

## 第五章 数字滤波器结构

*Structures for digital filter*

5.1

数字滤波器概述

5.2

IIR数字滤波器结构

5.3

FIR数字滤波器结构



# 第五章 数字滤波器结构

*Structures for digital filter*

## 5.2 IIR数字滤波器结构

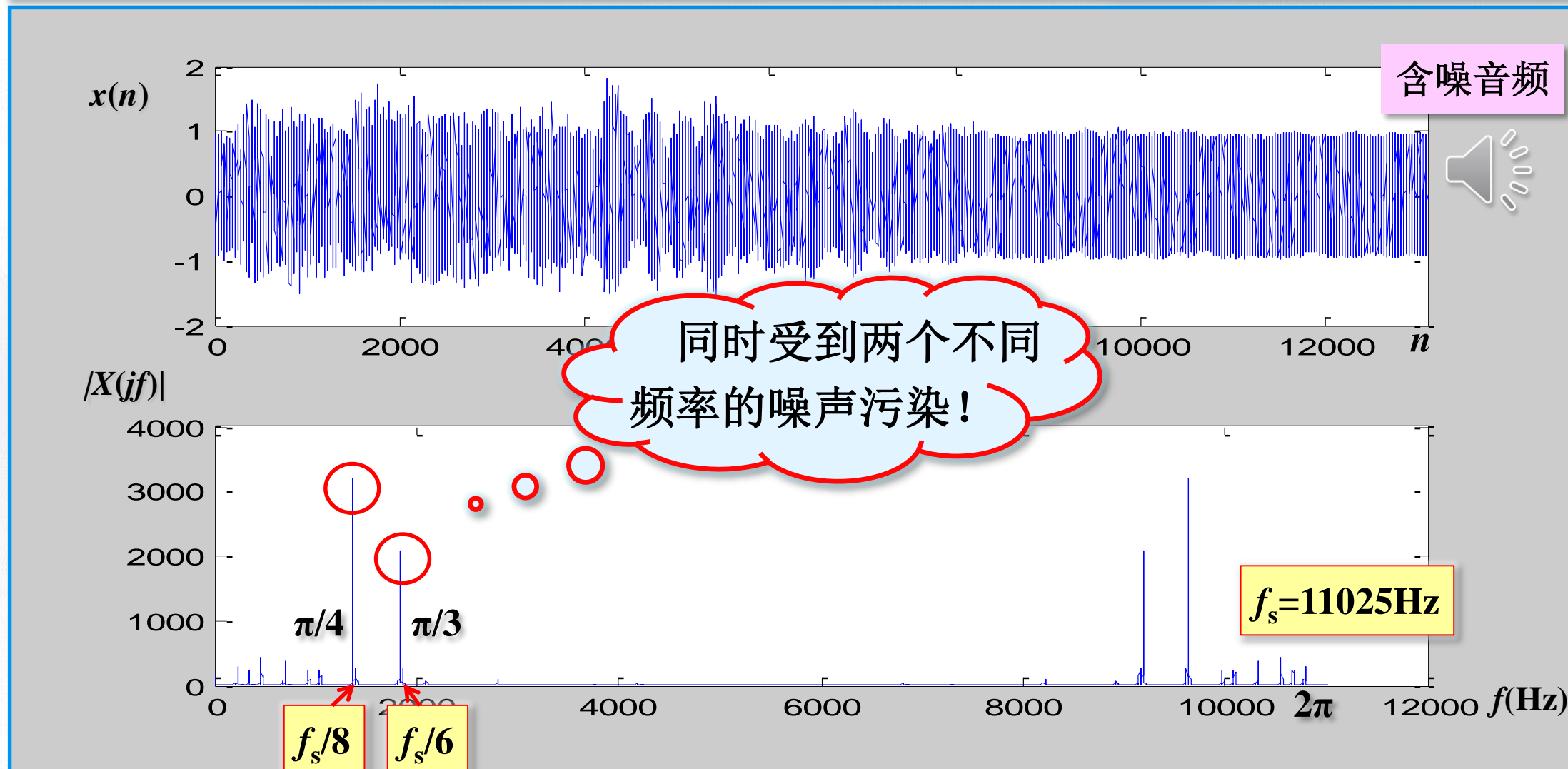
### 级联型结构及应用

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁



## ➤ 直接型IIR滤波器存在的问题

下面的音频信号受到了噪声污染，请设计陷波器滤除噪声。



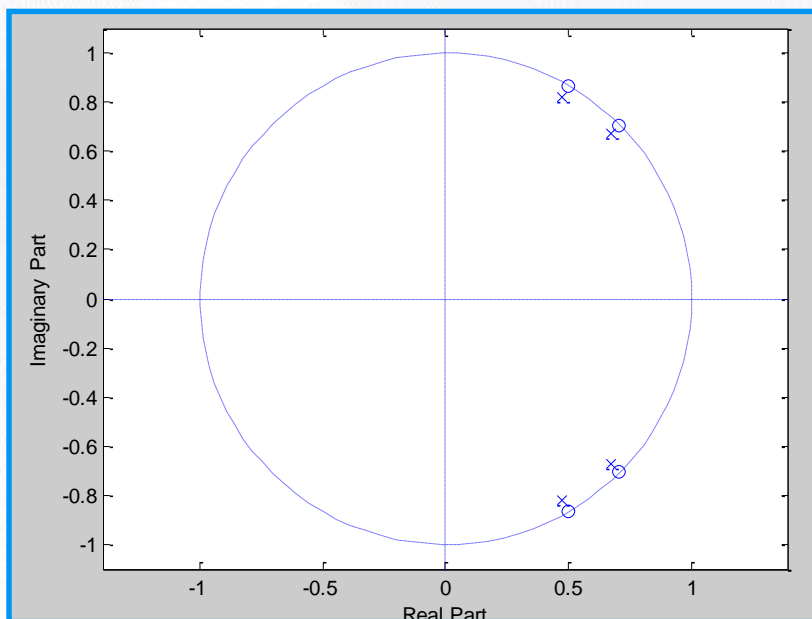
## 5.2 IIR数字滤波器结构



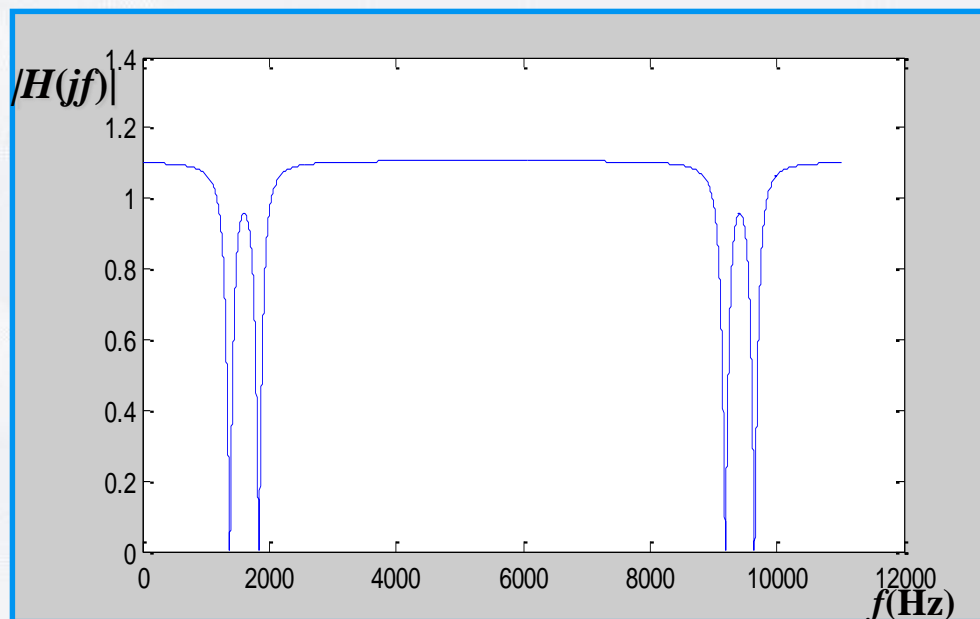
➤ 设计陷波器，滤除两个噪声干扰频率

$$H(z) = \frac{(z - e^{j\frac{\pi}{4}})(z - e^{-j\frac{\pi}{4}})}{(z - re^{j\frac{\pi}{4}})(z - re^{-j\frac{\pi}{4}})} \cdot \frac{(z - e^{j\frac{\pi}{3}})(z - e^{-j\frac{\pi}{3}})}{(z - re^{j\frac{\pi}{3}})(z - re^{-j\frac{\pi}{3}})}$$

零极点图



幅频响应图



## 5.2 IIR数字滤波器结构



系统函数

$$H(z) = \frac{(z - e^{j\frac{\pi}{4}})(z - e^{-j\frac{\pi}{4}})}{(z - re^{j\frac{\pi}{4}})(z - re^{-j\frac{\pi}{4}})} \cdot \frac{(z - e^{j\frac{\pi}{3}})(z - e^{-j\frac{\pi}{3}})}{(z - re^{j\frac{\pi}{3}})(z - re^{-j\frac{\pi}{3}})}$$
$$= \frac{1 - 2\cos(\pi/4)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r\cos(\pi/4)z^{-1} + r^2z^{-2}} \cdot \frac{1 - 2\cos(\pi/3)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r\cos(\pi/3)z^{-1} + r^2z^{-2}}$$

$r = 0.95$

$$= \frac{1 - 2.4142z^{-1} + 3.4142z^{-2} - 2.4142z^{-3} + z^{-4}}{1 - 2.2935z^{-1} + 3.0813z^{-2} - 2.0699z^{-3} + 0.8145z^{-4}}$$

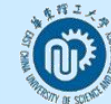
差分方程

直接II型

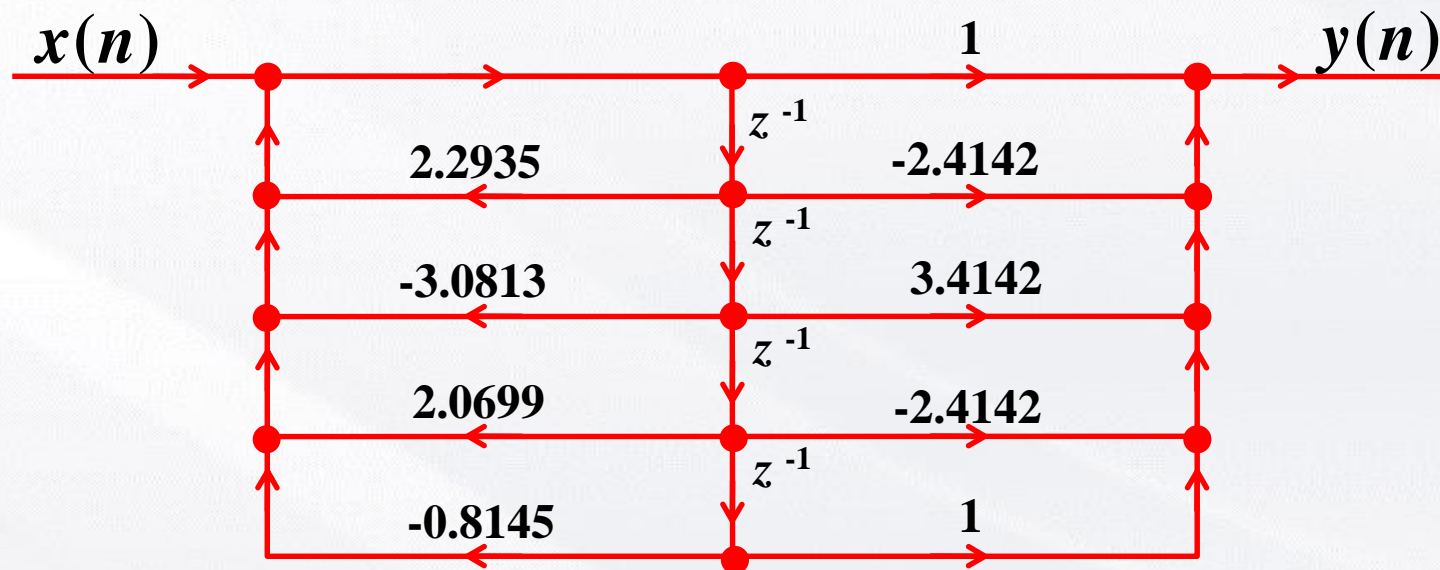
$$y(n) = 2.2935y(n-1) - 3.0813y(n-2) + 2.0699y(n-3) - 0.8145y(n-4) \\ + x(n) - 2.4142x(n-1) + 3.4142x(n-2) - 2.4142x(n-3) + x(n-4)$$



## 5.2 IIR数字滤波器结构



$$H(z) = \frac{1 - 2.4142z^{-1} + 3.4142z^{-2} - 2.4142z^{-3} + z^{-4}}{1 - 2.2935z^{-1} + 3.0813z^{-2} - 2.0699z^{-3} + 0.8145z^{-4}}$$



➤ 直接型滤波器结构的缺点：

不利于系统性能的控制，系数的变化极易改变系统滤波特性。

## 5.2 IIR数字滤波器结构

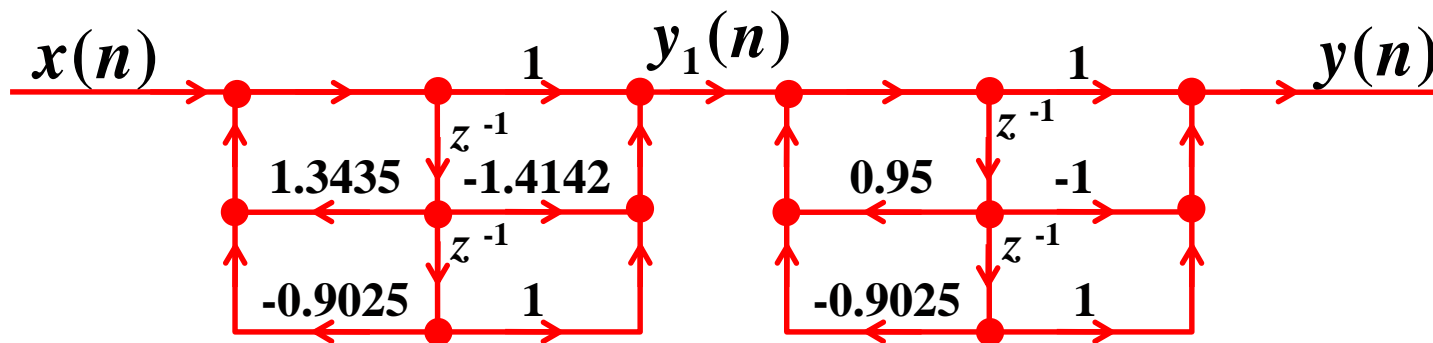


### ➤ 级联型 IIR 数字滤波器结构

*Cascade Form*

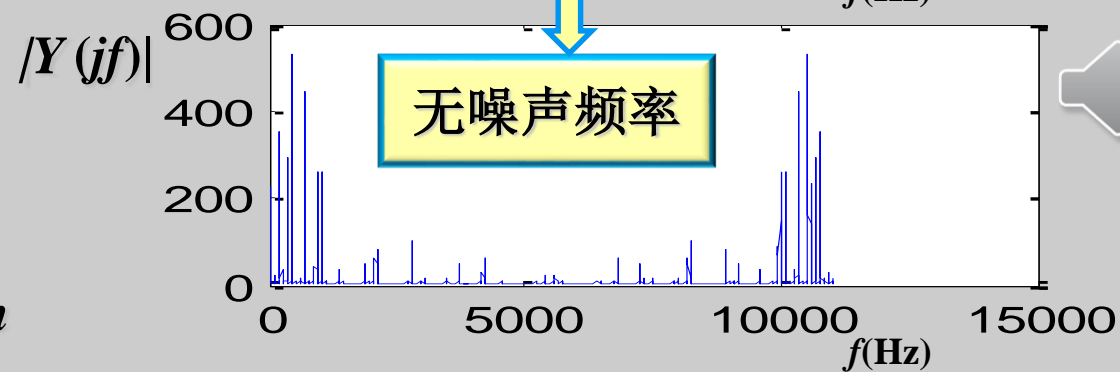
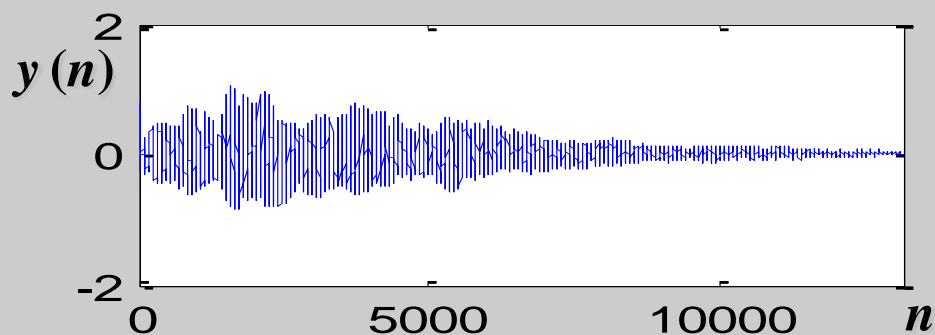
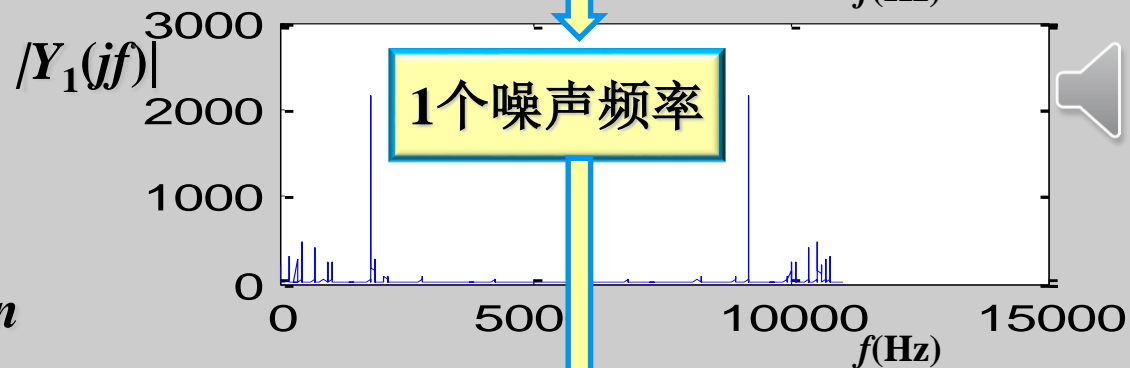
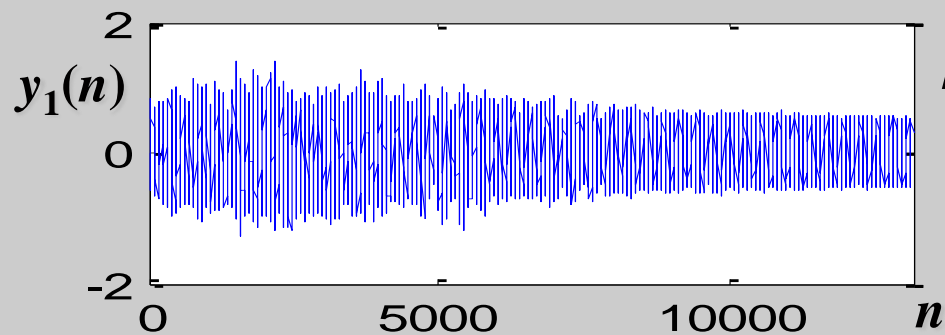
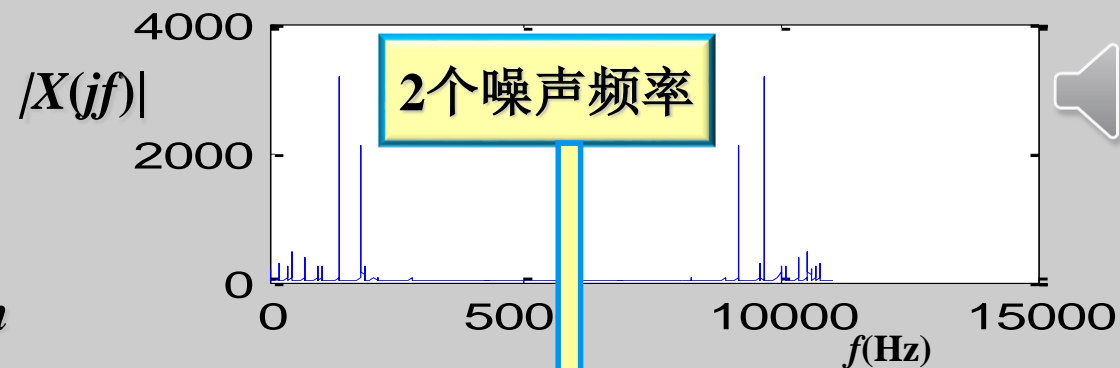
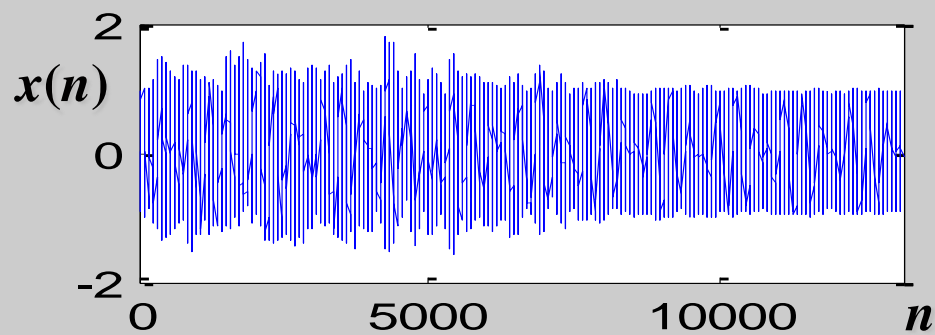
$$H(z) = \frac{1 - 2\cos(\pi/4)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r\cos(\pi/4)z^{-1} + r^2z^{-2}} \cdot \frac{1 - 2\cos(\pi/3)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r\cos(\pi/3)z^{-1} + r^2z^{-2}}$$
$$= \left( \frac{1 - 1.4142z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.3435z^{-1} + 0.9025z^{-2}} \right) \cdot \left( \frac{1 - z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.95z^{-1} + 0.9025z^{-2}} \right)$$

级联型





## ➤ 仿真结果





## 5.2 IIR数字滤波器结构



### ➤ 级联型IIR数字滤波器系统函数的因式分解

一个 $N$ 阶系统函数可用它的零、极点来表示，即系统函数的分子、分母进行因式分解：

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}} = A \frac{\prod_{i=1}^M (1 - c_i z^{-1})}{\prod_{i=1}^N (1 - d_i z^{-1})}$$

零极点 $c_i$ 和 $d_i$ 通常只有两种情况：

- (1) 实根
- (2) 共轭复根

## 5.2 IIR数字滤波器结构



### ➤ 系统函数系数分析

$$H(z) = A \frac{\prod_{i=1}^M (1 - c_i z^{-1})}{\prod_{i=1}^N (1 - d_i z^{-1})} = A \frac{\prod_{i=1}^{M_1} (1 - g_i z^{-1}) \prod_{i=1}^{M_2} (1 - h_i z^{-1})(1 - h_i^* z^{-1})}{\prod_{i=1}^{N_1} (1 - p_i z^{-1}) \prod_{i=1}^{N_2} (1 - q_i z^{-1})(1 - q_i^* z^{-1})}$$

式中： $g_i, p_i$ 为实根； $h_i, q_i$ 为复根。

其中： $N_1 + 2N_2 = N$ ； $M_1 + 2M_2 = M$

若将每一对共轭因子合并起来构成一个实系数的二阶因子，则：

$$H(z) = A \frac{\prod_{i=1}^{M_1} (1 - g_i z^{-1}) \prod_{i=1}^{M_2} (1 + \beta_{1i} z^{-1} + \beta_{2i} z^{-2})}{\prod_{i=1}^{N_1} (1 - p_i z^{-1}) \prod_{i=1}^{N_2} (1 - \alpha_{1i} z^{-1} - \alpha_{2i} z^{-2})}$$

## 5.2 IIR数字滤波器结构

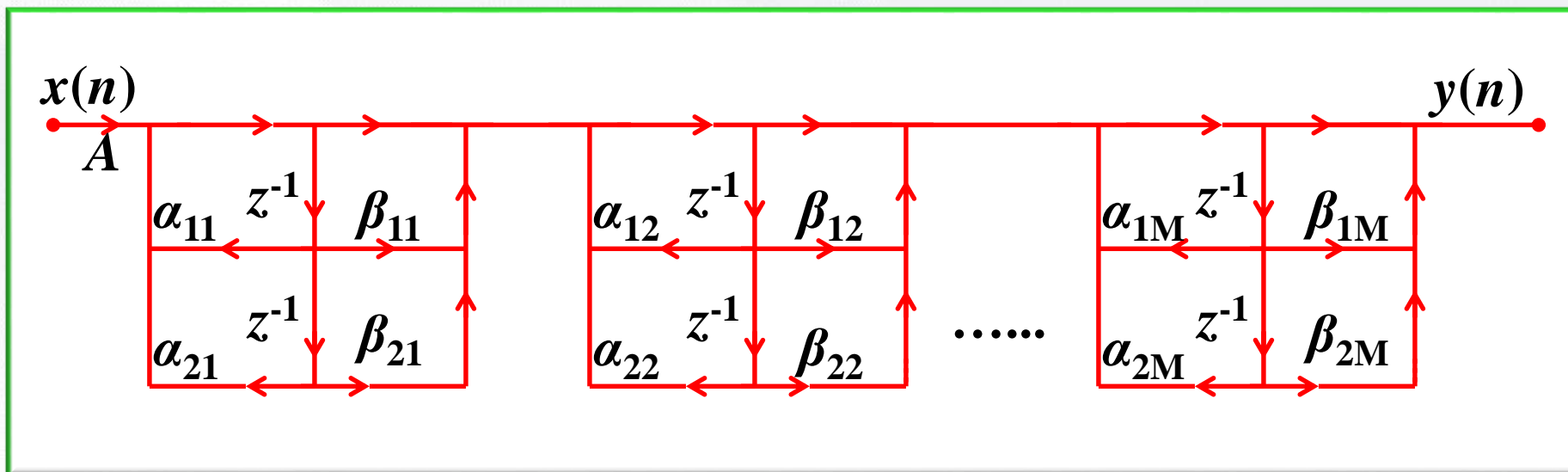


### ➤ 用二阶节级联表示的滤波器系统

整个滤波器则是多个二阶节级联：

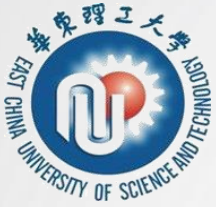
$$H(z) = A \prod_{i=1}^M H_i(z)$$

$$H_i(z) = \frac{1 + \beta_{1i}z^{-1} + \beta_{2i}z^{-2}}{1 - \alpha_{1i}z^{-1} - \alpha_{2i}z^{-2}}$$



### 级联型IIR数字滤波器结构的特点

- ◆ 每个二阶节系数单独控制一对零点或一对极点，**有利于控制频率响应，滤波器调整方便。**
- ◆ **硬件实现中**，可采用一个二阶环分时复用；**软件实现中**，可以调用同一子函数。
- ◆ **对有限字长的敏感程度**比直接型**低**。需要注意的是不同的配对方式具有不同的有限字长敏感程度。



# 第五章 数字滤波器结构

*Structures for digital filter*

## 5.2 IIR数字滤波器结构

### 级联型结构及应用

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁

