

# 第七章 FIR数字滤波器设计

## *FIR Digital Filter Design*

- 7.1 线性相位FIR数字滤波器的条件和特点
- 7.2 利用窗函数法设计FIR滤波器
- 7.3 利用频率采样法设计FIR滤波器
- 7.4 利用等波纹逼近法设计FIR滤波器



# 第七章 FIR数字滤波器设计

*FIR Digital Filter Design*

## 7.4 利用等波纹逼近法设计FIR滤波器

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁





### 等波纹逼近法设计FIR滤波器

- 等波纹逼近法的**基本思想**
- 用**MATLAB**实现等波纹最佳逼近设计方法
- **举例**分析与比较

## 7.4 利用等波纹逼近法设计FIR滤波器

### 等波纹逼近法设计FIR滤波器

等波纹最佳逼近法是一种**优化设计法**，它克服了窗函数设计法和频率采样法的缺点，使**最大误差最小化**，并在**整个逼近频段上均匀分布**。

用等波纹最佳逼近法设计的FIRDF的幅频响应在**通带和阻带都是等波纹的**，而且可以分别**控制通带和阻带波纹幅度**。**最佳逼近**是指在**滤波器长度给定的条件下使加权误差波纹幅度最小化**。



## 7.4 利用等波纹逼近法设计FIR滤波器



### ◆ 等波纹最佳逼近设计法的基本思想

$H_d(\omega)$ 为理想幅度特性函数，且满足线性相位约束条件。 $H_g(\omega)$ 为实际设计的滤波器幅度特性函数。

定义加权误差函数： $E(\omega) = W(\omega)[H_d(\omega) - H_g(\omega)]$

其中， $W(\omega)$ 为加权函数，用来控制通带和阻带的逼近精度。

等波纹最佳逼近基于切比雪夫逼近，在通带和阻带以 $|E(\omega)|$ 的最大值最小化为准则，采用Remez多重交换迭代算法求解滤波器系数，即单位脉冲响应 $h(n)$ 。





## 7.4 利用等波纹逼近法设计FIR滤波器



$$E(\omega) = W(\omega)[H_d(\omega) - H_g(\omega)]$$

### ◆ 算法说明:

**$W(\omega)$ 取值越大的频段逼近精度越高。**开始设计时应根据逼近精度要求确定 $W(\omega)$ ，在Remez多重交换迭代过程中 $W(\omega)$ 是确知函数。

等波纹最佳逼近设计中，把数字频段分为**逼近区域和无关区域**。逼近区域一般指通带和阻带，无关区域一般指过渡带。设计过程中只**考虑对逼近区域的最佳逼近**，但无关区宽度不能为零，即 $H_g(\omega)$ 不可能是理想滤波特性。



## 7.4 利用等波纹逼近法设计FIR滤波器



### ◆ 用MATLAB实现等波纹最佳逼近设计方法

- (1) 根据逼近指标估算滤波器阶数 $N$ 和加权函数 $W(\omega)$ ;
- (2) 采用Remez算法求滤波器单位脉冲响应 $h(n)$ 。

➤ **remez函数:** `hn = remez(M, fo, mo, w)`

**M:** 滤波器阶数;

**fo:** 边界频率向量;

**mo:** 与fo对应的幅度向量, 长度与fo长度相等;

**w:** 误差加权向量, 长度为fo的一半;

**hn:** 滤波器系数, 即单位脉冲响应;

➤ **remezord函数:**

$$\delta_1 = \frac{10^{\alpha_p/20} - 1}{10^{\alpha_p/20} + 1}, \quad \delta_2 = 10^{-\alpha_s/20}$$

`[M, fo, mo, w]=remezord(f, m, rip, Fs)`

**f:** 边界频率向量, 可以使用模拟频率或归一化频率;  
**m:** 希望逼近的幅度, m的每个元素表示f给定的一个逼近频段上希望逼近的幅度值;  
**rip:** 通带和阻带波纹幅度;  
**Fs:** 采样频率。

**检验设计结果**

**注意:** ①省略Fs时, f中必须为归一化频率。  
②有时估算的阶数M略小, 要取M+1或M+2 (必须注意对滤波器长度N=M+1的奇偶性要求)。  
③如果无关区 (过渡带) 太窄, 或截止频率接近零频率和Fs/2时, 设计结果不正确。



例：用窗函数法和等波纹最佳逼近法分别设计一个线性相位FIR带阻滤波器。  
指标如下：

通带下截止频率 $\omega_{lp}=0.2\pi$ ，阻带下截止频率 $\omega_{ls}=0.35\pi$ ；

阻带上截止频率 $\omega_{us}=0.65\pi$ ，通带上截止频率 $\omega_{up}=0.8\pi$ ，

$\alpha_p=1\text{dB}$ ， $\alpha_s=60\text{dB}$ 。

```
wlp=0.2*pi; wls=0.35*pi; wus=0.65*pi; wup=0.8*pi;  
B=wls-wlp; N0=ceil(12*pi/B); N = N0 + mod(N0+1,2);  
wp=(wls+wlp)/2/pi, (wus+wup)/2/pi;  
hn1=fir1(N-1,wp,'stop',blackman(N));
```

```
Mk=1024;hk1=fft(hn1,Mk);n=0:length(hn1)-1;  
subplot(2,2,1); stem(n,hn1,'.');  
xlabel('n'); ylabel('h1(n)');grid on  
k = 1:Mk/2; w = (0:Mk/2-1) / (Mk/2);  
subplot(2,2,2); plot(w,20*log10(abs(hk1(k))))); grid on;  
axis([0,1,-90,5]); xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Hk1幅度(dB)');
```

`f=[0.2,0.35,0.65,0.8]; m=[1,0,1];`

$$\omega_{lp}=0.2\pi, \omega_{ls}=0.35\pi$$
$$\omega_{us}=0.65\pi, \omega_{up}=0.8\pi$$

`rp=1; rs=60;  $\alpha_p=1\text{dB}, \alpha_s=60\text{dB}$`

`dat1=(10^(rp/20)-1)/(10^(rp/20)+1); dat2=10^(-rs/20);`

`rip=[dat1,dat2,dat1];`

$$\delta_1 = \frac{10^{\alpha_p/20} - 1}{10^{\alpha_p/20} + 1}, \quad \delta_2 = 10^{-\alpha_s/20}$$

`[M,fo,mo,wo]=remezord(f,m,rip);`

`hn2=remez(M,fo,mo,wo);`

`Mk=1024;hk2=fft(hn2,Mk);n=0:length(hn2)-1;`

`subplot(2,2,3); stem(n,hn2,'.');`

`xlabel('n'); ylabel('h2(n)');grid on`

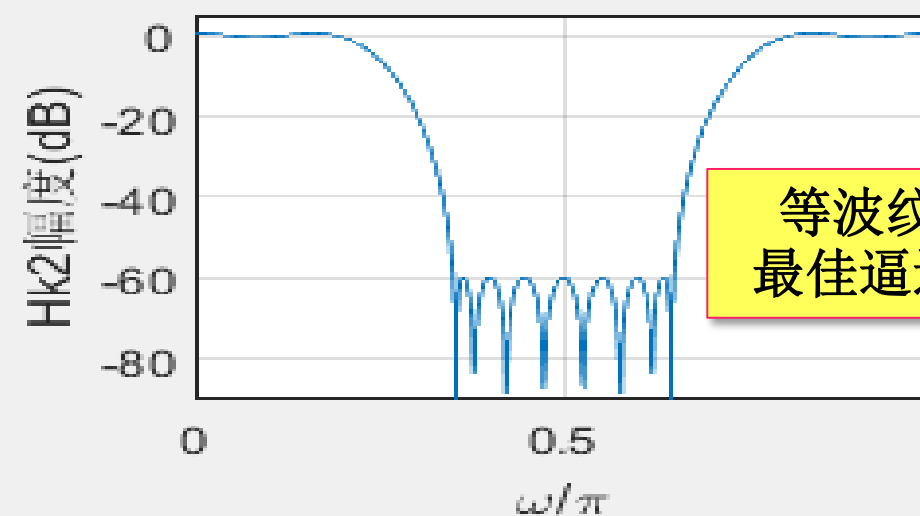
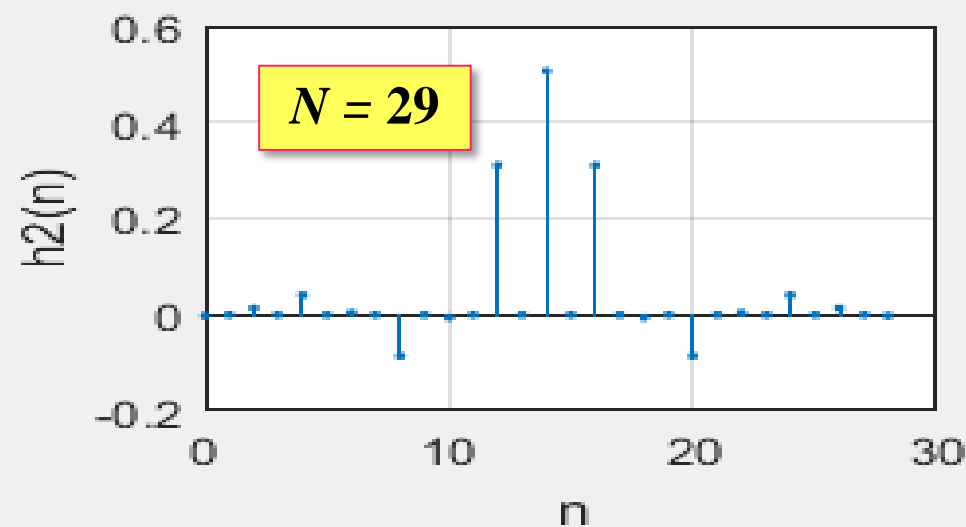
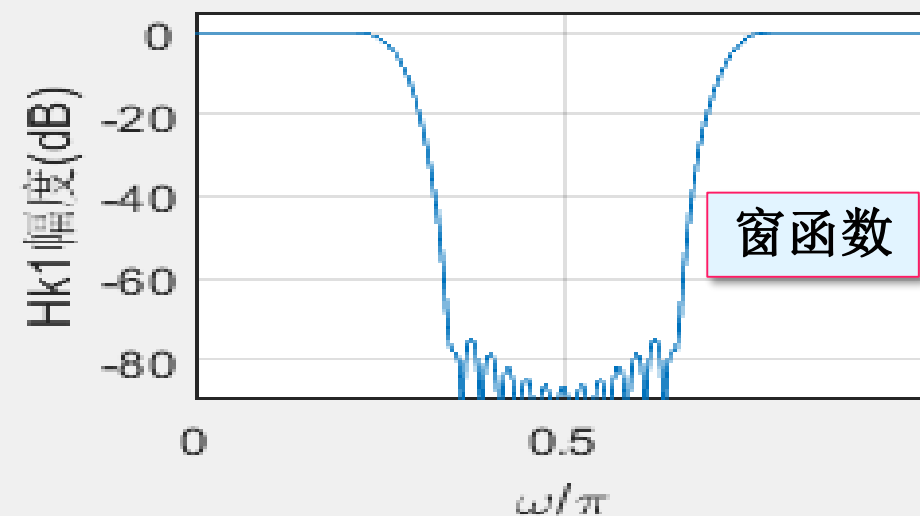
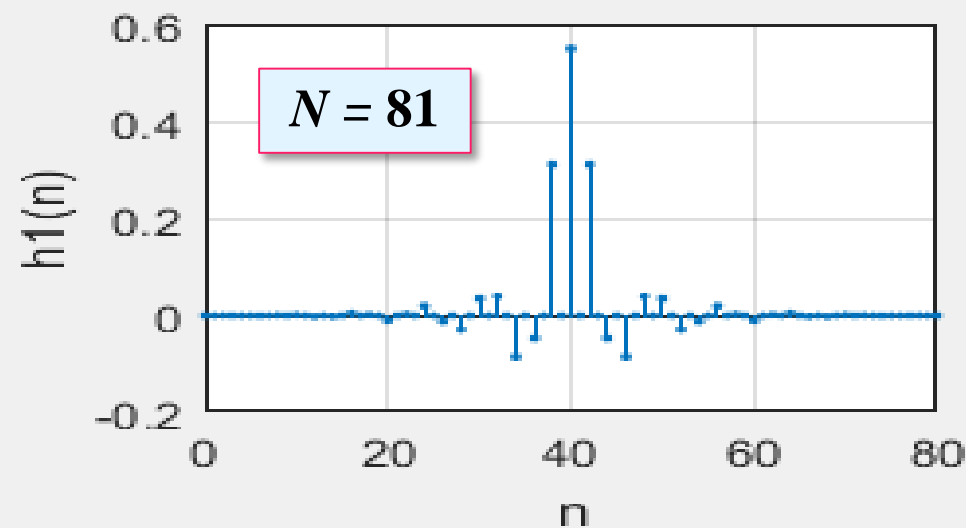
`k = 1:Mk/2; w = (0:Mk/2-1) / (Mk/2);`

`subplot(2,2,4); plot(w,20*log10(abs(hk2(k)))) ; grid on;`

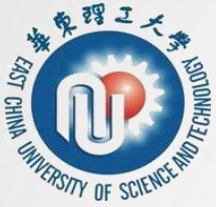
`axis([0,1,-90,5]);`

`xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Hk2幅度(dB)');`

## 7.4 利用等波纹逼近法设计FIR滤波器



等波纹  
最佳逼近



# 第七章 FIR数字滤波器设计

*FIR Digital Filter Design*

## 7.4 利用等波纹逼近法设计FIR滤波器

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁

