

计算机图形学第三次实验报告

PB19051035周佳豪

实验要求

运用Radial basis functions算法实现图像的变形，并解决图像的白色条纹问题。

Input: 一个图像，以及源点与目标点的坐标

output: 变形后的图形

实验过程

- Radial basis functions:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i b_i(x)$$

$$b_i(x) = \frac{1}{|x-p_i|^2+d}$$

其中 d 为常数, p_i 为约束点, a_i 为变量。

通过求解以下方程组可得 $a_i, i = 1 \cdots n$

$f(p_i) = q_i - p_i, i = 1 \cdots n$,需要说明的一点是这个方程与实验文档不同，最终对所有点求得的 f 映射加上原来点的坐标即为图形变换后的坐标，即 f 求的是点的增量。

- 代码实现思路

- 图像变换

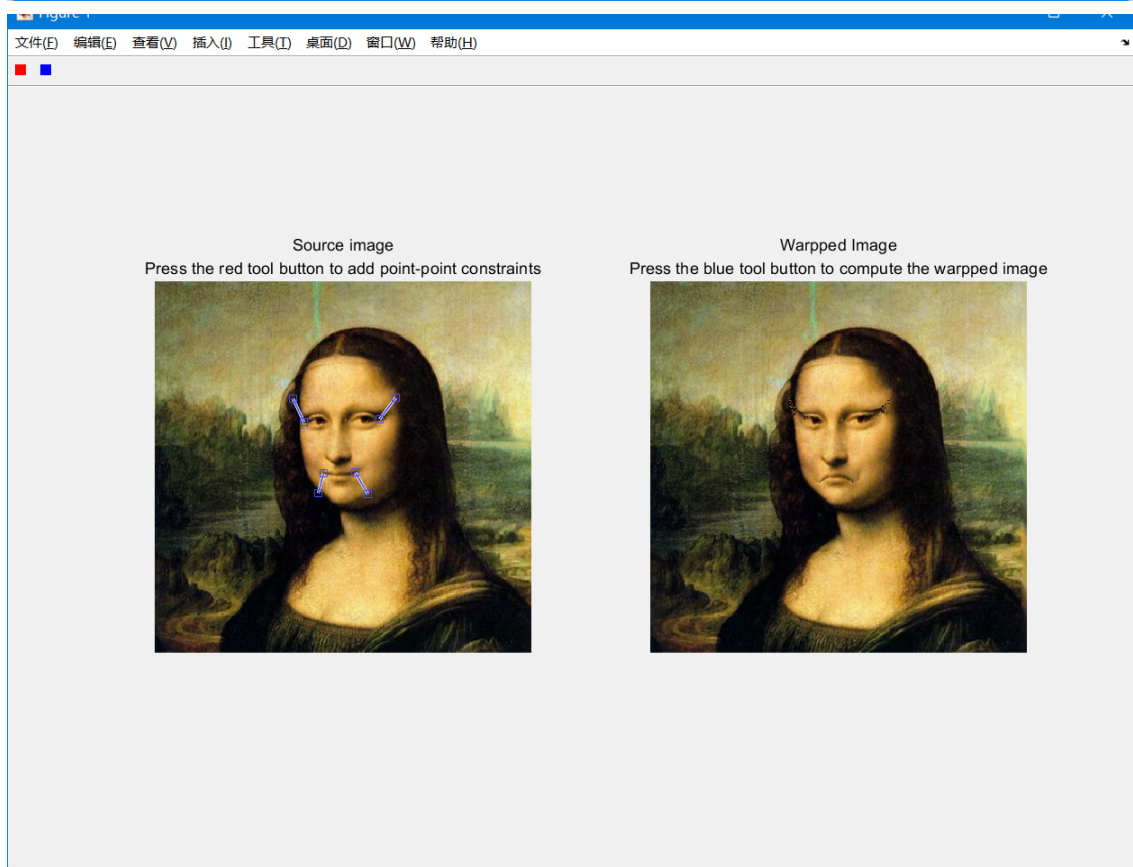
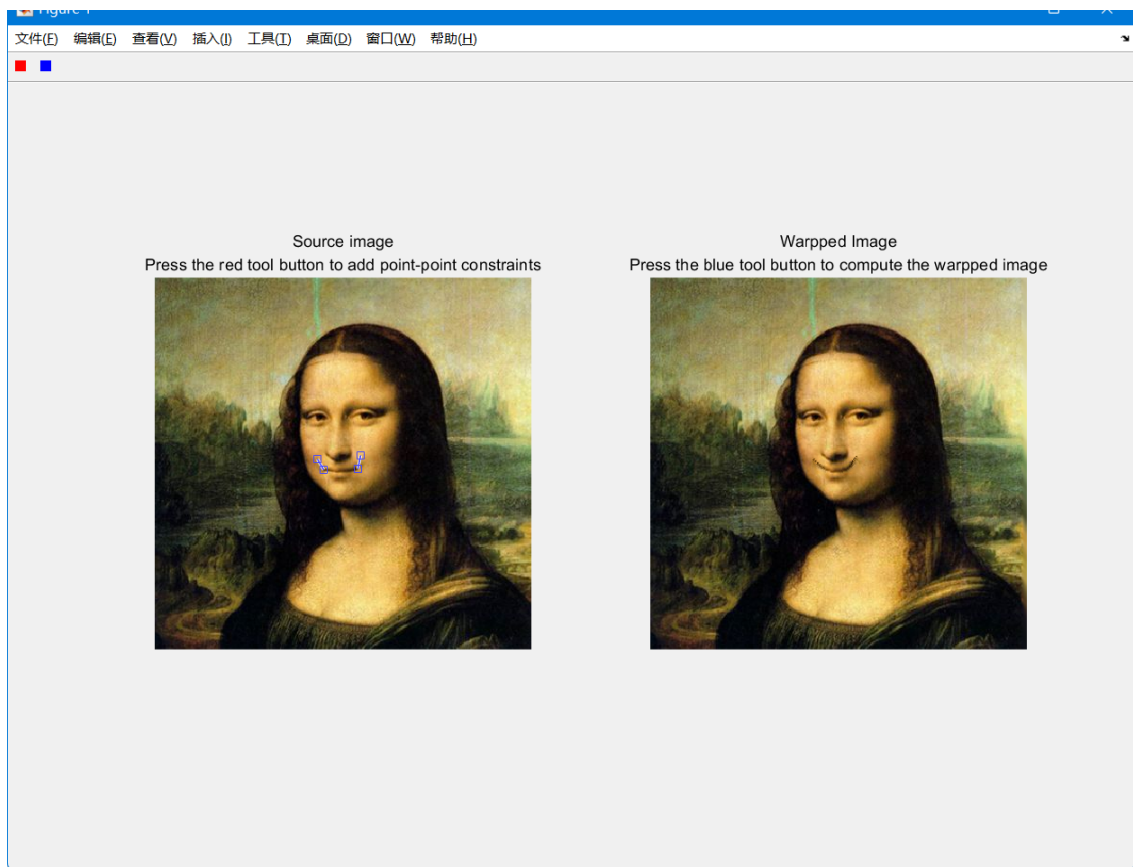
- 根据起始点的坐标，通过映射 b 映射成一个矩阵 p ，该矩阵为 $n \times n$ 矩阵（ n 表示的是约束点的个数）， p_{ij} 的值 $\frac{1}{|p_i-p_j|^2+d}$ ，然后求解线性方程组 $pA = p_{dst}-p_{src}$ 得 $n \times 2$ 的矩阵 A 。
- 对 im 图片的每个点，通过映射 b 映射成一个矩阵 $temp$ ，该矩阵为 $(h \times w) \times n$ 矩阵， $temp_{ij}$ 的值为 $\frac{1}{|m_i-p_j|^2+d}$ ， m_i 表示的是图片的第 i 个点(图片总共有 $h \times w$)个点。
- 根据 $temp \cdot A = result$ ，即可得原图片每个节点的增量，最后即可得到新图片（注意新坐标可能不是整数或者越界，这里需要四舍五入或将越界的坐标删去）。
- 值得注意的是读取的矩阵是原图片的转置，即 p_{src} 和 p_{dst} 的坐标是正确的，但根据 for 循环读取的图片坐标是转置后的，这里需要注意一下。

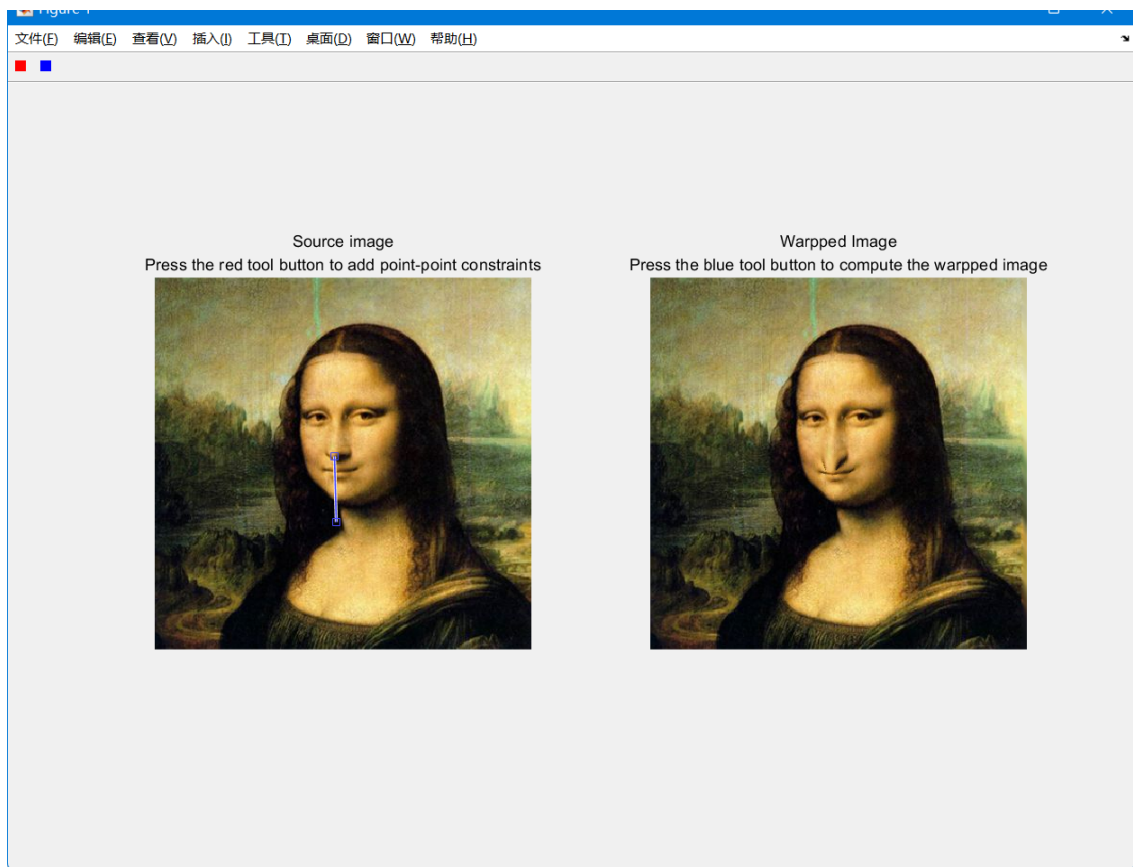
- 白点去除

- 白点即原图片经过线性变换后未映射到所有坐标，即新图片的某一点可能被原图片的两至多个点映射，一个点映射，没有点映射。白点即为未被映射的点。
- 去除方法：对白点周围非白点的颜色取平均，并将其值赋给非白点。我这里取的是白点周围的8个邻居（左上，上，右上，左，右，左下，下，右下）。

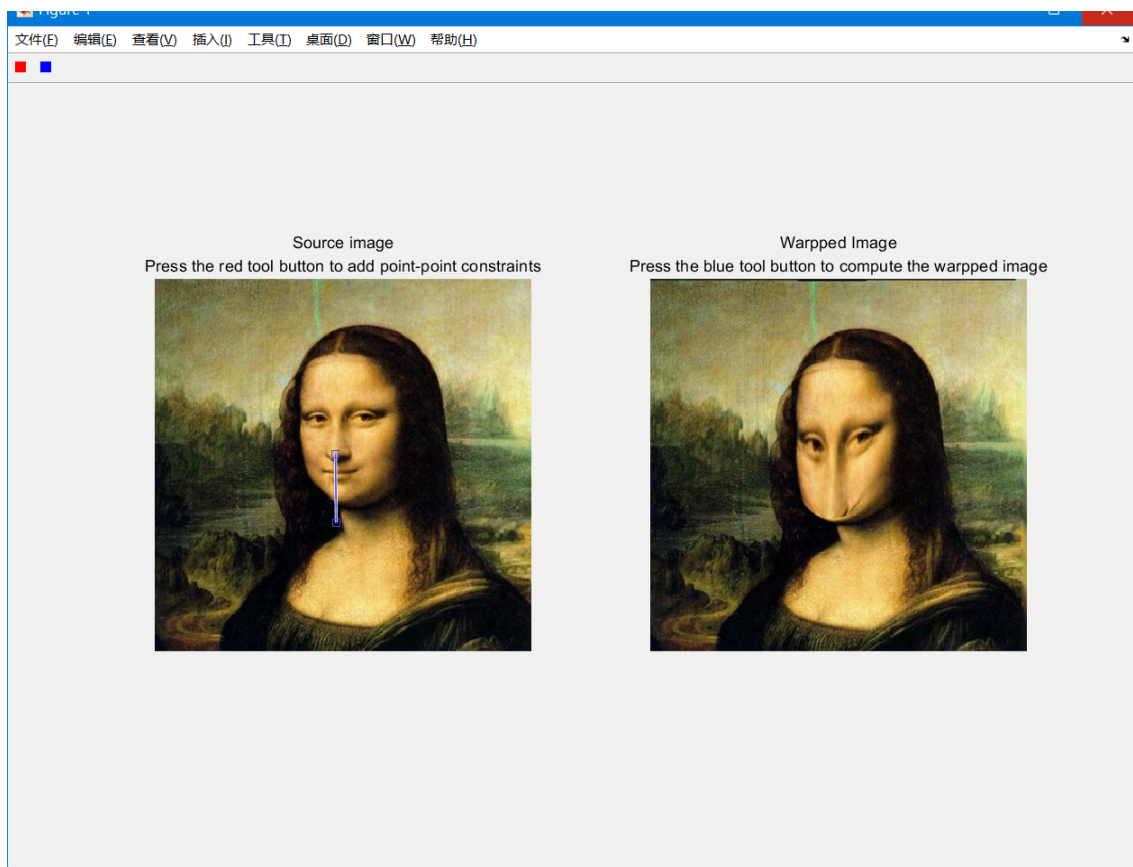
实验结果

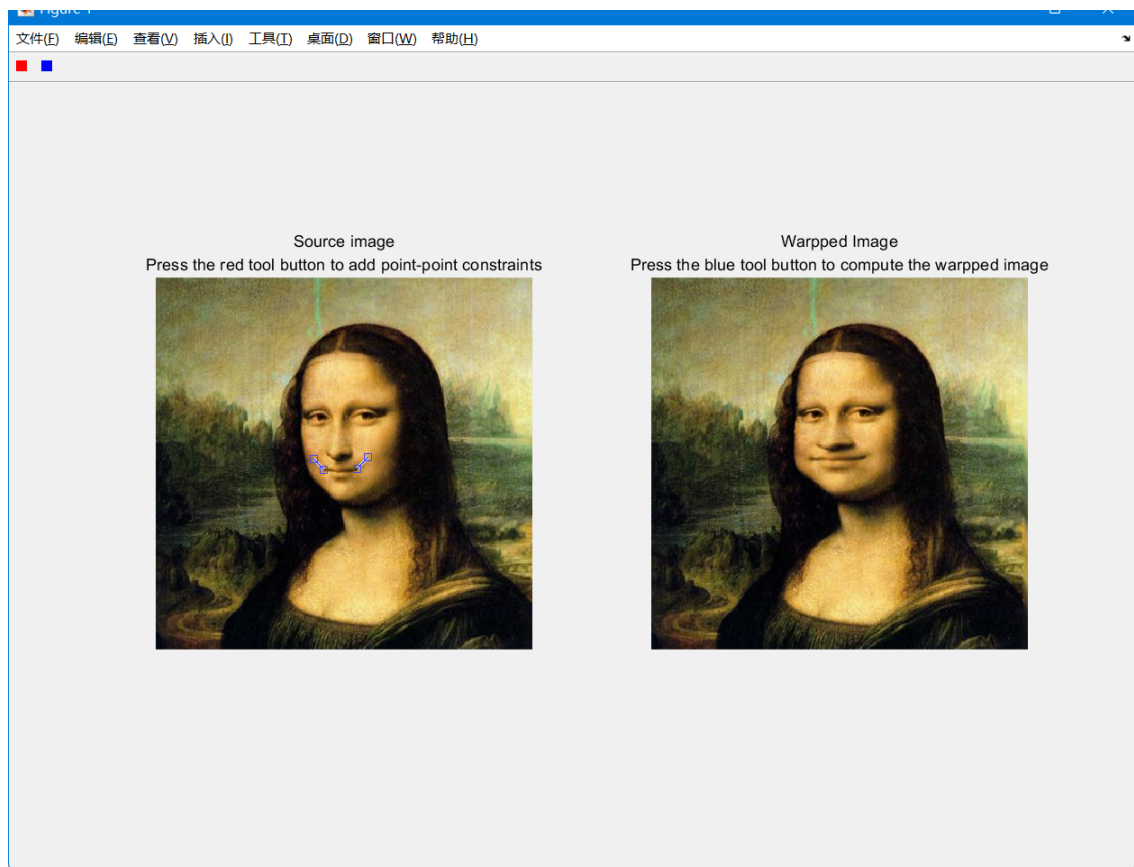
- $d=10$





- $d=1000$





实验总结

- Radial basis functions 算法可以很好的实现图像的变形。
- 通过对实验结果的初步思考，可发现 d 越小，对远距离的像素影响越小， d 越大，对远距离的像素影响越大。