

2016-2017 学年第一学期一元微积分(B 上)试卷 A

踏实学习，弘扬正气；诚信做人，诚实考试；作弊可耻，后果自负

教师_____班号_____专业班级_____学号_____姓名_____

一、填空题（每题 4 分，共 16 分）

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 设 $y = e^{2x} + 2x^9 + \sin 2x - \ln 2$ ，则 $y^{(10)}|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $f(x) = a \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处取得极值，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、选择题（每题 4 分，共 32 分）

1. 设 $f(u)$ 可微，且 $y = e^{f(2x)} + f(\sin \frac{1}{x})$ ，则 $dy = (\quad).$

- (A) $e^{f(2x)} + f'(\sin \frac{1}{x}) \cos \frac{1}{x}$ (B) $2e^{f(2x)} - \frac{f'(\sin \frac{1}{x}) \cos \frac{1}{x}}{x^2}$
(C) $[e^{f(2x)} f'(2x) - \frac{f'(\sin \frac{1}{x}) \cos \frac{1}{x}}{x^2}] dx$ (D) $[2e^{f(2x)} f'(2x) - \frac{f'(\sin \frac{1}{x}) \cos \frac{1}{x}}{x^2}] dx.$

2. 函数 $f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处连续是函数 $f(x)$ 在该点可导的().

- (A) 充分条件 (B) 必要条件 (C) 充要条件 (D) 无关条件.

3. 方程 $xe^x = 2$ 在区间 $[-1, 1]$ 内的实根个数为().

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 0 \\ x^2 - 1 & x \geq 0 \end{cases}$ ，则 $f'(0)$ 为().

- (A) 0 (B) -2 (C) 不存在 (D) 2.

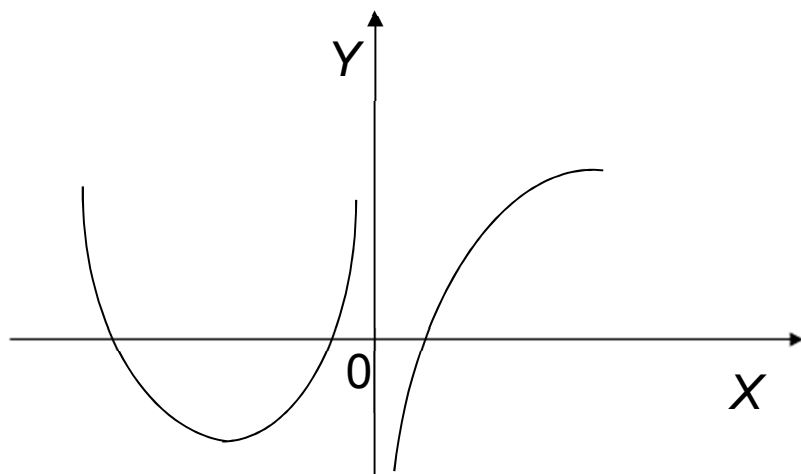
5. 函数 $y = x^3 + x - 1$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值为().

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2.

6. 在区间 $[0, 8]$ 内，对函数 $f(x) = \sqrt[3]{8x - x^2}$ 罗尔定理().

- (A) 不成立 (B) 成立，并且 $f'(2) = 0$
(C) 成立，并且 $f'(4) = 0$ (D) 成立，并且 $f'(8) = 0.$

7. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 连续, 其导函数 $f'(x)$ 的图形如图所示, 则 $f(x)$ ().



- (A) 有三个极小值点和一个极大值点 (B) 有一个极大值点和两个极小值点
(C) 有两个极小值点和一个极大值点 (D) 有两个极小值点和两个极大值点.

8. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{x+y} + xy = 1$ 所确定, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} \Big|_{x=0} = ()$.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4.

三、解下列各题 (每题 6 分, 共 36 分)

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$.

2. 求函数 $y = x^x$ 的导数.

3. 设参数方程 $\begin{cases} x = t - t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}$ 所确定的函数 $y = y(x)$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}$.

4. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 2$, 利用拉格朗日中值定理, 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x+3) - f(x)]$.

5. 求函数 $f(x) = (2x-5)\sqrt[3]{x^2}$ 的单调区间以及极值点.

6. 若点 $(1, 3)$ 为曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点, 求 $a - b$ 的值.

四、(8 分) 已知椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 求其内接矩形, 它的边平行于椭圆的轴, 且具有最大的面积.

五、(8 分) 如图, 一辆巡逻警车正在追逐一辆超速行驶汽车。当警车正从北向南驶入一个直角路口, 超速汽车已拐过路口向东驶去。当巡逻警车离路口向北 0.6 公里而汽车离路口向东 0.8 公里时, 警察用雷达确定了两车之间的距离正以 20 公里/时的速率在增长。如果巡逻车在该测量时刻以 60 公里/小时的速率行驶, 试问该瞬间超速汽车的速率为多少?

