

第一章 离散时间信号与系统

Discrete-time signals and systems

1.2 离散时间系统

离散时间系统因果性及稳定性

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁



1.2 离散时间系统



离散时间系统因果性及稳定性的 基本概念及判断方法

> 因果系统

- \rightarrow 一般系统 y(n)=T[x(n)] 的因果性定义及判断方法
- > LSI系统的因果性条件

> 稳定系统

- \rightarrow 一般系统 y(n)=T[x(n)] 的稳定性定义及判断方法
- > LSI系统的稳定性条件

一般系统的因果性定义及判断方法 Causal system



 \rightarrow 一般系统: y(n)=T[x(n)] 的因果性定义

定义: 某时刻的输出只取决于此时刻和此时刻以前的输入的系统。

即: $n=n_0$ 时的输出 $y(n_0)$ 只取决于 $n \le n_0$ 的输入x(n)。

例: 因果, $y(n_0)$ <u>只取决于</u> $n=n_0$ 的输入x(n)(1) y(n)=nx(n)

> 非因果, y(0) = x(2) Noncausal system (2) y(n)=x(n+2)

(3) $y(n)=x(n^2)$ 非因果, y(2)=x(4)

(4) y(n)=x(-n) 非因果, y(-2)=x(2)

(5) $y(n)=\sin(n+2)x(n)$ 因果, $\sin(n+2)$ 不是输入



LSI系统的因果性条件



$$y(n) = h(n) * x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m)x(n-m)$$

$$= h(-\infty)x(n+\infty) + ... + h(-2)x(n+2) + h(-1)x(n+1)$$

$$+ h(0)x(n) + h(1)x(n-1) + ... + h(\infty)x(n-\infty)$$

解释: 如果存在n<0时, $h(n)\neq 0$,那么y(n)就将与m>0的x(n+m)有关,

按照因果系统的定义,此时系统非因果。

定义: 若LSI系统的h(n)满足: $\underline{\exists n < 0$ 时,h(n) = 0 ,那么,该LSI 系统为因果系统。

LSI系统的因果性条件



華東習工大學

例:已知LSI系统的单位脉冲响应h(n),判断系统的因果性。

单位脉冲序列

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

单位阶跃序列

(1)
$$h(n) = \delta(n-2) + \underline{\delta(n+2)}$$
 非因果, $h(-2) \neq 0$

(2)
$$h(n) = 0.5^n u(n-2)$$
 因果, 当 $n \ge 2$ 时, $h(n) \ne 0$

(3)
$$h(n) = 2^n u(-n-1)$$
 非因果, 当 $n \le -1$ 时, $h(n) \ne 0$

(4)
$$h(n) = 0.5^{\circ}$$
 非因果,当 $-\infty \le n \le \infty$ 时, $h(n)$ 有值

一般系统的稳定性定义及判断方法 Stable system



 \rightarrow 一般系统: y(n)=T[x(n)] 的稳定性定义

n不受限制 $n \in [-\infty, \infty]$

定义: 有界输入产生有界输出的系统。

即: 如果 $|x(n)| \le M < \infty$,则有 $|y(n)| \le P < \infty$ 。

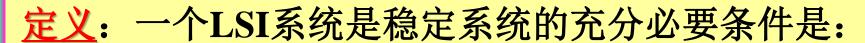
例: (1) y(n) = nx(n) 不稳定, $n = \infty$ 时, $y(n) = \infty$

- (2) $y(n) = x(n^2)$ 稳定, 有界输入产生有界输出
- (3) $y(n) = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{n+1} x(k)$ 稳定, 有界输入产生有界输出

 $(4) \quad y(n) = \sum_{k=n}^{n} x(k) \quad \frac{\text{不稳定, } y(n) \in \mathbb{N} - n_0 + 1 \text{ 项输入的求}}{\text{和, } \exists n = \infty \text{ 时, } y(n) = \infty}$

LSI系统的稳定性条件

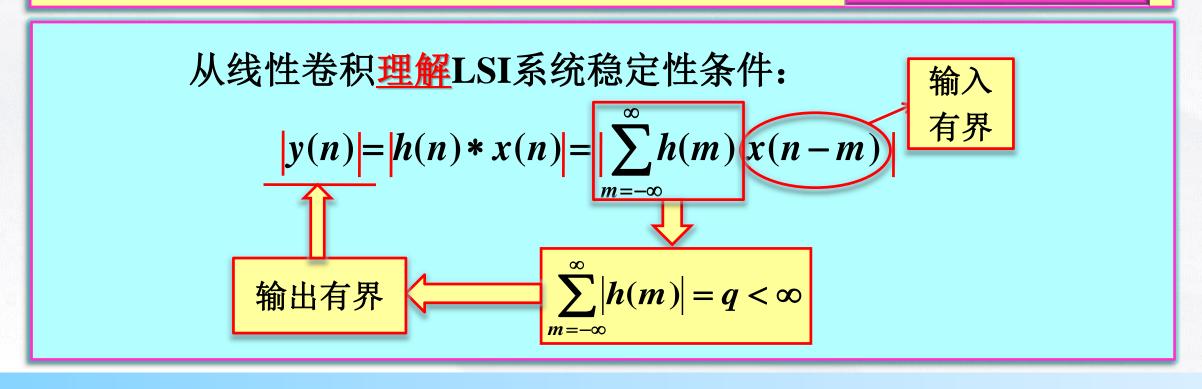




$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| = q < \infty$$

单位脉冲响应 绝对可和

Absolutely summable





LSI系统的稳定性条件



例:已知LSI系统的单位脉冲响应h(n),判断系统的稳定性。

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| = q < \infty$$

h(n)绝对可和

例: (1)
$$h(n) = \delta(n-2) + \delta(n+2)$$
 稳定

(2)
$$h(n) = 0.5^n u(n-2)$$
 稳定, $n \ge 2$ 有值, 收敛

(3)
$$h(n) = 2^n u(-n-1)$$
 稳定, $n \le -1$ 有值, 收敛

(4)
$$h(n) = 0.5^n$$
 不稳定, $h(n)$ 不满足绝对可和

1.2 离散时间系统



离散时间系统因果性及稳定性的 基本概念及判断方法

> 因果系统

- \rightarrow 一般系统 y(n)=T[x(n)] 的因果性定义及判断方法
- > LSI系统的因果性条件

> 稳定系统

- \rightarrow 一般系统 y(n)=T[x(n)] 的稳定性定义及判断方法
- > LSI系统的稳定性条件