第二章 导数

1、已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0, f'(0)=-1$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(3x)-f(-x)}{x}=$________.

2、曲线 $\begin{cases} x=\ln t+t^2 \\ y=t\ln t+1 \end{cases}$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程为________________.

3、设 $f'(\cos x)=\cos 2x$，则 $f''(x)=$________________.

4、函数 $y=\ln(1+x)\quad(x>-1)$ 的 n 阶导数 $y^{(n)}=$ ________________________.

5、函数 $y=(1+x)^{\tan x}$，则 $y'=$________________________.

6、设 $y=\dfrac{2-x}{1+x}$，则 $y^{(n)}=$ ________________.

7、设 $y=f(\ln x)$， $f''(x)$ 存在，则 $y''=$________________.

8、设 $y=\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^x$，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$________________.

9、设函数 $y=3^{2x+5}$，则 $y^{(n)}=$________________.

10、设 $\mathrm{u}=f[\phi(x)+\ln x]$, 其中 $f(x),\phi(x)$ 均可导，则 $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}=$________________.

11、 $y=\arcsin\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right)$，求 $y'(1), y'(-2)$.

12、已知 $y=y(x)$ 由方程 $x^2+\sin(xy)+y^3=1$ 确定，计算 $y'(0)$ 与 $y''(0)$.

13、已知 $f(x)=\begin{cases} \mathrm{e}^x-ax & x>0 \\ 1 & x=0 \\ \sqrt{1+x+x^2} & x<0 \end{cases}$，求 a 使得 $f(x)$ 在 0 处可导，并求 $f'(x)$.

14、求由方程 $2x-y=(y-x)\ln(y-x)$ 所确定的函数 $y=y(x)$ 的微分 $\mathrm{d}y$ 以及在点 $(1,2)$ 处的切线方程.

15、设函数 $y=y(x)$ 是摆线方程 $x=a(t-\sin t), y=a(1-\cos t)$ 确定的函数，求 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\Big|_{x=a\pi}$.

16、求曲线 $x^3+y^3-3xy=0$ 在点 $(\sqrt[3]{2},\sqrt[3]{4})$ 处的切线方程和法线方程.

17、求曲线 $y=x^2$ 与曲线 $y=\dfrac{1}{x}$ 的公切线.

18、设 $\begin{cases} x=\ln\sqrt{1+t^2} \\ y=\pi-\arctan t \end{cases}$，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$, $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

19、设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y=\sin(x+y)$ 确定，求 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ 与 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$.

20、设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\mathrm{e}^x-1}{x} & x\neq 0 \\ 1 & x=0 \end{cases}$，求 $f'(0), f''(0)$.

21、设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{1+\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}} & x<0 \\ a+b\mathrm{e}^x & x\geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导，求 a,b，并求 $f'(0)$.