

2016-2017 学年第一学期一元微积分(B 上)月考试卷

踏实学习，弘扬正气；诚信做人，诚实考试；作弊可耻，后果自负

教师_____班号_____专业班级_____学号_____姓名_____

一、填空题（每题 5 分，共 20 分）

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + 5^n} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 - 2x^2 + 3}{2x^6 + 3x^3 + x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sin 3x}{x} + x \sin \frac{3}{x} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、选择题（每题 5 分，共 40 分）

1. 函数 $y = \arccos x$ 的值域是（ ）.

- (A) $[-\pi, \pi]$ (B) $[0, \pi]$ (C) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (D) $[0, \frac{\pi}{2}]$.

2. 以下三个说法, 正确 的个数为（ ）.

1) " $\forall \varepsilon > 0, \exists X > 0$, 当 $x > X$ 时, 恒有 $|f(x) - A| < e^{\frac{\varepsilon}{2016}}$ " $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$;

2) " \forall 正整数 N, \exists 正整数 K , 当 $0 < |x - x_0| \leq \frac{1}{K}$ 时, 恒有 $|f(x) - A| < \frac{1}{2N}$ "

$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$;

3) " $\forall \varepsilon \in (0, 1), \exists$ 正整数 N , 当 $n \geq N$ 时, 恒有 $|x_n - a| < 2\varepsilon$ " $\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$;

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3.

3. 函数 $y = \sqrt{4-x^2} \ln(x-1)$ 的连续区间为（ ）.

- (A) $[-2, 2]$ (B) $[1, 2]$ (C) $[1, 2)$ (D) $(1, 2]$.

4. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 0 \\ x^2 - 1 & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 为（ ）.

- (A) 1 (B) -1 (C) 不存在 (D) 1 或 -1.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - ax)^{\frac{1}{x}} = e^2$, 则 $a =$ （ ）.

- (A) 2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) -2.

6. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1-2x^2)$ 与 $(\sin x)^k$ 为同阶无穷小, 则 $k =$ （ ）.

(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) 4 (D) -2.

7. 下列点中哪一个点的极坐标和 $(2, \frac{\pi}{4})$ 是同一点 ().

(A) $(-2, \frac{3\pi}{4})$ (B) $(2, -\frac{\pi}{4})$ (C) $(-2, \frac{5\pi}{4})$ (D) $(-2, -\frac{\pi}{4})$.

8. 极坐标方程 $r = 1 - \sin \theta, r = 1$ 的交点有 () 个.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4.

三、解下列各题 (每题 8 分, 共 24 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1) \cdot \ln(1 + x^2)}{(1 - \cos x) \tan 3x}$.

2. 求曲线 $y = -\frac{x^2 - 4}{x + 1}$ 的所有渐近线.

3. 求函数 $f(x) = \frac{(x+1)\sin x}{|x|(x^2 - 2x - 3)}$ 的间断点, 并确定其类型.

四、(9 分) “圆的面积可以归结为求其内接正多边形的面积的极限”, 请利用这个想法推导出半径为 r 的圆的面积.

五、(7 分) 设 $a_1 = 1, a_2 = 2$, 当 $n \geq 3$ 时 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$,

证明: ① $\frac{3}{2}a_{n-1} \leq a_n \leq 2a_{n-1}$; ② $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = 0$.