



中国科学技术大学

University of Science and Technology of China

# 光学基础概念

程嘉杰 整理

USTC, 96 JinZhai Road, Hefei,  
Anhui, P.R.China, 230026  
中国安徽省合肥市金寨路 96 号  
中国科学技术大学

文件网址: [home.ustc.edu.cn/~jiajie](http://home.ustc.edu.cn/~jiajie)  
编写日期: 2022 年 1 月 3 日

# CONTENTS

## 第一章 几何光学 第 1 页

1.1 节	几何光学基本定律	1
1.1.1	几何光学三定律	1
1.1.2	Huygens 原理	2
1.1.3	Fermat 原理	2
1.2 节	成像	3
1.2.1	基本原理	3
1.2.2	共轴球面组傍轴成像	3
1.3 节	光具组	4
1.3.1	薄透镜	4
1.3.2	理想光具组理论	4
1.4 节	应用光学	5
1.4.1	光学仪器	5
1.4.2	光阑	6
1.5 节	光度学	6

## 第二章 波动光学基本原理 第 7 页

2.1 节	定态光波、复振幅	7
2.2 节	光的横波性、偏振、反射和折射	9
2.2.1	横波性和偏振性	9
2.2.2	Fresnel 公式	10

## 第三章 干涉 第 11 页

3.1 节	波的叠加和干涉	11
-------	---------	----

3.2 节	光场的空间相干性 .....	13
3.2.1	分波前干涉 .....	13
3.2.2	等厚条纹（薄膜干涉） .....	13
3.2.3	等倾条纹（薄膜干涉） .....	14
3.3 节	光场时间相干性 Michelson .....	14
3.4 节	多光束干涉仪 Fabry-Pérot .....	15

第四章 衍射

第 16 页

4.1 节	Huygens-Fresnel 原理 .....	16
4.2 节	Fresnel 圆孔衍射和圆屏衍射 .....	17
4.3 节	Fraunhofer 单缝、矩孔衍射 .....	18
4.4 节	光学仪器像分辨本领 .....	19
4.5 节	衍射光栅和光栅光谱仪 .....	20
4.5.1	多缝 Fraunhofer 衍射 .....	20
4.5.2	衍射光栅 .....	20
4.5.3	三维光栅、X 光在晶体上 .....	21
4.6 节	Abbe 成像和相衬显微镜 .....	21

第五章 傅里叶变换光学

第 21 页

5.1 节	衍射系统的屏函数和相因子判断法 .....	21
5.2 节	正弦光栅的衍射 .....	22

第六章 全息照相

第 22 页

6.1 节	全息照相概述 .....	22
6.2 节	全息照相应用 .....	23

## 第七章 光在晶体中传播 第 23 页

7.1 节	双折射	23
7.2 节	偏振光的获得	25
7.3 节	应用	26
7.4 节	电光效应、旋光效应	26

## 第八章 光的吸收、色散和散射 第 27 页

## 第九章 光的量子性 激光 第 28 页

9.1 节	黑体辐射	28
9.2 节	波粒二象性	28
9.3 节	Bohr 的原子模型	28

## 前言

本资料主要取材赵凯华、钟锡华的《光学》教程，用于光学知识点的复习、梳理和记忆。

## 第一章 几何光学

### 第 1 节 几何光学基本定律

#### 1 几何光学三定律

♣ 直线传播定律：沿着均匀媒介

♣ 独立传播定律：不同光不影响

♣ 反射折射定律：

• 反射光和折射光都在入射面内

• 反射角等于入射角：

$$i'_1 = i_1 \quad (1.1)$$

• Snell 定律：

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad (1.2)$$

例 1.1. 折射率多层变化：

$$\sin i = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 i}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} = \frac{n_0}{n} \sin i_0$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{n^2 - n_0^2 \sin^2 i_0}{n_0^2 \sin^2 i_0}$$

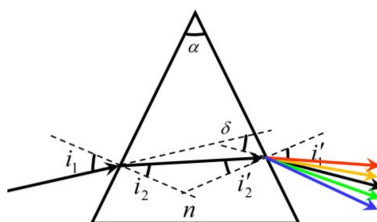
注 1.1. 几何光学：波长远小于线度；光路可逆；色散：折射率随波长变化

1. 全反射 (光密到光疏介质)：

$$i_C = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (1.3)$$

2. 最小偏向角  $\delta_m$  (代表着光线对称入射、出射角均为  $\frac{\alpha}{2}$ )：

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta_m}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (1.4)$$

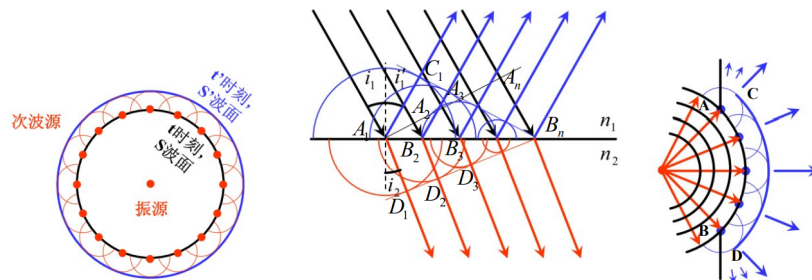


## 2 Huygens 原理

### 1. ★ Huygens 原理:

波面  $S$  上的每一面元可以认为是次波的波源. 由面元发出的次波向四面八方传播, 在以后的时刻  $t'$  形成次波面, 在各向同性的均匀媒质中, 次波面是半径为  $v\Delta t$  的球面, 这里  $v$  为波速,  $\Delta t = t' - t$ . 惠更斯认为: 这些次波面的包络面  $S'$  就是  $t'$  时刻总扰动的波面.

例 1.2. 可以用于解释光的直线传播问题 (如衍射现象)



### 2. 几何表述和文字表述:

## 3 Fermat 原理

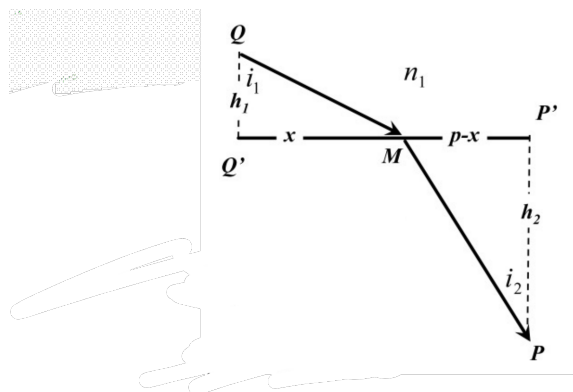
a. 文字表述: 两点间光线的实际路径, 是光程  $\Delta PQ$  (或所需的传播时间  $\tau_{PQ}$ ) 最平稳的路径.

b. 数学形式:

$$\delta(QP) = \delta \int_{(L)Q}^P n dl = 0 \quad (1.5)$$

c. 可以由此原理推导几何光学三定律。

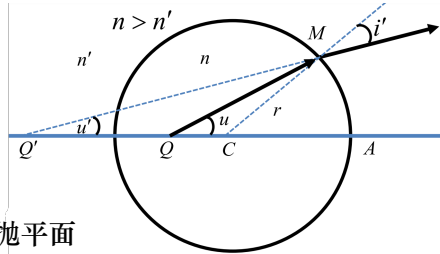
$$\begin{aligned} (QMP) &= n_1 QM + n_2 MP \\ &= n_1 \sqrt{h_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{h_2^2 + (p-x)^2} \\ \frac{d}{dx}(QMP) &= \frac{n_1 x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{n_2 (p-x)}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} \\ &= n_1 \sin i_1 - n_2 \sin i_2 \end{aligned} \quad (1.6)$$



## 第2节 成像

### 1 基本原理

1. 基本概念：同心光束；光具组；像点；虚像（同心光束是发散的）；共轭点
2. 物像间等光程性。
3. 等光程面



(a) 反射等光程面：椭双抛平面

(b) 折射等光程面：Descartes 卵形面；球齐明点：到球心距离

$$QC = \frac{n'}{n}r, \quad \overline{Q'C} = \frac{n}{n'}r \quad (1.7)$$

角度满足

$$\frac{\sin u}{\sin u'} = \frac{\overline{AQ'}}{\overline{QA}} \quad (1.8)$$

### 2 共轴球面组傍轴成像

1. 单折射球面的物像距公式

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} = \Phi(\text{光焦度}) \quad (1.9)$$

物像焦距：

$$f = \frac{nr}{n' - n} = \frac{n}{\Phi}, \quad f' = \frac{n'r}{n' - n} = \frac{n'}{\Phi} \quad (1.10)$$

傍轴球面成像：

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = -\frac{2}{r} \quad (1.11)$$

$$f = f' = -\frac{r}{2} \quad (1.12)$$

$$\text{Gau\ss 形式: } \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \quad (1.13)$$

$$\Rightarrow s' = \frac{sf}{s - f}, \quad f = \frac{ss'}{s + s'} \quad (\text{对于普通透镜而言})$$

$$(\text{反比例}) \text{ Newton 形式: } xx' = ff' \quad (1.14)$$

2. 横向放大率：

$$V = \frac{y'}{y} = -\frac{ns'}{n's} \quad (1.15)$$

3. Lagrange—Helmholtz 公式（多个共轴球面）：

$$ynu = y'n'u' = y''n''u'' = \dots \quad (1.16)$$

**注 1.2.** 平行板折射产生像差： $d\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ ，平行板上下面反射像差： $\frac{2d}{n}$

## 第3节 光具组

### 1 薄透镜

1. 透镜两界面焦距:

$$\begin{cases} f_1 = \frac{nr_1}{n_L - n}, \\ f_1 = \frac{n_L r_1}{n_L - n} \end{cases}, \quad \begin{cases} f_2 = \frac{n_L r_2}{n' - n_L}, \\ f_2 = \frac{n' r_2}{n' - n_L} \end{cases} \quad (1.17)$$

2. 磨镜者公式:

$$f = f' = \frac{1}{\left(\frac{n_L}{n_0} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad (1.18)$$

**注 1.3.** 一般而言 (透镜折射率大于外界介质), 两端厚边缘薄是凹透镜, 反之为凸透镜

3. 横向放大率 2

$$V = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} \quad (1.19)$$

**注 1.4.** 主面: 横向放大率为 1 共轭面, 轴上点是主点

4. 密接薄透镜组:

$$P = P_1 + P_2$$

$$P = \frac{1}{f}, P_1 = \frac{1}{f_1}, P_2 = \frac{1}{f_2} \quad (1.20)$$

### 2 理想光具组理论

1. 基础概念: 共线变换 (共轭性); 望远系统; 基点和基面 (主点/焦面/节点: 平行出入射)

2. 角放大率:

$$W = \frac{\tan u'}{\tan u} \quad (1.21)$$

横向放大率和角放大率成反比:

$$VW = \frac{f}{f'} \quad (1.22)$$

满足 Helmholtz 公式

$$yn \tan u = y'n' \tan u' \quad (1.23)$$

3. 理想光具组的联合:

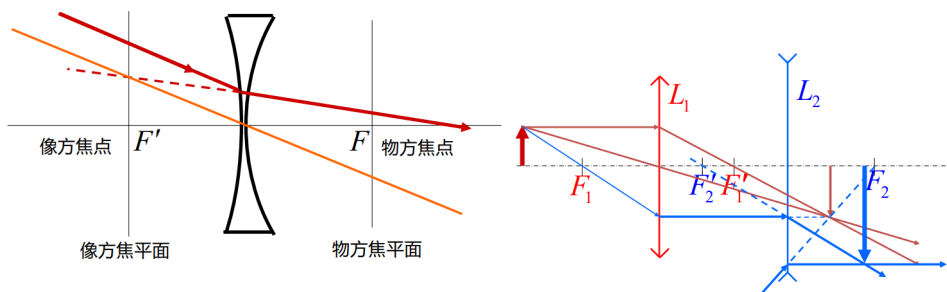
$$\Delta = \overline{F_1' F_2} = d - f_1' - f_2 \quad (1.24)$$

$$\begin{cases} f = -\frac{f_1 f_2}{\Delta}, f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \\ x_H = \frac{f_1 d}{\Delta}, x_H' = \frac{f_2' d}{\Delta} \end{cases} \quad (1.25)$$

**注 1.5.** 孔径光阑: 对轴上物点有效通过限制, 视场光阑则是对轴外物点而言



注 1.6. 多种作图法: 物像方焦平面, 一边平行和一边焦点相交, 三对特殊共轭光线



- ★ 平行于光轴的入射光线  $\longleftrightarrow$  经过像方焦点的光线
- ★ 经过物方焦点的光线  $\longleftrightarrow$  平行于光轴的像方光线
- ★ 经过透镜光心的入射光线  $\longleftrightarrow$  经过透镜光心的像方光线

## 第 4 节 应用光学

### 1 光学仪器

1. 放大镜:

$$M = \frac{w'}{w(\text{明视视角})} = \frac{S_0(\text{明视距离 } 25\text{cm})}{f} \quad (1.26)$$

2. 显微镜: 放大视场角和像的大小, 先实后虚

$$M = \frac{w'}{w} = \frac{y_1}{y} \cdot \frac{s_0}{f_E} = V_0 M_E (\text{物镜目镜放大率乘积}) = -\frac{\Delta s_0}{f_0 f_E} \quad (1.27)$$

例 1.3. 焦深:

$$\Delta x = \frac{s_0}{M_E(M_E + 1)}$$

3. 望远镜: 放大视场角成虚像

$$M = \frac{w'}{w} = -\frac{f_O}{f_E}, \quad d = f_O + f_E \quad (1.28)$$

Kepler 望远镜物镜目镜焦距同号, Galileo 反号。

4. 棱镜的角色散本领:

$$D = \frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \quad (1.29)$$

例 1.4. 配眼镜: 近视眼:  $2.5\text{m}$  外看不见,  $f_1 = -2.5\text{m}$ ,  $P_1 = \frac{1}{f_1} = -0.4\text{D} \therefore 400$  度近视镜;

远视眼:  $1\text{m}$  内看不见,  $s_2 = 1\text{m}$ ,  $\frac{1}{s_2} + \frac{1}{-s_E} = \frac{1}{f}$ ,  $f = \frac{1}{3}\text{m}$ ,  $P_2 = 3\text{D} \therefore 300$  度远视镜。

## 2 光阑

## 第5节 光度学

## 光度学基本概念

1. 强度:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (\text{单位: } 1 \text{ 坎德拉} = \frac{1 \text{ 流明}}{1 \text{ 球面度}} / 1 \text{ cd} = \frac{1 \text{ lm}}{1 \text{ sr}}) \quad (1.30)$$

2. 亮度

$$B = \frac{dI}{dS^*} = \frac{dI}{dS \cos \theta} = \frac{d\Phi}{d\Omega dS \cos \theta} \quad (\text{单位: } 1 \text{ 熙提} = \frac{1 \text{ 流明}}{1 \text{ 厘米}^2 \cdot 1 \text{ 球面度}} / 1 \text{ sb} = 1 \frac{\text{lm}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sr}}) \quad (1.31)$$

$$\text{面发光度: } R = \frac{\Phi}{S_{\text{总}}} = \pi B \quad (1.32)$$

注 1.7. 辐射:

- 辐射强度: 瓦/球面度
- 辐射亮度:  $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr}$

例 1.5. • 余弦 (Lambert) 发光体:  $dI \propto \cos \theta$ , 常见的漫反射面。

- 定向发射体 (如激光器): 以辐射功率  $\Delta \Psi = 10 \text{ mW}$  的氦氖激光器为例, 典型的数据可取光束截面  $\Delta S = 1 \text{ mm}^2$ , 光束发散角  $\Delta \theta = 2' = 6 \times 10^{-4} \text{ rad}$ , 从而立体角  $\Delta \Omega \simeq \pi (\Delta \theta)^2 \simeq 10^{-6} \text{ sr}$ , 在光束内部  $\cos \theta \simeq 1$ , 由此算得辐射亮度  $B = \Delta \Psi / \Delta S \Delta \Omega \cos \theta \simeq 10^{10} \text{ W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr}$

3. 照度

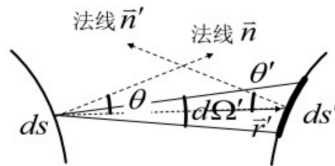
$$E = \frac{d\Phi'}{dS'} \quad 1 \text{ 勒克斯 (lx)} = \frac{1 \text{ 流明}}{1 \text{ 米}^2}, 1 \text{ 辐透 (ph)} = \frac{1 \text{ 流明}}{1 \text{ 厘米}^2} \quad (1.33)$$

例 1.6. 1. 点光源:

$$E = \frac{d\Phi'}{dS'} = \frac{I \cos \theta'}{r^2}$$

2. 面光源

$$E = \iint_{(\text{光源表面})} \frac{B dS \cos \theta \cos \theta'}{r^2}$$



## 像的亮度、照度和主观亮度

$$B = \frac{E}{\pi} \quad (1.34)$$

## 第二章 波动光学基本原理

### 第1节 定态光波、复振幅

#### 1. 波动

- 波动具有时空双重周期性
- 标量矢量；波前波线；球面波平面波
- 波面：等相位面

#### 定态波场

★ 三要素：幅值，相位，频率

(1) 各点同频率简谐振动；振幅随时空稳定

(2) 定态标量波

$$U(P, t) = A(P) \cos[\omega t - \varphi(P)], \text{ 其中, } \varphi(P) = kr + \varphi_0 \quad (2.1)$$

(3) 复振幅：

$$\tilde{U}(P, t) = A(P) e^{i[\varphi(P) - \omega t]} = \tilde{U}(P) e^{-i\omega t} \quad (2.2)$$

i. 平面波

$$\begin{aligned} \tilde{U}(P) &= A \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0)] \\ &= A \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z + \varphi_0)] \end{aligned} \quad (2.3)$$

ii. 球面波

$$\begin{aligned} \tilde{U}(P) &= \frac{a}{r} \exp[i(kr + \varphi_0)] \\ &= \frac{a}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}} \exp\left[i\left(k\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} + \varphi_0\right)\right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

例 2.1. 向  $O$  和  $O^*(0, 0, \pm R)$  会聚的球面波的复振幅分别是

$$\tilde{U}^*(x, y, z) = \frac{a}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z \pm R)^2}} \exp\left[-ik\sqrt{x^2 + y^2 + (z \pm R)^2}\right]$$

它们于  $z=0$  波前上造成的二维分布都是

$$\tilde{U}^*(x, y) = \frac{a}{\sqrt{x^2 + y^2 + R^2}} \exp\left[-ik\sqrt{x^2 + y^2 + R^2}\right]$$

(4) 强度：

$$I(P) = \tilde{U}^*(P) \cdot \tilde{U}(P) = A^2(P) \quad (2.5)$$

## 波前

## (1) 傍轴和远场：轴上物点

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{\sqrt{z^2 + \rho^2}} \exp ik\sqrt{z^2 + \rho^2} = \frac{a}{z \left(1 + \frac{\rho^2}{2z^2}\right)} \exp \left[ ik \left( z + \frac{\rho^2}{2z} \right) \right] \quad (2.6)$$

i. 傍轴条件： $\rho^2 \ll z^2$ ,

$$\tilde{U}(x', y') \simeq \frac{a}{z} \exp \left[ ik \left( z + \frac{x'^2 + y'^2}{2z} \right) \right] \quad (2.7)$$

ii. 如果上面满足，同时满足远场条件： $\frac{\rho^2}{\lambda} \ll z$ ,

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{z} \exp[ikz] \quad (2.8)$$

一般而言，远场条件蕴含傍轴（可以取  $z = \sqrt{50}\rho, z = 50\frac{\rho^2}{\lambda}$ ）

## (2) 傍轴和远场：轴外物点

$$\tilde{U}(P) = \frac{a}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}} \exp \left[ ik\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2} \right] \quad (2.9)$$

Taylor 展开：

$$\begin{aligned} r &= r_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{xx' + yy'}{z} + \dots \\ r &= r'_0 + \frac{x'^2 + y'^2}{2z} - \frac{xx' + yy'}{z} + \dots \end{aligned}$$

i. 物点、场点都傍轴：

$$\begin{aligned} \tilde{U}(x', y') &= \frac{a}{z} \exp \left[ ik \left( r_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z} \right) \right] \exp \left[ \frac{-ik}{z} (xx' + yy') \right] \\ &= \frac{a}{z} \exp \left[ ik \left( r'_0 + \frac{x'^2 + y'^2}{2z} \right) \right] \exp \left[ \frac{-ik}{z} (xx' + yy') \right]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

ii. 物点傍轴，场点远场

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{z} \exp ikr'_0 \exp \left[ \frac{-ik}{z} (xx' + yy') \right] \quad (2.11)$$

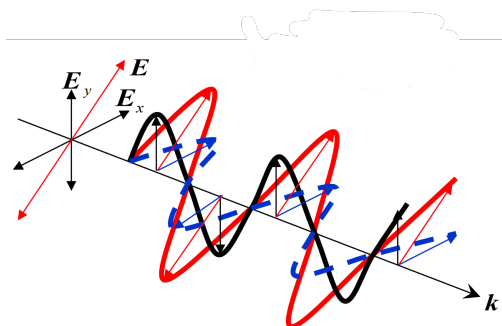
iii. 场点傍轴，物点远场

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{z} \exp ikr_0 \exp \left[ \frac{-ik}{z} (xx' + yy') \right] \quad (2.12)$$

## 第2节 光的横波性、偏振、反射和折射

### 1 横波性和偏振性

1. 光是横波
2. 常用电矢量表征光波振动矢量



#### 3. 五种偏振态：

- I. 自然光：轴对称分布的振动
- II. 线偏振光：只有透振方向的分量的光

$$I_2 = A_2^2 = A_1^2 \cos^2 \theta = I_1 \cos^2 \theta \quad (\text{Malus 定律}) \quad (2.13)$$

#### III. 部分偏振光：

$$\text{偏振度: } P \equiv \frac{I_{\text{极大}} - I_{\text{极小}}}{I_{\text{极大}} + I_{\text{极小}}} \quad (2.14)$$

#### IV. 圆偏振光

$$\begin{cases} E_x = A \cos \omega t \\ E_y = A \cos \left( \omega t \pm \frac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$

$$I = A_x^2 = A_y^2 = \frac{1}{2} I_0 \quad (2.15)$$

#### V. 椭圆偏振光

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos \omega t \\ E_y = A_y \cos (\omega t + \delta) \end{cases}$$

## 2 Fresnel 公式

1. Fresnel 反射折射公式:

$$\begin{cases} E'_{1p} = r_p E_{1p} \\ E_{2p} = t_p E_{1p} \\ E'_{1s} = r_s E_{2s} \\ E_{2s} = t_s E_{1s} \end{cases} \quad (2.16)$$

2. 反射率和透射率

$$\begin{cases} r_p = \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} \\ r_s = \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} = \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_2 + i_1)} \\ t_p = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \\ t_s = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} \end{cases} \quad (2.17)$$

3. 光强、能流反射率折射率

$$\begin{aligned} \text{光强: } R &= |r|^2, \quad T = \left(\frac{n_2}{n_1}\right) |t|^2 \\ \text{能流: } \mathcal{R} &= R, \quad \mathcal{T} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1} T \end{aligned} \quad (2.18)$$

例 2.2. 正入射时:

$$r_0 = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = -r, \quad t_p = t_s = \frac{2n_1}{n_2 + n_1} \quad (2.19)$$

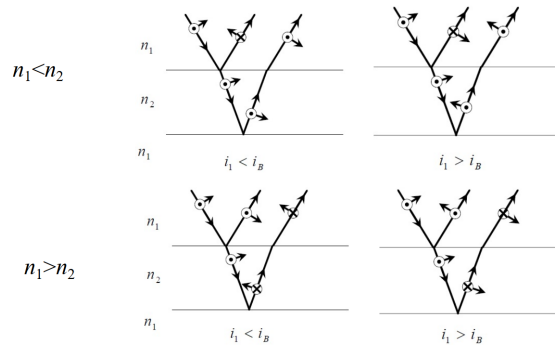
Brewster 角入射时:

$$t_p = \frac{n_1}{n_2}, \quad t_s = \frac{2n_1 n_2}{n_1^2 + n_2^2}, \quad P = \frac{|t_p|^2 - |t_s|^2}{|t_p|^2 + |t_s|^2} = \frac{(n_1^2 - n_2^2)^2}{(n_1^2 + n_2^2)^2 + 4n_1^2 n_2^2} \quad (2.20)$$

4. Stokes 倒逆关系

$$\begin{cases} r^2 + tt' = 1 \\ r' = -r \end{cases} \quad (2.21)$$

5. 半波损失和 Brewster 角



$$i_B = \arctan \frac{n_2}{n_1} \quad (2.22)$$

注 2.1. 入射到折射率大介质中,  $\vec{s}, \vec{p}$  反向, Brewster 角意味着  $p$  分量在折射时 100% 通过

## 第三章 干涉

### 第1节 波的叠加和干涉

#### 1. 两列同频率简谐标量波

$$I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)} \cos \delta(P) \quad (3.1)$$

#### 2. 干涉的必要条件（相干条件）：

- ★ 频率相同；
- ★ 存在平行振动分量；
- ★ 相位差  $\delta(P)$  稳定

#### 3. 衬比度（0~1 之间）：

$$\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} \quad (3.2)$$

$$\gamma = \frac{2A_1A_2}{A_1^2 + A_2^2} = \frac{2\left(\frac{A_1}{A_2}\right)}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2} \quad (3.3)$$

$$I = I_0(1 + \gamma \cos \delta) \quad (3.4)$$

**注 3.1.** 为了使得衬比度不至于太小，光程差变化量要小于等于半波长，等于 0 则无衬比：

$$\delta(\Delta L) \leq \frac{\lambda}{2} \quad (3.5)$$

### 点源的干涉

#### I. 球面波

$$I(P) = 2A^2[1 + \cos \delta(P)] = 4A^2 \cos^2 \frac{\delta(P)}{2} \quad (3.6)$$

强度最大  $4A^2$ ，平均  $2A^2$

$$\delta(P) = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) \quad \propto \quad \Delta L = r_1 - r_2 \quad (3.7)$$

$$\begin{cases} \text{极大} \Delta L = k\lambda, \\ \text{极小} \Delta L = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \end{cases} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (3.8)$$

## II. Young 氏双缝

(1) 实验装置参数:

$$\begin{aligned} \text{双孔间隔} & d \sim 0.1 \text{ mm} - 1 \text{ mm}, \\ \text{横向观测范围} & \rho \sim 1 \text{ cm} - 10 \text{ cm}, \\ \text{幕与双孔屏的距离} & D \sim 1 \text{ m} - 10 \text{ m}. \end{aligned}$$

(2) 合成振幅:

$$\tilde{U}(x', y') = \tilde{U}_1(x', y') + \tilde{U}_2(x', y') = \frac{2a}{D} \exp \left[ ik \left( D + \frac{(d/2)^2 + x'^2 + y'^2}{2D} \right) \right] \cos \left( \frac{kd}{2D} x' \right) \quad (3.9)$$

(3) 屏幕上的强度分布

$$I(x', y') = \tilde{U}^*(x', y') \tilde{U}(x', y') = 4A^2 \cos^2 \left( \frac{kd}{2D} x' \right) = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad (3.10)$$

(a) 干涉条纹性状:  $I$  与  $y$  无关, 故是一组平行的等强度线

(b) 间距公式:

$$\Delta x' = \frac{\lambda D}{d} \quad (3.11)$$

引入双孔的角距离 (相对于接受屏中心的张角)  $\Delta \theta \approx \frac{d}{D}$ 

$$\Delta x' \approx \frac{\lambda}{\Delta \theta}, \quad \Delta x' \cdot \Delta \theta = \lambda (\text{反比关系}) \quad (3.12)$$

(c) 光屏上位移为  $x$  点对应光程差:

$$\Delta L = \frac{d}{D} \cdot x \quad (3.13)$$

**例 3.1.** 斜入射平面波的双缝干涉:

$$\Delta L = \frac{xd}{D} - d \sin \theta, \text{ 中央亮条纹: } x_0 = d \sin \theta$$

## III. 两束平行光的干涉场:

相位分布:

$$\begin{cases} \varphi_1(x, y) = k(\cos \alpha_1 x + \cos \beta_1 y) - \varphi_{10}, \\ \varphi_2(x, y) = k(\cos \alpha_2 x + \cos \beta_2 y) - \varphi_{20}, \end{cases} \\ \Rightarrow \delta(x, y) = k(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)x + k(\cos \beta_1 - \cos \beta_2)y + \varphi_{20} - \varphi_{10}$$

波前光强分布:

$$I(x, y) = (A_1^2 + A_2^2) \{1 + \gamma \cos [k(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)x + k(\cos \beta_1 - \cos \beta_2)y + \varphi_{20} - \varphi_{10}]\} \quad (3.14)$$

条纹间距:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{2\pi}{k(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)} = \frac{\lambda}{\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2} \\ \Delta y = \frac{2\pi}{k(\cos \beta_1 - \cos \beta_2)} = \frac{\lambda}{\cos \beta_1 - \cos \beta_2} \end{cases} \quad (3.15)$$

式中,  $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$ ,  $\theta$  是波传播方向和  $Z$  轴的夹角, 以及空间频率  $f_x = \frac{1}{\Delta x}$ ,  $f_y = \frac{1}{\Delta y}$ **例 3.2.** 平面波和球面波 (傍轴) 干涉条纹, 分析  $I$  和  $\delta$ :

$$\tilde{U}(x, y) = A_1 + A_2 \exp \left[ i \left( k \frac{x^2 + y^2}{2z_0} + \varphi_{20} \right) \right], \quad I = \tilde{U} \tilde{U}^* = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \left( \frac{x^2 + y^2}{2z_0} + \varphi_{20} \right)$$



## 第2节 光场的空间相干性

### 1 分波前干涉

#### 1. 分波前干涉装置

(a) Fresnel 双棱镜:

$$\text{偏转角: } \delta \approx (n-1)\alpha \quad (\text{可由此计算屏幕重叠区域}) \quad (3.16)$$

$$\text{平面波 } \Delta x = \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha} \quad (3.17)$$

$$\text{两列球面波 } \Delta x = \frac{\lambda(l+m)}{2(n-1)\alpha l} \quad (3.18)$$

(b) Lloyd 镜:

$$\text{两光源间隔: } d = S_1 S_2 = 2r \sin \varepsilon \approx 2\varepsilon r \quad (3.19)$$

$$\text{双缝干涉的等效距离: } D = L + r \cos \varepsilon \quad (3.20)$$

(c) Meslin 对切透镜干涉成像: 类似于 Fresnel 波带片

#### 2. 干涉条纹的移动:

$$\delta(\Delta L) = N\lambda, \quad (3.21)$$

$$\text{傍轴移动: } \delta x = \frac{D}{R} \delta s \quad (3.22)$$

其中, R 为光源到缝距离, D 为缝到屏距离。

#### 3. 光源宽度影响条纹极限宽度 (d 为双缝距离)

$$b_1 \simeq \frac{R\lambda}{d} \quad (3.23)$$

#### 4. 空间相干性反比公式:

$$b \frac{d}{R} = b \Delta \theta_0 \simeq \lambda \quad (3.24)$$

$$\text{相干面积: } S = d^2 \approx \left( \frac{\lambda R}{b} \right)^2, \quad d \Delta \theta' = b \Delta \theta_0 \simeq \lambda \quad (3.25)$$

### 2 等厚条纹 (薄膜干涉)

#### (1) 薄膜表面等厚条纹

$$\Delta L(P) \approx 2nh \cos i \quad (3.26)$$

暗纹, 亮纹

$$\begin{cases} \Delta L = k\lambda & \text{或 } h = \frac{k\lambda}{2n \cos i}, \text{ 为亮纹} \\ \Delta L = \frac{2k+1}{2}\lambda & \text{或 } h = \frac{(2k+1)\lambda}{4n \cos i}, \text{ 为暗纹} \end{cases} \quad (3.27)$$

(2) 半波损失条件: 光疏到光密过程中, 掠射或垂直入射下, 反射产生半个波长损失, 如

$$n_1 < n > n_2 \text{ 在上表面或 } n_1 > n < n_2 \text{ 在下表面}$$

(3) 楔形薄膜

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha} \quad \text{或} \quad \alpha = \frac{\lambda}{2\Delta x}. \quad (3.28)$$

(4) Newton 环

$$h_k = \frac{r_k^2}{2R}, \quad \Delta L_k = 2h_k + \frac{\lambda}{2} \quad (3.29)$$

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}, \quad r_1 : r_2 : r_3 = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \dots \quad (3.30)$$

透镜曲率半径

$$R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda} \quad (3.31)$$

**注 3.2.** 未加说明下, *Newton* 环视为存在半波损失, 故中央为中央暗条纹

(5) 增透膜、高反射膜:

- 低膜:  $n_1 < n < n_2$ , 且  $n = \sqrt{n_1 n_2}$  可以完全消去反射
- 高膜:  $n_1 > n > n_2$ , 且两种膜最小厚度均为  $\frac{\lambda}{4}$

### 3 等倾条纹 (薄膜干涉)

等倾干涉光程差:

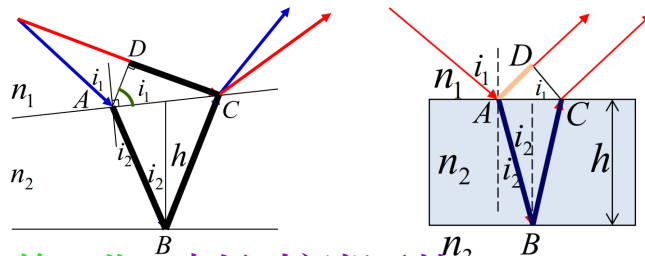
$$\Delta L = 2nh \cos i \quad (3.32)$$

$$\begin{cases} \text{第 } k \text{ 级条纹 } \Delta L = k\lambda, \cos i_k = \frac{k\lambda}{2nh}, \\ \text{第 } k+1 \text{ 级条纹 } \Delta L = (k+1)\lambda, \cos i_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda}{2nh}, \end{cases} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \because \cos i_{k+1} - \cos i_k &\simeq \left( \frac{d \cos i}{di} \right)_{i=i_k} (i_{k+1} - i_k) \\ &= -\sin i_k (i_{k+1} - i_k) \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\Delta r = r_{k+1} - r_k \propto i_{k+1} - i_k = \frac{-\lambda}{2h \sin i_k}$$

等厚干涉和等倾干涉



### 第 3 节 光场时间相干性 Michelson

1. 光源非单色性:

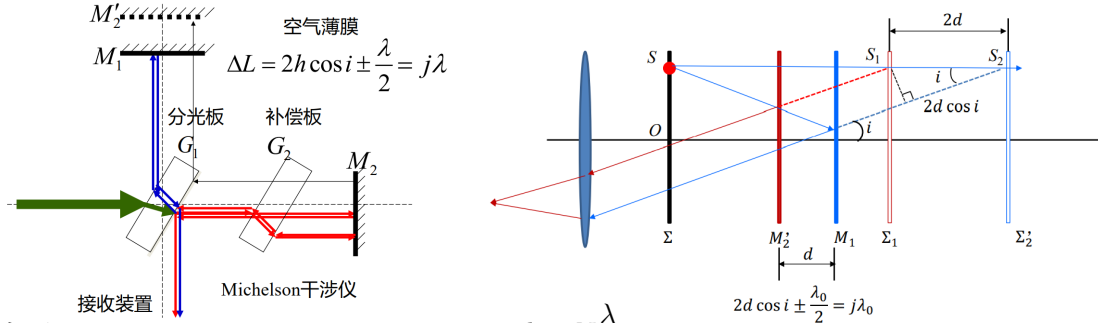
$$\begin{aligned} I(\Delta L) &= I_1(\Delta L) + I_2(\Delta L) = I_0 [2 + \cos(k_1 \Delta L) + \cos(k_2 \Delta L)] \\ &= 2I_0 \left[ 1 + \cos\left(\frac{\Delta k}{2} \Delta L\right) \cos(k \Delta L) \right], \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\text{衬比度 } \gamma(\Delta L) = \left| \cos \left( \frac{\Delta k}{2} \Delta L \right) \right| \quad (3.36)$$

$$\text{空间频率: } \frac{\Delta k}{2\pi} \approx \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} \quad (3.37)$$

$$\text{最大光程差: } \Delta L_M = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda^2}{|\Delta \lambda|} \quad (3.38)$$

2. Michelson 干涉仪：中央级数高，且满足  $2nh = k\lambda$ ，边缘第  $k_1$  级满足  $2nh \cos \theta = (k - k_1)\lambda$



3. 精密测量：

$$l = N \frac{\lambda}{2} \quad (3.39)$$

$$l_M \leq \frac{1}{2} \Delta L_M = \frac{\lambda^2}{2\Delta \lambda} \quad (3.40)$$

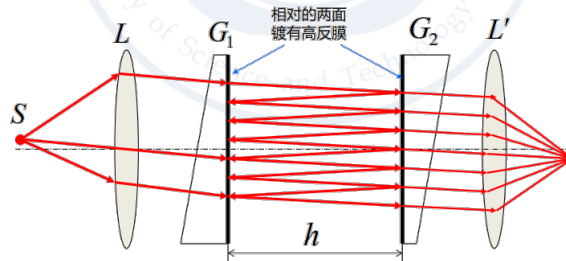
4. 光场时间相干性：

$$L_0 \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \simeq \lambda \text{ 或 } \tau_0 \Delta \nu \simeq 1 \quad (3.41)$$

$$\text{相干时间 \& 相干长度: } \tau_0 = \frac{L_0}{c}, \quad \Delta \nu = \frac{-c\Delta \lambda}{\lambda^2} \quad (3.42)$$

## 第 4 节 多光束干涉仪 Fabry-Pérot

1. Fabry-Pérot 腔：相邻光程差： $\Delta L = 2nh \cos i_k$ ，平行膜反射光强  $I_R = 0 \Rightarrow n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$



$$\text{半值宽度: } \varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \quad (3.43)$$

$$\text{半角宽度: } \Delta i_k = \frac{\lambda \varepsilon}{4\pi n h \sin i_k} = \frac{\lambda}{2\pi n h \sin i_k} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \quad (3.44)$$

$$\text{极强位置: } 2nh = k\lambda_k \Rightarrow \nu_k = \frac{kc}{2nh}, \text{ 纵模间隔: } \Delta \nu_k = \frac{c}{2nh} \quad (3.45)$$

$$\text{半值波宽: } \Delta \lambda_k = \frac{\lambda^2 \varepsilon}{4\pi n h \cos i_k} = \frac{\lambda^2}{2\pi n h \cos i_k} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{\lambda}{\pi k} \frac{1-R}{\sqrt{R}}, \quad (3.46)$$

$$\text{色分辨本领: } \frac{\lambda}{\delta \lambda} = \pi k \frac{\sqrt{R}}{1-R} = \frac{2\pi k}{\varepsilon}, \quad k\lambda = 2nh \cos i_k \quad (3.47)$$

$$\text{精细常数: } \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} \quad (3.48)$$

## 第四章 衍射

### 第 1 节 Huygens-Fresnel 原理

1. 衍射：波遇到障碍物，偏离直线传播（当波长和障碍物线度相当则明显衍射）

2. 通常情况光的衍射不明显的原因：

I. 光的波长短

II. 普通光是不相干的面光源

3. Huygens-Fresnel 原理：

(1) 波前上的每个面元都可以看做新的振动中心，发出次波，空间某点的振动是所有面元的相干叠加。

(2) Fresnel 衍射积分公式：Кирхгоф 提出

$$\tilde{U}(P) = K \iint \tilde{U}_0(Q) F(\theta_0, \theta) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma \quad (4.1)$$

其中，K 为比例系数  $K = -\frac{i}{\lambda}$ ， $\tilde{U}_0$  为瞳函数，倾斜因子  $F(\theta_0, \theta) = \frac{\cos \theta_0 + \cos \theta}{2}$   
傍轴条件下化简为：

$$\tilde{U}(P) = \frac{-i}{\lambda r_0} \iint \tilde{U}_0(Q) e^{ikr} d\Sigma \quad (4.2)$$

(3) Кирхгоф(Kirchhoff) 边界条件：

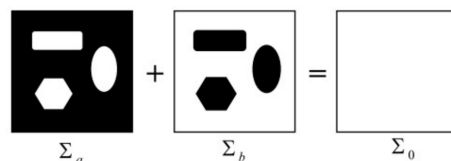
波前分为两部分：光孔部分  $\Sigma_0$  和光屏部分  $\Sigma_1$ 。

通常假设  $\Sigma_0$  上的复振幅  $\tilde{U}_0(Q)$  (可称为瞳函数) 取自由传播时光场的值，而  $\Sigma_1$  上的  $\tilde{U}_0(Q)$  取为 0。为了使  $\Sigma$  成为闭合曲面，应该说它还有第三部分  $\Sigma_2$ ，它可取为半径为无穷大的半球面，可以严格的数学证明，在  $\Sigma_2$  上积分值为 0。

4. Babinet 原理：互补屏的复振幅和等于自由波场的振幅

$$\tilde{U}_a(P) + \tilde{U}_b(P) = \tilde{U}_0(P) \quad (4.3)$$

说明除了几何像点之外，互补屏的衍射图样相同（光强相同）



## 第2节 Fresnel 圆孔衍射和圆屏衍射

1. Fresnel 衍射：光屏或者接受屏距离衍射屏有限距离远

2. 实验装置参数：

圆孔半径  $\rho \sim$  毫米的量级；

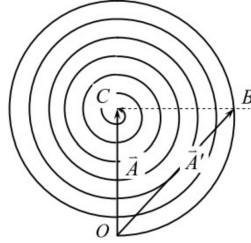
光源到圆孔的距离  $R \sim$  米的量级；

接受屏幕到圆孔的距离  $b \sim 3\text{ m} - 5\text{ m}$ .

$$\text{半波带的面积与半径比值: } \frac{\Delta \Sigma_k}{r_k} = \frac{\pi R \lambda}{R + b} \quad (4.4)$$

3. 半波带法：

♣ 振幅矢量图解法：



$$\text{自由传播时} \quad A(P_0) = \frac{1}{2} A_1(P_0) \quad (4.5)$$

圆屏衍射遮住了  $k$  个半波带，

$$A(P_0) = A_{k+1}(P_0) - A_{k+2}(P_0) + \cdots + (-1)^{n+1} A_n(P_0) = \frac{1}{2} A_{k+1}(P_0) \quad (4.6)$$

$$\text{遮挡前 5 个奇数半波带: } A = A_1 + A_3 + A_5 + A_7 + A_9 + \frac{A_{11}}{2} = 5.5 A_1 = 11 A_0$$

例 4.1. 自由传播时，验证 Fresnel 积分公式：

$$\tilde{U}(P) = \frac{a}{R+b} e^{ik(R+b)}, \quad \tilde{U}(P) = \frac{1}{2} \tilde{U}_1(P)$$

$$\begin{aligned} \because \frac{d\Sigma}{r} &= \frac{2\pi R}{R+b} dr, \\ \tilde{U}_1(P) &= \frac{2\pi R K}{R+b} \int_b^{b+\lambda/2} \tilde{U}_0(Q) e^{ikr} dr = \frac{2\pi a K}{R+b} e^{ikR} \int_b^{b+\lambda/2} e^{ikr} dr \\ &= \frac{2\pi a K}{ik(R+b)} e^{ik(R+b)} (e^{ik\lambda/2} - 1) = -\frac{4\pi a K}{ik(R+b)} e^{ik(R+b)} \\ &= -\frac{2\lambda a K}{i(R+b)} e^{ik(R+b)}. \end{aligned}$$

4. Fresnel 波带片

$$\rho_k = \sqrt{\frac{k\lambda}{\frac{1}{R} + \frac{1}{b}}} = \sqrt{k} \rho_1, \quad k = 1, 2, \cdots \quad (4.7)$$

$$\text{波带片焦距: } f = \frac{\rho_k^2}{k\lambda} = \frac{\rho_1^2}{\lambda} \quad (4.8)$$

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (4.9)$$

思考：次焦点、虚焦点？

### 第3节 Fraunhofer 单缝、矩孔衍射

#### 1. 实验装置和现象：

两个透镜和单缝；

一般是朝着多个方向的衍射条纹，但缝宽在水平方向很长的时候，基本只在一维方向展开。

#### 2. 强度公式推导：

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta \quad (4.10)$$

$$\alpha = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \quad (\text{旋转矢量图}) \quad (4.11)$$

$$A_\theta = A_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \Rightarrow I_\theta = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad (4.12)$$

**注 4.1.** 倾斜入射： $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0)$

#### 3. 矩孔衍射强度：

$$I(P) = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad (4.13)$$

$$\text{其中, } I_0 = \widetilde{U}^*(0,0) \widetilde{U}(0,0) = a^2 b^2 |C|^2 \propto \left( \frac{ab}{\lambda} \right)^2$$

#### 4. 单缝衍射因子： $\left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$

(1) 主极强：零级衍射斑即为几何光学像点： $\alpha = 0$

$$\text{零级主极大角宽度 } \Delta \theta_0 = 2 \frac{\lambda}{a} \quad (4.14)$$

(2) 次极强：很弱，绝大多数光集中在主极强 (类似于  $\delta$  函数)： $\alpha = \tan \alpha$

(3) 暗斑位置：

$$\alpha = \pm \pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \dots$$

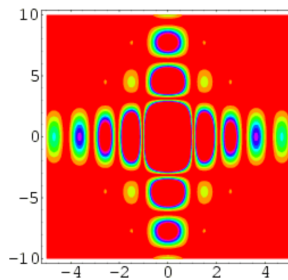
$$\sin \alpha = \pm \frac{\lambda}{a}, \pm \frac{2\lambda}{a}, \pm \frac{3\lambda}{a}, \dots$$

(4) 半角宽度：上式改写： $\theta \simeq \pm k \frac{\lambda}{a} \Rightarrow \Delta \theta = \frac{\lambda}{a}$

(5) 零级线宽：

$$\Delta l = 2f \Delta \theta$$

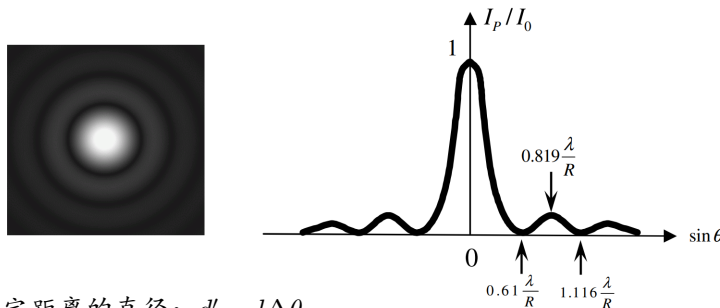
Fraunhofer 矩孔衍射



## 第4节 光学仪器像分辨本领

1. 圆孔 Fraunhofer 衍射零级衍射斑 (Airy 斑的半角宽度, 即 Rayleigh 判据下最小分辨角)

$$\Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (4.15)$$



例 4.2. 激光传播一定距离的直径:  $d' = l\Delta\theta$

2. 球面波照明系统接受 Fraunhofer 衍射反比关系 (由 Lagrange—Helmholtz 公式)

$$nD\Delta\theta = n'D'\Delta\theta' = n''D''\Delta\theta'' = 1.22\lambda \quad (4.16)$$

3. 望远镜的分辨本领 (视角放大率)

$$M = \frac{\delta\theta_e}{\delta\theta_m} \quad (4.17)$$

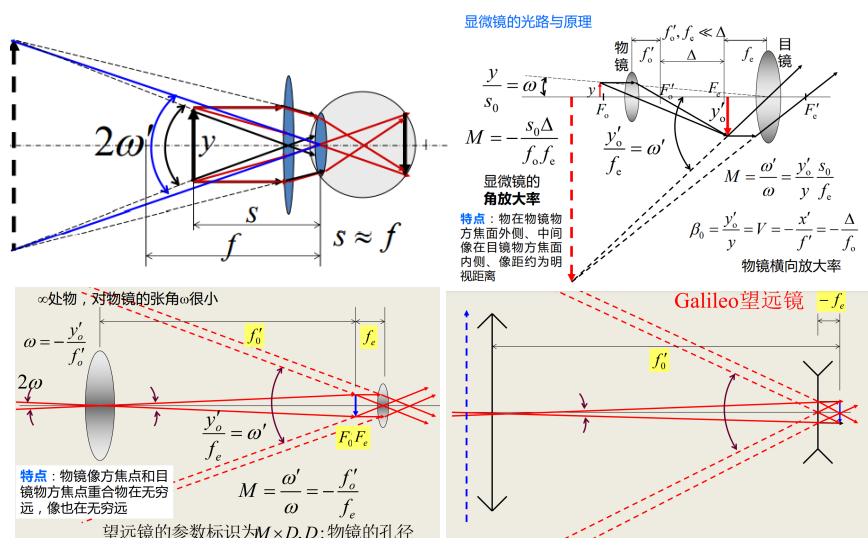
$$\text{式中, } \delta\theta_m = 1.22 \frac{\lambda}{D}, \quad \delta\theta_e = 1' = 2.9 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

4. 眼睛:

$$M_e = \frac{\omega'(25\text{cm})}{\omega} = \frac{S_0}{f} \quad (4.18)$$

5. 显微镜最小分辨距离

$$\delta y_m = \frac{0.61\lambda}{n \sin u} = \frac{0.61\lambda}{\text{数值孔径 N.A.}} \quad (4.19)$$



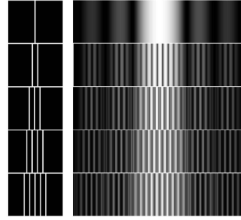
## 第5节 衍射光栅和光栅光谱仪

### 1 多缝 Fraunhofer 衍射

1. N 缝衍射的强度和振幅分布（单缝衍射因子和缝间干涉因子）：

$$I_{\theta} = a_0^2 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2 \quad (4.20)$$

$$\text{其中, } \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta, \quad \beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$



2. 主极强：

$$d \sin \theta_k = k\lambda, \quad I_{\theta \text{ 主极强}} = \left( \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2 I_{\text{单缝主极强}} = N^2 I_{\text{单缝主极强}} \quad (4.21)$$

- 缺级：  $d = na$ , 缺级在  $\pm kn$ , 第  $k$  主极强：  $\alpha = \frac{\pi a \sin \theta_k}{\lambda} = \pi \frac{a d \sin \theta_k}{\lambda} = k\pi \frac{a}{d}$
- 每两个主极强有  $(N-1)$  条暗线（零点）， $(N-2)$  个次极强

$$\sin \theta = \left( k + \frac{m}{N} \right) \frac{\lambda}{d}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; m = 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.22)$$

$$\Delta \theta = \frac{\lambda}{Nd \cdot \cos \theta_k} \quad (4.23)$$

3. 半角宽度

**注 4.2.** 不等宽多缝使用矢量图解法，  $I_{\theta} = A_{\theta x}^2 + A_{\theta y}^2$

### 2 衍射光栅

1. 光栅分光原理：

$$\sin \theta = k \frac{\lambda}{d} \text{ 或 } d \sin \theta = k\lambda \quad (4.24)$$

$$\text{缺级（暗纹）： } a \sin \theta = k'\lambda \quad (4.25)$$

2. 角分辨本领

$$D_{\theta} = \frac{\delta \theta}{\delta \lambda} = \frac{k}{d \cos \theta_k} \quad (4.26)$$

3. 线分辨本领

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta \lambda} = \frac{kf}{d \cos \theta_k} = \frac{kf}{d \sqrt{1 - \sin^2 \theta_k}} = \frac{kf}{d \sqrt{1 - \left( \frac{k\lambda}{d} \right)^2}} \quad (4.27)$$

**注 4.3.** 实际场合多用  $1/D_l$  作为参数，单位是  $\text{\AA}/\text{mm}$

4. 色分辨本领

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = kN \quad (4.28)$$

能分辨的最小波长间隔：  $\delta \lambda = \frac{\lambda}{R(\text{一级光谱的色分辨率})}$



## 5. 量程和自由光谱范围

$$\text{最大待测波长 } \lambda_M < d; \quad \text{一级光谱要求 } \lambda_m > \frac{\lambda_M}{2} \quad (4.29)$$

## 6. 闪耀光栅

$$\text{垂直入射反射 } j \text{ 级闪耀波长: } 2d \sin \theta_b = j \lambda_{jb} \quad (4.30)$$

$$\text{倾斜 } \theta_b \text{ 入射的 } j \text{ 级闪耀波长: } d \sin \theta_b = j \lambda_{jb} \quad (4.31)$$

## 7. 棱镜光谱仪的角色散和色分辨本领

根据公式1.29

$$D = \frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \cdot \frac{dn}{d\lambda} = \frac{b}{a} \frac{dn}{d\lambda}$$

$$R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \delta \frac{dn}{d\lambda}$$

## 3 三维光栅、X 光在晶体上

### 1. 晶格（空间点阵）和晶格常数

2. 点间干涉：二维点阵的 0 级主极强方向就是以晶面为镜面的反射面（满足  $\theta = \theta'$ ）方向

3. 面间干涉：主极强条件（Bragg 条件）

$$2d \sin \theta = k\lambda \quad (4.32)$$

## 第 6 节 Abbe 成像和相衬显微镜

1. (1) 空间频率  $f \rightarrow f/V$ , 或空间周期  $d \rightarrow Vd$ , 这表示几何放大, 不影响像质.

(2) 决定像质的是衬比度  $\gamma$ , 它可由交流成分和直流成分系数之比求出, 对于物和像都有

$$\gamma_0 = \gamma_1 = \frac{t_1}{t_0}, \text{ 像衬比度为 } 1 \text{ 没有下降}$$

2. 估算相干系统截止频率:  $\sin \theta_{\pm n} = f_{\pm n} \lambda = \pm \frac{n}{d} \lambda$  以及最大衍射角  $\sin \theta_M \approx \frac{D}{2F}$

$$f_M = \frac{\sin \theta_M}{\lambda} = \frac{D}{2F\lambda} \quad (4.33)$$

**注 4.4.** 证明 Abbe 成像原理: Abbe-Porter 空间滤波实验:

依次按 0 级, 0 和  $\pm 1$  级, 0 和  $\pm 1$  级  $\pm 2$  级

Fourier 变换属于拓展内容:

## 第五章 傅里叶变换光学

### 第 1 节 衍射系统的屏函数和相因子判断法

#### 1. 屏函数:

$$\tilde{t}(x, y) = \frac{\tilde{U}_2(x, y)}{\tilde{U}_1(x, y)} \quad (5.1)$$

## 2. 相因

$$\begin{cases} \exp[ik(\sin\theta_1 x + \sin\theta_2 y)] & \text{发散球面波}(0, 0, -z) \\ \exp\left[ik\left(\frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{xx_1 + yy_0}{z}\right)\right] & \text{发散球面波}(x_0, y_0, z) \\ \exp\left[-ik\left(\frac{x^2 + y^2}{2z} - \frac{xx_1 + yy_0}{z}\right)\right] & \text{会聚球面波}(x_0, y_0, z) \end{cases}$$

## 3. 透镜的相位变换函数:

$$\begin{aligned} \varphi_L(x, y) &= \frac{2\pi}{\lambda} [\Delta_1 + \Delta_2 + nd(x, y)] \\ &= \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) (\Delta_1 + \Delta_2) \end{aligned} \Rightarrow \tilde{t}_L(x, y) = \exp(i\varphi_L(x, y)) \quad (5.2)$$

傍轴条件下,

$$\varphi_L(x, y) = -k \frac{x^2 + y^2}{2F}, \quad F = \frac{1}{\left(\frac{n_L}{n_0} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad (5.3)$$

例 5.1. 楔形棱镜:

$$\tilde{t}_p(x, y) = \exp[-ik(n-1)ax]$$

## 第 2 节 正弦光栅的衍射

### 空间频率

$$\begin{aligned} \text{时间周期 } T &\longleftrightarrow \text{空间周期 } d \\ \text{时间频率 } \nu &= \frac{1}{T} \longleftrightarrow \text{空间频率 } f = \frac{1}{d} \\ \text{时间圆频率 } \omega &= 2\pi\nu \longleftrightarrow \text{空间圆频率 } q = 2\pi f \\ f_x &= \frac{q_x}{2\pi}, \quad f_y = \frac{q_y}{2\pi}, \quad d_x = \frac{2\pi}{q_x}, \quad d_y = \frac{2\pi}{q_y}, \quad d = \frac{2\pi}{\sqrt{q_x^2 + q_y^2}} \end{aligned}$$

### 正弦光栅

$$\text{方向角: } \sin\theta_{\pm 1} = \pm f\lambda \quad (5.4)$$

## 第六章 全息照相

### 第 1 节 全息照相概述

## 1. 全息照相的流程:

第 1 步 全息记录: 通过参考光束和物光束的相干叠加, 记录相位、振幅等波前信息

第 2 步 再现波前: 一束与参考光线同波长、传播方向的光束照射全息图, 还原一个各角度逼真的立体图

## 2. 原理: Huygens-Fresnel 原理的实质: 无源空间边值定解

## 第2节 全息照相应用

全息投影、全息显微、全息干涉、Fourier 全息图

# 第七章 光在晶体中传播

## 第1节 双折射

1. 光轴：沿着光轴入射无双折射
2. 主截面：入射界面（晶体表面）的法线和光轴形成的平面。与晶体相关，与光线无关
3. 主平面：入射光线和光轴形成平面

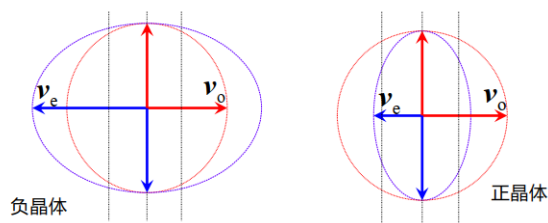
**注 7.1.**  $o$  光振动方向垂直于  $o$  光主平面； $e$  光振动方向平行于  $e$  光主平面

**注 7.2.** 自然光入射时，如果不考虑吸收，有  $I_o = I_e = \frac{1}{2}I$

4. 单轴晶体性质：

元素	谱线波长	方解石 (冰洲石)		水晶 (即石英)	
		$n_o$	$n_e$	$n_o$	$n_e$
Hg	4046.56Å	1.68134	1.49694	1.55716	1.56671
	5460.72Å	1.66168	1.48792	1.54617	1.55535
Na	5892.90Å	1.65836	1.48641	1.54425	1.55336

5. 正负晶体：可结合折射率椭球分析



## 晶体光学器件

1. Nicol 棱镜：两块方解石晶体中间填充加拿大树胶，光轴通过体对角线
2. Glan—Thompson 棱镜：两方解石直角三棱镜，中空气，光轴平行， $o$  光全反射， $e$  光直进射出
3. Wollaston 棱镜：两冰洲石直角三棱镜粘合，光轴垂直，进入 2 号透镜， $o$ 、 $e$  光互化
4. Rochon 棱镜：两冰洲石直角三棱镜粘合，光轴垂直，1 号透镜无双折射

## 波片 (相位延迟片)

- (i) 快轴：传播速度快的光矢量的振动方向（轴）。负晶体的 e 轴（平行于光轴），正晶体的 o 轴（垂直于光轴）
- (ii) 慢轴：负晶体的 o 轴（平行于光轴），正晶体的 e 轴（垂直于光轴）

$$\text{光程差: } \Delta L = L_e - L_o = (n_e - n_o) d \quad (7.1)$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d \quad (7.2)$$

1. 自然光经过波片，物理性质基本不变

2. 平面光:

厚度 d	相位差 $\delta$	效果
0	0	合成光波仍为偏振面与入射光重合的线偏振光
$d = \frac{\lambda}{4 n_o - n_e }$	$\pm \frac{\pi}{2}$	合成光波为正椭圆偏振光，旋转方向还与初始相位有关
$d = \frac{\lambda}{2 n_o - n_e }$	$\pm \pi$	合成光波为偏振面与入射光以光轴为对称的线偏振光
$d = \frac{3\lambda}{4 n_o - n_e }$	$\pm \frac{3\pi}{2}$	合成光波为左旋 ( $n_o > n_e$ ) 或右旋 ( $n_o < n_e$ ) 正椭圆偏振光
$d = \frac{\lambda}{ n_o - n_e }$	$\pm 2\pi$	合成光波仍为偏振面与入射光重合的线偏振光

3. 圆偏振光:

厚度 d	相位差 $\delta$	效果
$d = \frac{\lambda}{4 n_o - n_e }$	$\pm \frac{\pi}{2}$	出射光相位差 $0/\pi$ ，变为平面偏振光，电矢量与光轴成 $45^\circ$ 角
$d = \frac{\lambda}{2 n_o - n_e }$	$\pm \pi$	由于反相，旋转方向相反

4. 椭圆偏振光:

厚度 d	相位差 $\delta$	效果
$d = \frac{\lambda}{4 n_o - n_e }$	$\pm \frac{\pi}{2}$	产生 $\pm \frac{\pi}{2}$ 的额外相位差，需要根据入射分量间的相位差作具体分析
$d = \frac{\lambda}{2 n_o - n_e }$	$\pm \pi$	产生 $\pm \pi$ 的额外相位差，旋转方向相反

5. 圆偏振光和椭圆偏振光经过检偏器之后的强度变化

$$E = A_x \cos \alpha e^{i\omega t} + A_y \sin \alpha e^{i(\omega t + \delta)} = (A_x \cos \alpha + A_y \sin \alpha e^{i\delta}) e^{i\omega t}$$

$$I = E \cdot E^* = A_x^2 \cos^2 \alpha + A_y^2 \sin^2 \alpha + A_x A_y \sin 2\alpha \cos \delta$$

## 相位补偿器

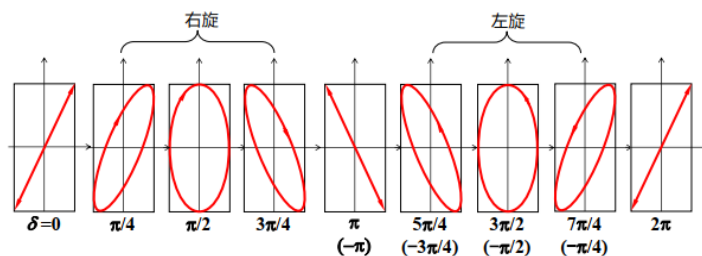
1. Babinet 补偿器：类似于 Wallaston 棱镜，光轴垂直，光程差  $\Delta = (n_o - n_e)(d_1 - d_2)$ ，但出射光两个方向分量改变
2. Soleil 补偿器：两直角三棱镜的光轴平行，可以沿斜面滑动，弥补 Babinet 补偿器障碍并使得出射光方向不变，光程差  $\Delta = (n_o - n_e)(d_1 - d_2)$  相位差  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) (d_1 - d_2)$

## 第2节 偏振光的获得

### 正交振动线偏振光合成

$$E_x = A_x \cos \omega t, \quad E_y = A_y \cos(\omega t + \delta)$$

$$\text{归一化形式: } \frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - 2 \frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (7.3)$$



两正交平面偏振光的合成

### 椭圆偏振光获得

#### (I) 自然光通过波片

- (a) 不考虑波片的吸收，可以认为光强不变
- (b) 经过波片后，每一列平面波分量仍是相位随机的平面波

#### (II) 平面偏振光通过波片

- (a) 分为正交的 o, e 光
- (b) 可以分解为相位差是  $0/\pi$  的两列波
- (c)  $\delta$  影响附加相位差  $\delta$  (详见上页列表)

### 圆偏振光获得

正椭圆 +  $A_e = A_o$  且入射线偏振光与 e 轴成  $45^\circ$

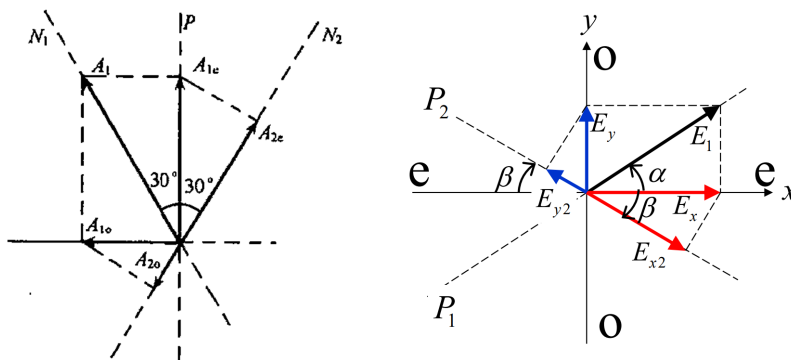
### 检验偏振

1. 线偏振光：旋转起偏器
  2. 圆偏振光：先过一个  $\frac{\lambda}{4}$  片变线偏振光后用起偏器
  3. 椭圆偏振光：振动方向和相位延迟有关
- ♣ 综合办法：通过偏振片（区别是否线偏振光） $\Rightarrow$  强度变化，通过  $\frac{\lambda}{4}$  波片，消光则为圆偏振，无消光是自然光；
- 通过偏振片（区别是否线偏振光）或者  $\Rightarrow$  强度不变，通过  $\frac{\lambda}{4}$  波片，消光则为椭圆偏振，无消光是部分偏振光；

**注 7.3.** 偏振光的干涉：两个偏振片中间加波晶片，分析 e、o 光在  $P_2$  方向分量的叠加和合成

白光入射—显色偏振；波片不均匀，出现条纹

## 通过波片、偏振片、棱镜的矢量图表示



## 第3节 应用

## 1. 光测弹性

$$n_o - n_e = KP(\text{压强(应力)}) \quad (7.4)$$

## 2. 液晶、立体视觉…

## 第4节 电光效应、旋光效应

## 1. 电光效应：电场施加在物质上，使其折射率发生变化

**例 7.1.** 各向同性的介质变为各向异性，表现出双折射现象/单轴晶体的物质变为双轴晶体

(1) 一次电光效应 (Pockels)

(2) 二次电光效应 (Kerr)  $n = n_0 + aE + bE^2 + \dots$

## 2. 旋光效应：振动面旋转角度：

$$\psi = \alpha d \quad (7.5)$$

不同颜色光 and 不同结构的晶体的旋光率不同，石英晶体存在左右旋晶体

## 3. Fresnel 的解释：左旋光和右旋光不同的相位滞后引起：

$$\psi = \frac{1}{2}(\varphi_R - \varphi_L) = \frac{\pi}{\lambda}(n_R - n_L)d \quad (7.6)$$

4. 量糖术：转角和管长  $l$  和溶液浓度  $N$  有关：

$$\psi = [\alpha]Nl \quad (7.7)$$

## 5. Faraday 磁致旋光 (与自然旋光相反，不服从光路可逆原理)：

$$\psi = VIB \quad (V \text{ 代表着 Verdet 常数}) \quad (7.8)$$

## 第八章 光的吸收、色散和散射

### 1. 吸收:

$$-dI = \alpha I dx \quad (\text{线性性质}) \quad (8.1)$$

$$I = I_0 e^{-\alpha x} \quad \alpha \text{ 是吸收系数}$$

$$\text{反解厚度: } x = \frac{-\ln(I_0/I)}{\alpha}$$

★ 考虑波长范围上, 光是选择吸收的, 不同吸收谱反映了物质的能级结构

### 2. Cauchy 正常色散经验公式 (常取前两项)

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} \quad (8.2)$$

$$\Rightarrow \text{色散率: } \frac{dn}{d\lambda} = -2\frac{B}{\lambda^3}$$

### 3. 反常色散 (尤为发生在吸收强烈的波段): 折射率随波长单调上升 $\frac{dn}{d\lambda} > 0$

### 4. 群速度推演: 对于两列频率相近的光波合振动的波函数为:

$$U(z, t) = U_1(z, t) + U_2(z, t) = 2A \cos(\Delta\omega t - \Delta k z) \cos(\bar{\omega} t - \bar{k} z)$$

$$U(x, t) = 2A \cos(\Delta\omega t - \Delta k z) \cos(\bar{\omega} t - \bar{k} z)$$

其中, 高频波传播速度 (即相速度)  $v_p = \frac{\omega_0}{k_0}$ , 低频包络速度 (即群速度) 为  $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

$$\text{群速度: } v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (8.3)$$

**性质 8.1.** 重要关系式 (因为  $\omega = kv_p$ )

$$v_g = v_p + k \frac{dv_p}{dk} = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda} \quad (8.4)$$

**性质 8.2.** 以及考虑折射率随波长变化情况

$$v_g = \frac{c}{n} \left( 1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right) \quad (8.5)$$

$$n_g = \frac{c}{v_g} \simeq n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}$$

### 5. 光的散射:

- 微粒线度远小于波长满足 Rayleigh 散射定律 (散射光强与  $\lambda^4$  反比定律)

$$I^4 \propto \frac{1}{\lambda^4} \quad (8.6)$$

- 粒子的直径与辐射的波长相当时发生的散射满足米氏散射
- Raman 散射: 每条入射谱线伴有相同频率差的散射谱线, 长波一侧叫 Stokes 线或者红伴线, 短波一侧叫反 Stokes 线或者紫伴线, 这些频率差和入射频率  $\omega_0$  无关, 和物质分子振动频率有关, 分子电偶极矩  $p = \alpha \epsilon_0 E$
- 更加完善的散射理论要依靠量子理论

## 第九章 光的量子性 激光

### 定量描述

### 第 1 节 黑体辐射

1. Kirchhoff 定律：(辐射本领和吸收本领成正比)

$$\frac{r(\nu, T)}{a(\nu, T)} = F(\nu, T) = \frac{c}{4} u_T(\nu) \quad (9.1)$$

2. 绝对黑体 (完全吸收  $a(\nu, T) = 1$ ):

$$F(\nu, T) = r_0(\nu, T) = \frac{c}{4} u_T(\nu) \quad (9.2)$$

3. Stefan-Boltzmann 定律:

$$R_T = \sigma T^4, \quad \sigma = 5.67 \times 10^{-12} \text{ W/cm}^2 \cdot \text{K}^4 \quad (9.3)$$

4. Wien 位移定律

$$\lambda_M T = b, \quad b = 0.288 \text{ cm} \cdot \text{K} \quad (9.4)$$

5. Wien 公式和 Rayleigh-Jeans 公式

6. Planck 公式:

$$r_0(\nu, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (9.5)$$

Planck 能量子假说: 频率为  $\nu$  的谐振子, 能量取值为能量子  $\varepsilon_0 = h\nu$  的整数倍

### 第 2 节 波粒二象性

1. 光电效应 Einstein 公式:

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_0^2 + A = eV_0 + A \quad (9.6)$$

2. Compton 效应:

$$\begin{cases} h\nu_0 = h\nu + \frac{1}{2}mv^2 \\ p_0 = p + mv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c} \cos \theta + mv \cos \psi, \\ \frac{h\nu}{c} \sin \theta = mv \sin \psi, \end{cases} \quad (9.7)$$

3. de Broglie 物质波概念:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (9.8)$$

### 第 3 节 Bohr 的原子模型

$$\text{氢原子波长: } \frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = T(m) - T(n) \quad (9.9)$$

$$\text{Bohr (定态, 跃迁假设下) 频率条件: } \frac{1}{\lambda} = \frac{E_n - E_m}{hc} \quad (9.10)$$

感谢阅读!