2017-2018 学年第二学期几何与多元微积分(B 上)月考试卷

踏实学习，弘扬正气；诚信做人，诚实考试；作弊可耻，后果自负

教师______班号_____专业_______姓名_________学号________考试教室_____

一、填空题（每题 5 分，共 20 分）

1、函数 $f(x)=xe^{2x}$ 展开成 x 的幂级数是__________________________.

2、级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{(2n)!}$ 的和为__________________.

3、将 $f(x)=x\quad(0\le x\le\pi)$ 展开为余弦级数时，$a_1=$ _________________.

4、级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n\arctan n}{n^2+1}$ 是_________________(绝对收敛、条件收敛、发散).

二、选择题（每题 5 分，共 30 分）

1、若两个**正项**级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n$，$\sum\limits_{n=0}^{\infty}b_n$ 满足 $a_n\le b_n,(n=1,2,\cdots)$，则（　　　　）是正确的.

A．$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}b_n$ 收敛　　　B．$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n$ 发散，则 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}b_n$ 发散

C．$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n$ 发散，则 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}b_n$ 收敛　　　D．$\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}b_n$ 发散

2、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\dfrac{1}{2^n}+\dfrac{1}{3^n})$ 的和为（　　　　）.

A．$\dfrac{7}{2}$　　　B．$\dfrac{5}{2}$　　　C．2　　　D．$\dfrac{3}{2}$

3、函数 $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$ 的马克劳林级数为（　　　　）.

A．$\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-\dfrac{x}{2})^n$　　　B．$\sum\limits_{n=0}^{\infty}(\dfrac{x}{2})^n$　　　C．$\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\dfrac{x^n}{2^{n+1}}$　　　D．$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^n}{2^{n+1}}$

4、若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛，则数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 是（　　　　）.

A．绝对收敛　　　B．发散　　　C．条件收敛　　　D．不确定

5、下列级数**条件**收敛的是（　　　　　）.

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$　B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{1}{\sqrt{n}}$　C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{1}{\sqrt{n^3}}$　D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\dfrac{n}{\sqrt{n^2+1}}$

6、设 $f(x)=x^2\quad(0\le x<1)$，而 $s(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin n\pi x,-\infty<x<\infty$，其中

$b_n=2\int_0^1 f(x)\sin n\pi x dx,(n=1,2,\ldots)$，则 $s(\dfrac{-1}{2})=$（　　　　　）.

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{4}$　　C. $\dfrac{-1}{4}$　　D. $\dfrac{-1}{2}$

三、(10 分) 讨论正项级数 $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\dfrac{1}{n(\ln n)^2}$ 的敛散性。

四、(10 分) 求函数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}ne^{-nx}$ 的收敛域。

五、(12 分)求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(n+1)x^n$ 的和函数，并由此求级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{n+1}{2^n}$ 的和。

六、(12 分)设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，它在 $[-\pi,\pi)$ 上表达式为

$f(x)=\begin{cases}0 & -\pi\le x<0\\ 1 & 0\le x<\pi\end{cases}$，把 $f(x)$ 展开成傅里叶级数。

七、(6 分)讨论级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\int_n^{n+1}\dfrac{e^{-x}}{x}dx$ 的敛散性。