

# 233 Matrix

$$x[0] \rightarrow \begin{matrix} 2 & 3 & 3 \\ \downarrow & & \\ 0 & \longrightarrow & 0 \end{matrix}$$

$x[0+1]$

$$x[1] \rightarrow 0$$

$x[2]$

因为存在这种连接关系，所以想到有可能使用矩阵快速幂。

矩阵快速幂  $A^{n \times n} \quad x^{n \times 1}$

$$A \cdot x = \underset{n \times 1}{\text{ans}}$$

快速幂  $\rightarrow [A^m \cdot x = \text{ans}]$

类似： Fibonacci II  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{n-1} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} F_n \\ F_0 \end{bmatrix}$

然后看我们有什么

再看求什么

$$\begin{array}{ccc} 0 & & \dots \\ x_0 & \longrightarrow & x_{nm} \\ x_1 & & x_{1m} \\ x_2 & \longrightarrow & x_{2m} \\ \vdots & & | \\ x_n & & x_{nm} \text{ 答案} \end{array}$$

怎么求呢？

# 寻找矩阵 A

$$\begin{bmatrix} & \\ & \\ & \\ & A \\ & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ x_{00} \\ x_{10} \\ x_{20} \\ \vdots \\ x_{n0} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \dots \\ x_{0m} \\ x_{1m} \\ x_{2m} \\ \vdots \\ x_{nm} \end{pmatrix} \quad \text{答序}$$

↓

$$\begin{bmatrix} & \\ & \\ & \\ & A \\ & \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 233 \\ x_{01} \\ x_{11} \\ x_{21} \\ \vdots \\ x_{n1} \end{pmatrix}$$

我们同时注意到  
 $0 \rightarrow 233$  和  $252$   
 $233 \rightarrow 2333 \rightarrow 23333$   
 $x_{10t3} \quad x_{10t3}$

的规则不一样，  
 因此直接从第2步开始、跳过初使状态

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 2333 \\ x_{02} \\ x_{12} \\ x_{22} \\ x_{32} \\ \vdots \\ x_{n2} \end{array}$$

JOIN THE DARK SIDE

# 寻找矩阵 A

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ & A & & & & & \end{array} \right]$$

233

$x_{01}$

$x_{11}$

$x_{21}$

$\vdots$

$x_{n1}$

3

↓

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ & A & & & & & \end{array} \right]$$

233

$x_{02}$

$x_{12}$

$x_{22}$

$\vdots$

$x_{n2}$

3

↓

先处理  $233 \rightarrow 2333$

$\times 10$  简单 关键是如何

+3，这个只需要在每一列后面加上一个3就可以解决了。

经过选择处理

$233 \times 10 + 3 = 2333$

这样子就获得了第一个数字

# 寻找矩阵 A

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{array} \right] \quad A$$

$$\begin{matrix} 233 \times 10 & 233 \\ \chi_{01} \times 1 \rightarrow & \chi_{02} \\ \chi_{11} & \chi_{12} \\ \chi_{21} = \chi_{22} & \\ \vdots & \vdots \\ \chi_{n1} & \chi_{n2} \\ 3 \times 1 & 3 \end{matrix}$$

//

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{array} \right] \quad A$$

$$\begin{matrix} 233 \\ \chi_{02} \\ \chi_{12} \\ \chi_{22} \\ \vdots \\ \chi_{n2} \\ 3 \end{matrix}$$

$$\text{所以 } \chi_{02} = \chi_{01} + 233$$

$$= \chi_{01} \times 1$$

$$+ 233 \times 10$$

$$+ 3 \times 1$$

即可得到

然后看  $\chi_{02}$  是

怎么来的，

$$\chi_{02} = \chi_{01} + 233$$

但是这时候我们

还在计算这一列，

不能直接用 233

的值，因此需要

看 233 是如何得来的。

$$233 = 233 \times 10 + 3 \times 1$$

即可得到

# 寻找矩阵 A

然后看如何得到  $\chi_{12}$

同理  $\chi_{12} = \chi_{02} + \chi_{11}$

$$= 233x^{10} + x_0 x^1 + 3x^1$$

$$+ \chi_{11} x_1$$

# 寻找矩阵 A

$n+2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & | \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & | \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & | \\ \vdots & & & & & & & \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & | \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & | \end{bmatrix}$$

$n+2$

233

$\chi_{01}$

$\chi_{11}$

$\chi_{21}$

$\vdots$

$\chi_{n1}$

3

最后看 3

$$0 \quad \bar{x}$$

$n+1$  ↗

A

这样矩阵 A 就找到了。

$$A^0 \cdot \begin{bmatrix} \text{第} \\ \text{|} \\ \text{列} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{第} \\ \text{|} \\ \text{列} \end{bmatrix}$$

$$A^{m-1} \cdot \begin{bmatrix} \text{第} \\ \text{|} \\ \text{列} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{第} \\ \text{|} \\ m \\ \text{列} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 23 \dots 37 \\ \chi_{01} \\ \chi_{11} \\ \vdots \\ \boxed{\chi_{nm}} \\ 3 \end{bmatrix} \leftarrow \text{答案}$$