一元微积分 B 上复习题（一）

预备知识

1、 函数 $y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$ 的定义域是________________.

2、 函数 $y=\begin{cases} x & 0\le x\le 1 \\ \ln x & 1<x<10 \end{cases}$，则其定义域为________________.

3、 将幂指函数 $x^{\sin x}$ 表示为指数函数 $x^{\sin x}=$________________.

4、 函数 $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right),(a>0)$ 为_______________（填奇函数，偶函数或非奇非偶函数）.

5、 函数 $y=\dfrac{\sin x}{x(x-\pi)^2}$ 在以下（　　）区间内无界.

（A） $(-\infty,-1)$　　（B） $(-1,0)$　　（C） $(0,1)$　　（D） $(1,\pi)$

6、 $f(x)=x\cdot\tan x\cdot\left(\mathrm{e}^{\sin x}\right)$ 是（　　）.

（A）偶函数　　（B）无界函数　　（C）周期函数　　（D）单调函数

7、函数 $y=\arccos x$ 在 $[-1,1]$ 是（　　）.

（A） 奇函数　　（B）偶函数　　（C）非奇非偶函数　　（D）单调递增函数.

8、设函数 $g(x)=1-x$，且当 $x\ne 0$ 时，$f[g(x)]=\dfrac{1-x}{x}$，则 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=$__________.

（A）0　　（B）1　　（C）3　　（D）-3

9、金额为 M_0 的钱存入银行账户，每年以 r 的利率支付利息，$M(t)$ 表示 t 年后账户的余额. 问（1）如果利息每年复合 n 次，求 $M(t)$ 的表达式;（2）如果利息是连续复合的，（即 $n\to\infty$），推导出 $M(t)$ 的表达式. 请利用你得到的表达式帮小明计算一下，当银行年利率为 2.5%，4 年后小明的一万元存款，按连续复利计算，账户余额是多少？（无需近似计算）

10、求 $r=1+\cos\theta$ 与 $r=3\cos\theta$ 的交点.

极限与连续

1、函数 $f(x)=\sqrt{x(x-1)}\ln x$ 的连续区间为_______________.

2、$\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x^2}=$____________________________.

3、$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n^2}\right)^n=$__________________________.

4、$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\mathrm{e}^x-1}\right)=$__________________________.

5、设当$x\to 0$时，$\left(1+ax^2\right)^{\frac{1}{2}}-1$与$1-\cos x$是等价无穷小，则$a=$________.

6、$\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos x\right)^{\frac{1}{\ln\left(1+x^2\right)}}=$ __________________________.

7、$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^6+1^3}}+\dfrac{2^2}{\sqrt{n^6+2^3}}+\cdots+\dfrac{n^2}{\sqrt{n^6+n^3}}\right)=$__________________________.

8、$a\neq 0$时，$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sin x-\sin a}{\sin(x-a)}=$__________________________.

9、$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{2}-\dfrac{1+2+\cdots+n}{n+2}\right)=$__________________________.

10、曲线$y=\dfrac{2x^2-x}{|x|(x+1)}$的水平渐近线是____________________________.

11、以下关于数列收敛的性质描述，正确的是（　　）.

（A）若$\{a_n\}$收敛，$\{b_n\}$有界，则$\{a_nb_n\}$收敛

（B）若$\{a_n\}$收敛，$\{b_n\}$发散，则$\{a_nb_n\}$发散

（C）若$\{a_n\}$发散，$\{b_n\}$发散，则$\{a_nb_n\}$发散

（D）若$\{a_n\}$收敛，$\{b_n\}$有界，则$\{a_nb_n\}$有界

12、以下哪个是**错误**的（　　）.

（A）数列$\left\{a_{n_k}^{(1)}\right\},\left\{a_{n_k}^{(2)}\right\}$是数列$\left\{a_n\right\}$的两个子数列. $\lim\limits_{k\to\infty}a_{n_k}^{(1)}=\lim\limits_{k\to\infty}a_{n_k}^{(2)}=a,$

则 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$

（B）数列$\left\{a_n\right\}$，则$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0\Leftrightarrow\lim\limits_{n\to\infty}\left|a_n\right|=0$

（C）数列$\left\{a_n\right\}$，已知$\lim\limits_{n\to\infty}a_{2n}=\lim\limits_{n\to\infty}a_{2n+1}=a,$则$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$

（D）数列$\left\{a_n\right\}$收敛于a，则其子数列$\left\{a_{n_k}\right\}$也收敛于a

13、曲线 $y=\dfrac{\arctan x}{x(x-1)^2}$ 的水平渐近线与竖直渐近线一共有（　　）条.

（A） 1 条　　（B） 2 条　　（C） 3 条　　（D） 4 条

14、 关于方程 $x^5+x-1=0$ 的根的个数，以下说法正确的是（　　）.

（A） 在 $(0,+\infty)$ 内只有一个根　　（B）在 $(0,+\infty)$ 内有两个根

（C） 在 $(0,+\infty)$ 内无实数根　　（D） 在 $(0,+\infty)$ 内至少有一个根

15、$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4x+4}{x^3+5x^2-14x}=(\quad)$.

（A） 0　　（B） 2　　（C） -1　　（D） 5

16、函数 $f(x)=x\tan\dfrac{1}{x}$ (　C　) .

(A)当 $x\to\infty$ 时为无穷大　　(B）当 $x\to\infty$ 时为无穷小

(C) 当 $x\to\infty$ 时极限为 1　　(D) 以上结论都不对

17、下列极限正确的是（　　）.

（A）$\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{x}=1$　　（B）$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{x}=1$

（C）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}\sin\dfrac{1}{x}$ 不存在　　（D）$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=1$

18、若 $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{\mathrm{e}}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{a}{x}\right)^{x+\mathrm{e}}$, 则 $a=$（　　）.

（A）-1　　（B）2　　（C）1　　（D）e

19、以下说法中<u>正确</u>的有几个(　).

（I）函数 $f(x)$ 在 x_0 点连续，则函数在 x_0 点极限存在

（II） $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=a,$ 则函数在 $f(x)$ 在 x_0 点极限存在且连续

（III） $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0),$ 则函数在 $f(x)$ 在 x_0 点右极限存在且右连续

(IV） $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=a,\ \lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=b,$ 且 $a\neq b,$ 则函数在 $f(x)$ 在 x_0 点不连续

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4 .

20、极坐标方程 $r^2=a^2\cos 2\theta\ (a>0, 0\leqslant\theta\leqslant 2\pi)$ 图像中，θ 的范围是（　　）.

（A）$[0,\frac{\pi}{2}]\cup[\pi,\frac{3\pi}{2}]$　　（B）$[0,\frac{\pi}{4}]\cup[\pi,\frac{5\pi}{4}]$

（C）$[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]\cup[\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}]$　　（D）$[-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4}]\cup[\frac{3\pi}{4},\pi]$.

21、已知$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+f(x)\right)}{e^x-1}=1$, 则$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=($　　$)$.

（A）1　　　　　（B）2　　　　　（C）3　　　　　（D）4

22、设函数 $f(x)=3^x$, 求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}\ln[f(1)f(2)\cdots f(n)]$.

23、讨论极限$\lim\limits_{x\to\infty}x(\arctan|x|-\dfrac{\pi}{2})$是否存在，若存在求极限值；若不存在说明理由.

24、设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1+ax^3)}{x-\arcsin x} & x<0\\ 6 & x=0\\ \dfrac{e^{ax}+x^2-ax-1}{x\sin\dfrac{x}{4}} & x>0\end{cases}$，问$a$为何值时，$f(x)$在$x=0$连续?$a$为何值时，$x=0$是$f(x)$的第一类可去间断点?

25、若$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin^2(x-1)}{x^2+ax+b}=1$, 求常数$a,b$.

26、若函数 $f(x)$ 在$[a,b]$上连续，$a<x_1<x_2<\cdots<x_n<b$, 常数$k_1,k_2,\cdots,k_n>0$, 并记$k_1+k_2+\cdots+k_n=K$，证明：必定存在$\xi\in[x_1,x_n]$,使得

$$f(\xi)=\frac{1}{K}[k_1f(x_1)+k_2f(x_2)+\cdots+k_nf(x_n)].$$