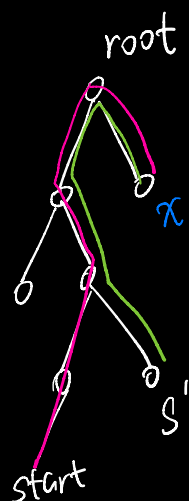


# Longest Path on the Tree

① 第一次 BFS，从任意点 root 开始，找到起点 (root)，起点是离 root 最远的点。

证明



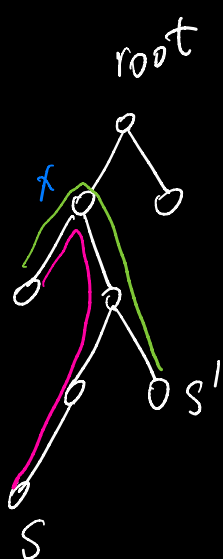
1. 最长路径经过 root

定义 start 是离 root 最远的点。

假设有另一个  $S'$  开始的点使一条经过 root 的路径更大。

但根据定义  $root \sim S > root \sim S'$

$\therefore start \sim x > start \sim S'$



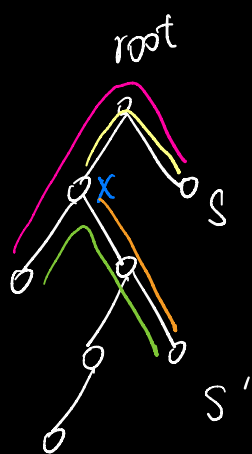
2. 最长路径不经过 root

根据定义  $root \sim S > root \sim S'$

$\therefore root \sim S - root \sim x$

$> root \sim S' - root \sim x$

$\therefore$  粉色长度  $>$  绿色长度



3. S 在另一个子树上

根据定义  $root \sim S > root \sim S'$

$\therefore root \sim S + root \sim x$

$> root \sim S' - root \sim x$

黄色部分  $>$  橘色部分

$\therefore$  粉色部分  $>$  绿色部分

② 第二次 BFS，从起点 (start) 开始，找到终点 (end)，离 start 最远的点。

start - end 即为最长路径。