第七章 FIR数字滤波器设计

FIR Digital Filter Design

第七章　FIR数字滤波器设计

FIR Digital Filter Design

7.1 线性相位FIR数字滤波器的条件和特点

线性相位FIR滤波器系统函数零极点的特点

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁

线性相位FIR滤波器系统函数零极点的特点

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}$$

由z变换表达式分析FIR系统极点特点

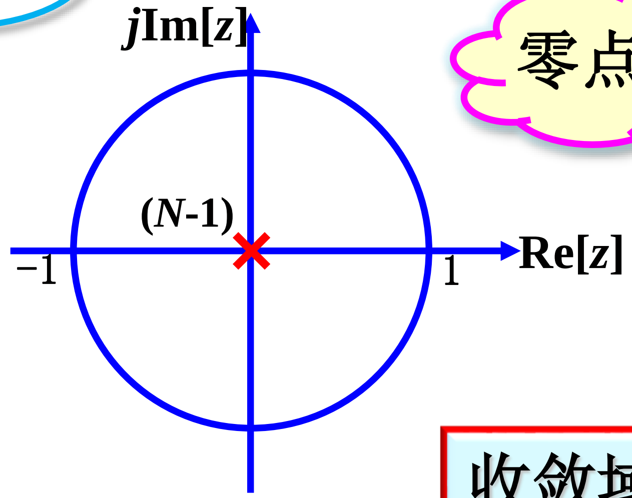
$$=h(0)+h(1)z^{-1}+h(2)z^{-2}+\ldots+h(N-1)z^{-(N-1)}$$

$$=\frac{\boxed{h(0)z^{(N-1)}+h(1)z^{(N-2)}+h(2)z^{(N-3)}+\ldots+h(N-1)}}{z^{(N-1)}}$$

零点特点？

1、$h(n)$为N点长因果系统，其极点数为N-1个，且全部在z平面原点的位置。

2、FIR系统一定是稳定的。



收敛域 → $|z|>0$

线性相位FIR滤波器系统函数零极点的特点

◆ 由线性相位条件分析系统零点分布特点

线性相位 ⇒ $h(n)=\pm h(N-1-n)$

$\tau=(N-1)/2$

$n\in[0, N-1]$

$$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}=\sum_{n=0}^{N-1}\pm h(N-1-n)z^{-n}$$

$$\underline{\underline{令m=N-1-n}}\quad \sum_{m=0}^{N-1}\pm h(m)z^{-(N-1-m)}$$

$$=\pm z^{-(N-1)}\sum_{m=0}^{N-1}h(m)z^{m}$$

$$\boxed{=\pm z^{-(N-1)}H(z^{-1})}$$

$$\boxed{\begin{aligned}H(z)&=\pm z^{-(N-1)}H(z^{-1})\\ H(z^{-1})&=\pm z^{(N-1)}H(z)\end{aligned}}$$

线性相位FIR滤波器系统函数零极点的特点

- 线性相位FIR滤波器：零点关于单位圆镜像对称

线性相位 → $H(z^{-1}) = \pm z^{(N-1)} H(z)$

设 z_i 是系统零点，即$H(z_i) = 0$

$$H(z_i^{-1}) = \pm z_i^{(N-1)} H(z_i) = 0$$

→ 则 z_i^{-1}也是系统零点

- 回忆： FIR滤波器的$h(n)$若为实序列，则零点共轭对称

N点长实序列$h(n)$的线性相位FIR滤波器的零极点特征：

1、N-1个零点：共轭成对且与单位圆成镜像对称。

即有 z_i、则有： z_i^*、$1/z_i$、$1/z_i^*$

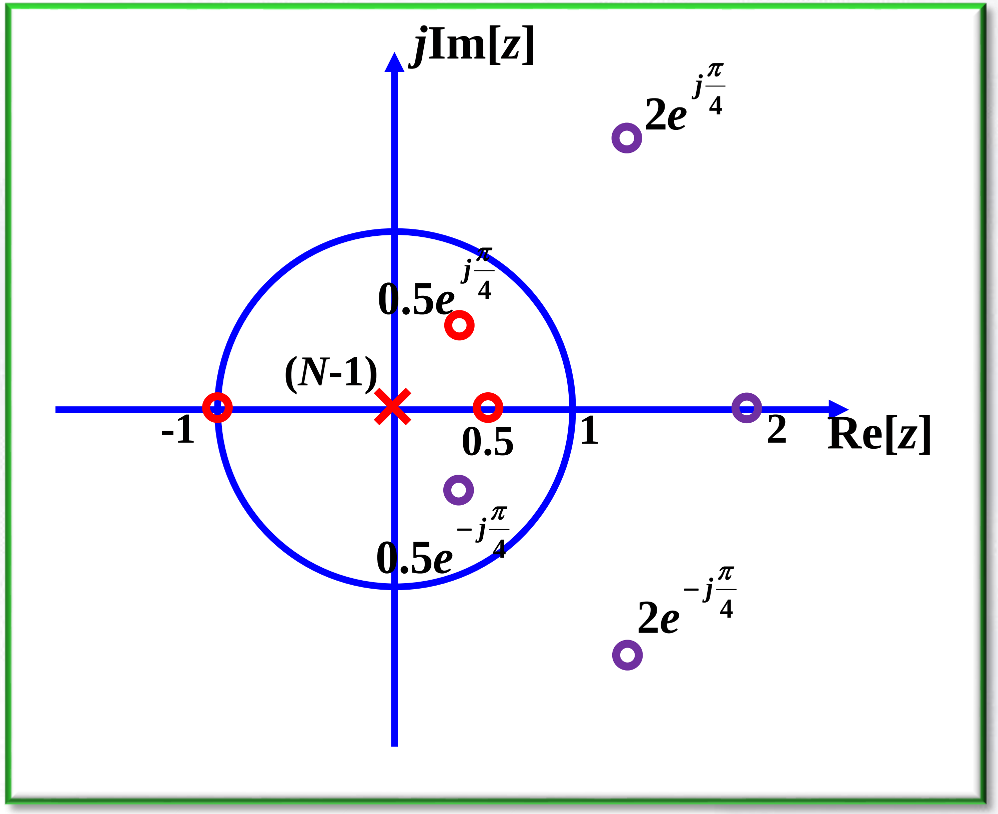
2、N-1个极点：z平面圆心处，FIR系统必稳定。

线性相位FIR滤波器系统函数零极点的特点

例：设某线性相位FIR数字滤波器的$h(n)$为实序列，它的三个零点是：-1、 0.5、 $0.5e^{j\frac{\pi}{4}}$

(1) 试确定该FIR数字滤波器可能存在的其它零点？

(2) 该滤波器的最低阶数及最小群延迟是多少？



(1) 2、$0.5e^{-j\frac{\pi}{4}}$、$2e^{j\frac{\pi}{4}}$、$2e^{-j\frac{\pi}{4}}$

(2) 滤波器的最低为7阶；

滤波器最小群延迟：

$$\tau = \frac{N-1}{2} = 3.5$$

7个零点 → N-1=7

第七章　FIR数字滤波器设计

FIR Digital Filter Design

7.1 线性相位FIR数字滤波器的条件和特点

线性相位FIR滤波器系统函数零极点的特点

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁