

第六章 IIR数字滤波器设计

IIR Digital Filter Design

6.1

数字滤波器设计方法概述

6.2

模拟滤波器的设计

6.3

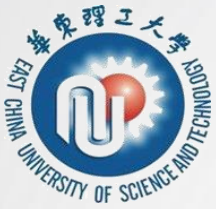
脉冲响应不变法

6.4

双线性变换法

6.5

IIR数字滤波器设计方法小结



第六章 IIR数字滤波器设计

IIR Digital Filter Design

6.1 数字滤波器设计方法概述

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁



一、数字滤波器基本概念

数字滤波器：输入输出均为数字信号，经过一定运算关系改变输入信号所含频率成分的相对比例或者滤除某些频率成分的器件。

优点：精度高，稳定，体积小，重量轻，灵活，不要求阻抗匹配，能实现模拟滤波器(AF)无法实现的特殊滤波功能。

1、数字滤波器的分类

- ◆ 从**功能**上分：
低通、带通、高通、带阻
- ◆ 从**实现方法**上分：FIR、IIR
- ◆ 从**处理信号**分：
经典滤波器、现代滤波器

- ◆ 从**设计方法**上来分：
IIR：Butterworth(巴特沃斯)、
Chebyshev(切比雪夫)、
Ellips(椭圆)、贝塞尔等。
FIR：窗函数法、
频率采样法、
等波纹逼近法等。

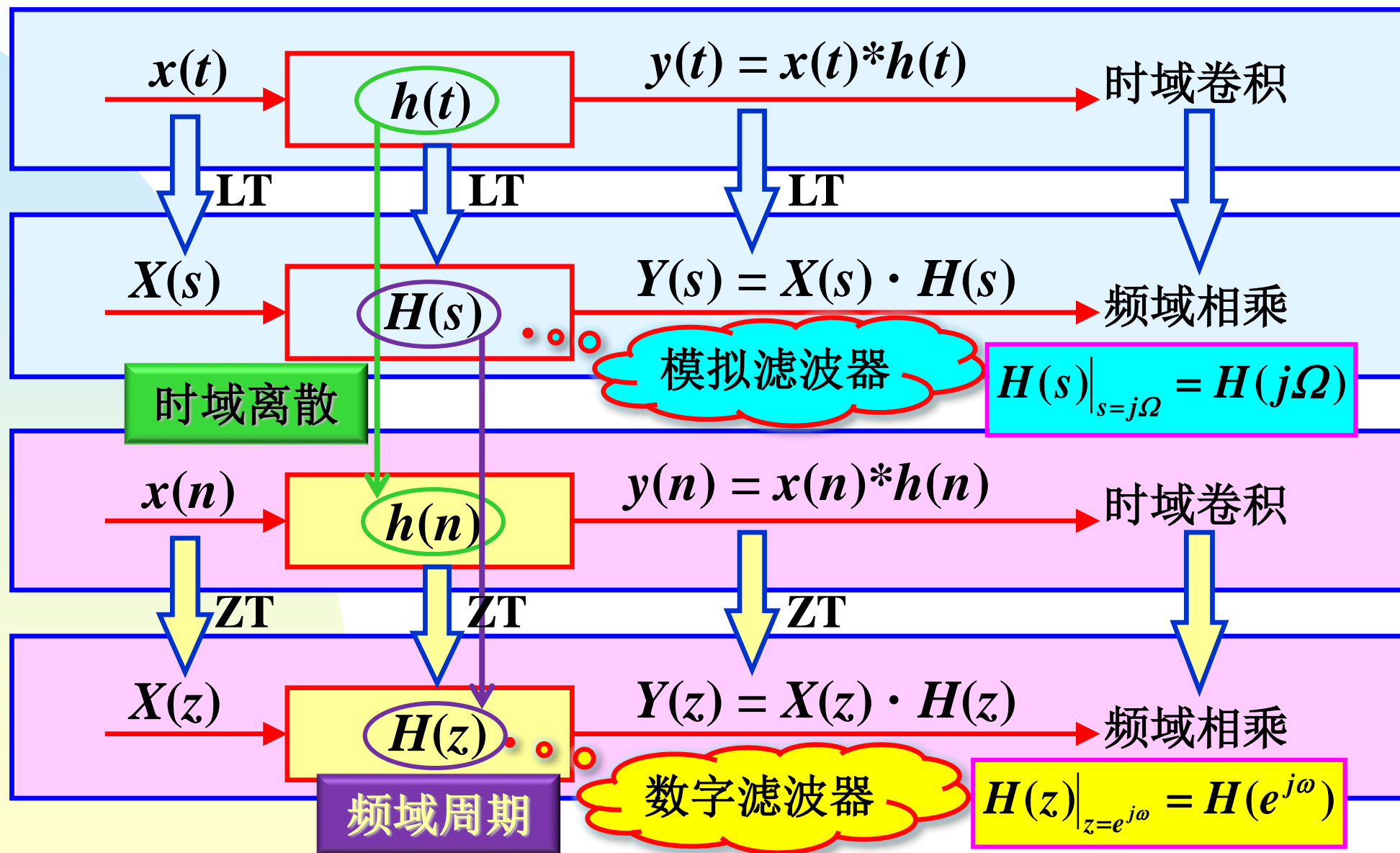
(1) 经典滤波器

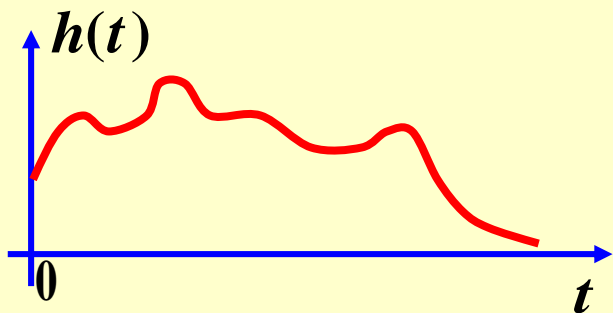
- 假定输入信号 $x(n)$ 中的有用成分和希望去除的成分，各自占有不同的频带。
- 当 $x(n)$ 经过一个线性系统（即滤波器）后即可将欲去除的成分有效地去除。
- 如果信号和噪声的频谱相互重叠，那么经典滤波器将无能为力，此时可以设计现代滤波器来解决。

(2) 现代滤波器

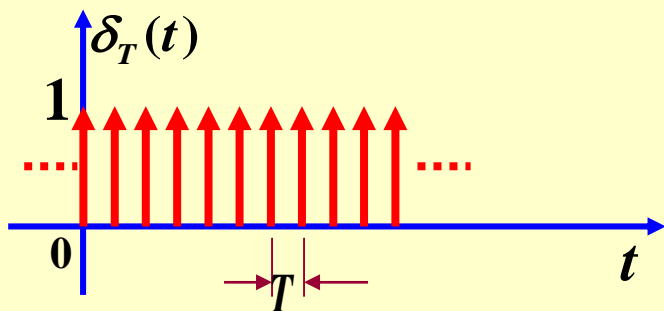
- 它主要研究内容是从含有噪声的数据记录中估计出信号的某些特征或信号本身。一旦信号被估计出，那么估计出的信号将比原信号会有高的信噪比。
- 现代滤波器把信号和噪声都视为随机信号，利用它们的统计特征(如自相关函数、功率谱等)导出一套最佳估值算法，然后用硬件或软件予以实现。
- 现代滤波器理论源于维纳在40年代及其以后的工作，这一类滤波器的代表为维纳滤波器，此外，还有卡尔曼滤波器、线性预测器、自适应滤波器。

(3) 模拟滤波器和数字滤波器

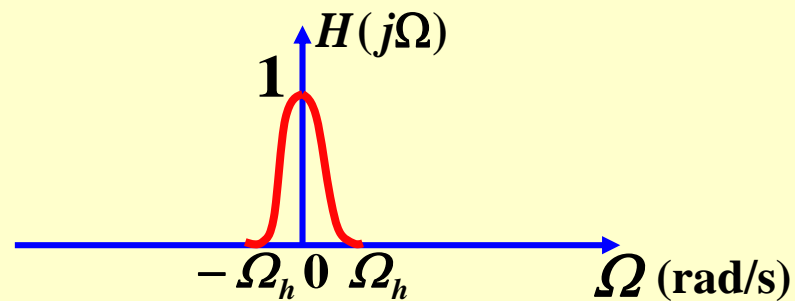




时域相乘

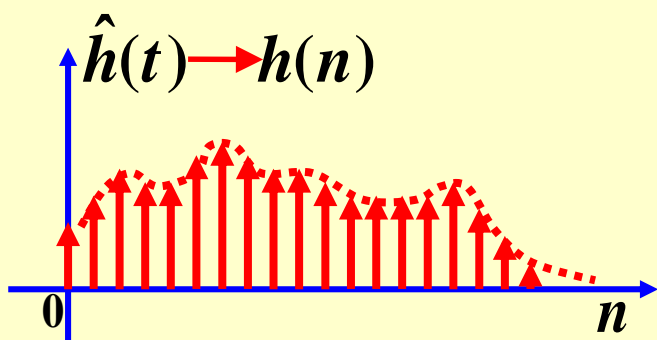
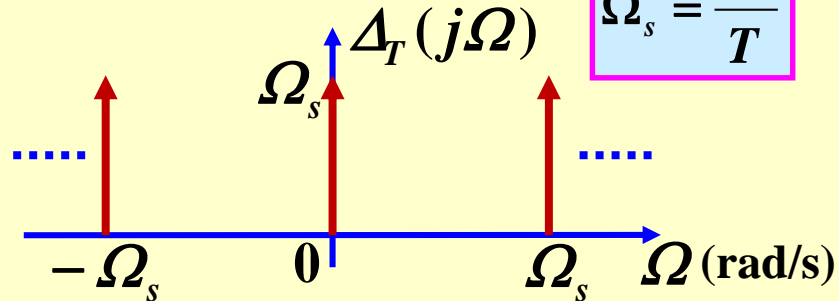


FT

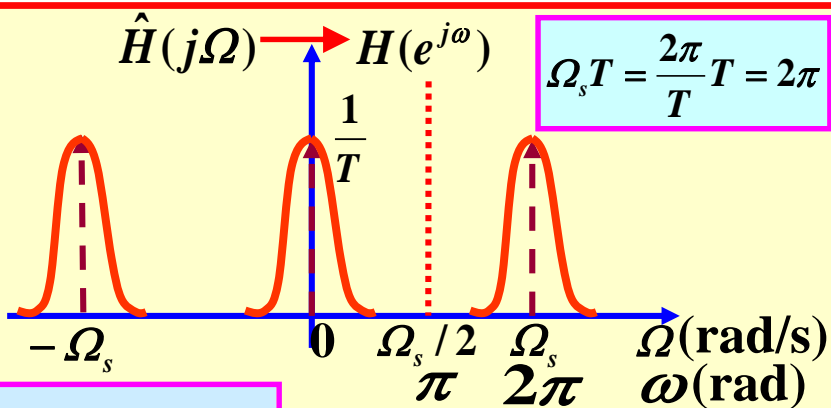


频域卷积

FT



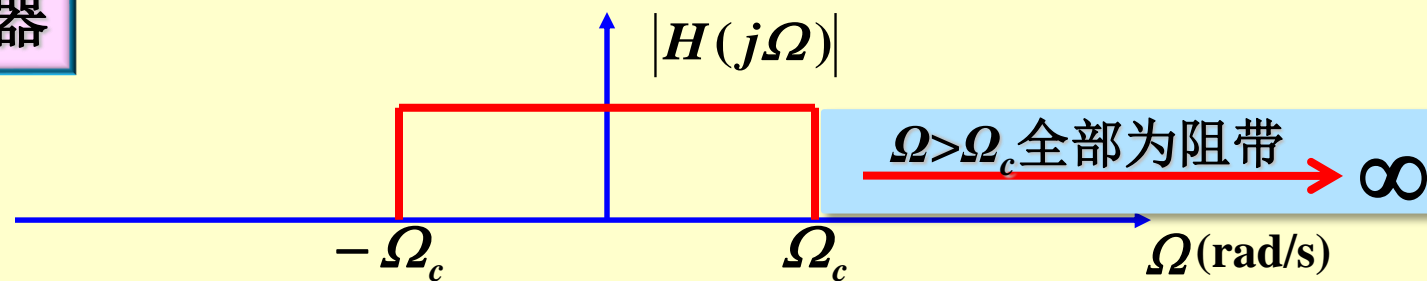
FT



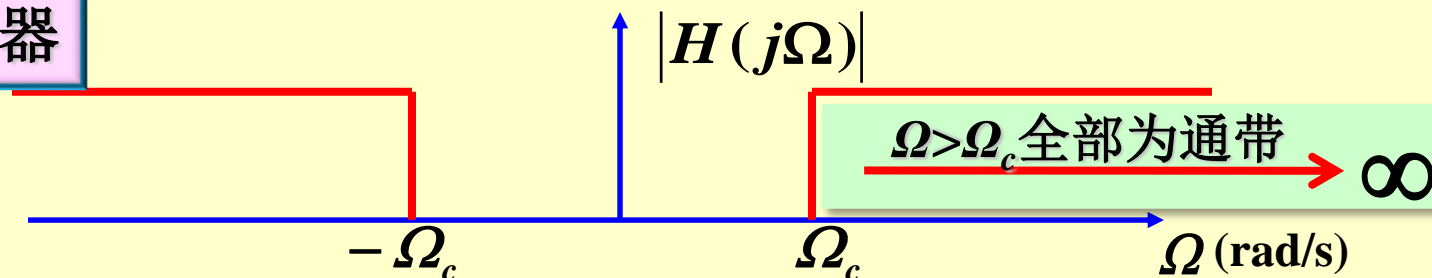
$$\sin(\Omega t)|_{t=nT} = \sin(\Omega nT) = \sin(\omega n)$$

$$\omega = \Omega T$$

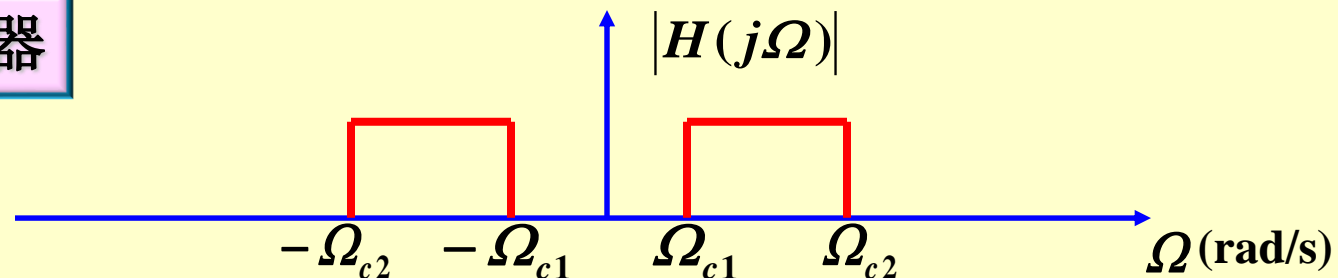
模拟低通滤波器



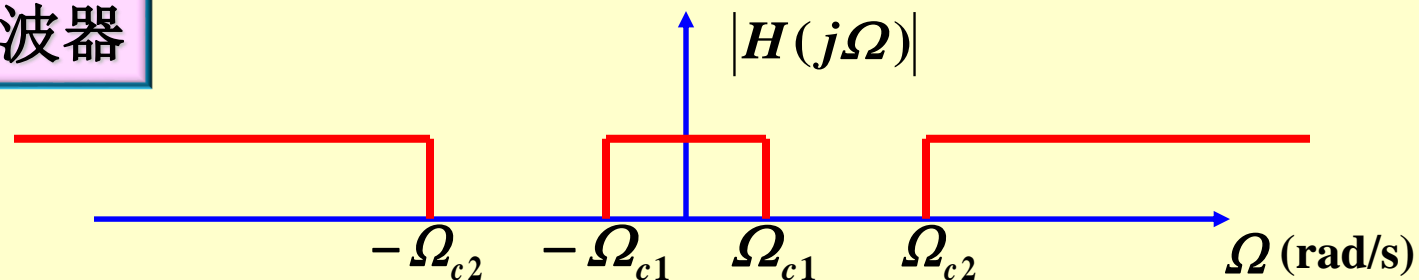
模拟高通滤波器



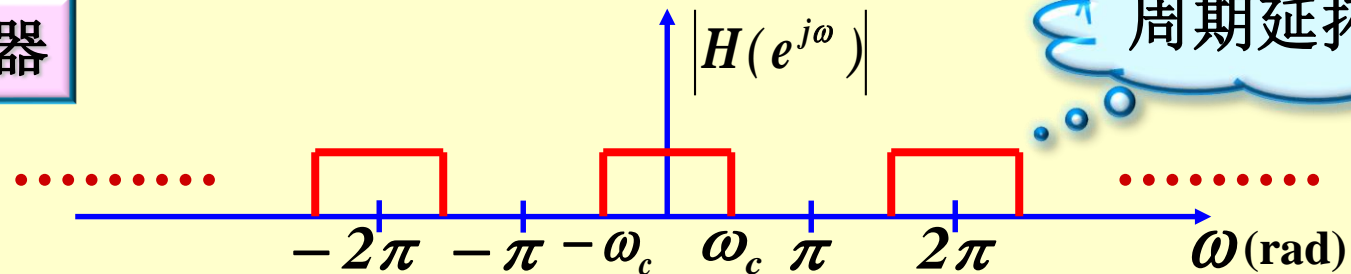
模拟带通滤波器



模拟带阻滤波器

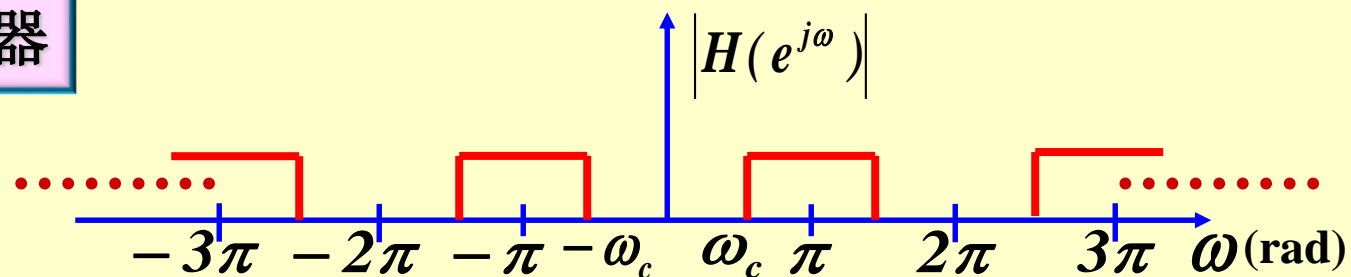


数字低通滤波器

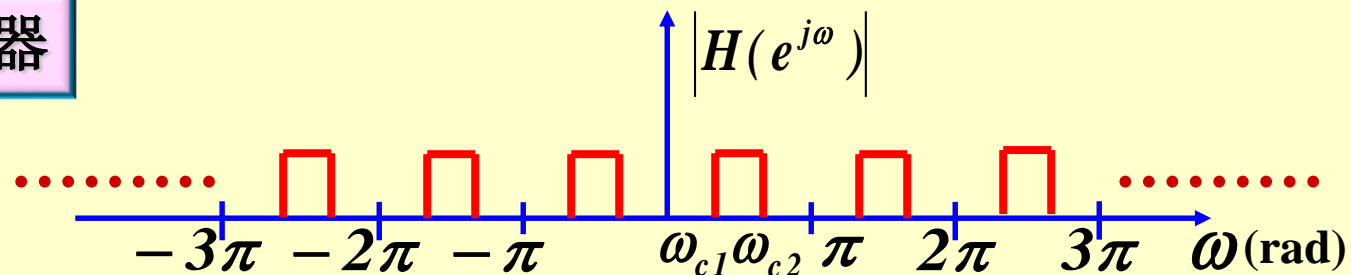


周期延拓!

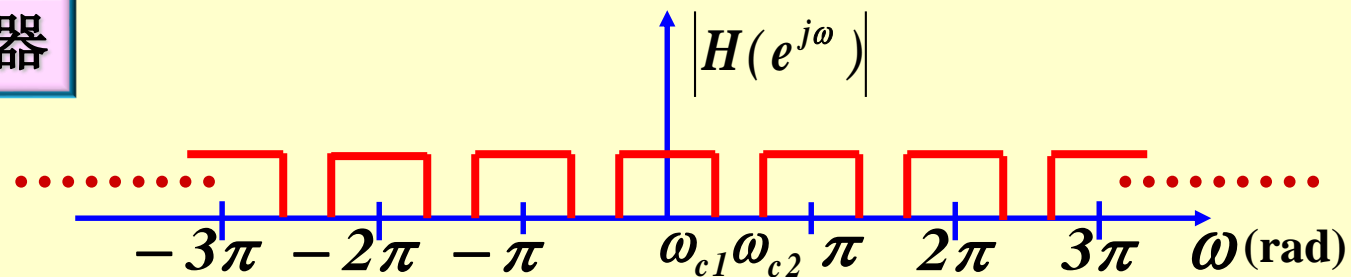
数字高通滤波器



数字带通滤波器



数字带阻滤波器



一、数字滤波器基本概念

数字滤波器从实现的网络结构或者从单位脉冲响应分类，可以分成无限长单位脉冲响应(IIR)滤波器和有限长单位脉冲响应(FIR)滤波器。它们的系统函数分别为：

IIR滤波器

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}}$$

FIR滤波器

$$H(z) = \sum_{i=0}^M b_i z^{-i} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n}$$



二、数字滤波器的设计过程



- (1) 按设计任务，确定滤波器性能要求，制定**技术指标**。
- (2) 用一个因果稳定的离散LSI系统的**系统函数 $H(z)$** 逼近此性能指标。
- (3) 利用有限精度算法**实现此系统函数**：如运算结构、字长的选择。



三、数字滤波器的技术要求



我们通常用的数字滤波器一般属于选频滤波器。假设数字滤波器的传输函数 $H(e^{j\omega})$ 用下式表示：

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| e^{j\theta(\omega)}$$

◆ 幅频特性 $|H(e^{j\omega})|$ ：

信号通过滤波器后的各频率成分衰减情况。

◆ 相频特性 $\theta(\omega)$ ：

各频率成分通过滤波器后在时间上的延时情况。



三、数字滤波器的技术要求



■ **通带:** $|\omega| \leq \omega_p$ $1 - \delta_1 \leq |H(e^{j\omega})| \leq 1$

■ **阻带:** $\omega_s \leq |\omega| \leq \pi$ $|H(e^{j\omega})| \leq \delta_2$

■ **过渡带:** $\omega_p \leq |\omega| \leq \omega_s$

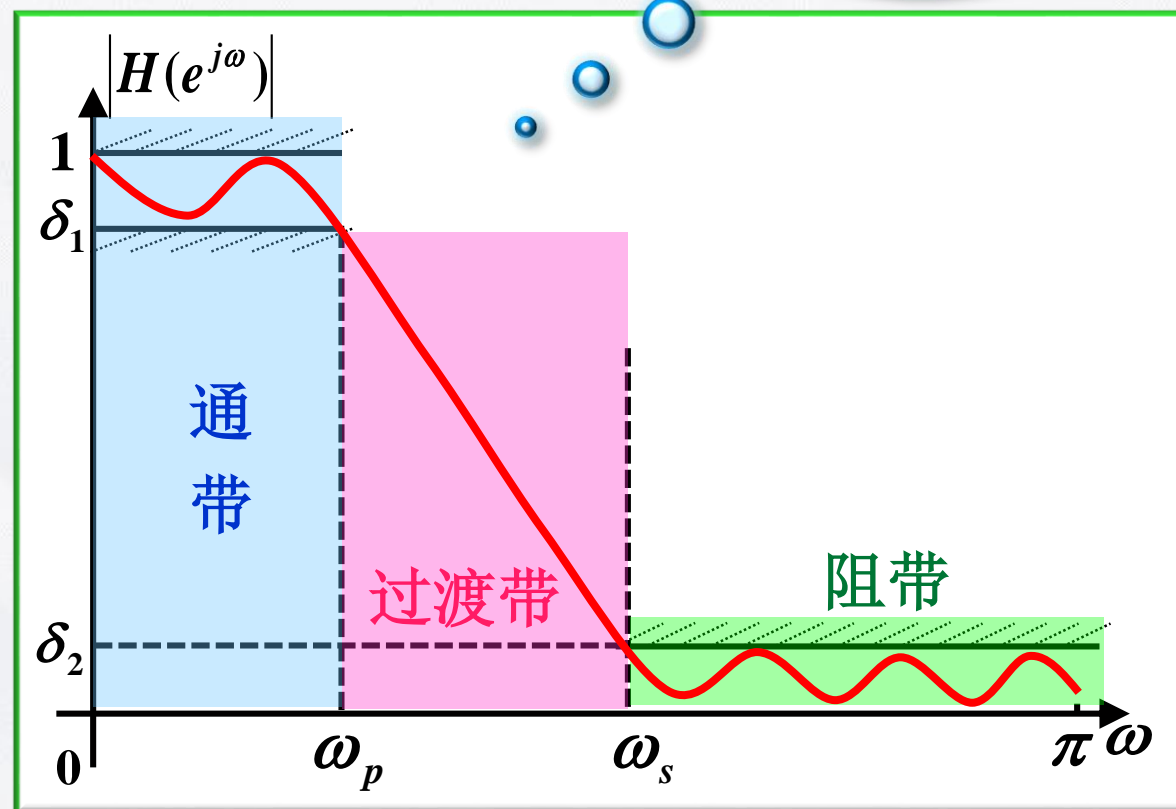
理想滤波器不可实现
只能以实际滤波器逼近

ω_p : 通带截止频率

ω_s : 阻带截止频率

δ_1 : 通带容限

δ_2 : 阻带容限



三、数字滤波器的技术要求



通帶內和阻帶內允許的衰減一般用dB數表示，通帶內允許的最大衰減用 α_p 表示，阻帶內允許的最小衰減用 α_s 表示， α_p 和 α_s 分別定義為：

pass

$$\alpha_p = 20\lg \frac{|H(e^{j\omega_0})|}{|H(e^{j\omega_p})|} \text{dB} = -20\lg |H(e^{j\omega_p})| \text{dB}$$

stop

$$\alpha_s = 20\lg \frac{|H(e^{j\omega_0})|}{|H(e^{j\omega_s})|} \text{dB} = -20\lg |H(e^{j\omega_s})| \text{dB}$$

上式中， $|H(e^{j\omega_0})|$ 歸一化為1。

- 當 $\alpha_p=-3\text{dB}$ 時，即 $|H(e^{j\omega_p})|=0.707$ 時，稱此時的 ω_p 為 ω_c ， ω_c 為3dB處通帶截止頻率，是通帶截止頻率的底線。

cut-off

四、IIR数字滤波器的设计方法



- 用一因果稳定的离散LSI系统逼近给定的性能要求:

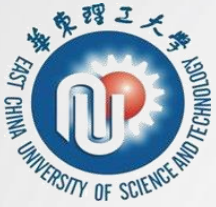
$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}}$$

- 即为求滤波器的各系数: a_i 和 b_i

s 平面逼近: 模拟滤波器的设计

z 平面逼近: 数字滤波器的设计

- 先设计模拟滤波器, 再转换为数字滤波器



第六章 IIR数字滤波器设计

IIR Digital Filter Design

6.1 数字滤波器设计方法概述

华东理工大学信息科学与工程学院 万永菁

