

第五章 数字滤波器结构

Structures for digital filter

5.1

数字滤波器概述

5.2

IIR数字滤波器结构

5.3

FIR数字滤波器结构



第五章 数字滤波器结构

Structures for digital filter

5.2 IIR数字滤波器结构

直接I型及直接II型结构

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁



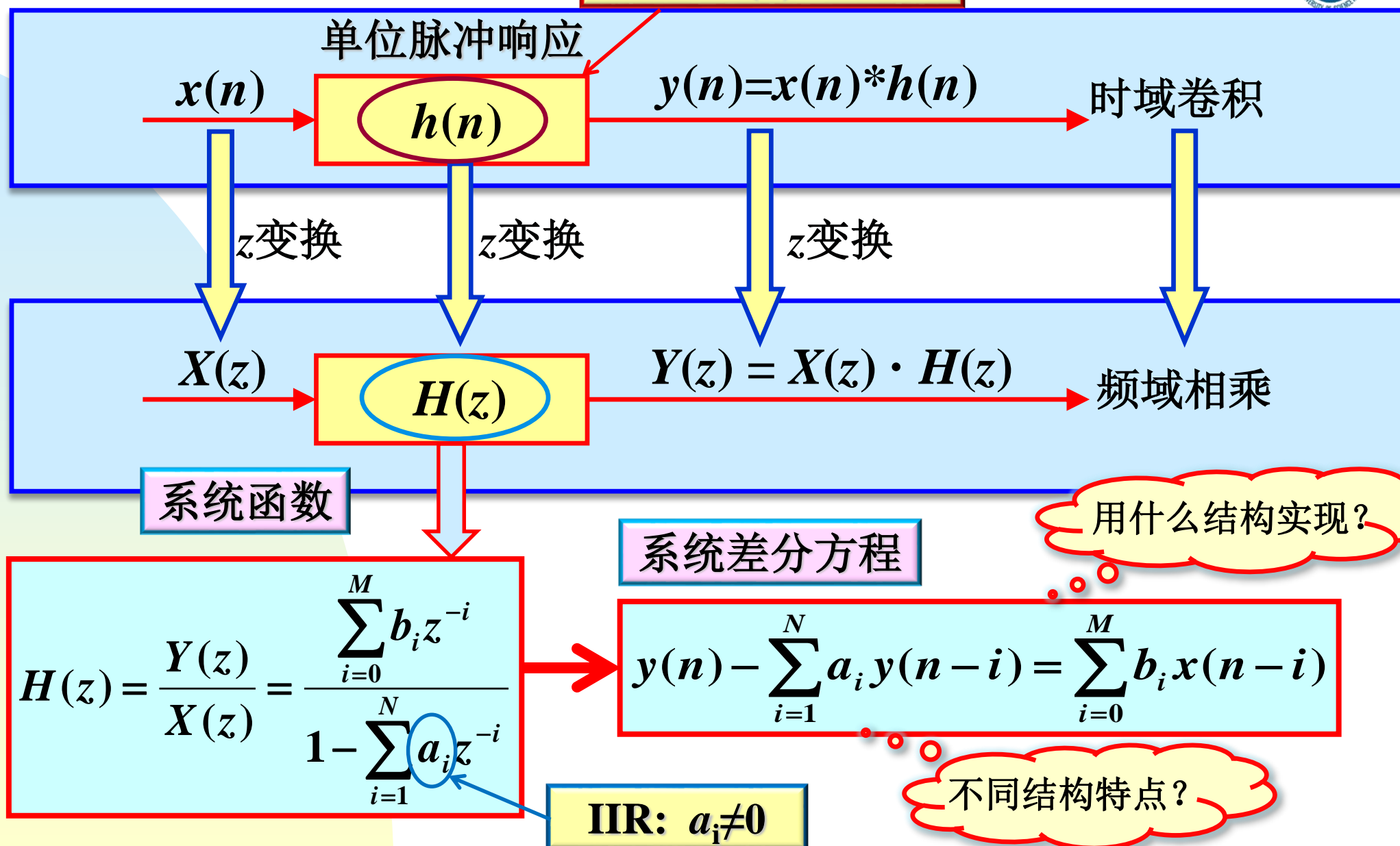
5.2 IIR数字滤波器结构

一、IIR DF特点

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}}$$

- 1、单位脉冲响应 $h(n)$ 是无限长的： $n \rightarrow \infty$
- 2、系统函数 $H(z)$ 在有限 z 平面上 ($0 < |z| < \infty$) 有极点存在。
- 3、结构上存在输出到输入的反馈，也即结构上是递归型的。
- 4、因果稳定的IIR滤波器其全部极点一定在单位圆内。

IIR: $h(n)$ 无限长



二、初识 IIR 数字滤波器结构 —— 直接I型

Direct form I



华东理工大学

系统函数

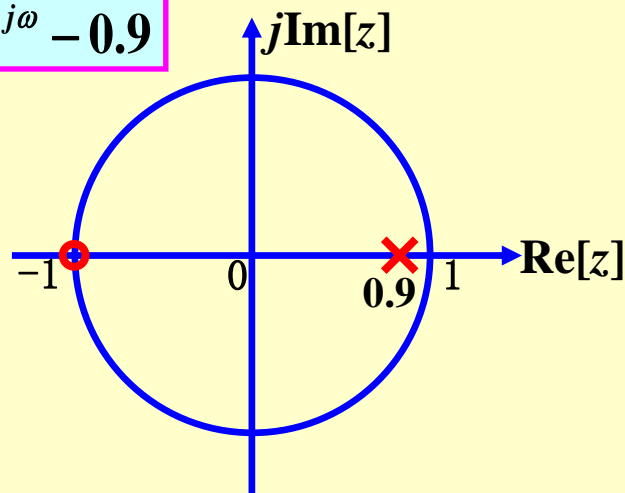
差分方程

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 0.05 \frac{1 + z^{-1}}{1 - 0.9z^{-1}}$$

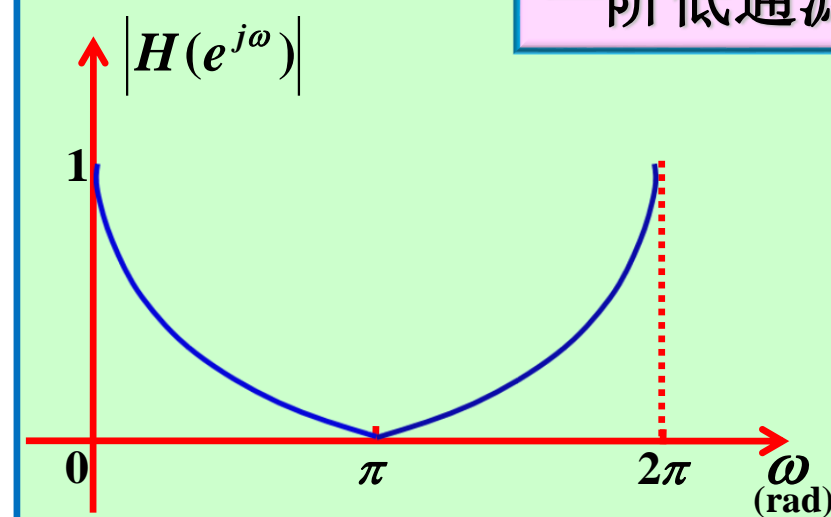
$$y(n) - 0.9y(n-1) = 0.05x(n) + 0.05x(n-1)$$

$$y(n) = 0.9y(n-1) + 0.05x(n) + 0.05x(n-1)$$

$$H(e^{j\omega}) = 0.05 \frac{e^{j\omega} + 1}{e^{j\omega} - 0.9}$$



一阶低通滤波器



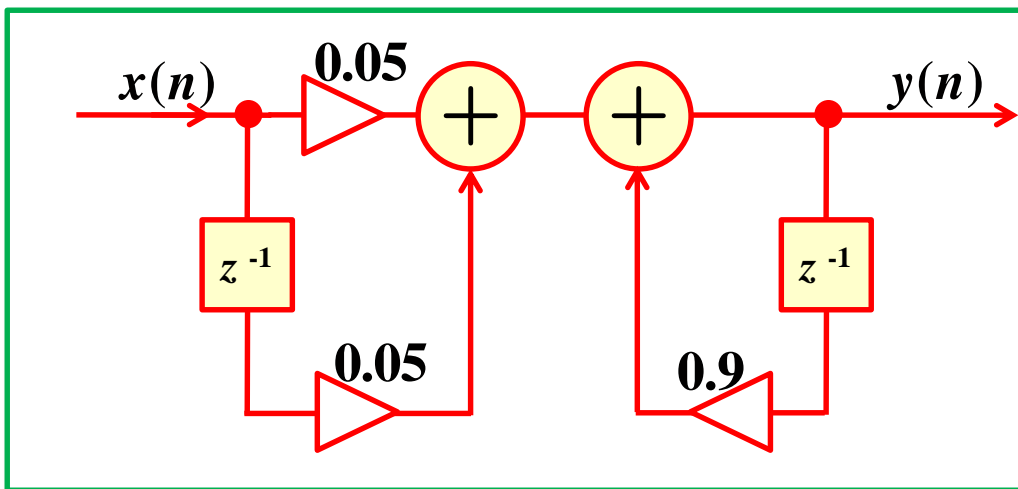
系统函数

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 0.05 \frac{1 + z^{-1}}{1 - 0.9z^{-1}}$$

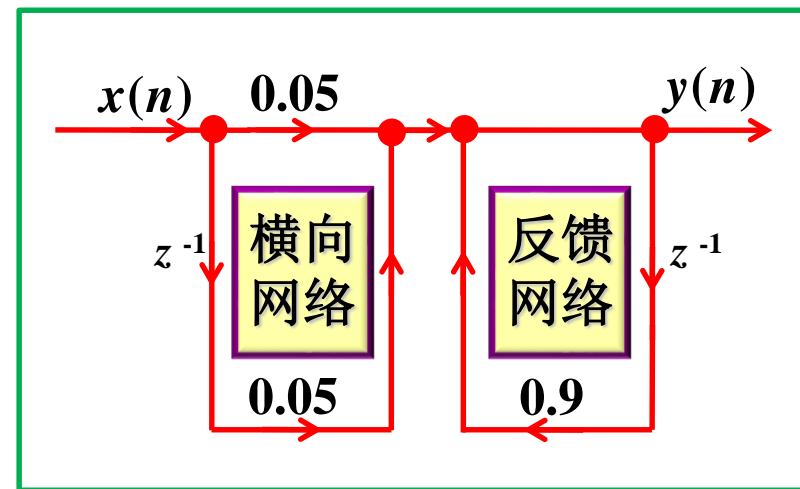
差分方程

$$y(n] = 0.9y[n-1] + 0.05x[n] + 0.05x[n-1]$$

方框图



信号流图



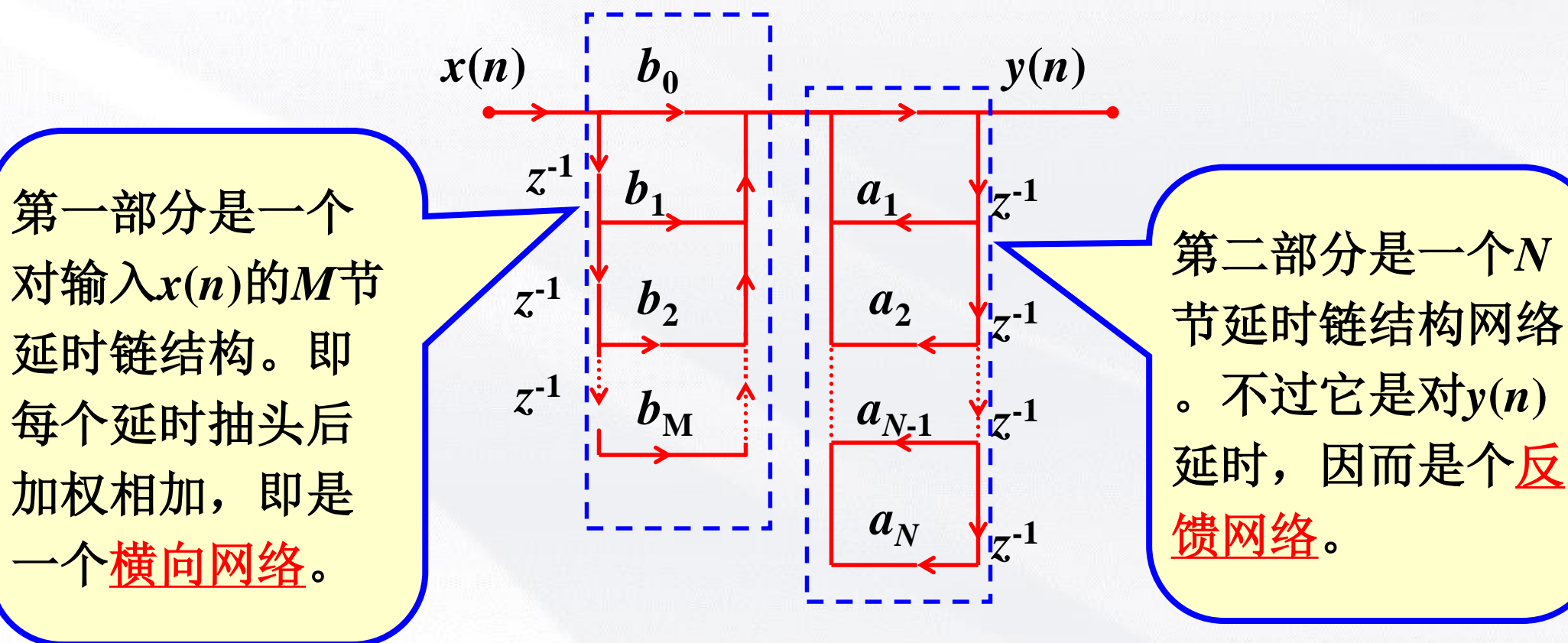
计算成本

加法器个数	乘法器个数	延迟单元
2	3或2	2

➤ 直接I型流图

$$y(n) = \sum_{i=1}^N a_i y(n-i) + \sum_{i=0}^M b_i x(n-i)$$

IIR DF的**差分方程**就代表了一种最直接的计算公式，用流图表现出来的实现结构即为**直接I型**结构(即由差分方程直接实现)。



直接I型IIR数字滤波器结构的特点

- ◆ **两个网络级联：**
第一个**横向**的M节延时网络实现**零点**；第二个**反馈**的N节延时网络实现**极点**。
- ◆ 共需 **$(N+M)$ 级**延时单元。
- ◆ 系数 a_i 、 b_i 不能直接决定单个零极点，因而**不能很好地进行滤波器性能控制**。
- ◆ 极点对系数的变化过于灵敏，**容易出现不稳定或产生较大误差**。



➤ 直接I型IIR数字滤波器结构分析

- ◆ 结构图直接由差分方程获得，**结构清晰、易于理解**
- ◆ 关注其延时单元：**延时单元能否合并？**

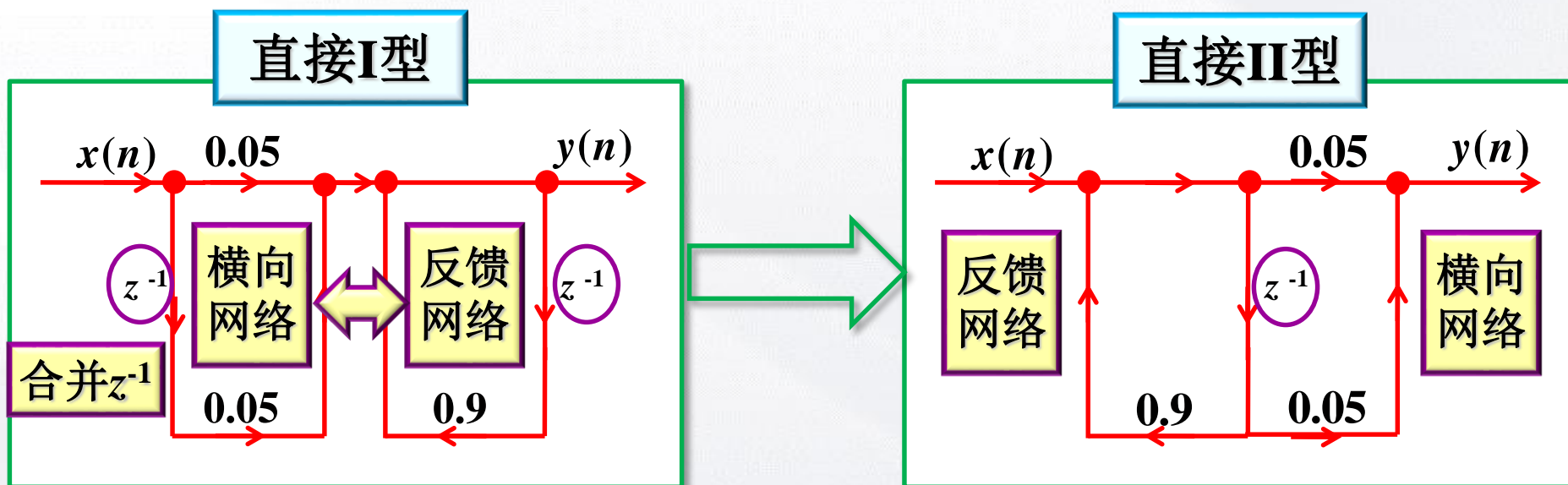
三、直接 II 型 IIR 数字滤波器结构

Direct form II



华东理工大学

$$y(n] = 0.9y[n - 1] + 0.05x[n] + 0.05x[n - 1]$$



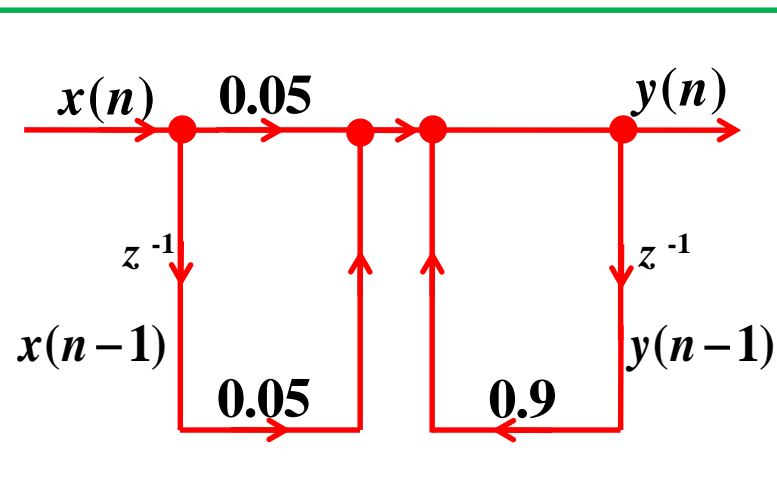
计算成本

加法器个数	乘法器个数	延迟单元
2	3或2	1

存储器减少一半!

直接I型

已知 $x(n]$ 、 $x(n-1)$ 、 $y(n-1)$ ，求 $y(n)$



存储器1：存放 $x(n-1)$ 的值

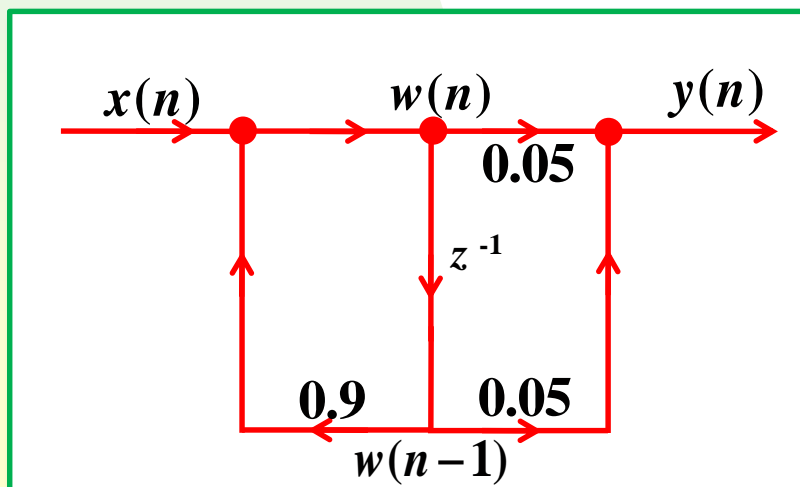
存储器2：存放 $y(n-1)$ 的值

直接用差分方程求解 $y(n)$

$$y(n) = 0.9y(n-1) + 0.05x(n) + 0.05x(n-1)$$

直接II型

已知 $x(n]$ 、 $w(n-1)$ ，求 $y(n)$



存储器1：存放 $w(n-1)$ 的值

按结构图分两步求解 $y(n)$

$$w(n) = x(n) + 0.9w(n-1)$$

$$y(n) = 0.05w(n) + 0.05w(n-1)$$



直接II型IIR数字滤波器结构的特点

- ◆ **两个网络级联：**
第一个**横向**的M节延时网络实现**零点**；第二个**反馈**的N节延时网络实现**极点**。
- ◆ 只需N级($N \geq M$)延时单元，**所需延时单元最少**。故称**典范型**。
- ◆ 具有直接型实现的一般缺点。

5.2 IIR数字滤波器结构

例：已知IIR DF系统函数，画出直接I型、直接II型的结构流图。

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{8z^3 - 4z^2 + 11z - 2}{(z - \frac{1}{4})(z^2 - z + \frac{1}{2})} = \frac{8z^3 - 4z^2 + 11z - 2}{z^3 - \frac{5}{4}z^2 + \frac{3}{4}z - \frac{1}{8}} \\ &= \frac{8 - 4z^{-1} + 11z^{-2} - 2z^{-3}}{1 - \frac{5}{4}z^{-1} + \frac{3}{4}z^{-2} - \frac{1}{8}z^{-3}} \end{aligned}$$

此处归一化为1

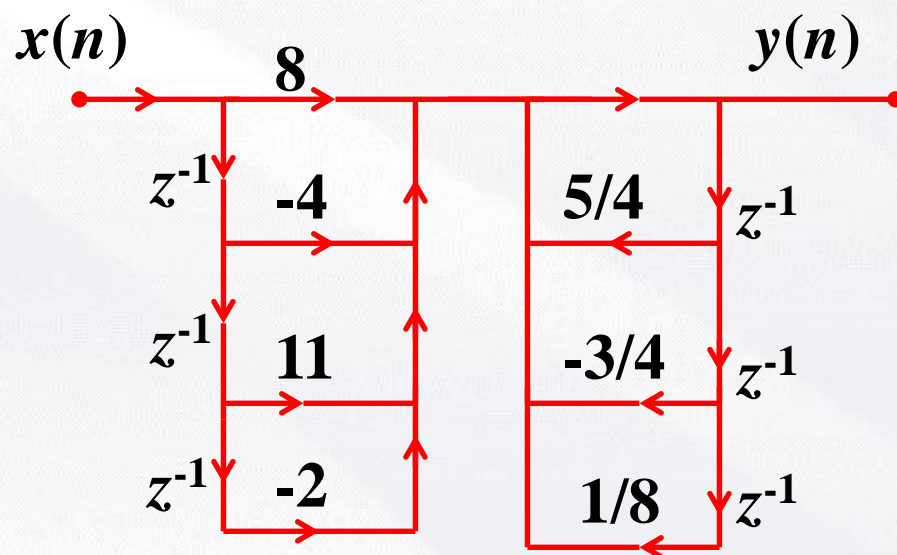
将 $H(z)$ 化为 z^{-1} 的有理式



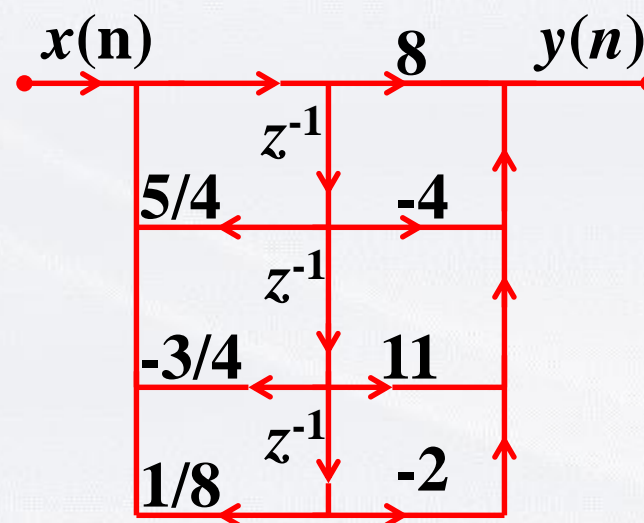
5.2 IIR数字滤波器结构

$$H(z) = \frac{8 - 4z^{-1} + 11z^{-2} - 2z^{-3}}{1 - \frac{5}{4}z^{-1} + \frac{3}{4}z^{-2} - \frac{1}{8}z^{-3}}$$

直接I型



直接II型



注意反馈部分系数符号



第五章 数字滤波器结构

Structures for digital filter

5.2 IIR数字滤波器结构

直接I型及直接II型结构

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁

