**Ασκηση 1**

**Ερώτηση 1** Χρησιμοποιήστε τις συναρτήσεις plot(·), abs(·) και angle(·) για να σχεδιάσετε το μέτρο και τη φάση της διατεθείσας υλοποίησης του στοχαστικού σήματος, χρησιμοποιώντας τα M = 100 πρώτα δείγματα του σήματος. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

**Απάντηση:** Το μέτρο ενός μιγαδικού εκθετικού σήματος είναι σταθερό και η φάση μεταβάλλεται αρμονικά. Όμως αυτό δεν συμβαίνει σε αυτή την περίπτωση επειδή το σήμα έχει μολυνθεί από θόρυβο.

|  |  |
| --- | --- |
| **Μέτρο** | **Φάση** |
|  |  |

**Ερώτηση 2** Εκτελέστε την εντολή και προσπαθήστε να κατανοήσετε αυτό που βλέπετε. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

**Απάντηση:** Αν το σήμα ήταν καθαρό μιγαδικό εκθετικό σήμα θα έπρεπε να δούμε έναν κύκλο. Ο λόγος που δεν βλέπουμε έναν κύκλο είναι επειδή το αρχικό σήμα έχει μολυνθεί από θόρυβο.

|  |
| --- |
|  |
|  |

**Ερώτηση 3** Εκτελέστε την εντολή και προσπαθήστε να κατανοήσετε αυτό που βλέπετε. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

**Απάντηση:** Όπως ειπώθηκε και σε προηγούμενο ερώτημα, η φάση θα έπρεπε να μεταβάλλεται αρμονικά. Μπορούμε να διακρίνουμε σημεία που διαφέρουν οι τιμές της φάσης από περίοδο σε περίοδο γεγονός που οφείλεται στην ύπαρξη θορύβου στο αρχικό μιγαδικό εκθετικό σήμα.

|  |
| --- |
|  |
|  |

**Ερώτηση 4** Σχολιάστε, την διαδικασία η οποία ονομάζεται Περιοδόγραμμα:

**Απάντηση:** Περιοδόγραμμα είναι μια διαδικασία που χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο για την προσέγγιση της πυκνότητας ισχύος ημιτονικών σημάτων. Για το σκοπό αυτό χωρίζουμε ένα σήμα σε τμήματα, υπολογίζουμε το μετασχηματισμού Fourier σε κάθε τμήμα και παίρνοντας έπειτα το μέσο όρο βρίσκουμε μια προσέγγιση του μετασχηματισμού και του περιοδογράμματος.

**Ερώτηση 5** Σε ποιά ντετερμινιστική συνάρτηση τείνει η αναμενόμενη τιμή του περιοδογράμματος όταν το τείνει στο ;

**Απάντηση:** Όσο μεγαλύτερο Μ τόσο καλύτερη η προσέγγιση που κάνουμε, συνεπώς τείνει στην πραγματική κατανομή ισχύος ανά συχνότητα.

**Ερώτηση 6** Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις *abs(·)* και *fftshift(·)* της MATLAB σχεδιάστε το περιοδόγραμμα του στοχαστικού σήματος, για M = 100, 500, 1000, 10000 και:

**Απάντηση:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| M = 100 | M = 500 | M = 1000 | M = 10000 |
|  |  |  |  |

**Ερώτηση 7** Εντοπίστε πιθανές συχνότητες στις οποίες κατανέμεται η ενέργεια του ντετερμινιστικού σήματος

**Απάντηση:** Πιθανές συχνότητες στις οποίες κατανέμεται είναι εκεί που υπάρχουν απότομες κορυφές, δηλαδή 57345 (για Μ=1000 και Μ=10000 όπου η προσέγγιση θεωρείται καλύτερη).

**Ερώτηση 8** Σχολιάστε την συμπεριφορά του περιοδογράμματος για τις διαφορετικές τιμές του M που χρησιμοποιήσατε

**Απάντηση:** Όσο το Μ μεγαλώνει παρατηρούμε ότι η ενέργεια του σήματος συγκεντρώνεται περισσότερο γύρω από μία συχνότητα. Το εύρος γύρω από αυτή τη συχνότητα μικραίνει ενώ παράλληλα η ενέργεια στις υπόλοιπες συχνότητες τείνει στο 0.

|  |
| --- |
|  |
|  |

**Ερώτηση 9** Εκτιμήστε το πλάτος A του μιγαδικού εκθετικού σήματος

**Απάντηση:** Το πλάτος είναι όσο το ύψος της απότομης κορυφής, δηλαδή 81929.

**Ερώτηση 10** Εκτιμήστε, αν μπορείτε, την ισχύ του θορύβου.

**Απάντηση:**

**Ερώτηση 11** Χρησιμοποιήστε τις εκτιμήσεις πλάτους και συχνότητας και δημιουργήστε στην MATLAB το μιγαδικό εκθετικό σήμα και επαναλάβετε τις Ερωτήσεις 8 και 9. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

**Απάντηση:** Παρατηρούμε ότι το μιγαδικό εκθετικό σήμα τώρα είναι ένας κύκλος όπως θα έπρεπε καθώς και η φάση του μεταβάλλεται πλέον αρμονικά.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

**Ασκηση 2**

**Ερώτηση 1** Τι είδους διαδικασία περιγράφει η Σχέση (2); Χρησιμοποιώντας και τη συνάρτηση *randn(·)*, δημιουργήστε μερικές υλοποιήσεις της. Υπολογίστε τα φασματικά χαρακτηριστικά του χρωματισμένου θορύβου. Συμφωνούν με τα θεωρητικά αναμενόμενα;

**Απάντηση:** Η σχέση (2) περιγράφει τη διαδικασία χρωματισμού του λευκού θορύβου, όπου θεωρούμε ένα σύστημα με κρουστική συνάρτηση που δέχεται σαν είσοδο τον λευκό γκαουσιανό θόρυβο και η έξοδος του είναι ο χρωματισμένος θόρυβος, το σήμα . Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης έπειτα από πράξεις προκύπτει να είναι 0 για κάθε ενώ για είναι ίση με

. Το φάσμα ισχύος θα είναι ο μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης και έπειτα από πράξεις προκύπτει ότι ισούται με

. Όσο αυξάνεται ο αριθμός των υλοποιήσεων παρατηρούμε ότι η πειραματικές τιμές πλησιάζουν σε αυτές που υπολογίσαμε θεωρητικά.

|  |  |
| --- | --- |
| **Αυτοσυσχέτιση Κ=100** | **Αυτοσυσχέτιση Κ=10000** |
|  |  |
| **Πυκνότητα Φάσματος (σε dB) Κ=100** | **Πυκνότητα Φάσματος (σε dB) Κ=10000** |
|  |  |

**Ερώτηση 2** Ποιά η λειτουργία του Συστήματος Λεύκανσης; Καταγράψτε την απάντησή σας.

|  |
| --- |
|  |
|  |

**Απάντηση:** Τα συστήματα λεύκανσης χρησιμοποιούνται για τον αποχρωματισμό ενός σήματος θορύβου, δηλαδή την μετατροπή του σε σήμα λευκού θορύβου. Στο συγκεκριμένο πείραμα, δεν γνωρίζουμε τα χαρακτηριστικά του σήματος λευκού θορύβου γι’ αυτό, αφού μεταβάλλουμε το σήμα, το περνάμε από ένα φίλτρο Wiener (σύστημα λεύκανσης) ώστε να προσεγγίσουμε το σήμα με το .

**Ερώτηση 3** Η πηγή του σήματος της Σχέσης (1) είναι ντετερμινιστική ή στοχαστική; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. Αν η πηγή του σήματος είναι στοχαστική, είναι ασθενώς ή ισχυρώς στάσιμη πρώτης ή δεύτερης τάξης; Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση rand(·), δημιουργείστε υλοποιήσεις της και προσπαθήστε να επιβεβαιώσετε τις απαντήσεις σας και πειραματικά. Καταγράψτε τα πειράματα που κάνατε και τα αποτελέσματα σας.

**Απάντηση:** Το σήμα που περιγράφεται από τη σχέση (1) είναι στοχαστικό αφού περιλαμβάνει την τυχαία μεταβλητή . Όσο αφορά την στασιμότητα 1ης τάξης, το σήμα έχει μέση τιμή

Επομένως είναι ασθενώς στάσιμο 1ης τάξης δεν είναι όμως ισχυρά στάσιμο 1ης τάξης αφού δεν είναι ανεξάρτητο του χρόνου. Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης υπολογίζεται ως εξής:

Επομένως το σήμα είναι ασθενώς στάσιμο 2ης τάξης.

Έπειτα δημιουργήσαμε 100 υλοποιήσεις του σήματος της σχέσης (1) και όπως φαίνεται στην επόμενη εικόνα η τιμή της αυτοσυσχέτισης που υπολογίσαμε πειραματικά κυμαίνεται στο διάστημα [-0.5, 0.5] όπως και η τιμή της που υπολογίσαμε θεωρητικά προηγουμένως. Επιπλέον είναι ένα Toeplitz μητρώο όπως ήταν αναμενόμενο αφού η στοχαστική διαδικασία είναι ασθενώς στάσιμη 2ης τάξης. Επίσης, η μέση τιμή πειραματικά βρέθηκε 2.3853e-04 που είναι δηλαδή πάρα πολύ κοντά στο 0 που υπολογίσαμε θεωρητικά.

|  |
| --- |
|  |
|  |

**Ερώτηση 4** Εκφράστε την έξοδο του FIR φίλτρου Wiener μήκους M συναρτήσει των συντελεστών της κρουστικής του απόκρισης και του χρωματισμένου θορύβου.

**Απάντηση:** Η έξοδος ενός FIR φίλτρου ισούται με τη συνέλιξη της κρουστικής του απόκρισης με το σήμα εισόδου,

|  |
| --- |
|  |
|  |

**Ερώτηση 5** Σχεδιάστε το βέλτιστο FIR φίλτρο Wiener μήκους 2 και υπολογίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

**Απάντηση:** Το βέλτιστο FIR φίλτρο Wiener μήκους 2 έχει συντελεστές κρουστικής απόκρισης

[1 -0.6] και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα ανάμεσα στο και το υπολογίστηκε πειραματικά ως 2.1333e-15, τιμή πολύ κοντά στο 0.

**Ερώτηση 6** Επαναλάβετε την Ερώτηση 5 για φίλτρα μήκους 3, 4, 5, 6, υπολογίστε τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα. Τι παρατηρείτε;

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| M = 3 | M =4 | M = 5 | M = 6 |
| Remembering Joseph Fourier | FifteenEightyFour | Cambridge ... | Remembering Joseph Fourier | FifteenEightyFour | Cambridge ... | Remembering Joseph Fourier | FifteenEightyFour | Cambridge ... | Remembering Joseph Fourier | FifteenEightyFour | Cambridge ... |