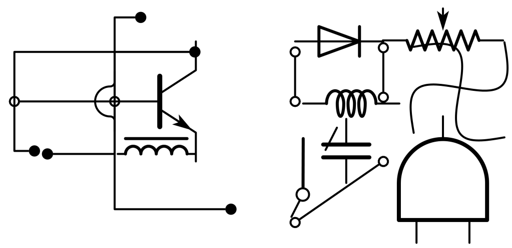
中国科学技术大学
University of Science and Technology of China



第一部分知识大纲

程嘉杰　整理

USTC, 96 JinZhai Road, Hefei,
Anhui, P.R.China, 230026
中国安徽省合肥市金寨路 96 号
中国科学技术大学

文件网址：home.ustc.edu.cn/∼jiajie
编写日期：2022 年 1 月 10 日

CONTENTS

第一章 基础概念 第 1 页

1.1 节 集总假设 1

1.2 节 元件约束 1

1.2.1 电阻 2

1.2.2 电容 2

1.2.3 电感 2

第二章 分析方法 第 2 页

2.1 节 基础分析 2

2.2 节 动态电路时域分析 4

2.2.1 响应 4

2.2.2 一阶电路 4

2.2.3 二阶电路 5

2.2.4 相量分析 5

前言

本资料主要是电路分析基础的总结，即最基础的基尔霍夫电路部分

第一章 基础概念

第 1 节 集总假设

1. 电源元件：电压源、电流源、受控源元件
2. 集总参数元件 (理想元件，电路实际尺寸远小于工作频率)：电阻、电感、电容，构成集总电路

   注 1.1. 集总电路分为电阻和动态电路

3. 参考方向，参考极性（求解电路前预先设定的方向）
4. 关联参考方向：电流和电压降同方向，此时吸收功率：$p > 0$

$$p(t) = \frac{dw}{dt} = \frac{udq}{dt} = u(t)i(t) \tag{1.1}$$

5. 两类约束：元件约束（VCR）和拓扑约束（KCL 等）
6. 基尔霍夫定律（KVL、KCL）

$$\sum_{k=1}^{K} i_k = 0, \quad \sum_{k=1}^{K} u_k = 0, \tag{1.2}$$

   注 1.2. 基尔霍夫定律独立性：

$$\text{设电路的节点 } node \text{ 数为} n, \text{则独立的 } KCL \text{ 方程为} (n-1) \text{ 个}, \tag{1.3}$$

$$\text{网孔 } mesh \text{ 数 = 支路 } branch\text{-（节点-1），是 } KVL \text{ 独立方程数：} m = b - (n-1) \tag{1.4}$$

7. 受控源
   - 电压源 U_s：电压恒定，电流由外界决定
   - 电流源 I_s：电流恒定，电压由外界决定
   - 受控源：由其他支路电压或电流控制，双端口元件，包括控制支路和受控支路
8. 节点电压：各个节点到参考点（机壳）电压降

第 2 节 元件约束

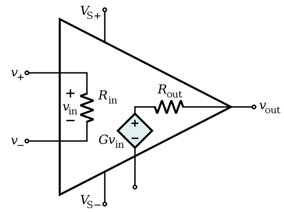
注 1.3. 电路的对偶性：可以和磁场通路相比

1 电阻

$$\text{关联参考方向下：} u(t)=Ri(t), \text{非关联参考方向下：} u(t)=-Ri(t) \tag{1.5}$$

注 1.4. 电阻可以是 *nonlinear*，*time-invarying* 非线性、时不变的

例 1.1. 线性放大器：输入电压 $u_d=u_+-u_-=0$，输出电压 u_o 为有限值，输入端电流为 0



2 电容

性质 1.1. 1、连续性：电容电流有界则电压连续

2、记忆性：电容电压取决于历史电流变化

$$i(t)=\frac{\mathrm{d}Cu}{\mathrm{d}t}=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{1.6}$$

$$u(t)=u\left(t_0\right)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\xi)\mathrm{d}\xi \quad t\geqslant t_0 \tag{1.7}$$

$$w_C(t)=\frac{1}{2}Cu^2(t) \tag{1.8}$$

3 电感

性质 1.2. 1、连续性：电感电压有界则电流连续

2、记忆性：电容电流取决于历史电压变化

$$u=\frac{\mathrm{d}L_i}{\mathrm{d}t}=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{1.9}$$

$$i(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u(\xi)\mathrm{d}\xi=\frac{\Psi(t)}{L} \tag{1.10}$$

$$w_L(t)=\frac{1}{2}Li^2(t) \tag{1.11}$$

第二章 分析方法

第 1 节 基础分析

1. 分压分流公式

2. 支路电流、电压法

3. 网孔分析

$$\left.\begin{aligned}R_{11}i_{\mathrm{M1}}+R_{12}i_{\mathrm{M2}}+R_{13}i_{\mathrm{M3}}&=u_{\mathrm{S11}}\\R_{21}i_{\mathrm{M1}}+R_{22}i_{\mathrm{M2}}+R_{23}i_{\mathrm{M3}}&=u_{\mathrm{S22}}\\R_{31}i_{\mathrm{M1}}+R_{32}i_{\mathrm{M2}}+R_{33}i_{\mathrm{M3}}&=u_{\mathrm{S33}}\end{aligned}\right\}\tag{2.1}$$

4. 节点分析

$$\left.\begin{aligned}G_{11}u_{\mathrm{N1}}+G_{12}u_{\mathrm{N2}}+G_{13}u_{\mathrm{N3}}&=i_{\mathrm{S11}}\\G_{21}u_{\mathrm{N1}}+G_{22}u_{\mathrm{N2}}+G_{23}u_{\mathrm{N3}}&=i_{\mathrm{S22}}\\G_{31}u_{\mathrm{N1}}+G_{32}u_{\mathrm{N2}}+G_{33}u_{\mathrm{N3}}&=i_{\mathrm{S33}}\end{aligned}\right\}\tag{2.2}$$

5. 叠加方法和网络函数：

$$H(\text{网络函数})=\frac{\text{响应}}{\text{激励}}\tag{2.3}$$

$$y(t)=\sum_M H_m x_m(t)\tag{2.4}$$

★ 叠加原理：线性电阻及受控源及独立源组成电路，可以看成每一个独立源单独作用代数叠加，独立电压源用短路，独立电流源用开路

6. 分解方法：分成单口的电压源或者电流源和元件的形式

7. 置换定理：两个单口网络，其中一个可用一个电压源（或者电流源）替代，且电压电流值不变

8. Thevenin 定理：含源线性单口网络可以分解成一个电压源串联电阻的支路, 开路电压 u_{OC}

$$u=u_{OC}+iR_o\tag{2.5}$$

9. Norton 定理：含源线性单口网络可以分解成一个电压流源并联电阻的组合，短路电流 i_{SC}

$$i=i_{SC}+G_o u\tag{2.6}$$

10. 最大功率传递：

$$\begin{aligned}R_L&=R_o\\p_{\max}&=\frac{u_{oc}^2}{4R_o}=\frac{i_{sc}^2R}{\mathbf{4}}\end{aligned}\tag{2.7}$$

11. T、$\prod$ 型电路互化：

- T 到 $\prod$

$$R_{mn}=\frac{\text{电阻两两乘积之和}}{\text{接在与}R_{mn}\text{ 相对端钮的电阻}}\tag{2.8}$$

- $\prod$ 到 T

$$R_i=\frac{\text{接于端钮1 的两电阻的乘积}}{\text{三电阻之和}}\tag{2.9}$$

第 2 节 动态电路时域分析

1 响应

1. 状态模型：非记忆 + 记忆子网络

2. 零状态响应：仅由电路输入

3. 零输入响应：由非零初始状态引起的响应

注 2.1. 零状态响应比例性质，外施激励增大 m 倍则响应增大 m 倍

2 一阶电路

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_s \tag{2.10}$$

$$u_C(t)=U_S\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{1}{RC}t}\right) \tag{2.11}$$

$$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+Ri_L=U_s \tag{2.12}$$

$$u_C(t)=U_S\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}\right) \tag{2.13}$$

其中，

$$\tau=RC\text{或者}\frac{L}{R} \tag{2.14}$$

4. 单位阶跃函数：

$$\varepsilon\left(t-t_0\right)=\begin{cases}0 & ,t<t_0\\ 1 & ,t>t_0\end{cases} \tag{2.15}$$

5. 单位激励函数

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} \tag{2.16}$$

注 2.2. 取样性质

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t) \tag{2.17}$$

6. 叠加原理：全响应 = 零状态 + 零输入

7. 三要素法，稳态和瞬态响应分量

$$y(t)=y(\infty)+\left[y\left(0_+\right)-y(\infty)\right]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \tag{2.18}$$

3 二阶电路

串联情况

$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=u_{0c}(t) \tag{2.19}$$

$$u_C(t)=K_1\mathrm{e}^{s_1t}+K_2\mathrm{e}^{s_2t} \tag{2.20}$$

$$\text{阻尼电阻：}R_\mathrm{d}=2\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{2.21}$$

注 2.3. 特征方程：

$$\begin{aligned} s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}&=0 \\ s_{1,2}&=-\frac{R}{2L}\pm\sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2-\frac{1}{LC}} \end{aligned} \tag{2.22}$$

并联情况

$$LC\frac{\mathrm{d}^2i_L(t)}{\mathrm{d}t^2}+GL\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}+i_L(t)=i_{\mathrm{Sc}}(t) \tag{2.23}$$

4 相量分析

注 2.4. 有效值：

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2dt} \tag{2.24}$$

$$u(t)=\mathrm{Re}\left(\dot{U}_\mathrm{m}\angle\omega t\right) \tag{2.25}$$

$$\frac{\dot{U}_\mathrm{m}}{\dot{I}_\mathrm{m}}=Z \tag{2.26}$$

$$\varphi_z=\varphi_u-\varphi_i \tag{2.27}$$

$$\begin{cases} Z_R=R \\ Z_C=\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}=-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C} \\ Z_L=\mathrm{j}\omega L \end{cases} \tag{2.28}$$

$$\begin{aligned} Y&=\frac{1}{Z}=\frac{1}{R+\mathrm{j}X}=\frac{R-\mathrm{j}X}{(R+\mathrm{j}X)(R-\mathrm{j}X)} \\ &=\frac{R}{R^2+X^2}-\mathrm{j}\frac{X}{R^2+X^2}=G+\mathrm{j}B \end{aligned} \tag{2.29}$$

$$Q=UI\sin\varphi=2\omega\left(W_L-W_c\right) \tag{2.30}$$

$$\begin{aligned} S=\dot{U}\dot{I}^*&=UI\left[\cos\left(\psi_u-\psi_i\right)+\mathrm{j}\sin\left(\psi_u-\psi_i\right)\right] \\ &=P+\mathrm{j}Q \end{aligned} \tag{2.31}$$

$$Q_{\text{品质因子}}=\frac{\omega L}{R}=\frac{\omega G}{C}=\frac{\omega_0}{BW} \tag{2.32}$$