

## 第二章 $z$ 变换与LSI系统频域分析

*The  $z$  Transform and Frequency domain analysis of LSI System*

2.1

$z$  变换的基本概念

2.2

离散时间信号傅里叶变换

2.3

系统函数及其与系统性质的关系

2.4

系统频率响应的意义

2.5

几何法画频率响应

2.6

特殊滤波器的设计



## 第二章 $z$ 变换与LSI系统频域分析

*The  $z$  Transform and Frequency domain analysis of LSI System*

### 2.4 系统频率响应的意义(2)

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁





## 2.4 系统频率响应的意义



例1：某LSI系统的系统函数如下：

$$H(z) = 0.05 \frac{1 + z^{-1}}{1 - 0.9z^{-1}}$$

若系统的输入信号为：

$$x(n) = \sin(0.01\pi n)$$

试编程并分析系统的输出。

解：系统的频率响应：

$$H(e^{j\omega}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\omega}} = 0.05 \frac{1 + e^{-j\omega}}{1 - 0.9e^{-j\omega}}$$

## 2.4 系统频率响应的意义

`n = 0:199;`    %`x(n)` 取200个点

`x = sin(0.01*pi*n);`     $x(n) = \sin(0.01\pi n)$

`b=[ 0.05 , 0.05];`    `a=[ 1 , -0.9];`

`y=filter(b,a,x);`

求系统输出

`figure(1)`

`subplot(2,1,1); ylabel('x');`

`stem(n, x); grid on;`

`subplot(2,1,2);`

`stem(n, y); grid on; ylabel('y');`

$$H(z) = \frac{0.05 + 0.05z^{-1}}{1 - 0.9z^{-1}}$$

$$y(n) = 0.9y(n-1) + 0.05x(n) + 0.05x(n-1)$$

## 2.4 系统频率响应的意义

```
figure(2);
```

```
[Fh,w] = freqz(b,a);  
[Gd,w] = grpdelay(b,a);
```

→ 求系统频率响应和群延迟

```
subplot(311) 幅频响应
```

```
plot(w/pi, abs(Fh)); ylabel(' |H(w)| '); grid on;
```

```
subplot(312) 相频响应
```

```
plot(w/pi, angle(Fh));
```

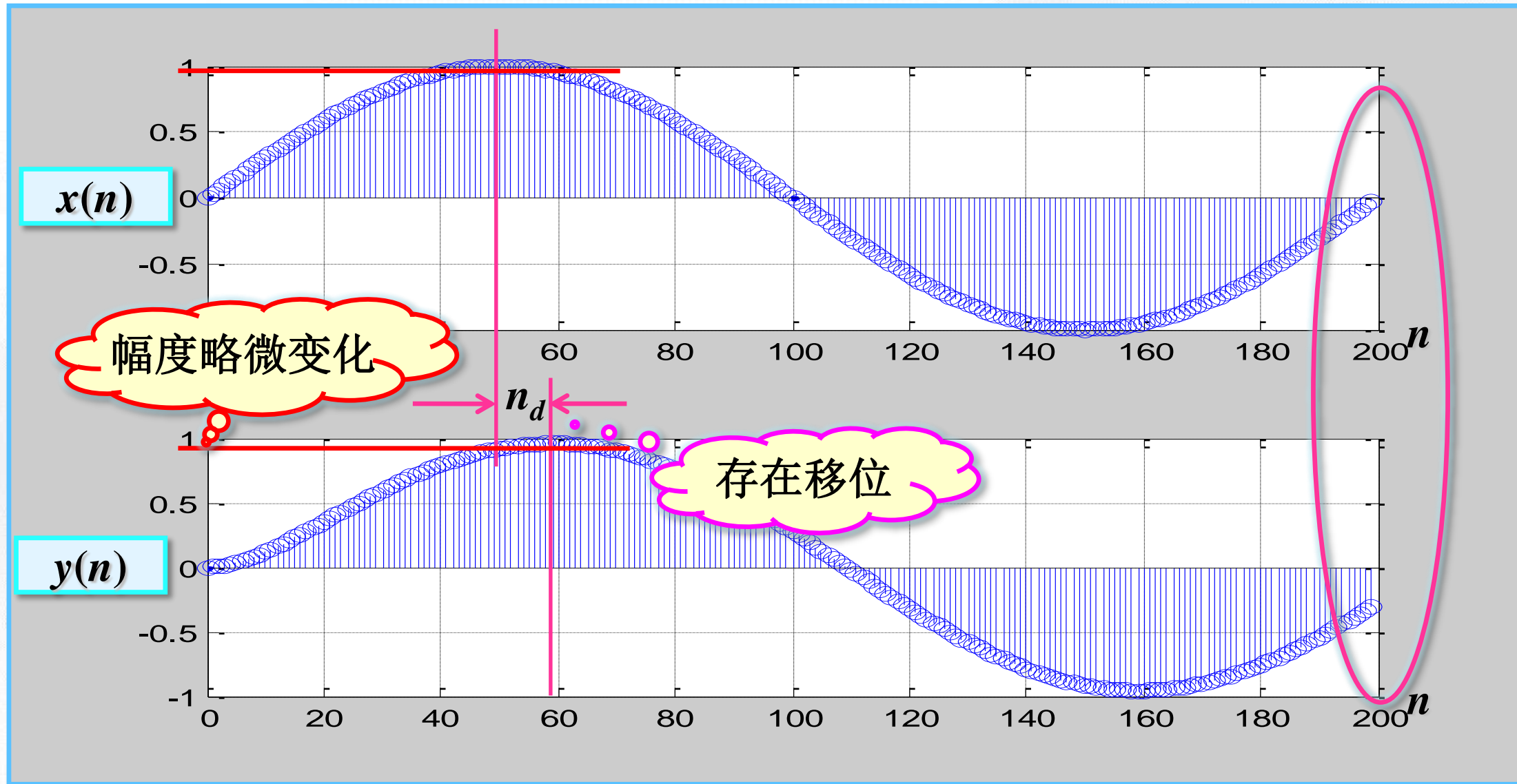
```
ylabel(' ang[H(w)] '); grid on;
```

```
subplot(313) 群延迟
```

```
plot(w/pi, Gd); ylabel(' grd[H(w)] '); grid on;
```

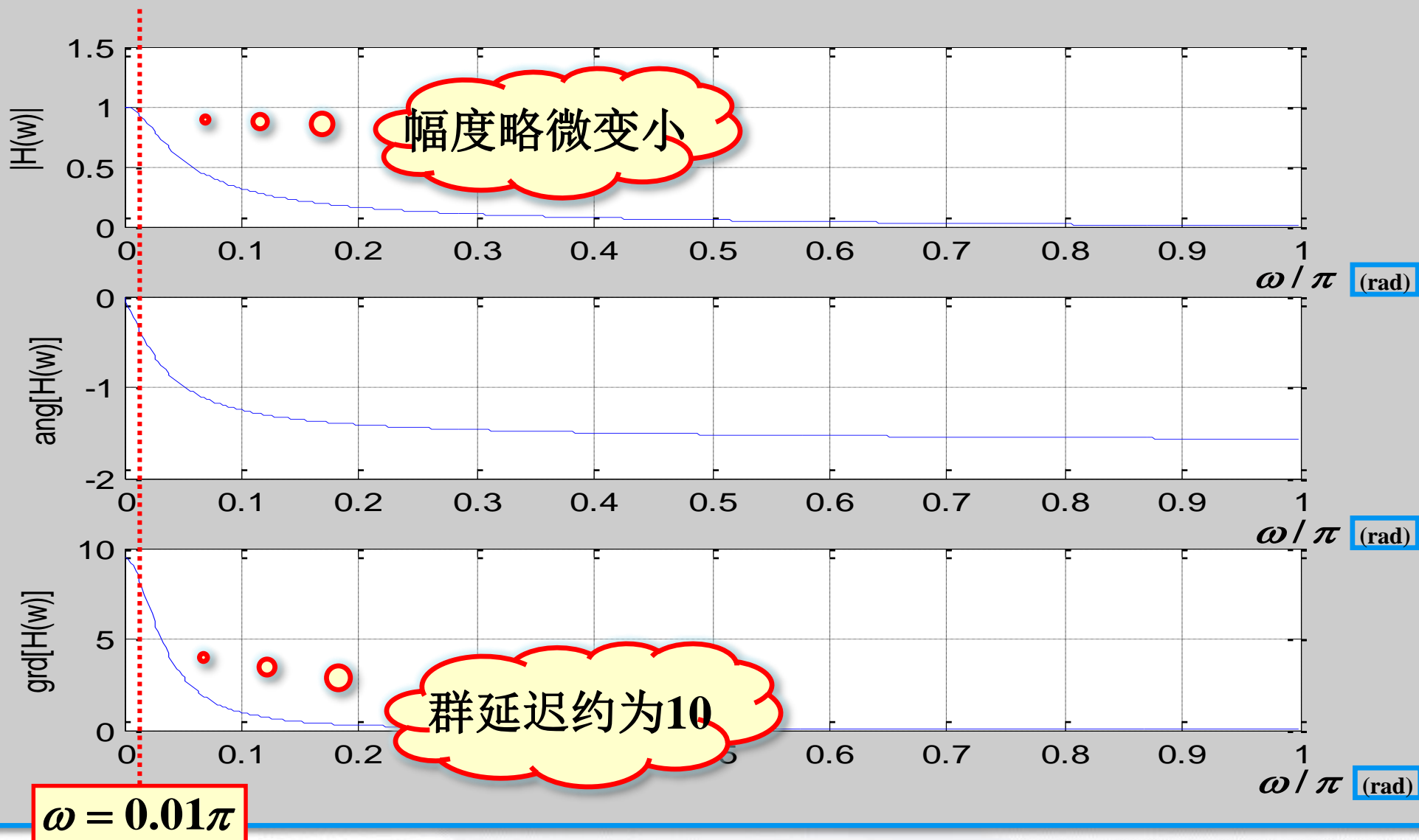


## 2.4 系统频率响应的意义

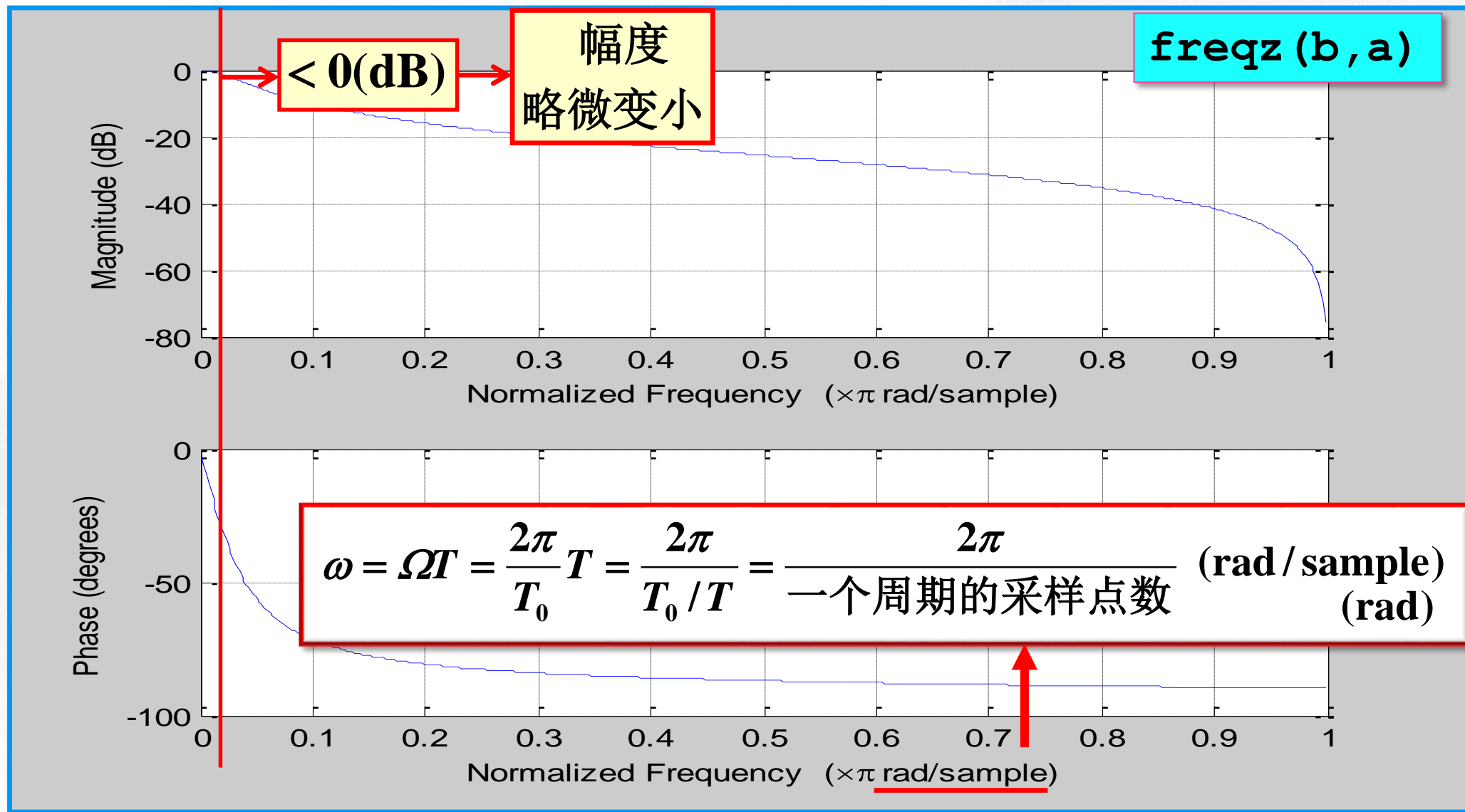




## 2.4 系统频率响应的意义



## 2.4 系统频率响应的意义





## 2.4 系统频率响应的意义

例2：分析3点均值滤波系统的频率响应

$$h(n) = \frac{1}{3} [\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2)]$$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

$$y(n) = x(n) * h(n)$$

$$= x(n) * \left[ \frac{1}{3} [\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2)] \right]$$

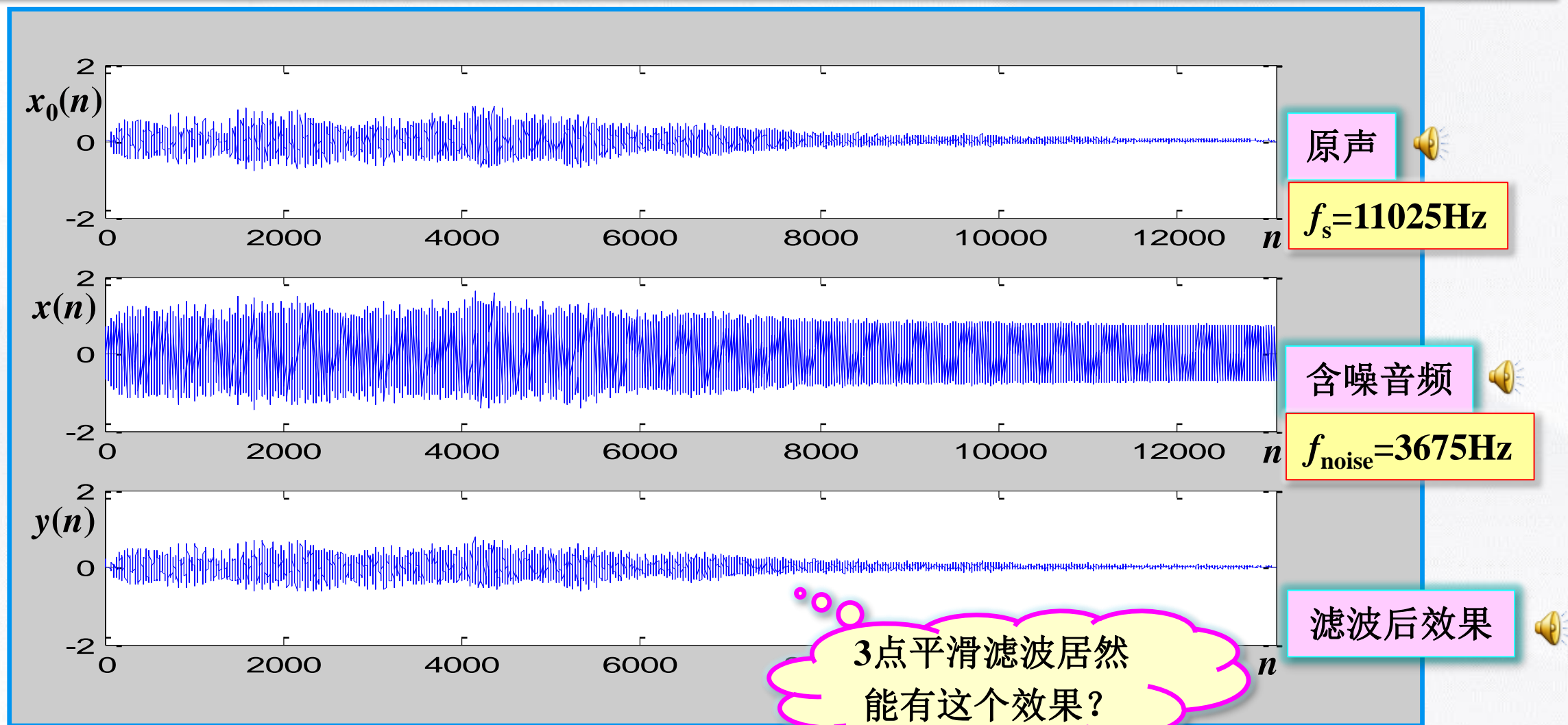
$$= \frac{1}{3} [x(n) + x(n-1) + x(n-2)]$$

$$x(n) * \delta(n-R) = x(n-R)$$

3点算术平均滤波系统

## 2.4 系统频率响应的意义

### ◆ 仿真实验：3点算术平均滤波效果



## 2.4 系统频率响应的意义

### ◆ 用频域分析法重识3点算术平均滤波系统

$$h(n) = \frac{1}{3} [\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2)]$$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

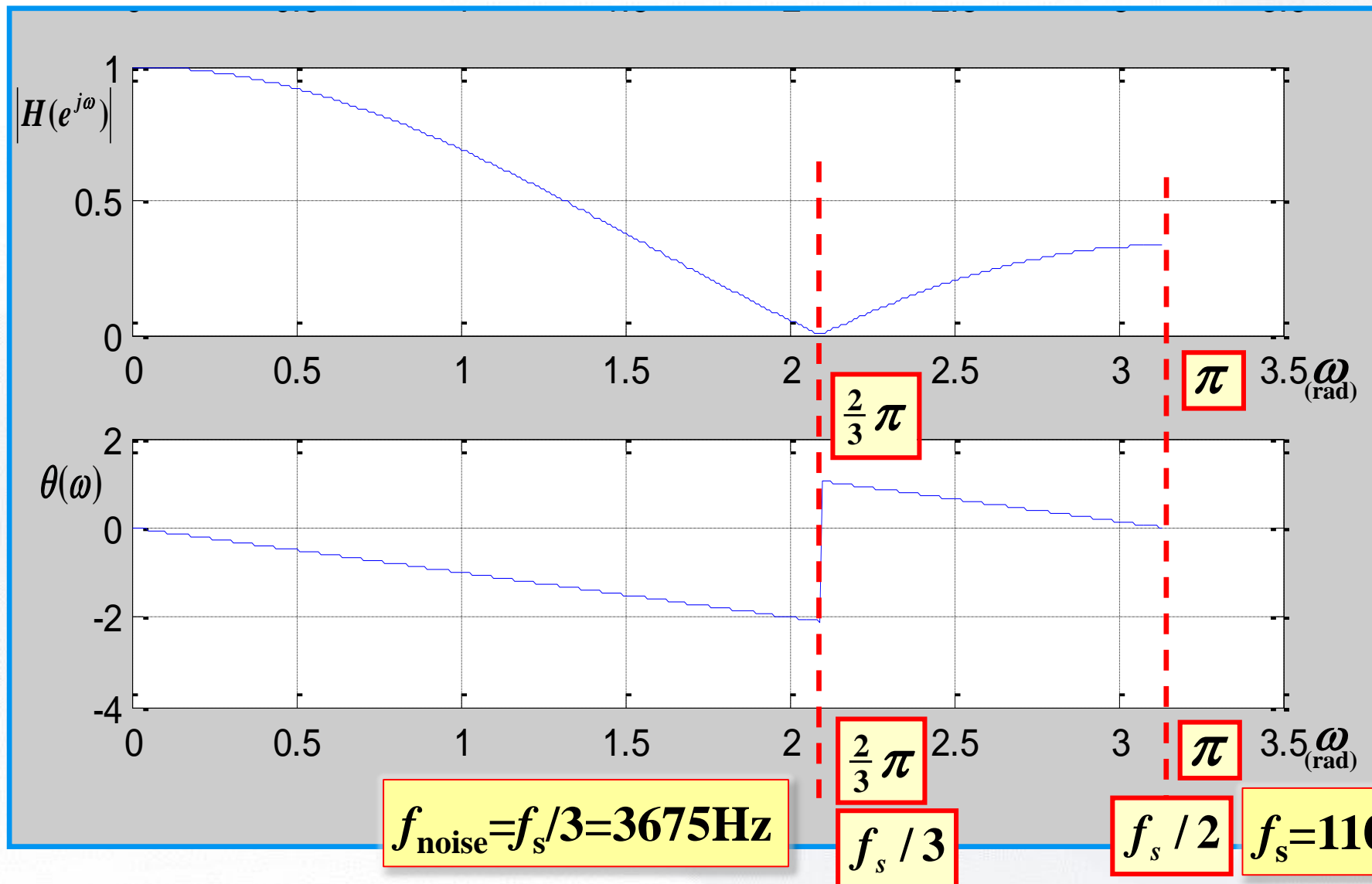
$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{3} [\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2)] e^{-j\omega n}$$

$$= \frac{1}{3} \sum_{n=0}^2 e^{-j\omega n} = \frac{1}{3} \frac{1 - e^{-j\omega 3}}{1 - e^{-j\omega}}$$

$$= \frac{1}{3} \frac{e^{-j\omega 3/2} (e^{j\omega 3/2} - e^{-j\omega 3/2}) / 2j}{e^{-j\omega/2} (e^{j\omega/2} - e^{-j\omega/2}) / 2j} = \frac{1}{3} e^{-j\omega} \frac{\sin\left(\frac{3}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}$$

$$|H(e^{j\omega})| e^{j\theta(\omega)}$$

## 2.4 系统频率响应的意义



$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{3} \frac{\sin\left(\frac{3}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)} e^{-j\omega}$$

幅频响应:

$$|H(e^{j\omega})| = \frac{1}{3} \left| \sin\left(\frac{3}{2}\omega\right) / \sin\left(\frac{\omega}{2}\right) \right|$$

相频响应:

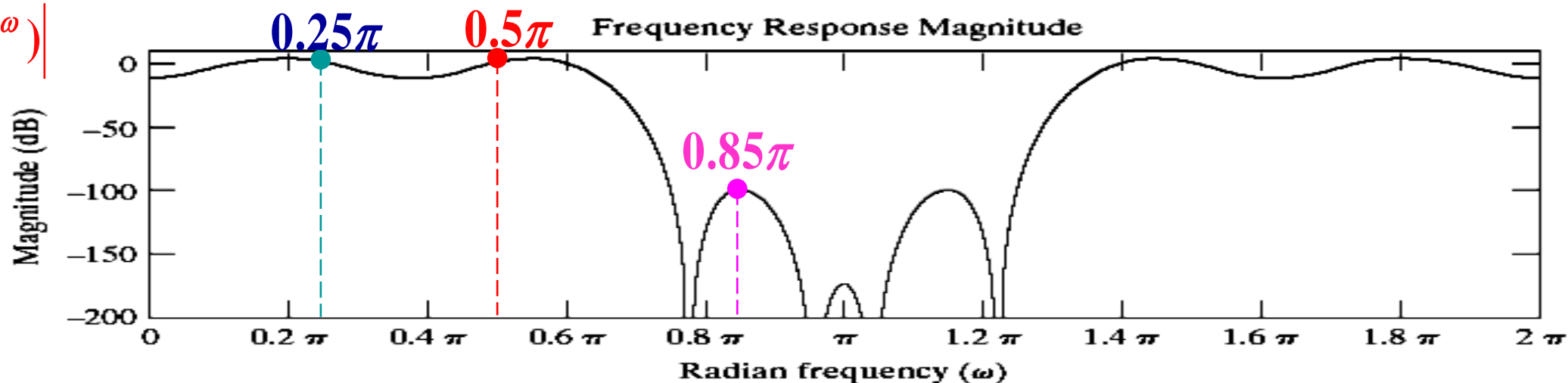
$$\theta(\omega) = \begin{cases} -\omega & 0 \leq \omega < \frac{2}{3}\pi \\ \pi - \omega & \frac{2}{3}\pi \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

## 2.4 系统频率响应的意义

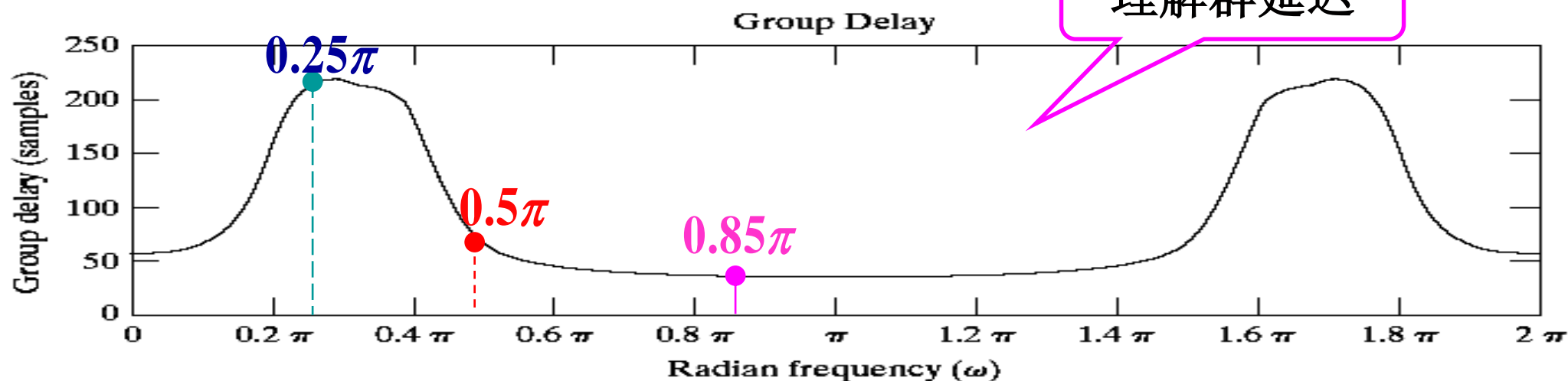
例3：分析下图的系统频率响应的作用

$$|H(e^{j\omega})|$$

幅度 (dB)



群延迟 (样本)

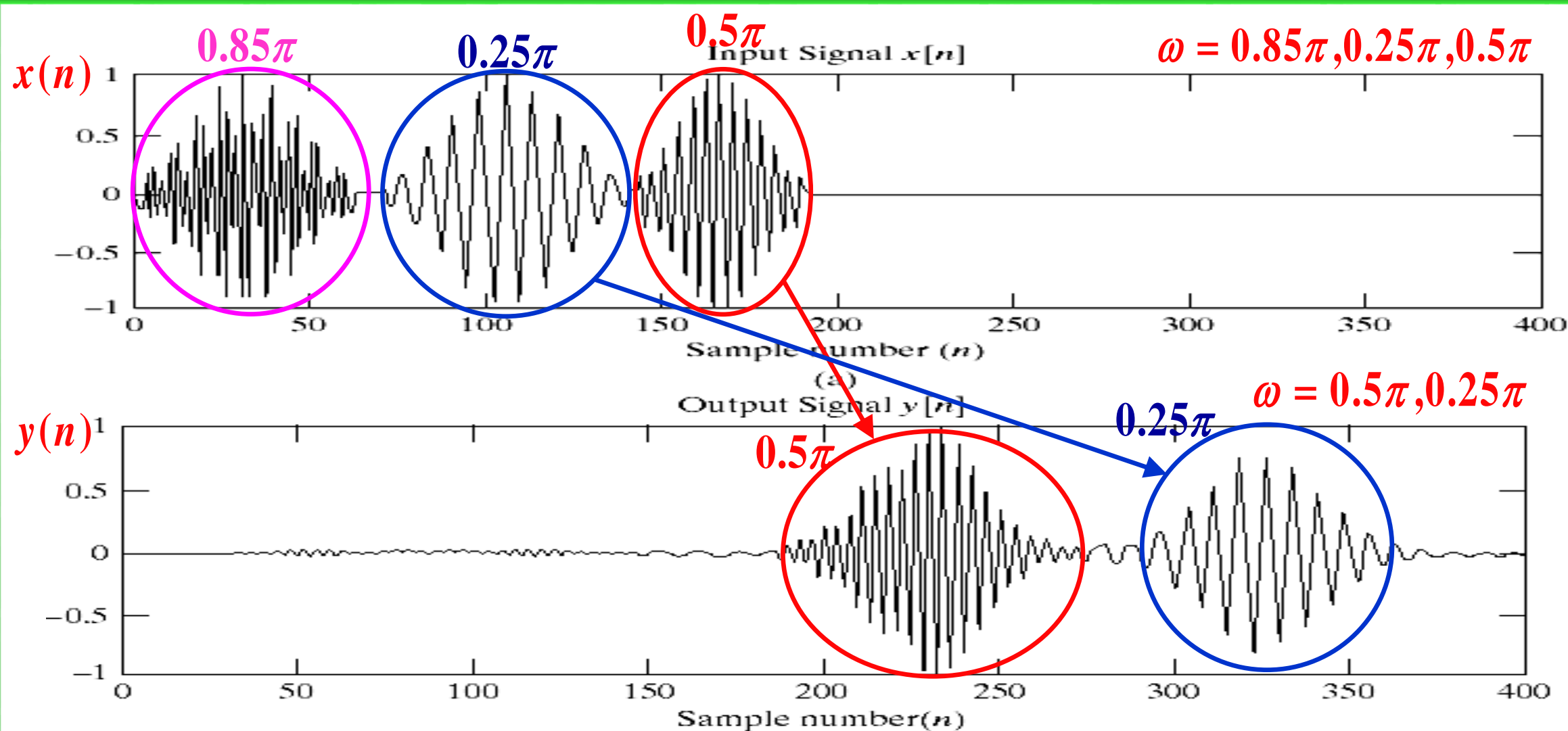


理解群延迟





## 2.4 系统频率响应的意义





## 第二章 $z$ 变换与LSI系统频域分析

*The  $z$  Transform and Frequency domain analysis of LSI System*

### 2.4 系统频率响应的意义(2)

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁

