2016-2017 学年第一学期一元微积分 B 下月考试卷

踏实学习，弘扬正气；诚信做人，诚实考试；作弊可耻，后果自负

教师_____班号_____专业_____班级_____学号_______ 姓名________

一、填空题（每题 6 分，共 24 分）

1. $\int_{-1}^{1}\frac{1+\sin x}{1+x^2}\mathrm{d}x=$ _________.

2. 设 $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$，则 $\int xf(2-x^2)\mathrm{d}x=$_____________.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2}\sqrt{1+t^4}\mathrm{d}t}{x^2}=$____________.

4. 由曲线 $y=x, y=\frac{1}{x}, x=2$ 共同围成的平面区域的面积为______________.

二、选择题（每题 6 分，共 42 分）

1. 下列说法**错误**的是（　　）.

（A）$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int f(x)\mathrm{d}x=f(x)$　　　（B）$\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)$

（C）$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_1^x f(x)\mathrm{d}x=f(x)$　　　（D）$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=0$.

2. 设 $0<x<+\infty$，则 $\int_0^x\frac{1}{1+t^2}\mathrm{d}t+\int_0^{\frac{1}{x}}\frac{1}{1+t^2}\mathrm{d}t=$（　　）.

（A）$\arctan x$　　（B）$2\arctan x$　　（C）$\frac{\pi}{2}$　　（D）0.

3. 下列结论**不一定成立**的是（　　）.

（A）若 $f(x)\ge 0$ 在 $[a,b]$ 上可积，则 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\ge 0$ ；

（B）若可导函数 $f(x)$ 为奇函数，则 $f'(x)$ 为偶函数 ；

（C）若可积函数 $f(x)$ 为奇函数，则 $\int_0^x tf(t)\mathrm{d}t$ 也为奇函数 ；

（D）若 $[c,d]\subseteq[a,b]$ 则必有 $\int_c^d f(x)\mathrm{d}x\le\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

4. 设 $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}e^{\sin x}\mathrm{d}x$，$J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}e^{x}\mathrm{d}x$，$K=\int_0^{\frac{\pi}{4}}e^{\tan x}\mathrm{d}x$，则 I,J,K 的大小关系是（　　）.

（A）$I<J<K$　（B）$I<K<J$　（C）$J<I<K$　（D）$K<J<I$.

5. 由曲线 $r=1+\cos\theta$ 所围成图形面积为（　　）.

（A）$\frac{3}{2}\pi$　（B）$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{2}$　（C）$\frac{4\pi}{3}$　（D）π.

6. 下列广义积分**发散**的是（　　）.

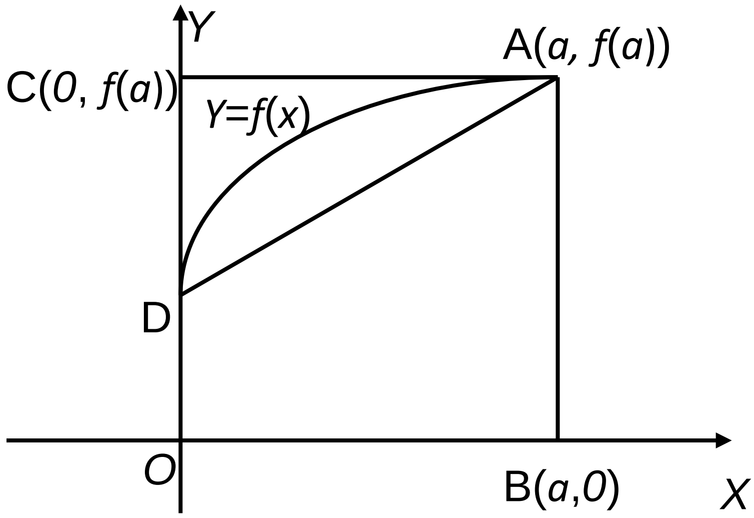
（A）$\int_0^{+\infty} e^{-x}\mathrm{d}x$　　（B）$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3}\mathrm{d}x$　　（C）$\int_e^{+\infty} \frac{1}{x\ln^2 x}\mathrm{d}x$　　（D）$\int_e^{+\infty} \frac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x$.

7. 如图, 曲线段方程为 $y=f(x)$，函数 $f(x)$ 在区间 $[0,a]$ 上有连续的导数，则定积分

$\int_0^a xf'(x)\mathrm{d}x$等于（　　）.

（A）曲边梯形 ABOD 面积　　　　（B）梯形 ABOD 面积

（C）曲边三角形 ACD 面积　　　　（D）三角形 ACD 面积.



三、解下列各题（每题 9 分，共 18 分）

1. 计算$\int_0^1 x\cdot e^{2x}\mathrm{d}x$.

2. 求 $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}\mathrm{d}x$.

四、（12 分）求 a 的值，使曲线 $y=a\left(1-x^2\right)$ $\left(a>0,-1\le x\le 1\right)$ 与在点$\left(-1,0\right)$、$\left(1,0\right)$处的法线所围成的平面图形面积最小.

五、（4 分）利用换元法证明等式$\int_0^{\pi} xf(\sin x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(\sin x)\mathrm{d}x$,并由此计算$\int_0^{\pi}\frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x$.