第二章　z 变换与LSI系统频域分析

The z Transform and Frequency domain analysis of LSI System

第二章 z 变换与LSI系统频域分析

The z Transform and Frequency domain analysis of LSI System

2.5 几何法画频率响应(1)

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁

分析：累加器系统的幅频响应

$$\boxed{y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k)}$$

$$\boxed{y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k)}$$

$$\boxed{y(n-1)=\sum_{k=-\infty}^{n-1}x(k)}$$

$-$

系统差分方程：

$$\boxed{y(n)-y(n-1)=x(n)}$$

初识几何法画系统幅频响应的方法 —— 累加器系统分析

系统差分方程：

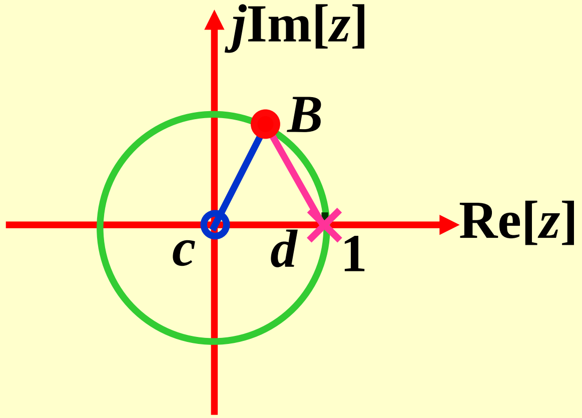
$$y(n)-y(n-1)=x(n)$$

z变换

$$Y(z)-z^{-1}Y(z)=X(z)$$

系统函数：

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1}{1-z^{-1}}=\frac{z}{z-1}$$



单位圆上转动的一个点B

$$H(e^{j\omega})=\frac{e^{j\omega}}{e^{j\omega}-1}=\frac{e^{j\omega}-0}{e^{j\omega}-1}$$

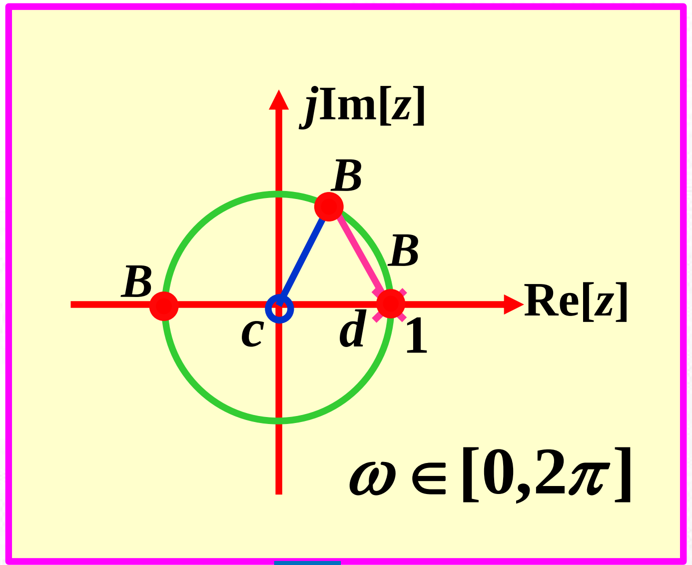
零点c

极点d

$$\left|H(e^{j\omega})\right|=\frac{\left|e^{j\omega}-c\right|}{\left|e^{j\omega}-d\right|}=\frac{|cB|}{|dB|}$$

$\omega\in[0,2\pi]$

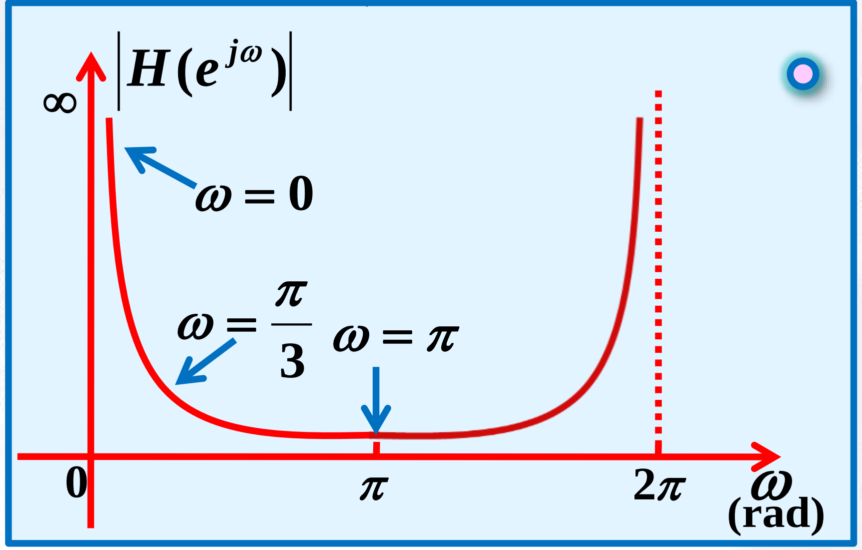
初识几何法画系统幅频响应的方法 —— 累加器系统分析

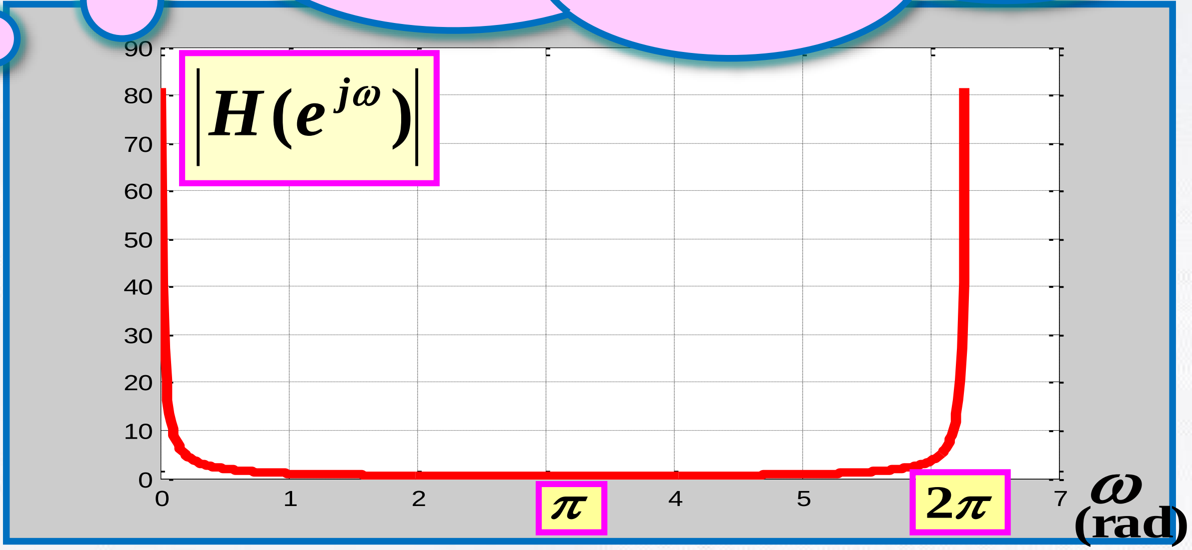


$$\left|H(e^{j\omega})\right| = \frac{\left|e^{j\omega}-c\right|}{\left|e^{j\omega}-d\right|} = \frac{|cB|}{|dB|}$$

1、极点在单位圆上，幅频响应值无穷大，系统不稳定；

2、原点处的零极点对幅频响应值没有影响。



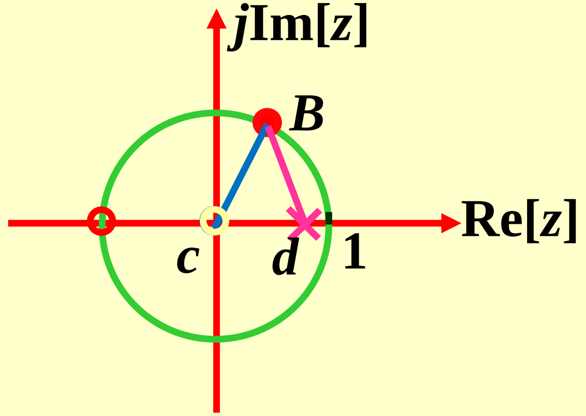


初识几何法画系统幅频响应的方法 —— 累加器系统的改造

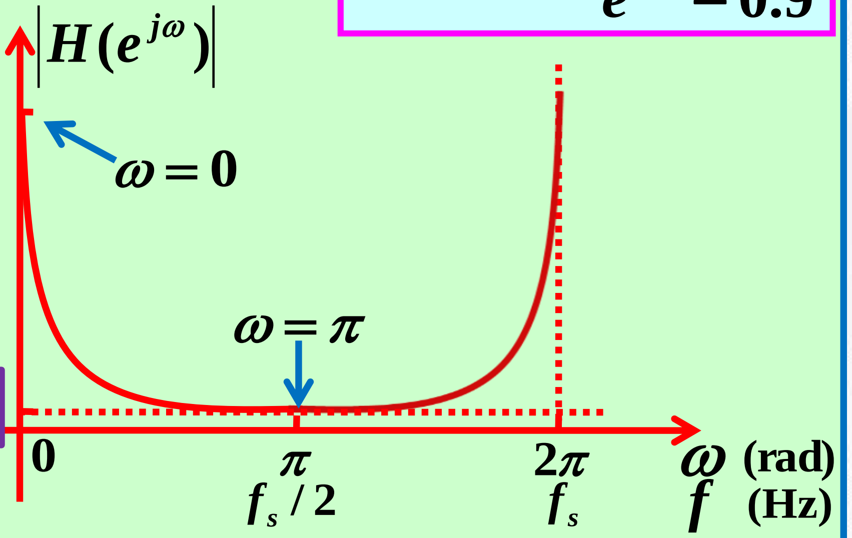
$$H(z)=\frac{z}{z-1} \Rightarrow H(z)=\frac{z}{z-0.9} \Rightarrow y(n)-0.9y(n-1)=x(n)$$

$$H(z)=\frac{1}{10}\frac{z}{z-0.9}$$

$1 \leftarrow 10$



$$H(e^{j\omega})=\frac{e^{j\omega}}{e^{j\omega}-0.9}$$

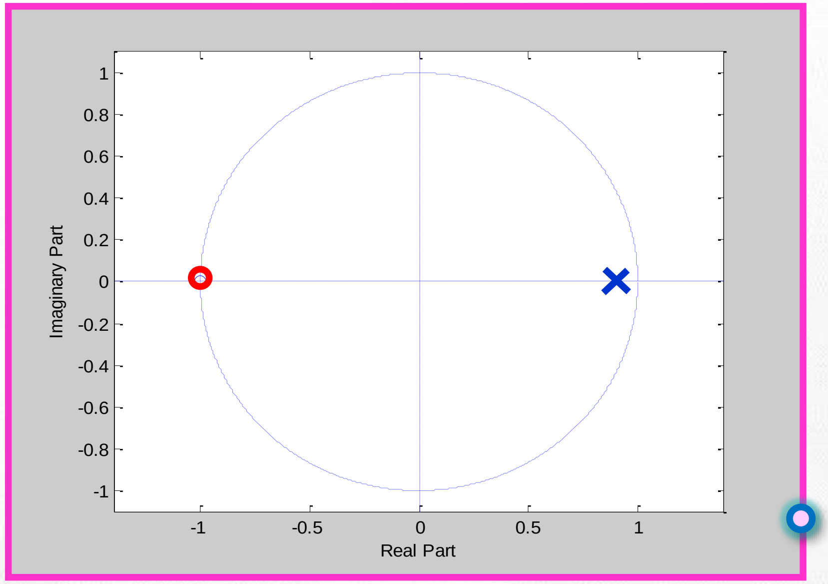


$=0 \leftarrow \neq 0$

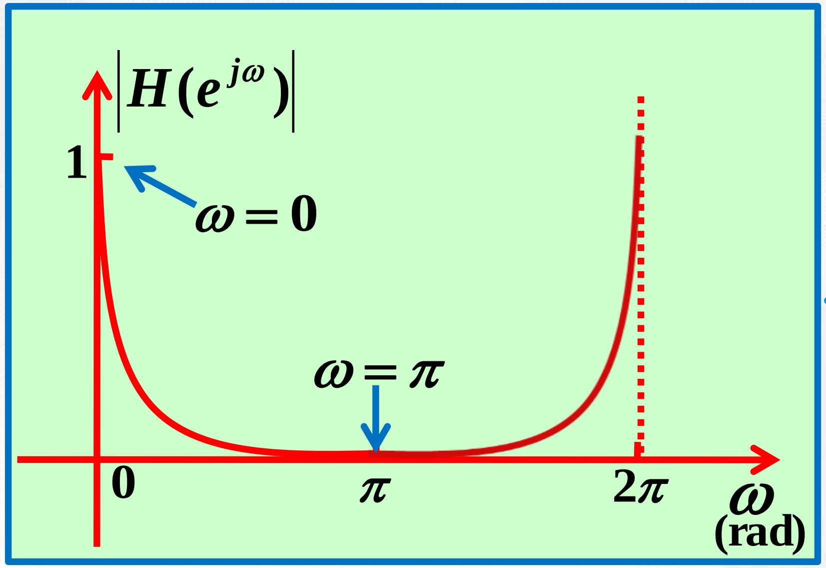
$$H(z)=\frac{1}{10}\frac{z+1}{z-0.9}$$

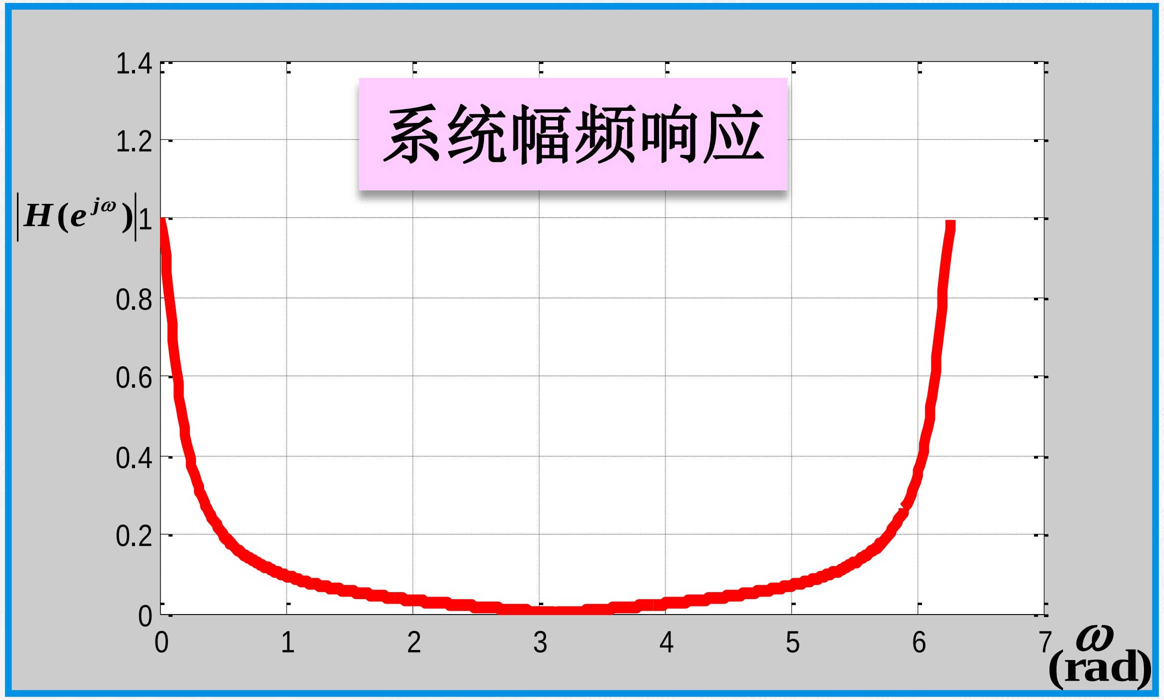
$$H(z)=\frac{1}{20}\frac{z+1}{z-0.9}$$

初识几何法画系统幅频响应的方法 —— 累加器系统的改造



3、零点在单位圆上，幅频响应值为0，系统对此处频率能起到很好的**滤波**作用。





LSI系统幅频响应的几何确定法

已知：

$$H(z)=A\cdot\frac{\prod_{r=1}^{M}(1-c_r z^{-1})}{\prod_{r=1}^{N}(1-d_r z^{-1})}$$

系统的特性与**零、极点位置**紧密相关

其中，A为增益(比例常数)，c_r为零点，d_r为极点。

$$H(z)=\underbrace{A}_{\text{增益}}\cdot z^{N-M}\cdot\frac{\prod_{r=1}^{M}(z-c_r)}{\prod_{r=1}^{N}(z-d_r)}$$

零点 **Zero**

极点 **Pole**

LSI系统幅频响应的几何确定法

若系统稳定，则$H(e^{j\omega})$一定存在，令 $z=e^{j\omega}$

$$\boxed{H(e^{j\omega})=A\cdot e^{j\omega(N-M)}\frac{\prod_{r=1}^{M}(e^{j\omega}-c_r)}{\prod_{r=1}^{N}(e^{j\omega}-d_r)}}$$

令：$N=M$，有：

$$\boxed{H(e^{j\omega})=A\cdot\frac{\prod_{r=1}^{M}(e^{j\omega}-c_r)}{\prod_{r=1}^{N}(e^{j\omega}-d_r)}}$$

即使$N\neq M$，对$H(e^{j\omega})$而言，幅度不受影响，相位增加$(N-M)\omega$。

LSI系统幅频响应的几何确定法

我们令： $\overrightarrow{c_r B} = e^{j\omega} - c_r$ (零点矢量)　$\overrightarrow{d_r B} = e^{j\omega} - d_r$ (极点矢量)

其中，B为单位圆$e^{j\omega}$上的点。若用极坐标表示：

$$\overrightarrow{c_r B} = (c_r B) \cdot e^{j\alpha_r}$$

$$\overrightarrow{d_r B} = (d_r B) \cdot e^{j\beta_r}$$

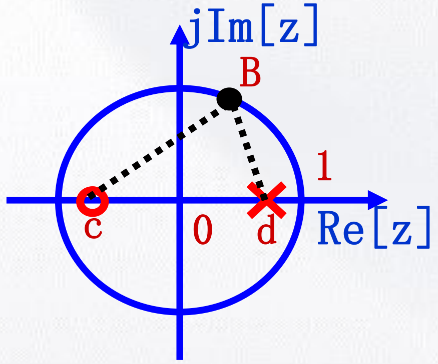
$$|H(e^{j\omega})| = A \cdot \frac{\prod_{r=1}^{M} (c_r B)}{\prod_{r=1}^{N} (d_r B)}$$

得到：

$$H(e^{j\omega}) = A \cdot \frac{\prod_{r=1}^{M} \overrightarrow{c_r B}}{\prod_{r=1}^{N} \overrightarrow{d_r B}} = \boxed{|H(e^{j\omega})|} \cdot e^{j\theta(\omega)}$$

零极点位置与系统频率响应的关系小结

$$|H(e^{j\omega})| = A \cdot \frac{\prod_{r=1}^{M}(c_r B)}{\prod_{r=1}^{N}(d_r B)}$$



① 当**B点**转到**极点附近**时，幅度可能出现**峰值**。

★极点越靠近单位圆，幅值越大。

★若极点出现在单位圆$e^{j\omega}$上，则$H(e^{j\omega})$幅值为∞，系统不稳定。

② 当**B点**转到**零点附近**时，幅度可能出现**谷值**。

★零点越靠近单位圆，幅值越小。

★若零点出现在单位圆$e^{j\omega}$上，则$H(e^{j\omega})$幅值为0。

第二章 z 变换与LSI系统频域分析

The z Transform and Frequency domain analysis of LSI System

2.5 几何法画频率响应(1)

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁