第二章 z 变换与LSI系统频域分析

The z Transform and Frequency domain analysis of LSI System

第二章 z 变换与LSI系统频域分析

The z Transform and Frequency domain analysis of LSI System

2.6 特殊滤波器的设计

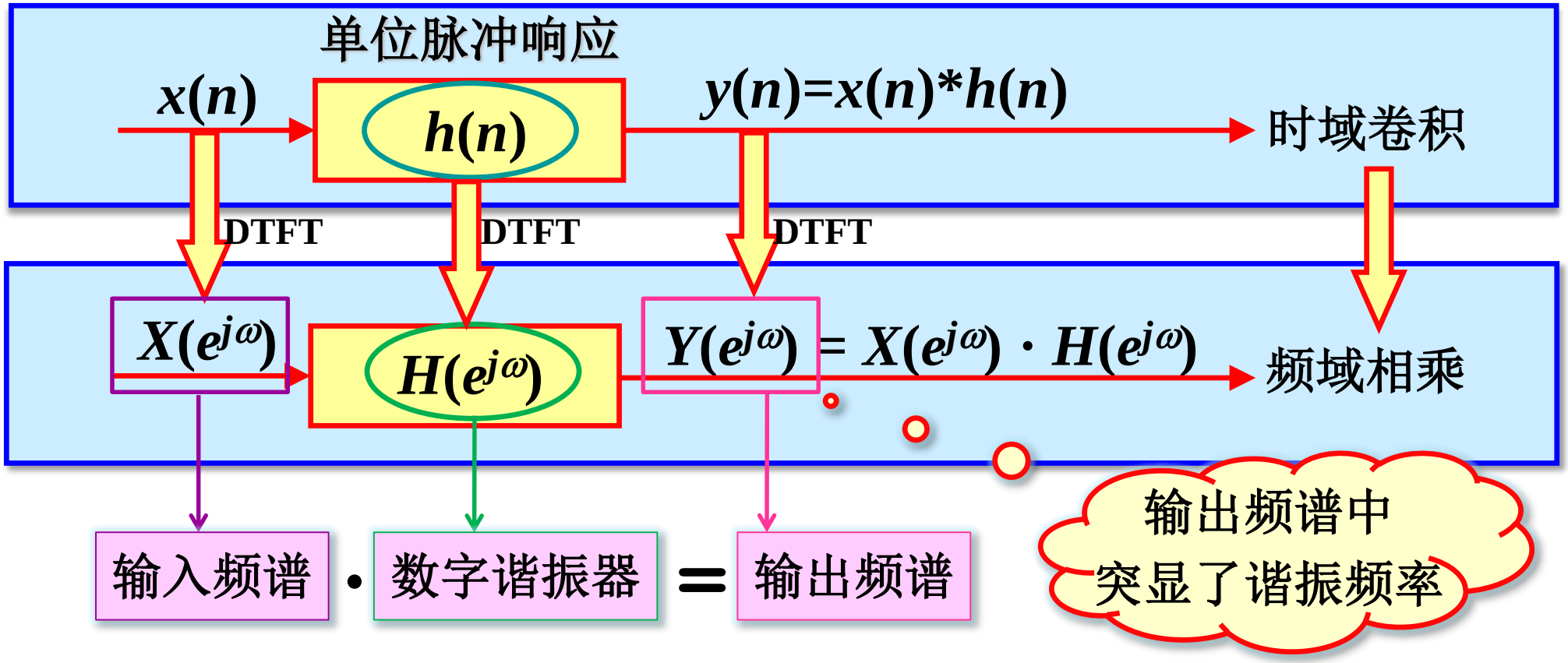
数字谐振器的设计

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁

二阶数字谐振器的基本概念

共振器：*Resonator*

电路里的谐振：当电路中激励的频率等于电路的固有频率时，电路电磁振荡的振幅也将达到峰值。 *Peak value*

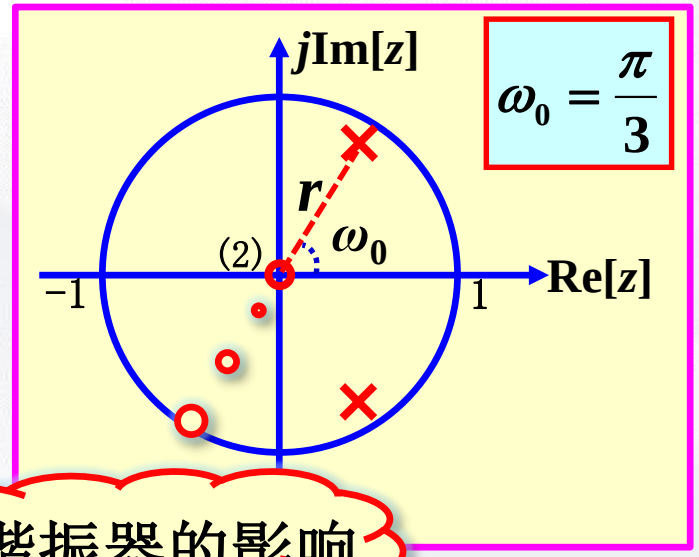


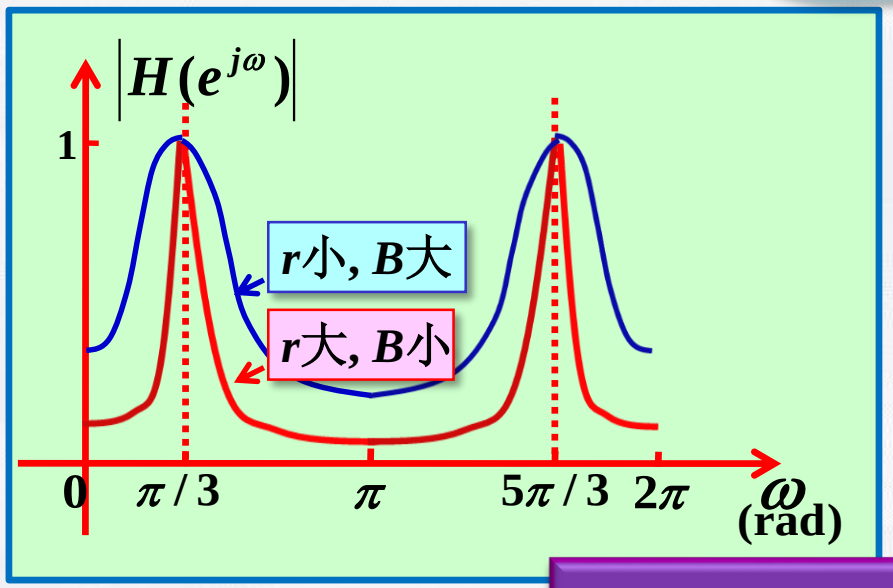
常见的二阶数字谐振器

(1)

$$H(z)=A\frac{1}{(1-re^{j\omega_0}z^{-1})(1-re^{-j\omega_0}z^{-1})} \Rightarrow H(z)=A\frac{z^2}{(z-re^{j\omega_0})(z-re^{-j\omega_0})}$$

一对共轭极点





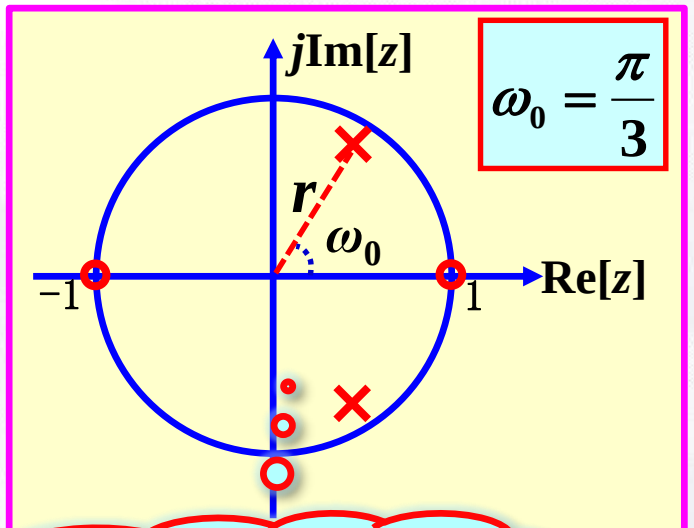
r对谐振器的影响

带宽B与r 成反比！

常见的二阶数字谐振器

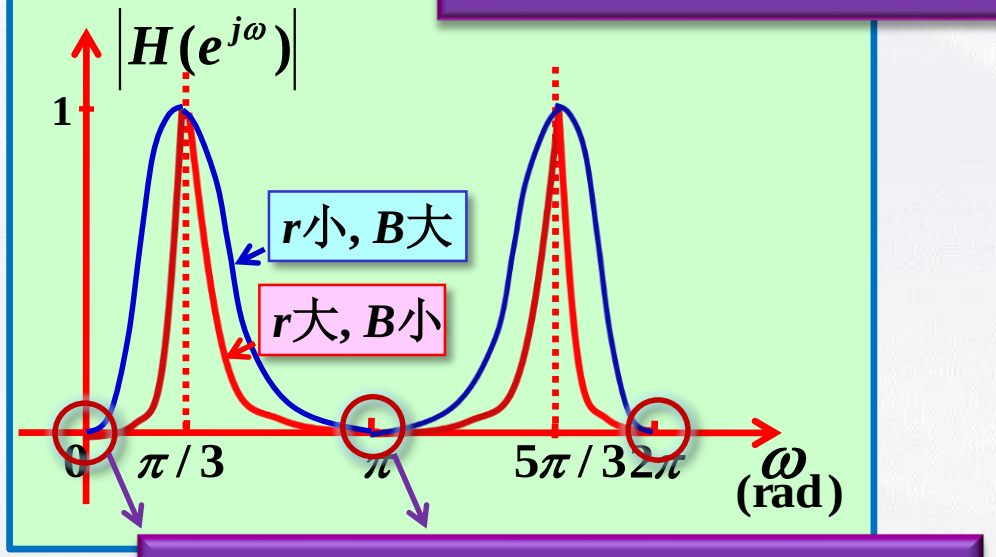
零点位置改变

(2) $$H(z)=A\frac{(1-z^{-2})}{(1-re^{j\omega_0}z^{-1})(1-re^{-j\omega_0}z^{-1})} \Rightarrow H(z)=A\frac{(z-1)(z+1)}{(z-re^{j\omega_0})(z-re^{-j\omega_0})}$$



零点对谐振器的影响

带宽B与r 成反比！



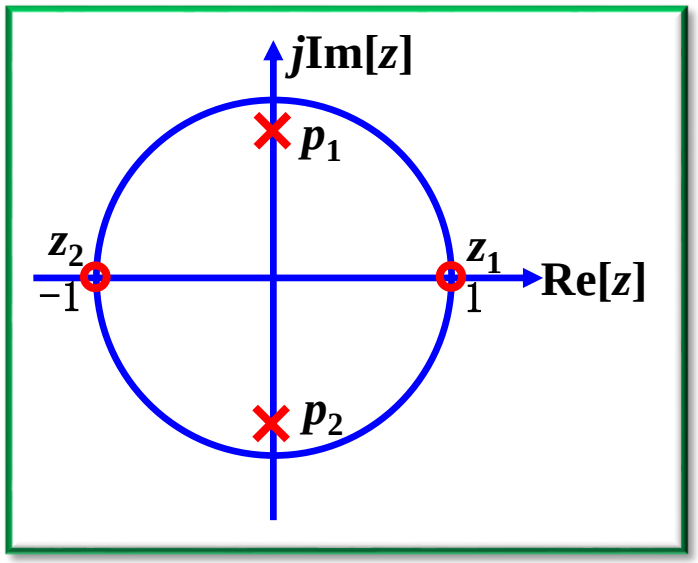
直流和最高频分量被滤除

例：设计一个二阶带通滤波器，$\omega=\pi/2$是通带中心，在$\omega=0,\pi$两点，频率响应为零，在$\omega=4\pi/9$处，幅度为$1/\sqrt{2}$。

解：二阶带通滤波器 ⇒ 用数字谐振器实现

$\omega=\pi/2$是通带中心 → 极点：$p_{1,2}=re^{\pm j\pi/2}=\pm jr$

$\omega=0,\ \pi$时频响为0 → 零点：$z_1=1,\quad z_2=-1$



滤波器系统函数：

$0<r<1$

$$H(z)=G\frac{(z-1)(z+1)}{(z-jr)(z+jr)}=G\frac{z^2-1}{z^2+r^2}$$

参数G和r怎么取

二阶数字谐振器举例

(1) G的确定—— 谐振频率处的幅频响应值归一化为1

$$H(e^{j\omega})=G\frac{e^{j2\omega}-1}{e^{j2\omega}+r^2} \xrightarrow{|H(e^{j\frac{\pi}{2}})|=1} |H(e^{j\pi/2})|=\left|G\frac{2}{1-r^2}\right|=1$$

$$|G|=\frac{1-r^2}{2}$$

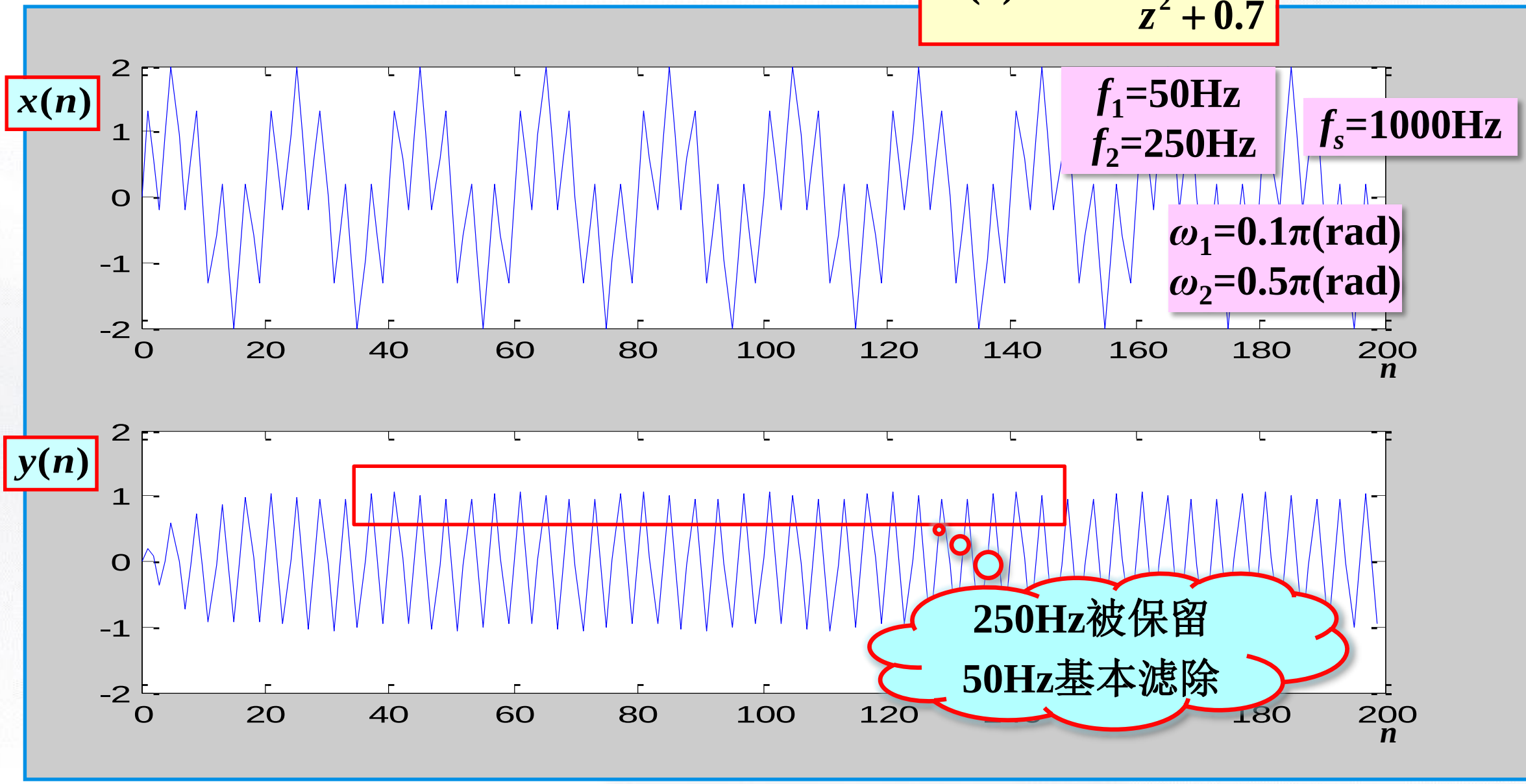
(2) r的确定—— 在ω=4π/9处，幅度为$1/\sqrt{2}$

$$H(e^{j\omega})=G\frac{e^{j2\omega}-1}{e^{j2\omega}+r^2} \xrightarrow{|H(e^{j\frac{4\pi}{9}})|^2=\frac{1}{2}} \left|H(e^{j\frac{4}{9}\pi})\right|^2=\left|G\frac{e^{j\frac{8}{9}\pi}-1}{e^{j\frac{8}{9}\pi}+r^2}\right|^2=\frac{1}{2}$$

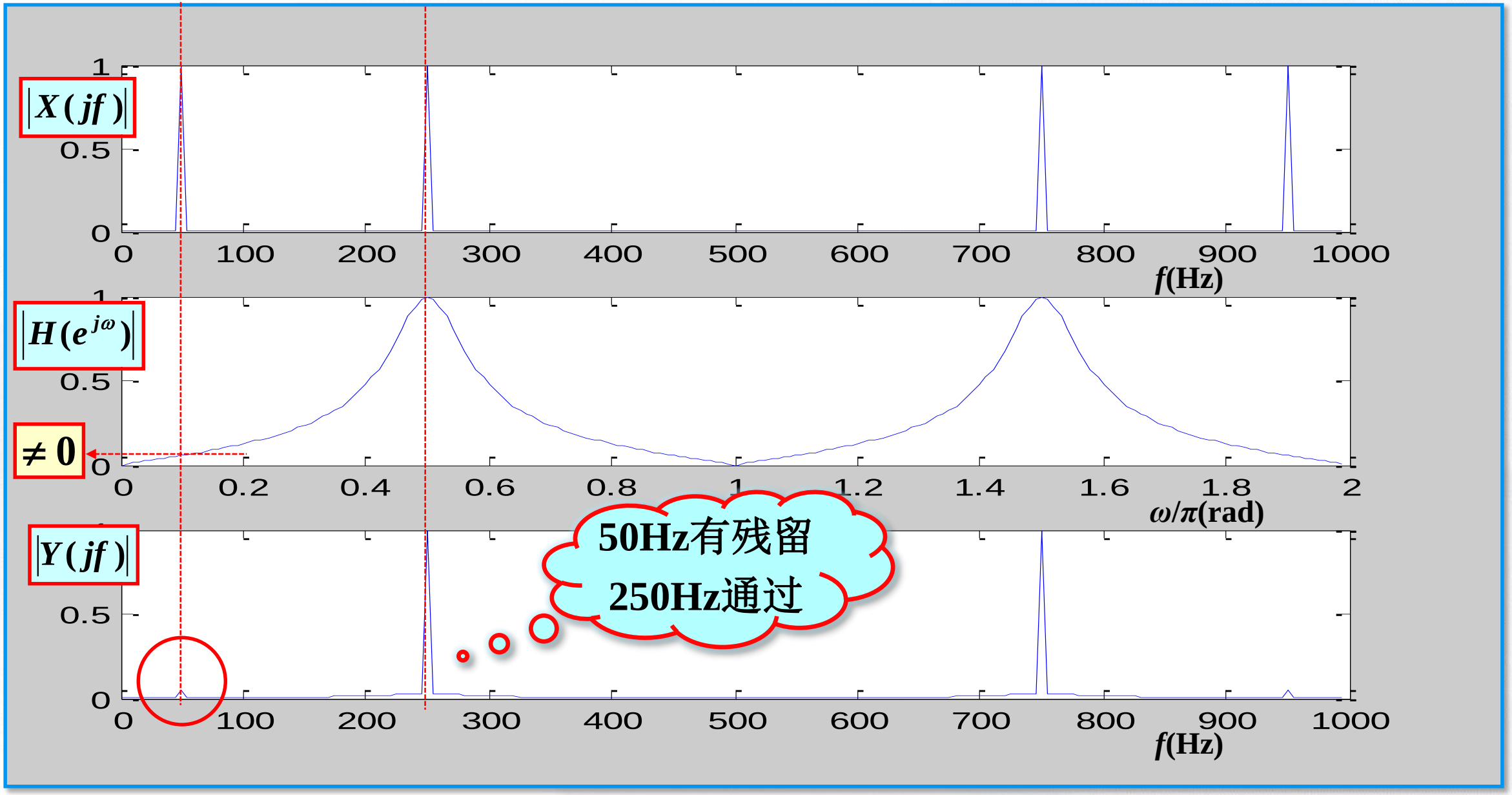
$$r^2=0.7 \Rightarrow |G|=\left|\frac{1-r^2}{2}\right|=0.15$$

二阶数字谐振器举例 —— 仿真实验

$$H(z)=0.15\frac{z^2-1}{z^2+0.7}$$



二阶数字谐振器举例 —— 仿真实验

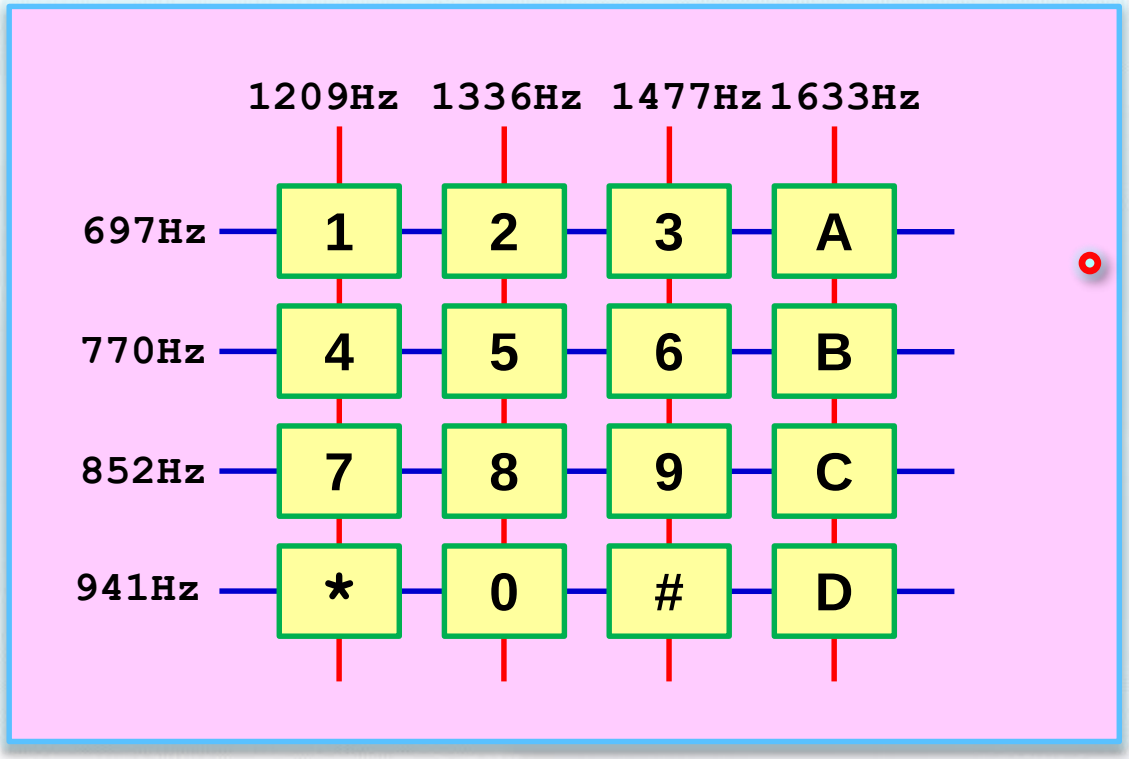


波形发生器 —— 双音多频信号的产生

Waveform generator

DTMF(Dual Tone Multi-Frequency)

DTMF技术规范



如何产生双音多频信号

正弦波发生器！

$\delta(n)$ DTFT $X(e^{j\omega}) = \mathrm{DTFT}[\delta(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(n)e^{-j\omega n} = 1$

$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$

单位脉冲响应

$x(n)$ → $h(n)$ → $y(n)=x(n)*h(n)$ → 时域卷积

DTFT DTFT DTFT

$X(e^{j\omega})$ $H(e^{j\omega})$ $Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega}) \cdot H(e^{j\omega})$ → 频域相乘

输入频谱 • 波形发生器 = 输出频谱

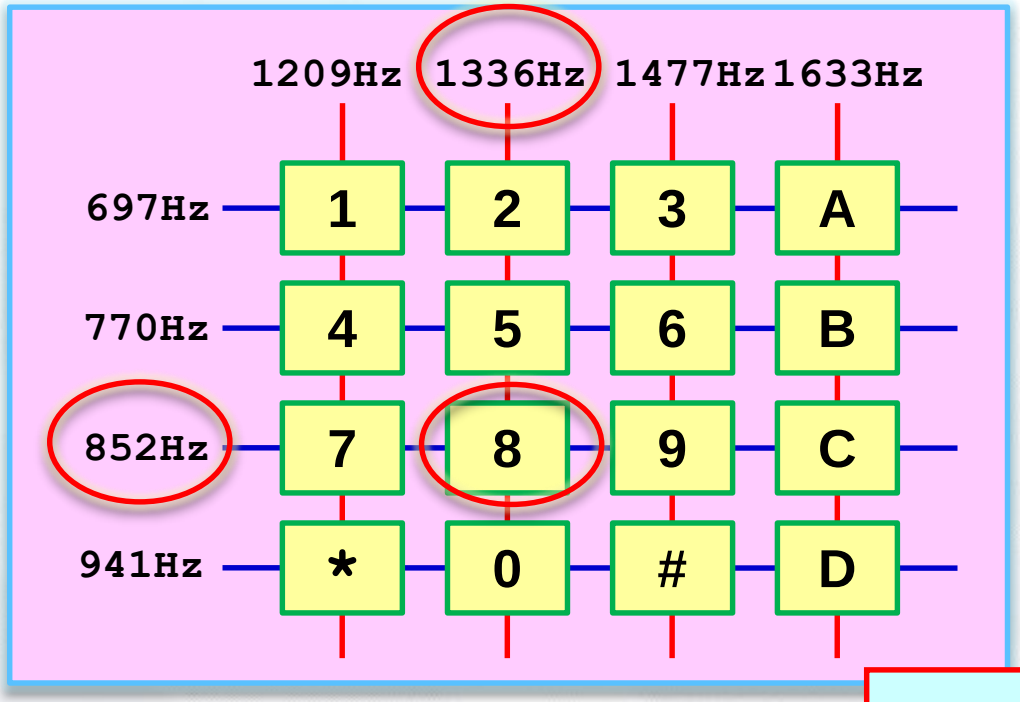
$X(e^{j\omega}) = 1$

选择需要的频率成分

输入信号频谱为在整个频率范围均匀分布

输出频谱中
保留需要的频率

波形发生器 —— 双音多频信号的产生

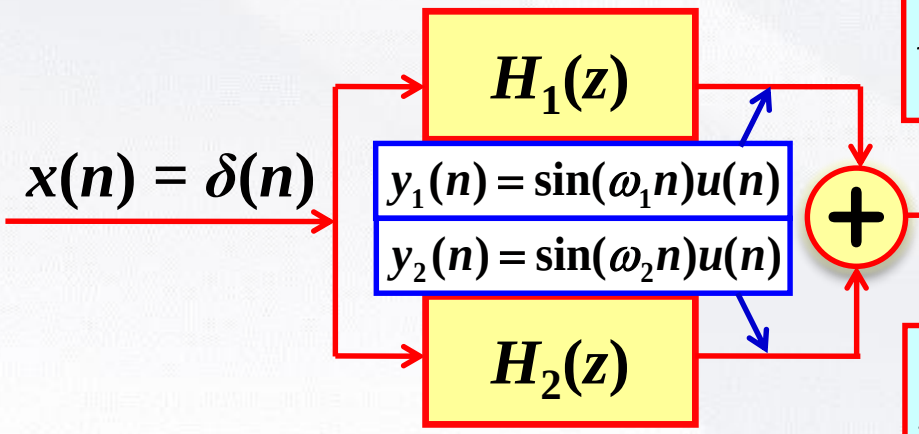


➢ 计算归一化频率ω_1和ω_2

$$f_s = 8000\text{Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi \cdot 852/8000 = 0.213\pi$$

$$\omega_2 = 2\pi \cdot 1336/8000 = 0.334\pi$$



$$A_1 = \sin(\omega_1)$$

$$H_1(z) = A_1 \frac{z}{(z - re^{j\omega_1})(z - re^{-j\omega_1})}$$

$r = 1$ 选择852Hz通过

$$A_2 = \sin(\omega_2)$$

$$H_2(z) = A_2 \frac{z}{(z - re^{j\omega_2})(z - re^{-j\omega_2})}$$

$r = 1$ 选择1336Hz通过

产生按键8的双音多频信号

第二章 z 变换与LSI系统频域分析

The z Transform and Frequency domain analysis of LSI System

2.6 特殊滤波器的设计

数字谐振器的设计

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁