一元微积分 B 下复习题（二）

1、方程 $y' = \mathrm{e}^{x+y}$ 的通解为________________

2、微分方程 $y''' = \mathrm{e}^{x}$ 的通解是________________

3、方程 $y'' + y = x\cos 2x$ 的特解形式为________________

4、 $y''' = x + \sin x$ 的通解是______________

5、已知二阶常系数线性齐次方程 $y'' + 4y' + 5y = 0$ 的通解为_____________

6、已知二阶数线性齐次方程的特征根为 $r_{1,2} = 2 \pm i$，则其所对应的方程是____________

6、写出 $y'' + 3y' + 2y = x + x^{2}\mathrm{e}^{-x}$ 的特解形式为_________________

7、求初值问题 $\begin{cases} 2xy' = y - x^{3} \\ y\big|_{x=1} = 0 \end{cases}$ 的解.

8、求心形线 $r = a(1 + \cos\theta) \quad (a > 0)$ 的周长.

9、螺线 $r = \theta$ 介于 $\theta \in [0, 2\pi]$ 部分的弧长为______________________

10、曲线 $y^{2} = x^{3}$ 从坐标原点到点 $(4,8)$ 的弧长为（ ）

A. 2　　B. $\frac{8}{27}(10\sqrt{10} - 1)$　　C. $\frac{4}{9}(10\sqrt{10} - 1)$　　D. 3

11、设线性无关的函数 y_1, y_2 与 y_3 均为二阶非齐次线性方程的解, C_1 与 C_2 是任意常数,则该非齐次线性方程的通解是( ).

A. $C_1y_1 + C_2y_2 + y_3$　　B. $C_1y_1 + C_2y_2 - (1 - C_1 - C_2)y_3$

C. $C_1y_1 + C_2y_2 + (1 - C_1 - C_2)y_3$　　D. $C_1y_1 + C_2y_2 - (C_1 + C_2)y_3$

12、计算三叶玫瑰线 $r = a\sin 3\theta \ (a > 0)$ 所围成的图形的面积.

13、已知二阶可微函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x) + \int_0^x (t - x)f(t)\mathrm{d}t = (x+1)\mathrm{e}^{-x}$，求 $f(x)$.

14、求微分方程 $y^{(4)} + 2y'' + y = 0$ 的通解.

15、已知一阶可微函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x) + 2\int_0^x tf(t)\mathrm{d}t = \mathrm{e}^{-x^{2}}$，求 $f(x)$.

16、求可降阶的二阶微分方程$y''=2y^3$满足定解条件$y(0)=y'(0)=1$的特解.

17、星形线方程为$\begin{cases}x=a\cos^3 t\\ y=a\sin^3 t\end{cases}$ $(a>0)$,求它绕X轴旋转而成的旋转体体积V.

18、摆线$x=a(t-\sin t), y=a(1-\cos t)$的一拱$(0\le t\le 2\pi)$与$x$轴围成的图形绕$x$轴旋转所得的旋转体体积.

19、试求$y''=x$的经过点$(0,1)$且在此点与直线$y=\dfrac{x}{2}+1$相切的积分曲线.

20、设D是由曲线$y=(x-1)^2$、该曲线在点$(0,1)$处的切线与x轴围成的平面区域.计算D的面积，以及区域D绕y轴旋转生成的旋转体体积.

21、在曲线$y=\mathrm{e}^x$上的点$M\ (1,\mathrm{e})$处作切线，设该切线与曲线及y轴围成平面图形D。

（1） 求平面图形D的面积.（2）求D绕x轴旋转所成旋转体的体积.

22、设直线$y=ax(0<a<1)$与抛物线$y=x^2$围成的图形的面积为S_1。它们和直线$x=1$围成的面积为S_2。（1）求S_1；（2）求S_2；（3）确定a使S_1+S_2最小.

23、设有连接点$O(0,0)$和$A(1,1)$的一段向上的曲线弧$\overset{\frown}{OA}$,对于$\overset{\frown}{OA}$上任一点$P(x,y)$,曲线弧OP与直线段$\overline{OP}$所围的面积为x^2,求曲线弧$\overset{\frown}{OA}$的方程.

24、已知曲线l通过点$(\dfrac{\pi}{2},1)$且l上任一点处切线的斜率为$\dfrac{1}{x}(\sin x-y)$，求l的方程.

25、水从一个体积V为55升的水箱底部，以$V'(t)=11-t$（升/小时）的速度流出. 若水箱起初是满的，则从时间$t=3$到$t=5$之间共流出(　　)升水.

（A）14　　（B）16　　（C）15　　（D）12.

26、设$f(x),g(x)$在区间$[a,b]$上连续，且$g(x)<f(x)<m$（m为常数），则曲线$y=g(x), y=f(x), x=a$及$x=b$所围成的平面图形绕直线$y=m$旋转而成的旋转体体积为（　　）.

（A）$\int_a^b \pi[2m-f(x)+g(x)][f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$

（B）$\int_a^b \pi[2m-f(x)-g(x)][f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$

（C）$\int_a^b \pi[m-f(x)+g(x)][f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$

（D）$\int_a^b \pi[m-f(x)-g(x)][f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.

27、如图 1，从充满水的底半径为 5 米、高为 10 米的圆柱形槽中把水抽到槽顶以上 4 米高处，所做的**功**为(　　)．（其中 $\rho(kg/m^3)$ 为水的密度，g 为重力加速度）

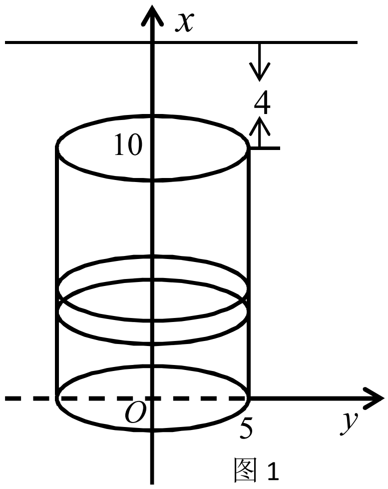

图 1

（A）$\int_0^{10} 25\pi\rho g(10-x)\mathrm{d}x$

（B）$\int_0^{14} 25\pi\rho g(10-x)\mathrm{d}x$

（C）$\int_0^{10} 25\pi\rho g(14-x)\mathrm{d}x$

（D）$\int_0^{14} 25\pi\rho g(14-x)\mathrm{d}x$.

28、一个矩形薄板,长为 a，宽为 b，被垂直淹没在液体中，长边平行于液面与液体水平面齐及（如图 2），则液体对长方形薄板的**作用力**可表示为（　）（g 为重力加速度，液体的密度为 ρ）．

（A）$\int_0^b \rho gax\mathrm{d}x$　　（B）$\int_0^a \rho gax\mathrm{d}x$

（C）$\int_0^b \rho gx\mathrm{d}x$　　（D）$\int_0^a \rho gx\mathrm{d}x$.

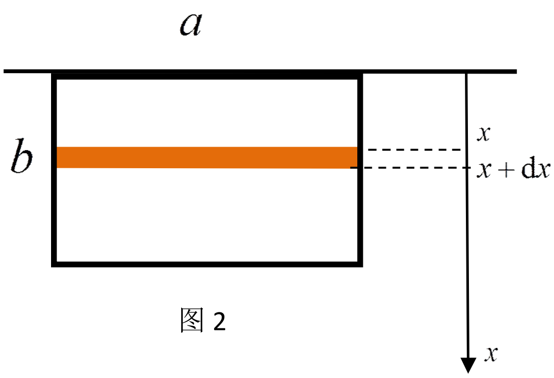

图 2

29、设一正圆锥体的底半径为 r，高为 h，用**两种**方法计算该正圆锥体积.（要求应用定积分来计算，画出计算过程中对应的草图）

30、已知曲线 $L_1: r=1; L_2: r=2(1-\sin\theta)$.

(1)画出曲线 L_1, L_2 的草图;

(2)求出曲线 L_1, L_2 的交点;

(3)求出在曲线 $L_2: r=2(1-\sin\theta)$ 外，而在曲线 $L_1: r=1$ 内的平面区域面积.

31、请结合圆盘法和弧微分的思想方法，求出由曲线 $y=\sqrt{x}(0\le x\le 1)$ 绕 x 轴旋转，所成旋转曲面的面积（即旋转体的侧面积）.