第七章 FIR数字滤波器设计

FIR Digital Filter Design

第七章　FIR数字滤波器设计

FIR Digital Filter Design

7.1 线性相位FIR数字滤波器的条件和特点

线性相位FIR滤波器单位脉冲响应的条件

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁

IIR数字滤波器与FIR数字滤波器比较

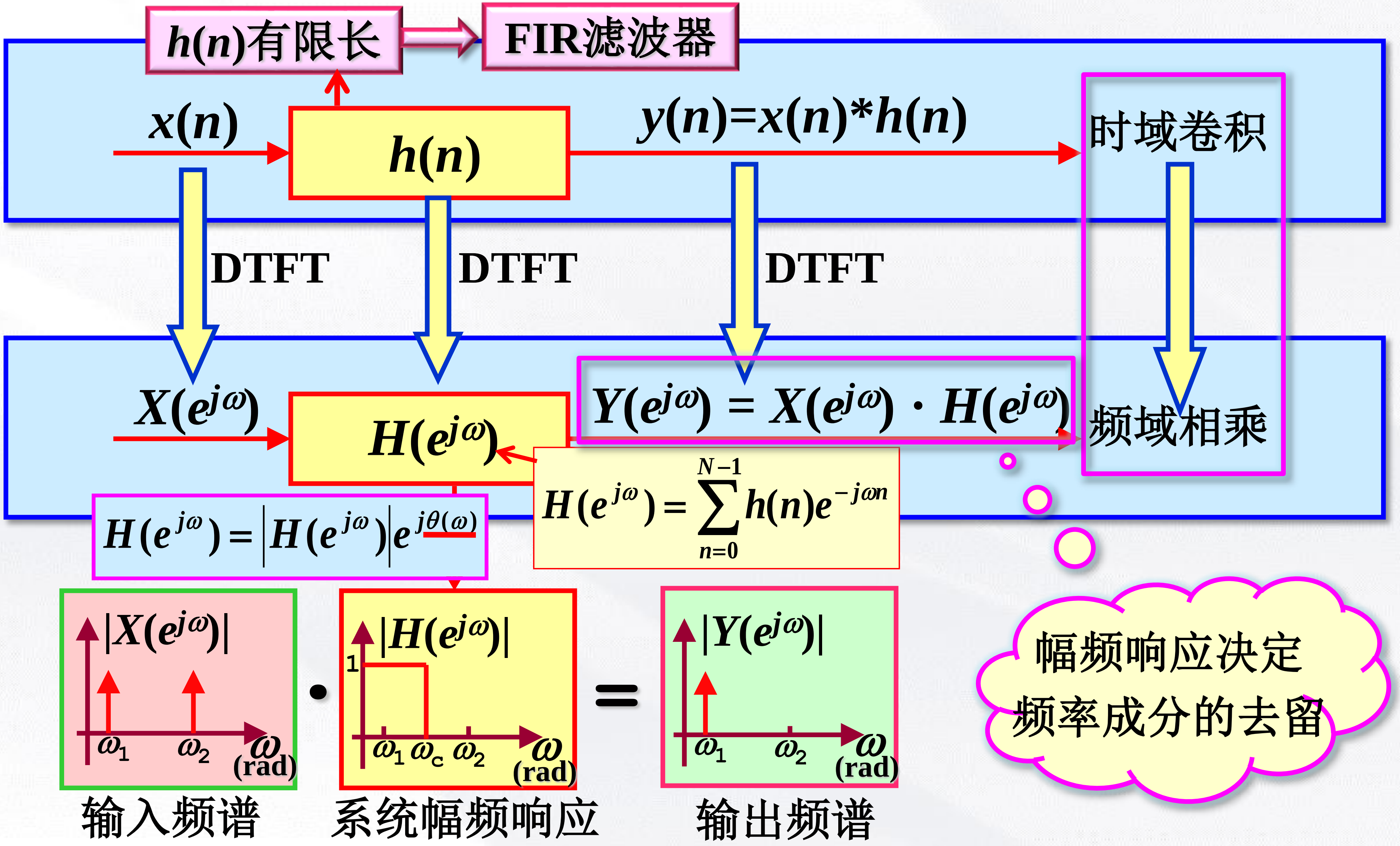
➢ IIR数字滤波器

- ◆ 可以利用模拟滤波器的设计结果，方便简单
- ◆ 非线性相位，若需线性相位，要采用全通网络进行相位校正

➢ FIR数字滤波器

- ◆ 可以做到严格线性相位
- ◆ 可以具有任意的幅度特性

一、基础知识回顾及问题的引出



相频响应的作用： FIR滤波器 ? 容易设计为线性相位

理想延时系统

$x(n)$ → $h(n)=\delta(n-\tau)$ → $y(n)=x(n-\tau)$ 时域卷积

DTFT　DTFT　DTFT

$X(e^{j\omega})$ → $H(e^{j\omega})=e^{-j\tau\omega}$ → $Y(e^{j\omega})=X(e^{j\omega})\cdot e^{-j\tau\omega}$ 频域相乘

$\left|H(e^{j\omega})\right|=1$

$\theta(\omega)=-\tau\omega$

⇒ $y(n)=x(n-\tau)$

某频率处的**相位响应**实际上对应着时域上该处频率信号的**移位**情况。

群延迟：

$$grd(\omega)=-\frac{d\theta(\omega)}{d\omega}=\tau$$

7.1 线性相位FIR数字滤波器的条件和特点

$$H(e^{j\omega}) = \pm\left|H(e^{j\omega})\right|e^{j\theta(\omega)} = \underline{H(\omega)}e^{\underline{j\theta(\omega)}}$$

- 两类线性相位

振幅响应　相位响应

一类线性相位 ⇒ $\theta(\omega) = -\tau\omega$

二类线性相位 ⇒ $\theta(\omega) = \beta_0 - \tau\omega$　$\beta_0 = \pm\dfrac{\pi}{2}$

1、线性相位条件下<u>h(n)</u>有什么特性？
2、线性相位条件下<u>滤波器频率响应</u>有何特点？
3、线性相位条件下系统<u>零极点分布</u>有什么特点？

线性相位FIR滤波器单位脉冲响应的条件

- 如何研究线性相位条件下 $h(n)$ 的特性

一类线性相位 → $\theta(\omega) = -\tau\omega$

二类线性相位 → $\theta(\omega) = \beta_0 - \tau\omega$　$\beta_0 = \pm\frac{\pi}{2}$

$H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$

$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n}$

$\theta(\omega)$ → $H(e^{j\omega})$ → $h(n)$

二、线性相位条件下$h(n)$的特性

一类线性相位 → $\theta(\omega) = -\tau\omega$

$$H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j(-\tau\omega)} = H(\omega)\cos(\omega\tau) - jH(\omega)\sin(\omega\tau)$$

实部　　虚部

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos(\omega n) - j\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin(\omega n)$$

$$H(\omega)\cos(\omega\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos(\omega n)$$

$$H(\omega)\sin(\omega\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin(\omega n)$$

二、线性相位条件下$h(n)$的特性

$$H(\omega)\cos(\omega\tau)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\cos(\omega n) \quad ①$$

$$H(\omega)\sin(\omega\tau)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\sin(\omega n) \quad ②$$

②/①

$$\frac{\sin(\omega\tau)}{\cos(\omega\tau)}=\frac{\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\sin(\omega n)}{\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\cos(\omega n)}$$

$$\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\sin(\omega n)\cos(\omega\tau)-\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\cos(\omega n)\sin(\omega\tau)=0$$

$$\sum_{n=0}^{N-1}h(n)\sin[(n-\tau)\omega]=0$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin[(n-\tau)\omega] = 0$$

? $n \in [n_1, n_2]$

$\tau = n_1+(n_2-n_1)/2$

$n \in [0, N\text{-}1]$

以τ为中心对称的奇函数

若 $\tau = (N\text{-}1)/2$

$$\sum_{n=0}^{N-1} \sin[(n-\tau)\omega] = 0$$

若$h(n)$以 $\tau = (N\text{-}1)/2$ 为中心偶对称

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin[(n-\tau)\omega] = 0$$

一类线性相位

$h(n) = h(N\text{-}1\text{-}n)$ $n \in [0, N\text{-}1]$

二类线性相位 $\theta(\omega)=\beta_0-\tau\omega$ $\beta_0=\pm\frac{\pi}{2}$

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin[\beta_0+(n-\tau)\omega]=0$$

$n\in[0\,,N\text{-}1]$

以τ为中心对称的偶函数

若$h(n)$以 $\tau=(N\text{-}1)/2$ 为中心奇对称 $\Rightarrow$ $\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin[\beta_0+(n-\tau)\omega]=0$

二类线性相位 $\Rightarrow$ $h(n)=-h(N\text{-}1\text{-}n)$ $n\in[0, N\text{-}1]$

线性相位FIR滤波器单位脉冲响应的条件

➢ 线性相位条件下 $h(n)$ 的特性

一类线性相位 → $\theta(\omega) = -\tau\omega$

$h(n) = h(N-1-n)$　　$n \in [0, N-1]$

二类线性相位 → $\theta(\omega) = \beta_0 - \tau\omega$　　$\beta_0 = \pm\frac{\pi}{2}$

$h(n) = -h(N-1-n)$　　$n \in [0, N-1]$

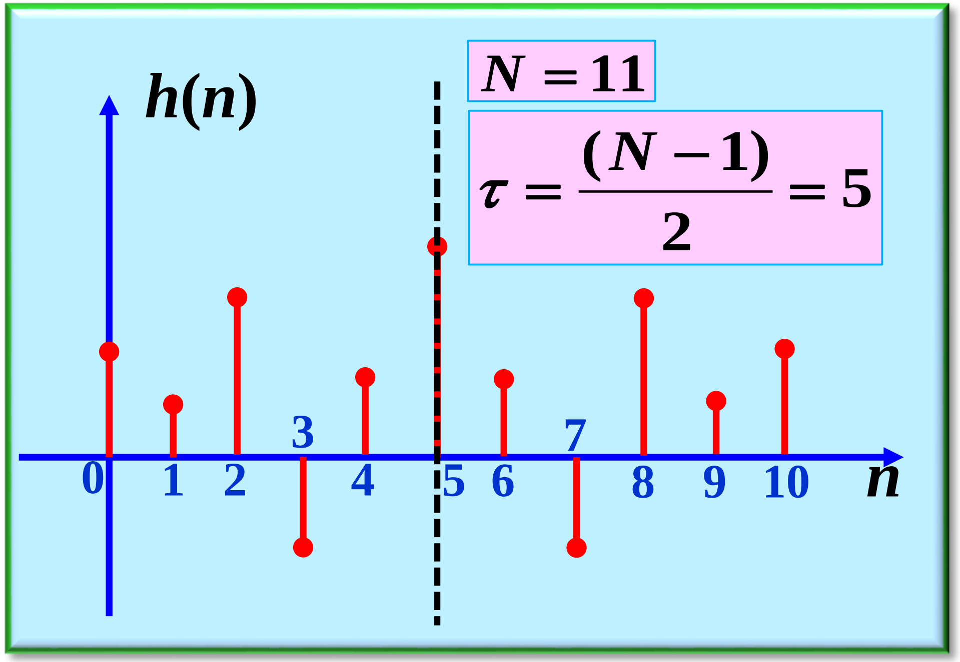
第一类线性相位 $\theta(\omega)=-\tau\omega$ 的充要条件：

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin[(n-\tau)\omega]=0$$

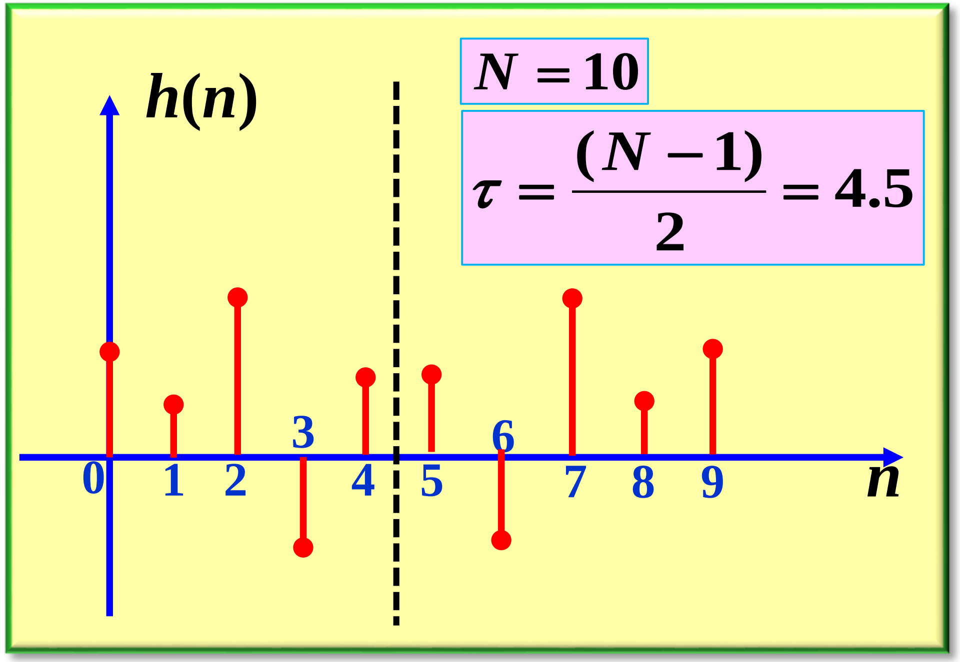
对称中心

$$h(n)=h(N-1-n) \quad 0\le n\le N-1 \Rightarrow \tau=\frac{(N-1)}{2}$$

$h(n)$偶对称，N为奇数



$h(n)$偶对称，N为偶数



第二类线性相位 $\theta(\omega)=\beta_0-\tau\omega$ 的充要条件：

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin[\beta_0+(n-\tau)\omega]=0$$

$$h(n)=-h(N-1-n) \quad 0\le n\le N-1$$

对称中心

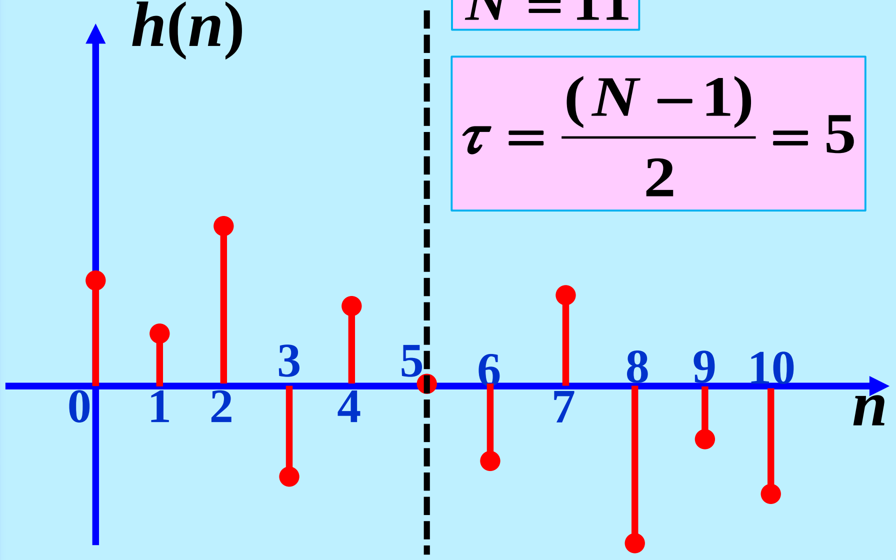
$$\tau=\frac{(N-1)}{2}$$

$$\beta_0=\pm\pi/2$$

$h(n)$奇对称，N为奇数

$N=11$

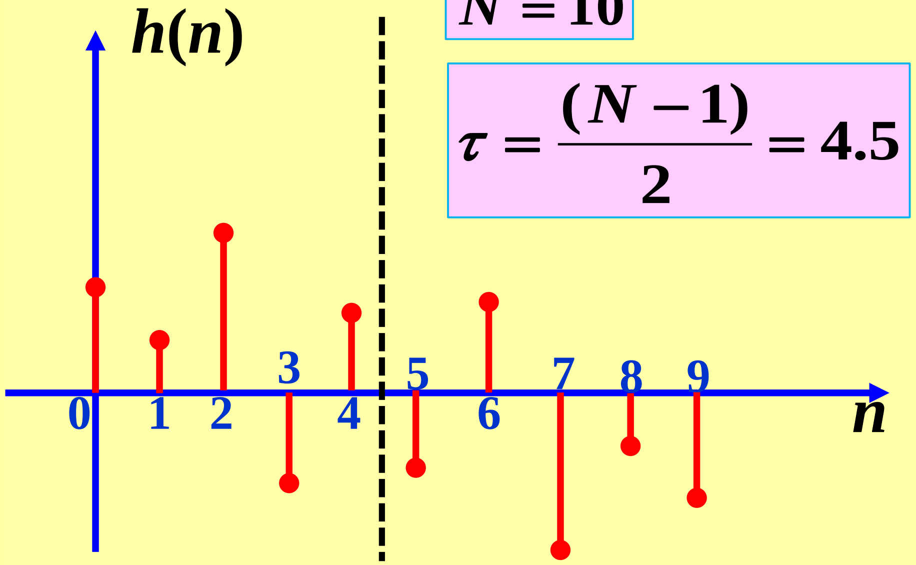
$$\tau=\frac{(N-1)}{2}=5$$



$h(n)$奇对称，N为偶数

$N=10$

$$\tau=\frac{(N-1)}{2}=4.5$$



第七章　FIR数字滤波器设计

FIR Digital Filter Design

7.1　线性相位FIR数字滤波器的条件和特点

线性相位FIR滤波器单位脉冲响应的条件

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁