计算方法Project2报告

> PB19051035周佳豪

问题描述

用复化$Simpson$自动控制误差方式计算积分$S(x)=\int_a^b f(x)dx$

> 输入：积分区间[a,b]，精度控制值e，定义函数f(x).
>
> 输出：积分值S

算法设计

- 计算$S_n(f)$

  首先根据$h=\frac{b-a}{n}, x_i=a+ih, i=0,1,...,n(n为偶数)$计算所有的$x_i$

  再根据公式$S_n(f)=\frac{h}{3}[f(a)+4\sum_{i=0}^{m-1}f(x_{2i+1})+2\sum_{i=1}^{m-1}f(x_{2i})+f(b)]$即可得到$S(n)$，其中$m=\frac{n}{2}$
- 计算$H_n(f)$

  首先根据$h_n=\frac{b-a}{n}, x_{i+\frac{1}{2}}=a+(i+\frac{1}{2})h_n, i=0,1,...,n(n为偶数)$计算所有的$x_{i+\frac{1}{2}}$

  再根据公式$H_n(f)=h_n\sum_{i=0}^{n-1}f(x_{i+\frac{1}{2}})$即可得到$H_n(f)$
- 首先将n初始化为10，根据上述公式计算$S_n(f)$
  1. 根据上述公式$H_{2n}(f)$与$H_n(f)$
  2. 根据递推式$S_{2n}(f)=\frac{1}{2}S_n(f)+\frac{1}{6}(4H_{2n}(f)-H_n(f))$可得到$S_{2n}(f)$，
  3. 然后计算$S_{2n}(f)$与$S_n(f)$的差的绝对值是否小于误差精度e，若小于则结束循环，将$S_{2n}(f)$当作积分的近似值

     否则令$n:=2n$重复过程1，2，3直至循环结束

实验结果

```
test log(x) from 1 to 2:
0.386294
test exp(x) from 1 to 2:
4.6707743
test x^2 from 1 to 2:
2.3333333
test x^3+x^2 from 1 to 2:
6.0833333
```

算法估计$\int_1^2 log(x)dx=0.386294, \int_1^2 e^x dx=4.6707743, \int_1^2 x^2dx=2.33333333, \int_1^2(x^3+x^2)dx=6.0833333$

结果分析

- 在确定控制精度的情况下，通过对精确值的比较，发现近似值与精确值很接近甚至是相等，故在实际生活中复化$Simpson$自动控制误差能作为估计积分的一种有效方式。