

第二章 z 变换与LSI系统频域分析

The z Transform and Frequency domain analysis of LSI System

2.1

z 变换的基本概念

2.2

离散时间信号傅里叶变换

2.3

系统函数及其与系统性质的关系

2.4

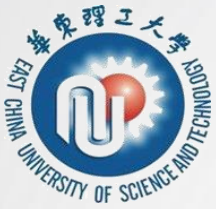
系统频率响应的意义

2.5

几何法画频率响应

2.6

特殊滤波器的设计



第二章 z 变换与LSI系统频域分析

The z Transform and Frequency domain analysis of LSI System

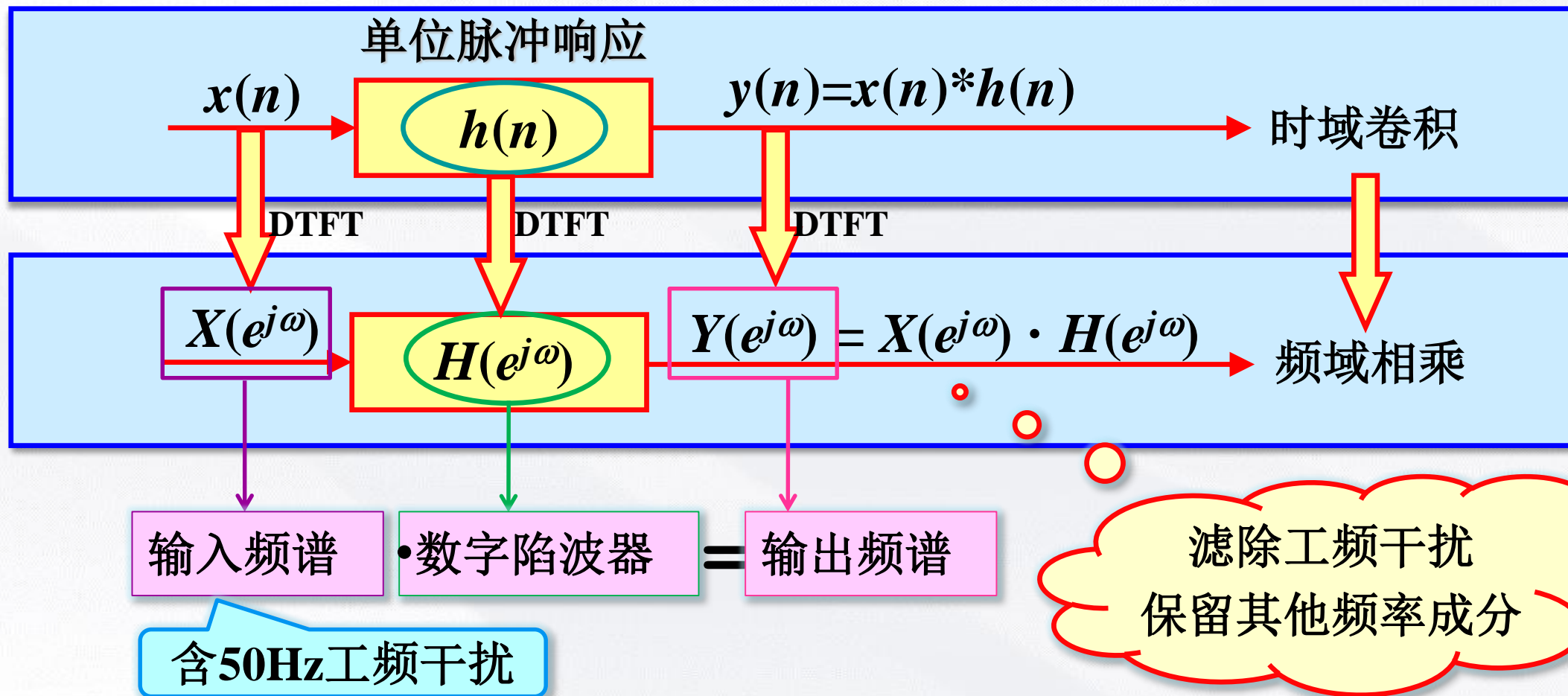
2.6 特殊滤波器的设计

数字陷波器的设计

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁



陷波器：一种特殊的带阻滤波器，其阻带在理想情况下只有一个频率点，主要用于消除某个特定频率的干扰。



数字陷波器的设计举例



例：设计一个数字陷波器将输入信号中的50Hz工频干扰信号滤除，尽可能保留其他频率成分，设系统采样频率 $f_s = 1000\text{Hz}$ 。

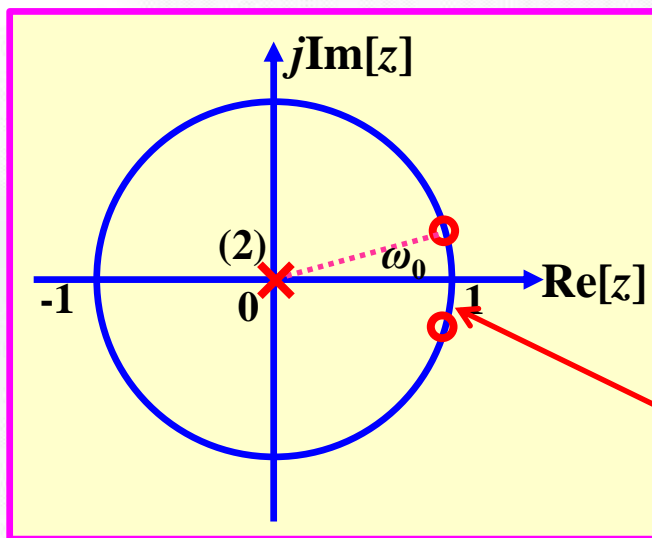
$$|H(e^{j\omega})| = A \cdot \frac{\prod_{r=1}^M (c_r B)}{\prod_{r=1}^N (d_r B)}$$

若零点出现在单位圆 $e^{j\omega}$ 上，
则 $H(e^{j\omega})$ 幅值为0。

设计系统零点
消除工频50Hz干扰！

$$\omega_0 = 2\pi \frac{50}{1000} = 0.1\pi (\text{rad})$$

在 $\omega_0 = \pm 0.1\pi$ 处设计一对共轭零点，
以滤除50Hz工频干扰信号。



$$H(z) = \frac{1}{3.9} \frac{(z - e^{j\omega_0})(z - e^{-j\omega_0})}{z^2}$$

数字陷波器的设计举例

$$x(n) = 3 + \sin(0.1\pi n) + \sin(0.4\pi n)$$

0 Hz 直流分量

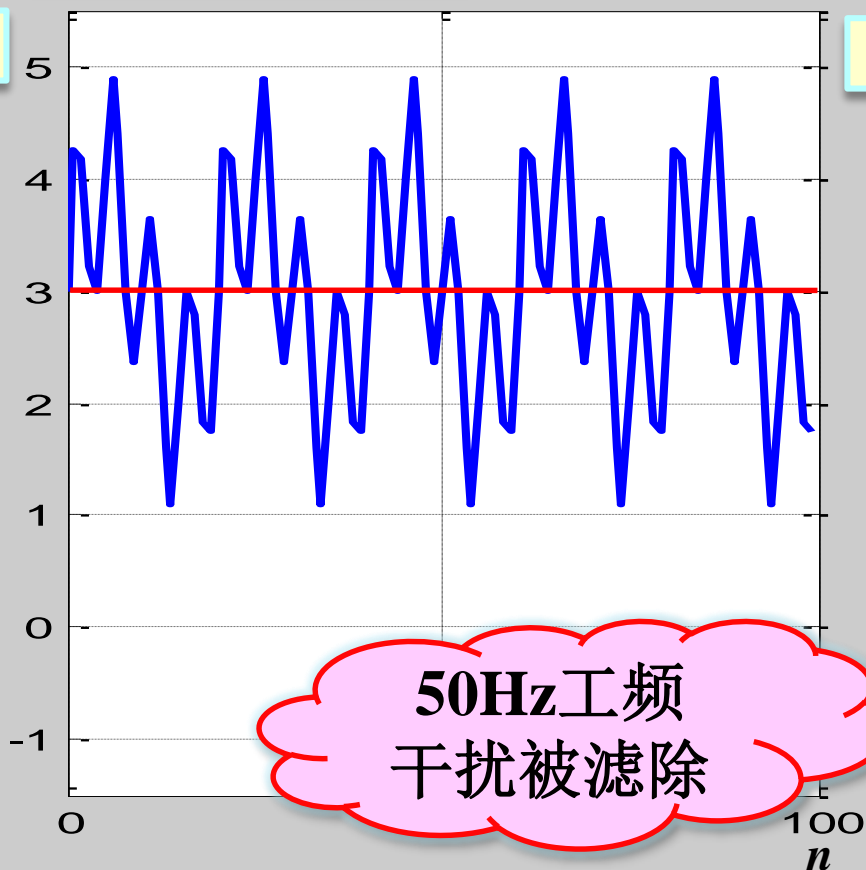
50 Hz

200 Hz

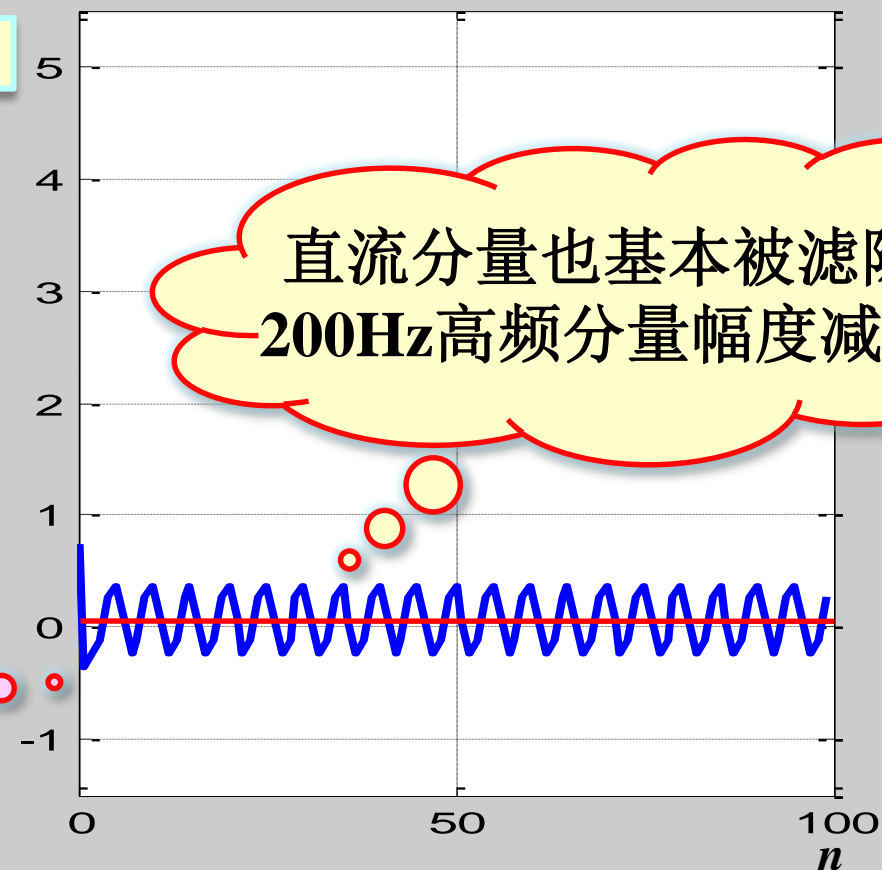
$f_s = 1000\text{Hz}$

2π

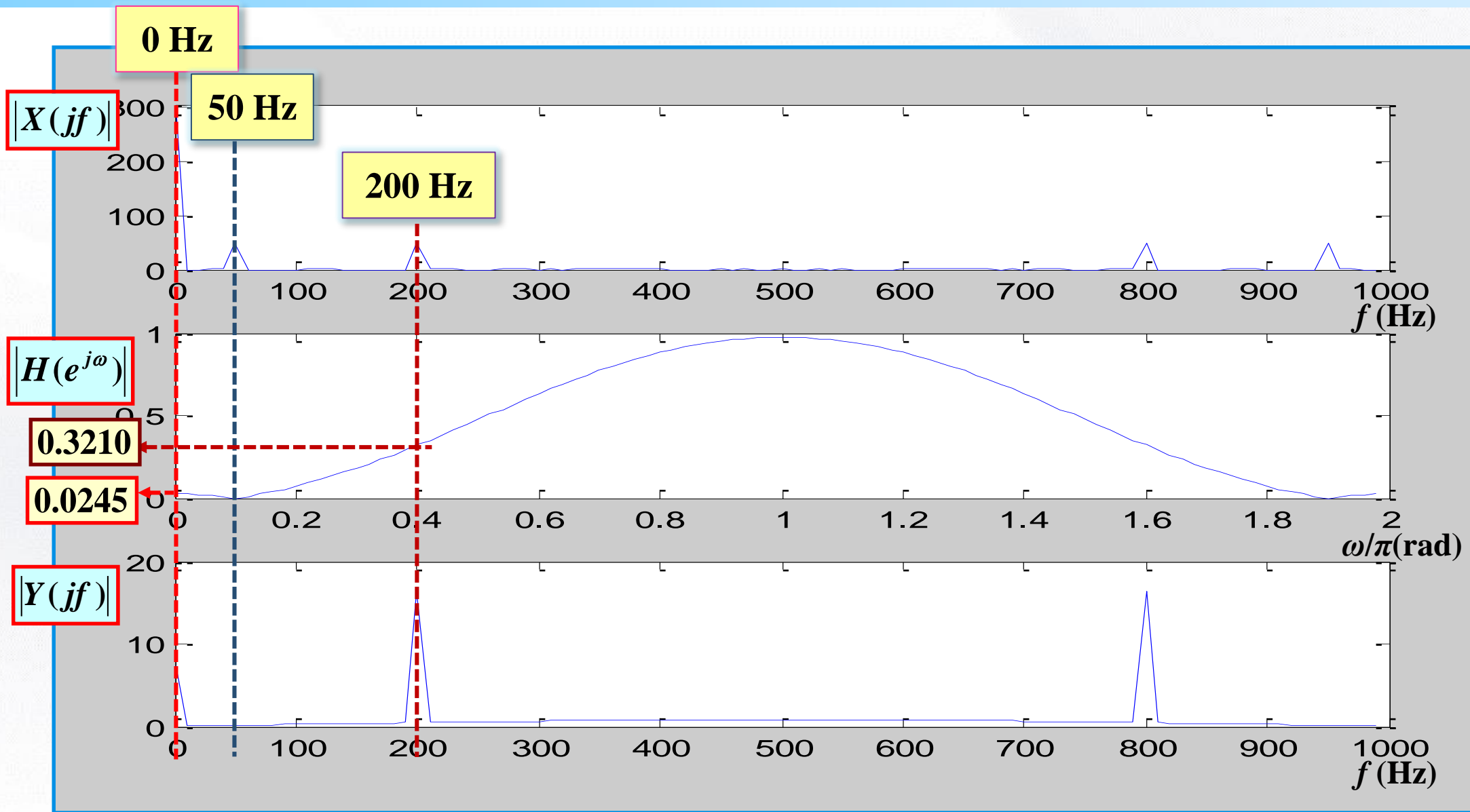
$x(n)$



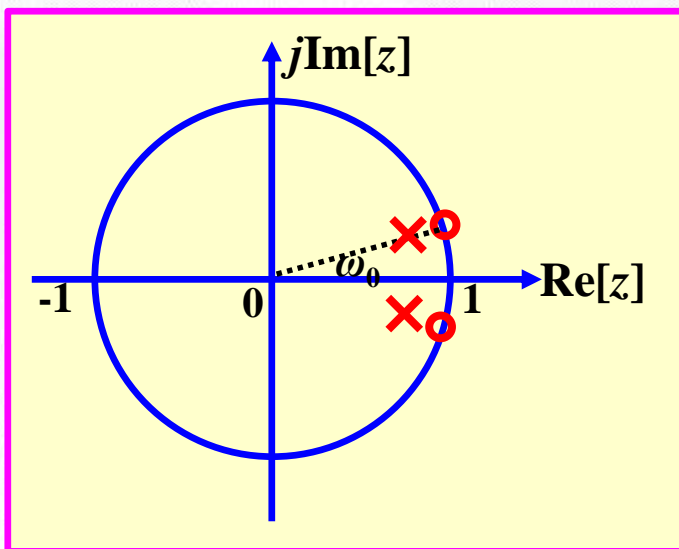
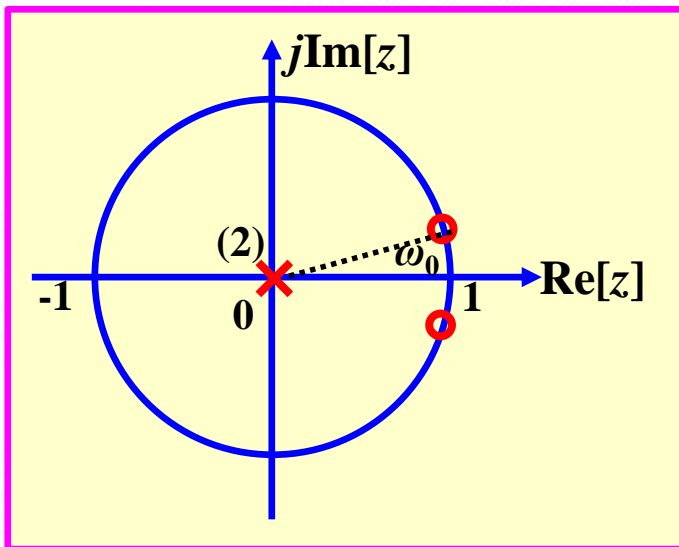
$y(n)$



数字陷波器的设计举例



数字陷波器的设计举例 —— 重新设计极点位置



$$|H(e^{j\omega})| = A \cdot \frac{\prod_{r=1}^M (c_r B)}{\prod_{r=1}^N (d_r B)}$$

保证直流、高频
分量不被滤除

极点与零点
互相牵制

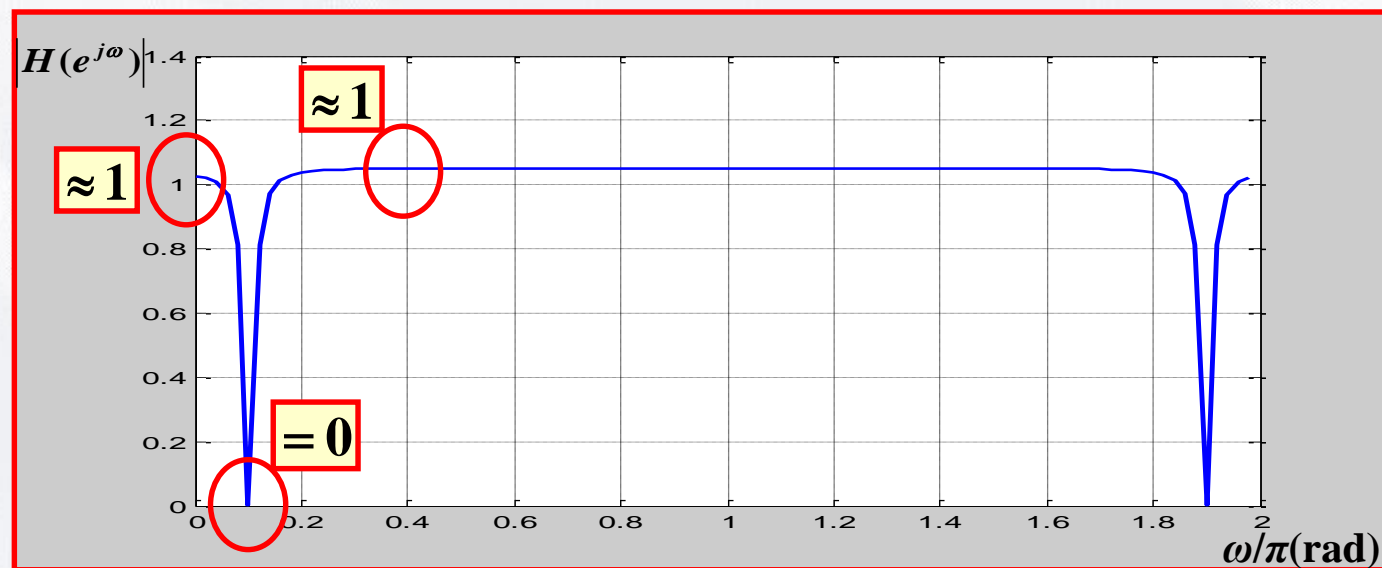
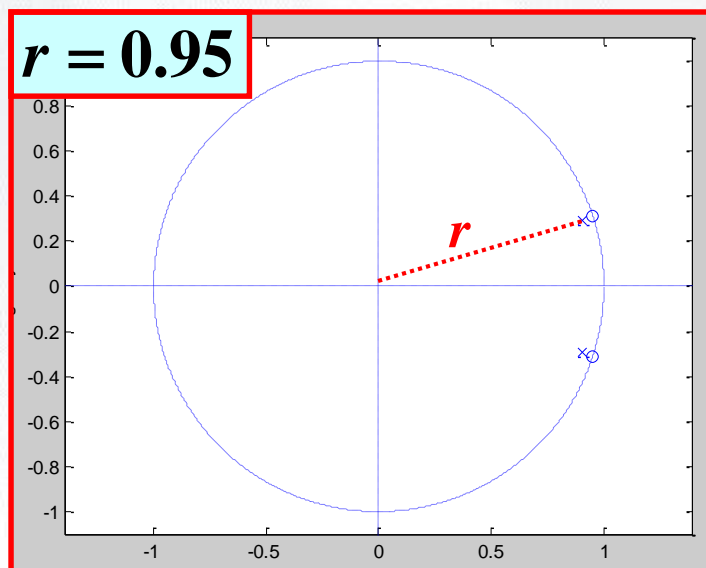
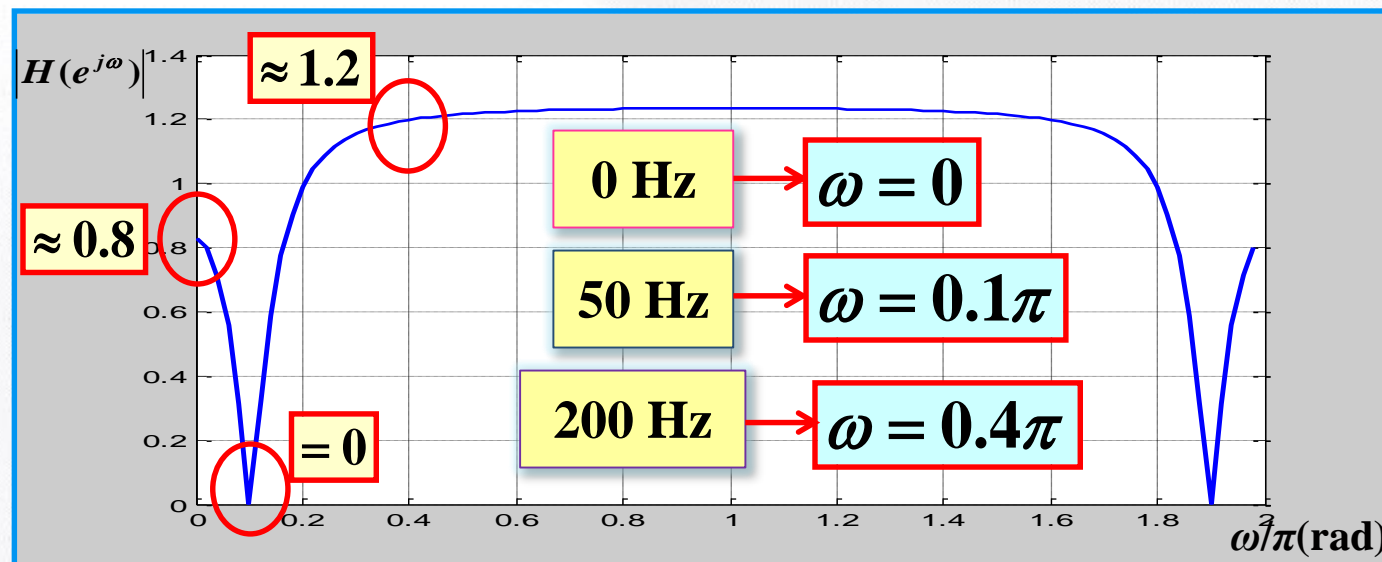
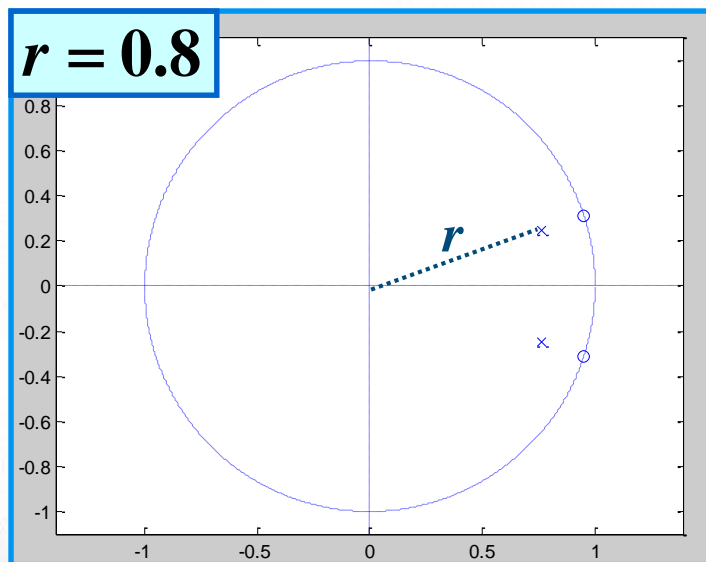
$$H(z) = \frac{(z - e^{j\omega_0})(z - e^{-j\omega_0})}{(z - re^{j\omega_0})(z - re^{-j\omega_0})}$$

半径 r 如何取?

数字陷波器的设计举例 —— 不同 r 参数下的频率响应



华东理工大学



数字陷波器的设计举例



华东理工大学

$$x(n) = 3 + \sin(0.1\pi n) + \sin(0.4\pi n)$$

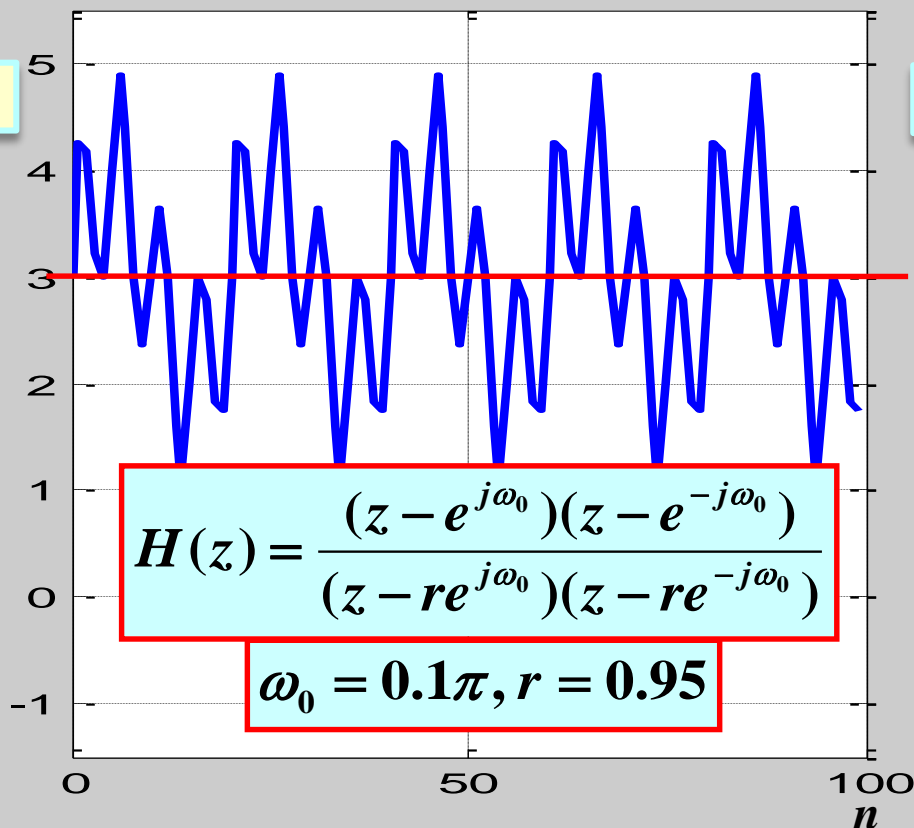
$$f_s = 1000\text{Hz}$$

0 Hz 直流分量

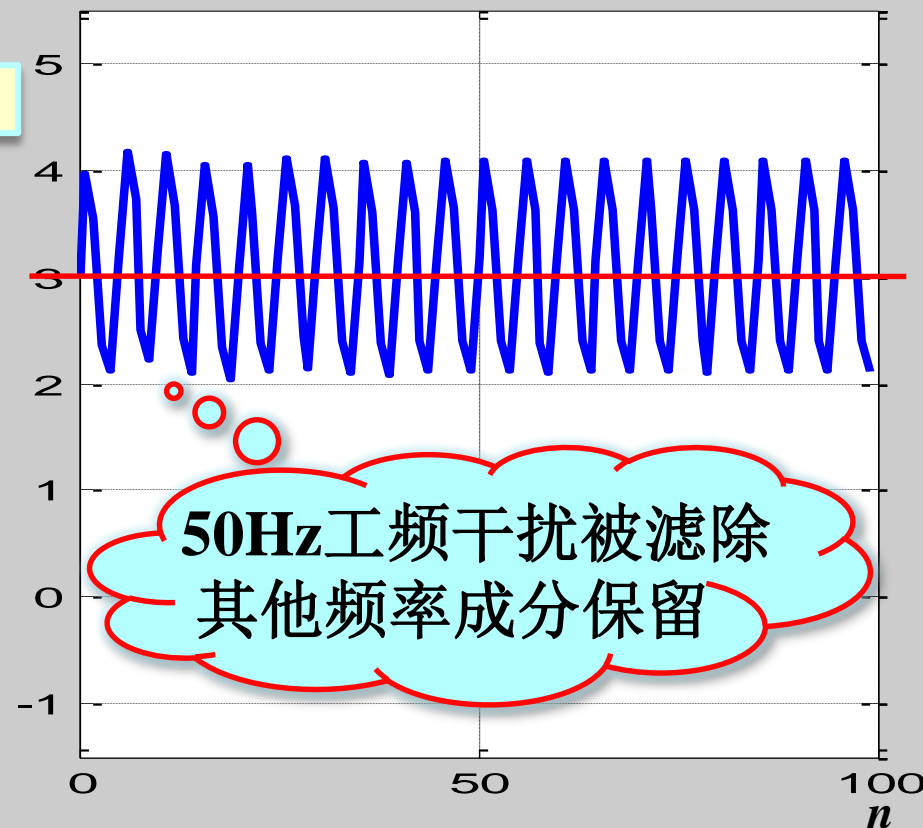
50 Hz

200 Hz

$x(n)$



$y(n)$

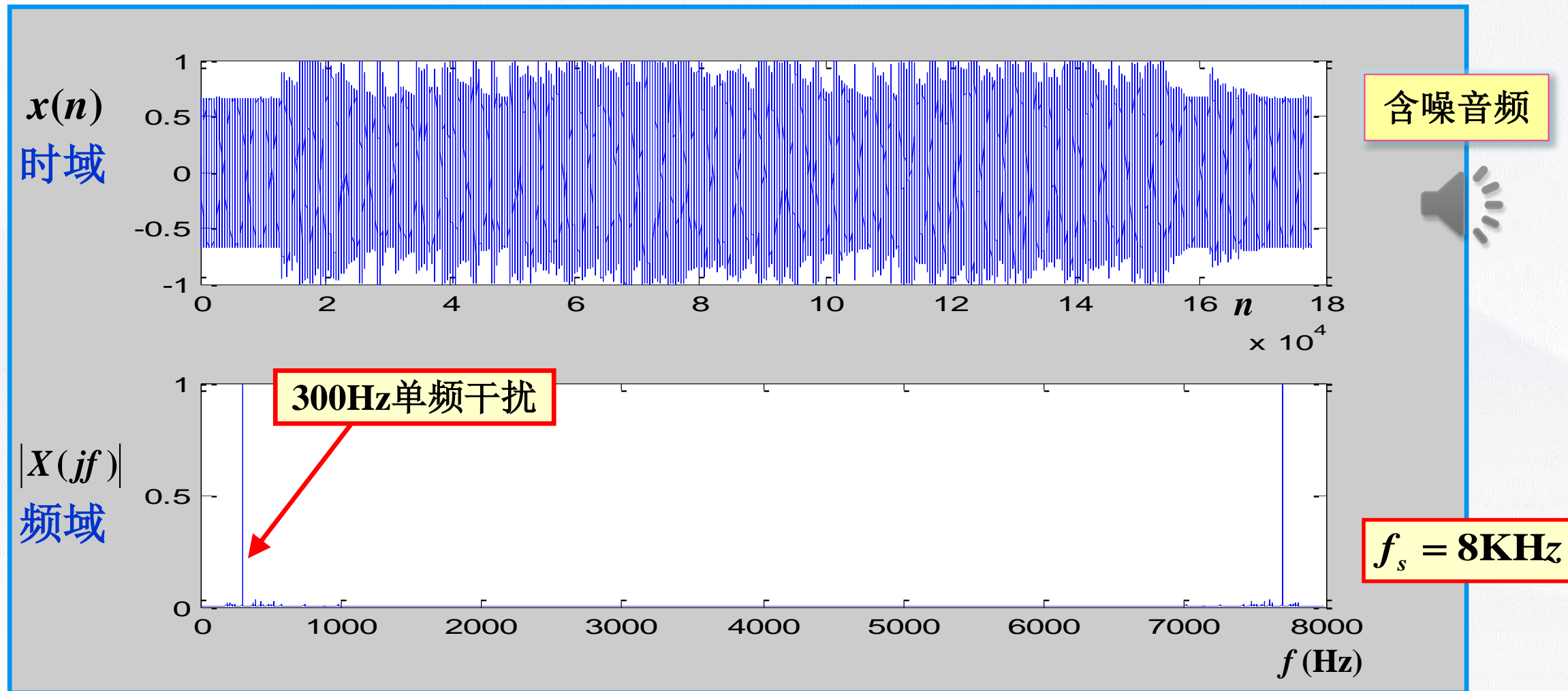


数字陷波器的设计举例 —— 仿真实验



华东理工大学

- 实例：某段音频受到了某单一频率信号的干扰，请设计一个数字陷波器，将干扰信号滤除。



$$H(z) = \frac{(z - e^{j\omega_0})(z - e^{-j\omega_0})}{(z - re^{j\omega_0})(z - re^{-j\omega_0})}$$

$r = 0.95$ 保证陷波效果的同时
保留音频中其他频率成分

$$\omega_0 = 2\pi \cdot \frac{f_0}{f_s} = 2\pi \cdot \frac{300}{8000} = 0.075\pi(\text{rad})$$

将单频干扰信号准确无误地滤除

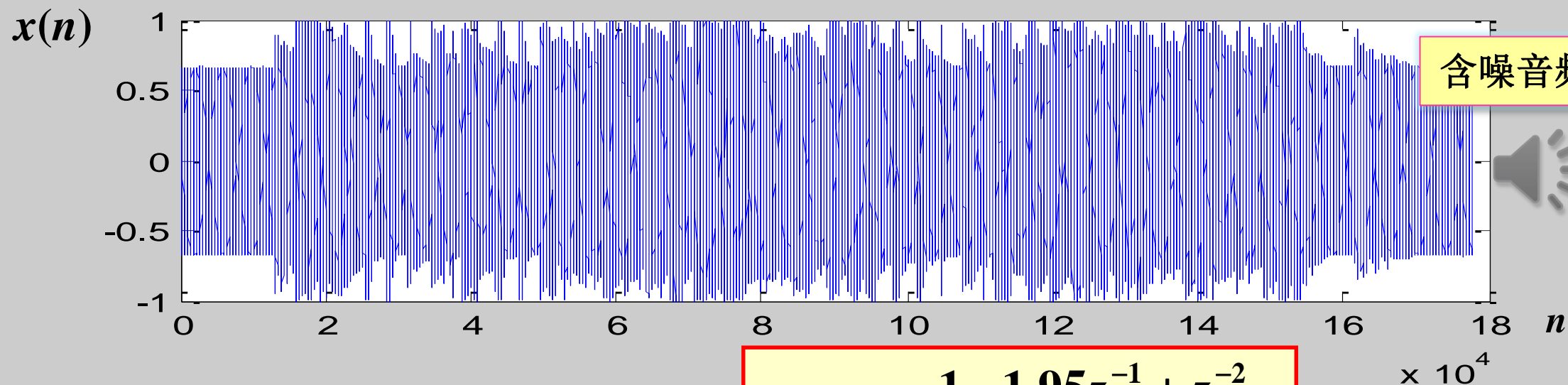
$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{(z - e^{j0.075\pi})(z - e^{-j0.075\pi})}{(z - re^{j0.075\pi})(z - re^{-j0.075\pi})} = \frac{1 - 2\cos(0.075\pi)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2 \cdot 0.95 \cdot \cos(0.075\pi)z^{-1} + 0.95^2 z^{-2}} \\ &= \frac{1 - 1.9447z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.8475z^{-1} + 0.9025z^{-2}} \approx \frac{1 - 1.95z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.85z^{-1} + 0.9z^{-2}} \end{aligned}$$

节约
计算成本

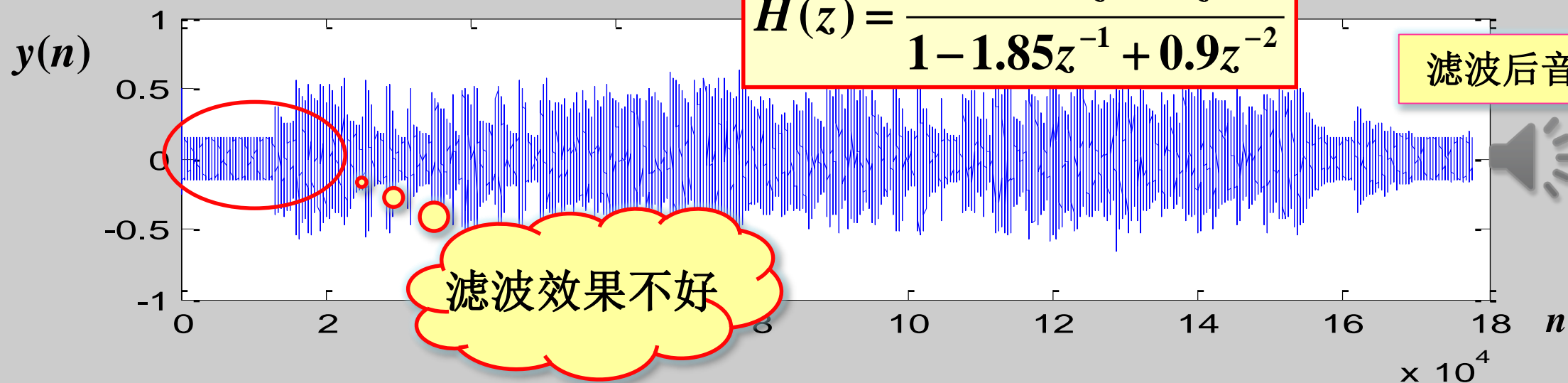
数字陷波器的设计举例 —— 仿真实验



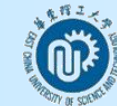
华东理工大学



$$H(z) = \frac{1 - 1.95z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.85z^{-1} + 0.9z^{-2}}$$

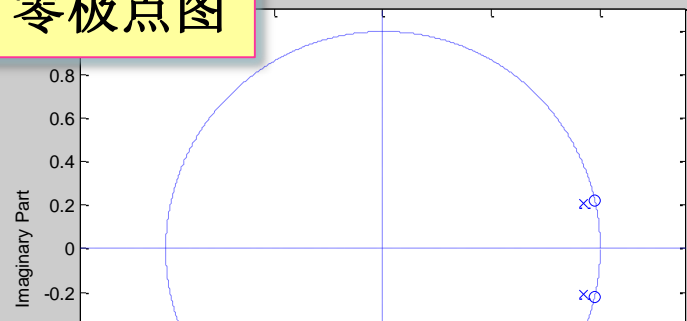


数字陷波器的设计举例 —— 仿真实验



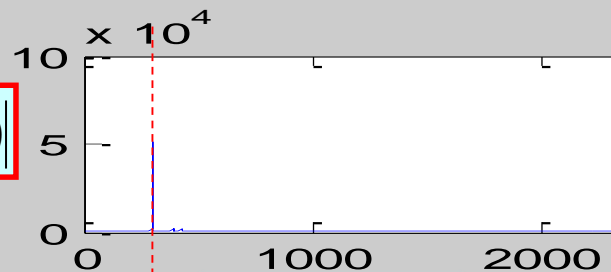
华东理工大学

零极点图



$$H(z) = \frac{1 - 1.95z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.85z^{-1} + 0.9z^{-2}}$$

$|X(jf)|$

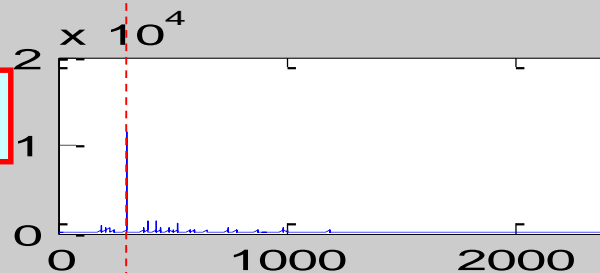


局部放大

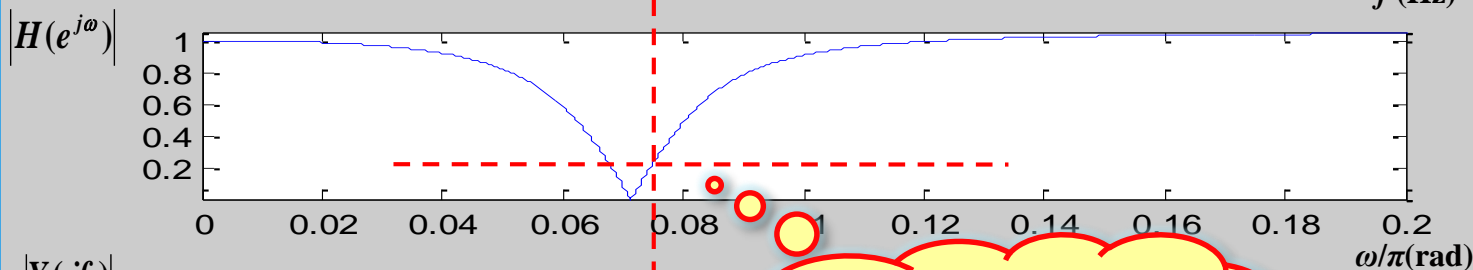
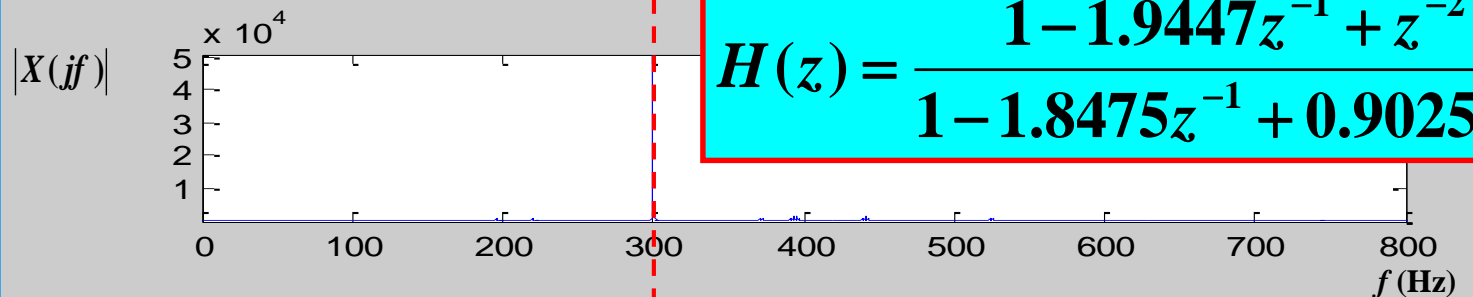
$|H(e^{j\omega})|$



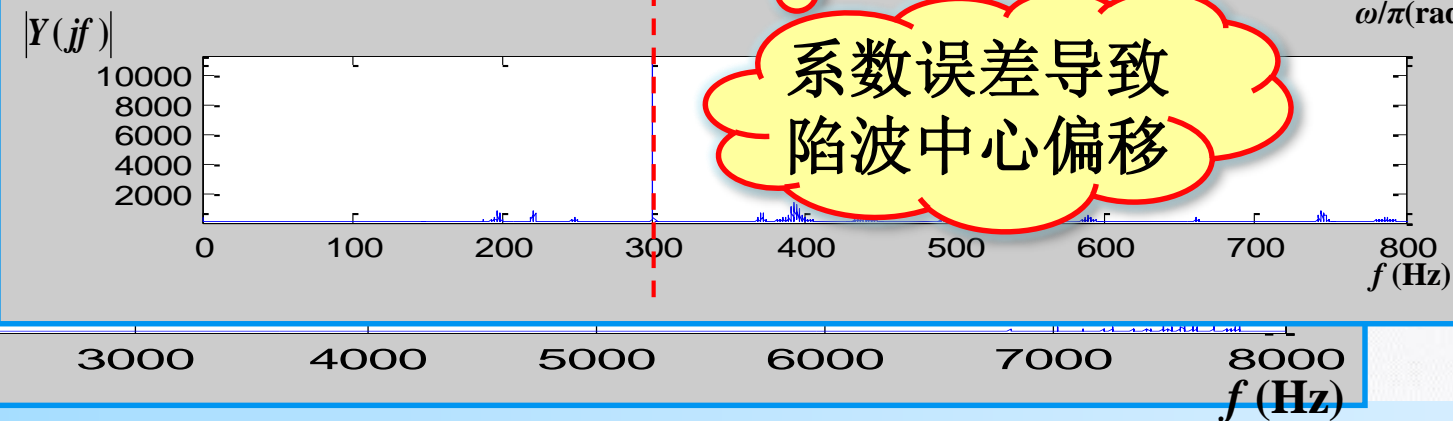
$|Y(jf)|$



$$H(z) = \frac{1 - 1.9447z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.8475z^{-1} + 0.9025z^{-2}}$$



系数误差导致
陷波中心偏移



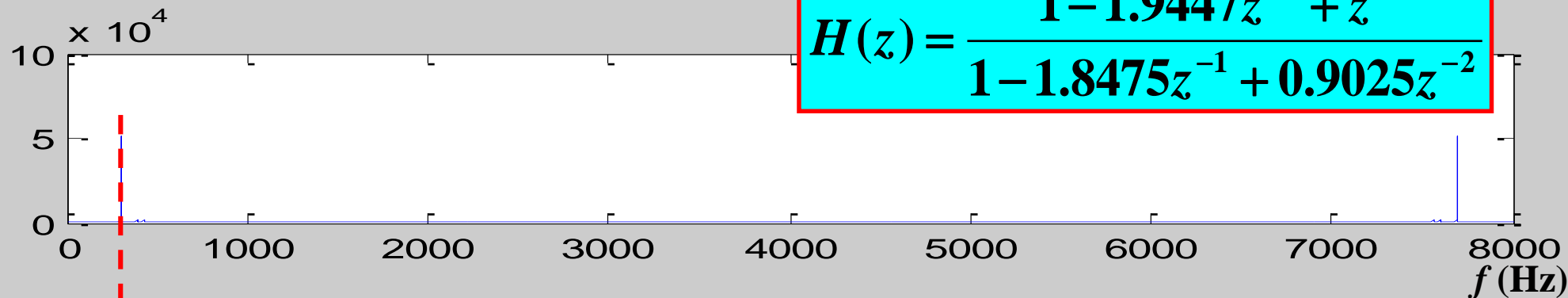
数字陷波器的设计举例 —— 仿真实验



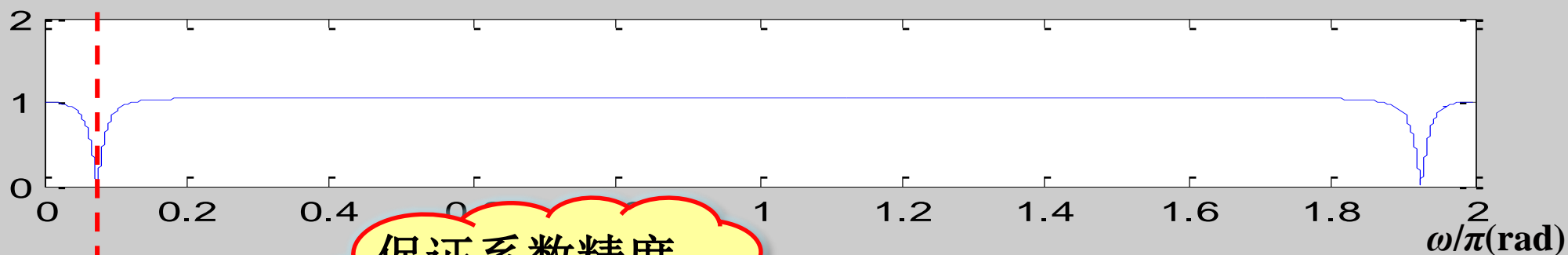
华东理工大学

$$H(z) = \frac{1 - 1.9447z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.8475z^{-1} + 0.9025z^{-2}}$$

$|X(jf)|$



$|H(e^{j\omega})|$



$|Y(jf)|$

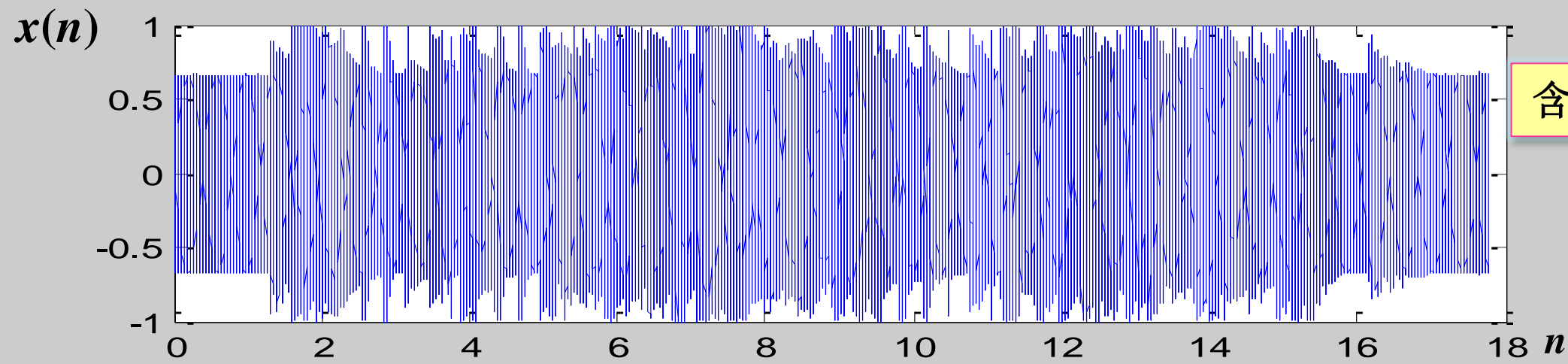


保证系数精度
陷波效果良好

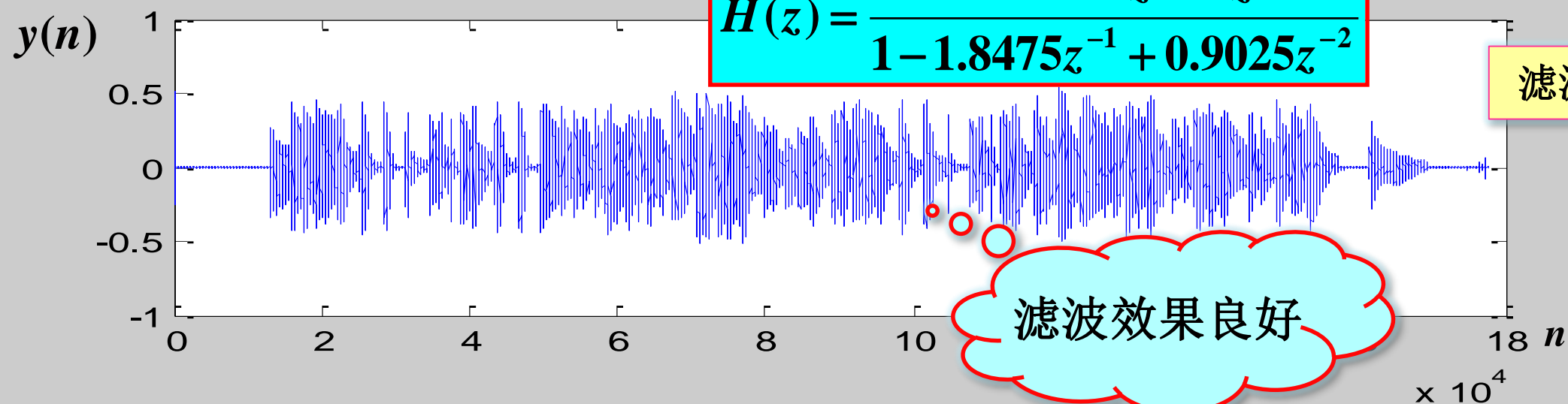
数字陷波器的设计举例 —— 仿真实验

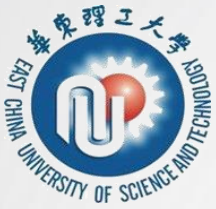


华东理工大学



$$H(z) = \frac{1 - 1.9447z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.8475z^{-1} + 0.9025z^{-2}}$$





第二章 z 变换与LSI系统频域分析

The z Transform and Frequency domain analysis of LSI System

2.6 特殊滤波器的设计

数字陷波器的设计

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁

