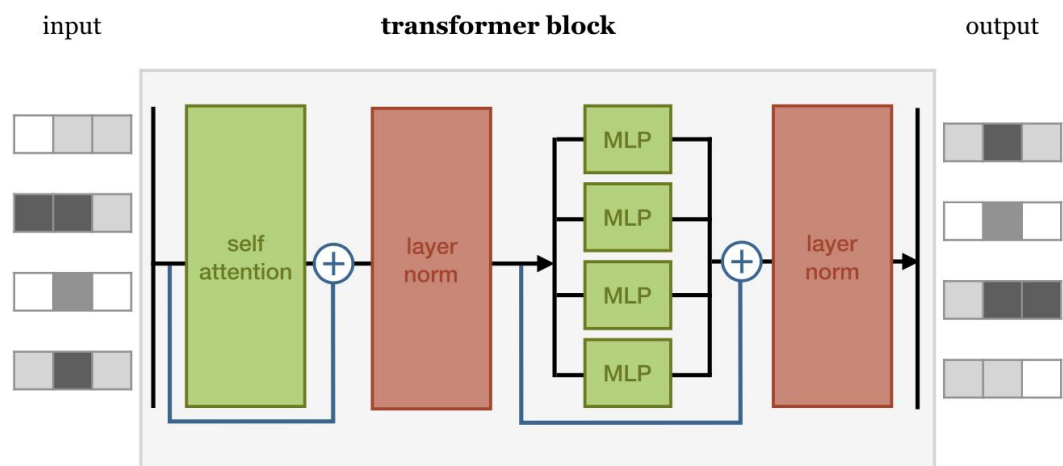
1) 一个句子由多个词组成，每个词由词向量，每个词向量分别



乘以  $WQ$   $WK$   $WV$  就可以得到这个词向量对应的 查询向量、键向量、值向量，然后经过一波 **self attention** 操作，就得到了下图所示的  $v$  矩阵。然后残差连接，在做 **layer norm**。

2) **mlp** 就是做乘以一个矩阵，然后接激活函数

3) 然后再做加和和 **layer norm**



## 怎样理解一个 decoder?

下图左边是 encoder, 右边下方是 decoder。decoder 是相对于 encoder 多了一个 encoder-decoder attention。下图仅仅用了 2 个 encoder 和 2 个 decoder。论文中的 transformer 是用了 6 个。用多少是超参数, 可以自己选。

理解 decoder 中最重要的一部分就是理解 encoder-decoder attention。这东西和 self-attention 大致是一样的, 都是用多头 self-attention。不同的是:

Q 来自于 decoder, K、V 来自于最后一个 encoder 中的 self-attention.

这里有个小细节:

encoder 中每个 self attention 要学习的参数都包括:  $W_Q$   $W_K$   $W_V$ , 每个 encoder 的输出其实就是下一个 encoder 的输入。其中每次都是  $Q=K=V$ 。Encoder-decoder attention 中要学习两组  $W_Q$   $W_K$   $W_V$  参数。Encoder-decoder attention 的输入的 K V 来自于最后一个 encoder 的输出, Q 来自于上一个 attention 的输出, 做了 mask

- In "encoder-decoder attention" layers, the queries come from the previous decoder layer, and the memory keys and values come from the output of the encoder. This allows every position in the decoder to attend over all positions in the input sequence. This mimics the typical encoder-decoder attention mechanisms in sequence-to-sequence models such as [38, 2, 9].

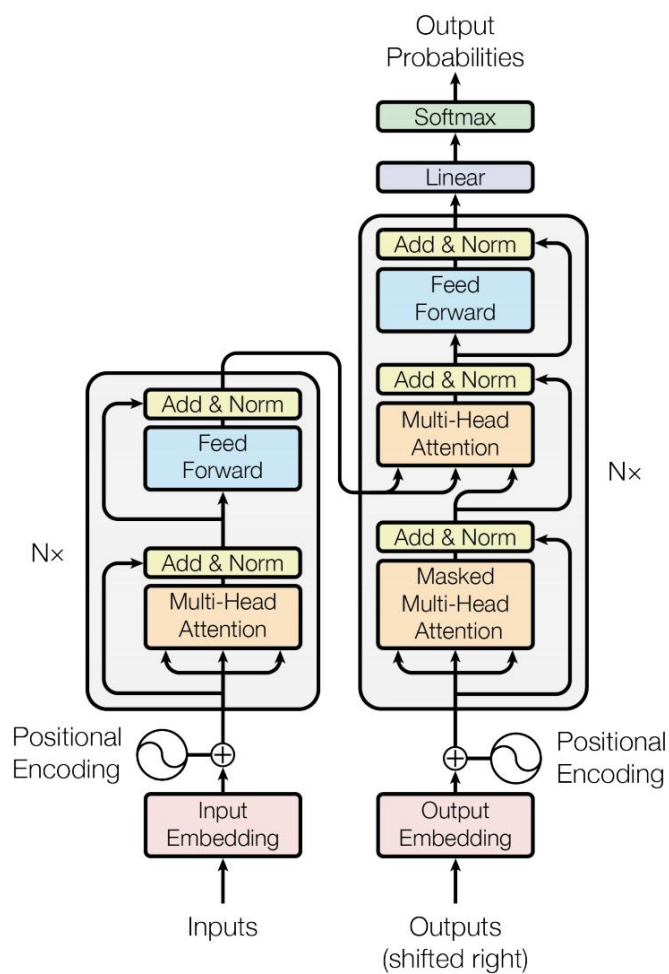
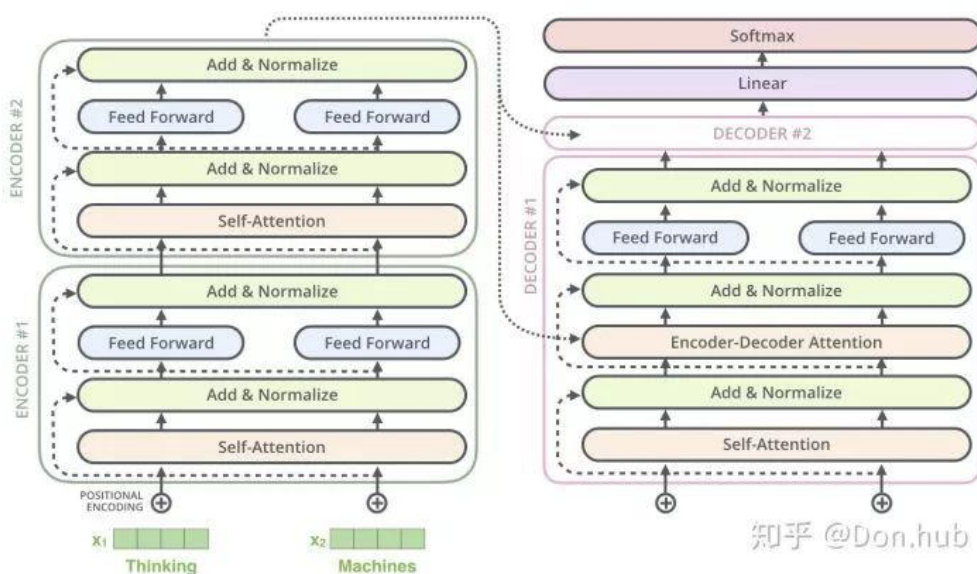
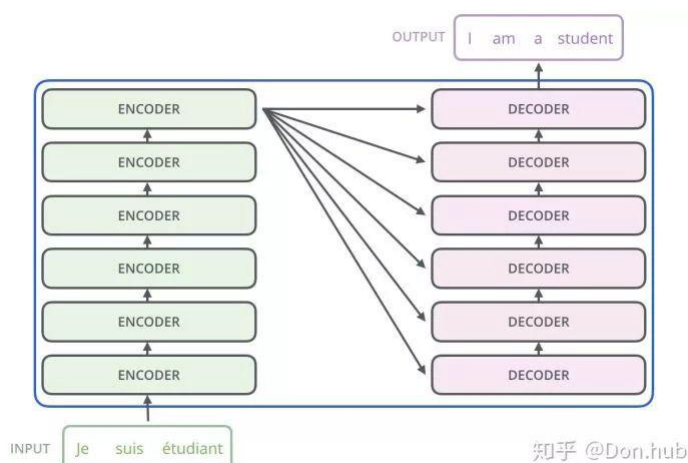


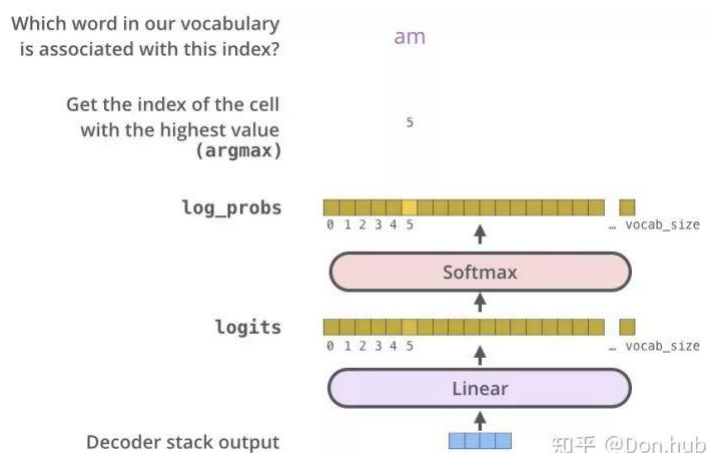
Figure 1: The Transformer - model architecture.





## 怎样理解 output layer

decoder 的输入是一个矩阵，包含位置向量，输出的应该也是矩阵，为什么 decoder 之后的结果是一个向量呢？因为预测下一个词的时候是选了一个矩阵的一行向量，对整个句子来说是一个矩阵，对一个词来说只是一个向量，然后向量乘以矩阵，得到和词表一样大小对一个向量。其实就是 decoder 的输出做了一个 softmax。



## transformer 训练时比 rnn 快，为什么？

rnn 被诟病的是 rnn 速度慢。速度慢的原因是不支持并行。

1) 首先理解并行是什么概念。

Rnn 作为 encoder 和 decoder，信息传递的是  $h_i$ ，而  $h_i$  的计算必须从第一个词到目标词串联计算。

2) transformer 怎样保证并行？

transformer 的并行的概念是在计算一个 encoder block 或者一个 decoder block 的，但是 encoder 和 encoder 以及 decoder 之间，全部都是串行的。

transformer 使用 mask 的套路，transformer 的输入是一个序列，依次将后面的词 mask

掉，然后 softmax 的时候使得 mask 掉的词的权重为 0.

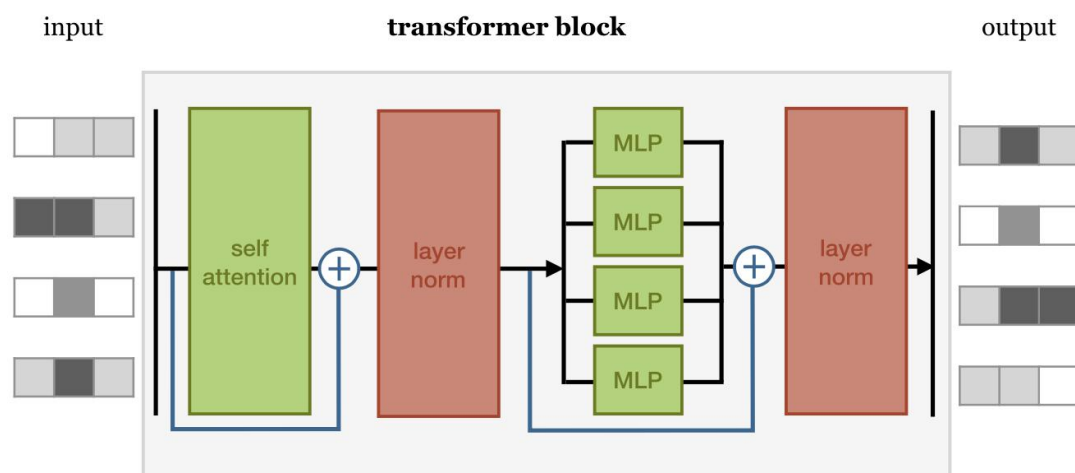
3) 难道 rnn 不可以并行吗?

rnn 也可以并行。但是并行在哪里是需要理解的。rnn 也是可以用 mask 的概念，但是即使 mask 了，在计算  $h_i$  的时候依然还是要信息流从第一个词传过来。导致依然速度较慢。

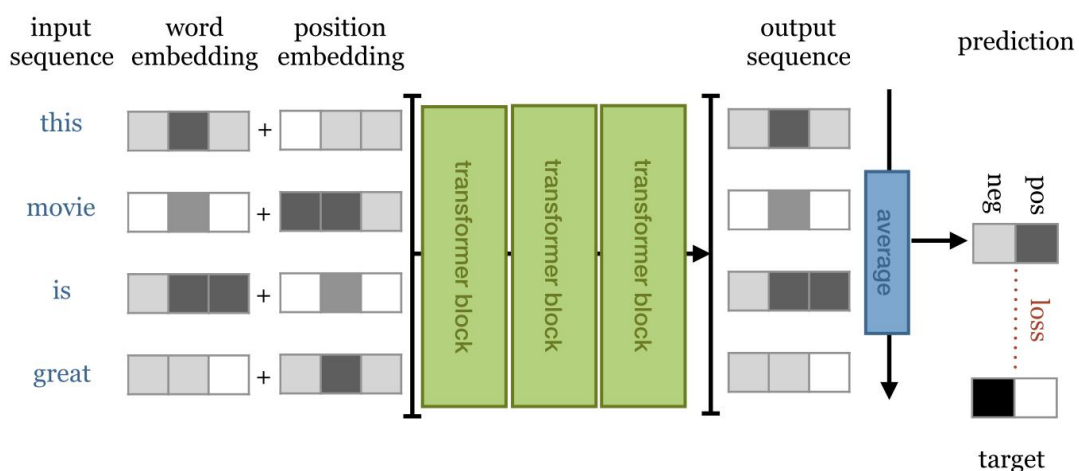
4) transformer 的并行的真正含义是训练时可以不看一个句子的词的先后顺序的，因为词的先后顺序通过加上了位置编码了。因为一个句子往往会被训练多次 (n 个 epoch)。然后一句话往往是被 mask 的，如果有 k 个词，意味着有 k 个 mask 结果，意味着一句话会被训练 k 次，当然要在乘以 epoch 的个数。然而这 k 次之间是可以没有顺序的。因为我们要学习的是  $WQ WK WV$ 。被 mask 和不被 mask 并不影响这三个矩阵的学习。

## transformer 的应用

transformer 的应用往往不是 encoder-decoder 的。往往是一个 encoder 作为 transformer 块。可以看出下图其实就是一个 encoder 而已，输出是一个矩阵



transformer 用在分类上



一个简单的序列分类 Transformer 的概述。对输出序列求平均以产生表示整个序列的单一向量。该向量被投影到一个向量，向量中的每一个元素对应实际的每一个类别，并且使用 softmax 以生成概率。

