例：$X \sim U(a,b)$. a,b未知 $\longrightarrow x_1 \cdots x_n$ 求 $\hat{a}$ $\hat{b}$

解：$\because X \sim U(a,b)$

$$\therefore f(x)=\begin{cases} \frac{1}{b-a} & a<x<b \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

$$\therefore L(a,b)=\begin{cases} \frac{1}{(b-a)^n} & a<x_i<b \quad (i=1 \cdots n) \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

$$\ln L(a,b) = -n\ln(b-a) \qquad a<x_i<b \quad (i=1 \cdots n)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L}{\partial a} = \frac{-n}{b-a}(-1)=0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial b} = \frac{-n}{b-a} \cdot 1 = 0 \end{cases}$$ 无解.

将 $x_1 \cdots x_n$ 按顺序排列 $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \cdots \leq x_{(n)}$

则 $L(a,b)=\frac{1}{(b-a)^n} \quad a<x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \cdots \leq x_{(n)}<b$

由 $L(a,b)$ 的表达式可看出

$b\downarrow \quad a\uparrow \quad b-a\downarrow \quad \frac{1}{b-a}\uparrow \quad \frac{1}{(b-a)^n}\uparrow$.

$\therefore L(a,b)$ 的最大值点位于 b取min. a取max.时.

由 $a \leq x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \cdots \leq x_{(n)} \leq b$. 可看出

a的最大值为 $x_{(1)}$, b的最小值为 $x_{(n)}$

$$\therefore \quad \hat{a} = x_{(1)} \qquad \hat{a} = X_{(1)}$$
$$\hat{b} = x_{(n)} \qquad \hat{b} = X_{(n)}.$$