第三章 语言和文法的形式定义

1.语言是什么？

2.如何描述语言？

3.语言中的句子如何识别？

如何来描述一种语言？

- 当一个语言仅含有有限个句子时，可采用枚举来表示此种语言
- 即把该语言中的全部句子一一列举出来即可。
- 例如，若一个语言L只含如下的两个句子，则可将它表示为：

  L={ I am teacher , You are students }

缺点：语言一般是无限的，而非有限的。

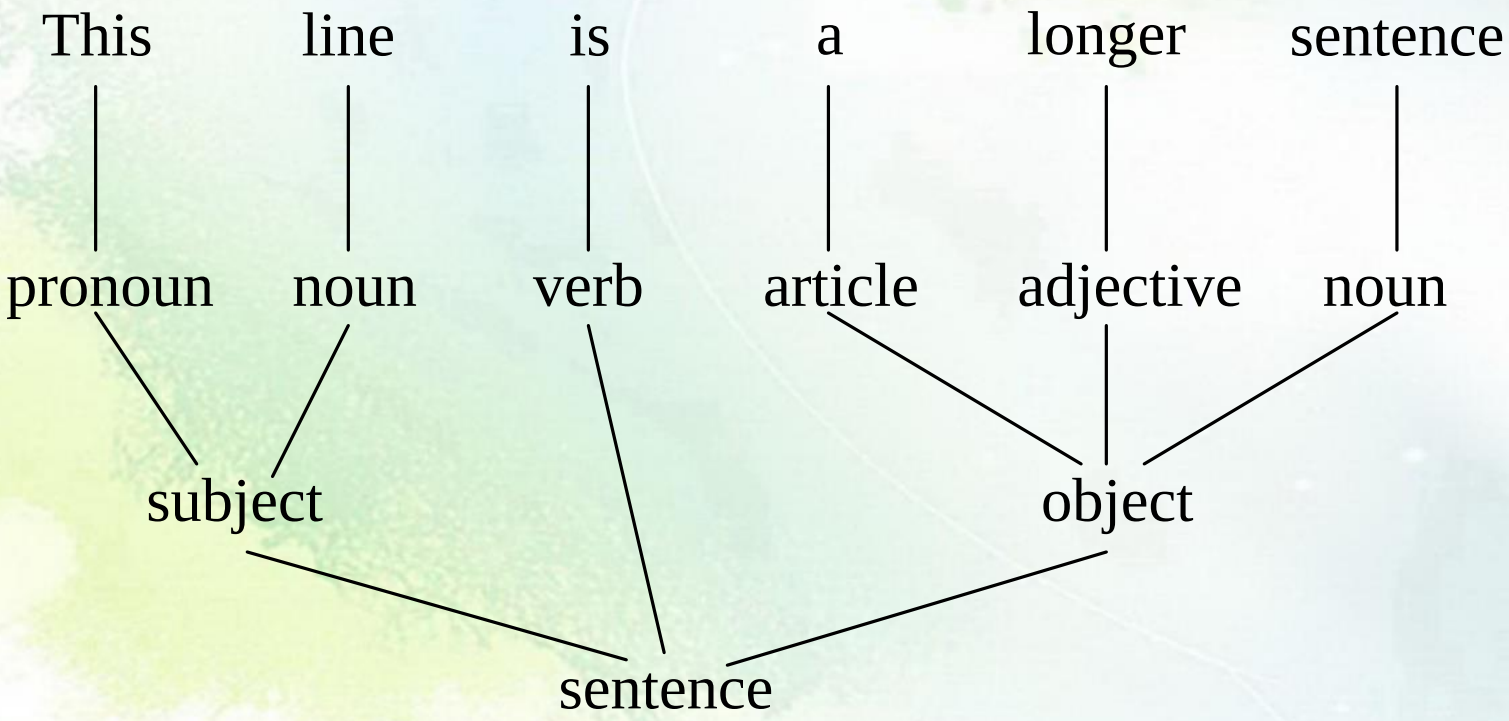
如何来描述一种语言？

如果语言是无穷的，找出语言的有穷表示。

语言的有穷表示有两个途经：

- 生成方式（文法）：语言中的每个句子可以用严格定义的规则来构造。
- 识别方式（自动机）：用一个过程，当输入的一任意串属于语言时，该过程经有限次计算后就会停止并回答“是”，若不属于，要么能停止并回答“不是”，要么永远继续下去。

This line is a longer sentence



英文句子规则的定义

<句子>::=<主语><复合谓语>

<主语>::=<名词>

<名词>::=GZ | SH | BJ |city

<复合谓语>::=<系动词><表语>

<系动词>::=is | was

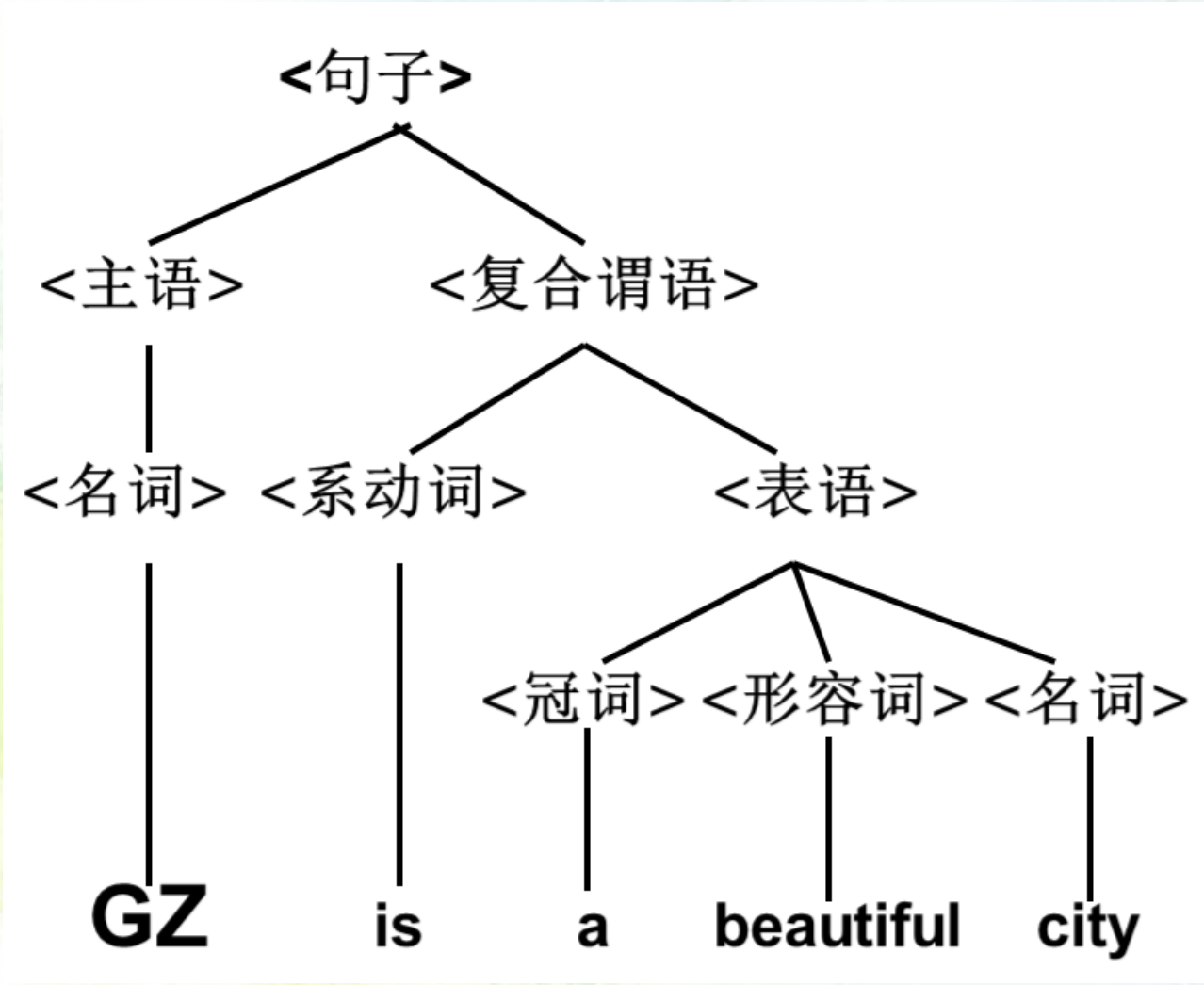
<表语>::=<冠词><形容词><名词>

<冠词>::=a | an |the

<形容词>::=beautiful | great |wonderful

说明：我们通常用符号→来替代上述的符号 ::=

如：　<冠词>→a | an |the


<句子>
<主语>
<复合谓语>
<名词>
<系动词>
<表语>
<冠词>
<形容词>
<名词>
GZ
is
a
beautiful
city

上下文无关语言的描述

上下文无关文法(*context-free grammars*)

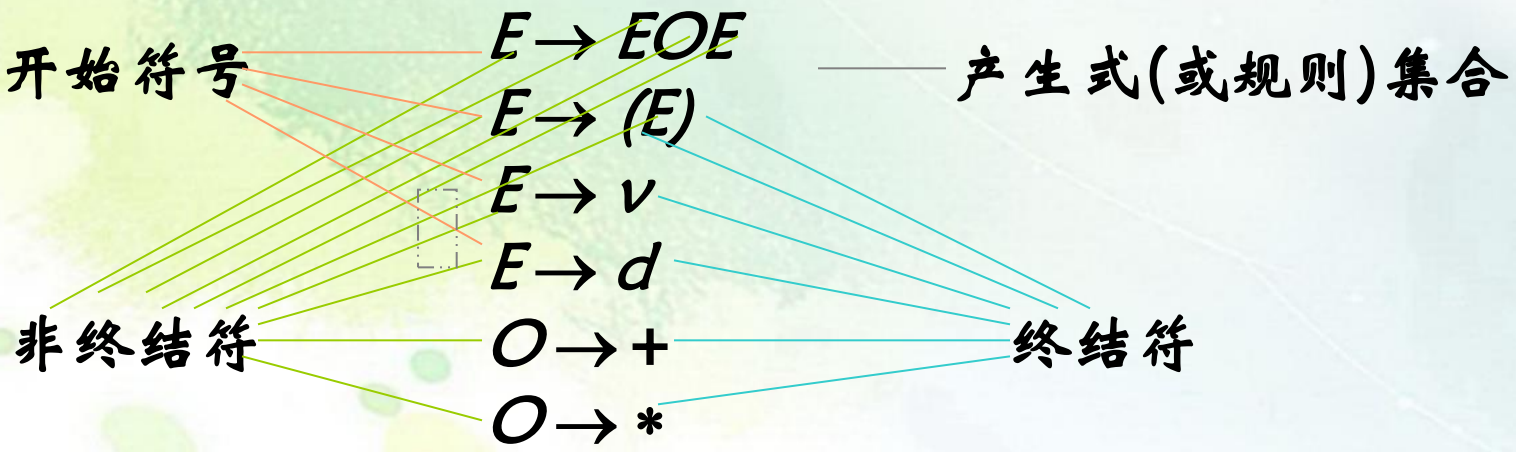
例子

$E \rightarrow EOE$
$E \rightarrow (E)$
$E \rightarrow \nu$
$E \rightarrow d$
$O \rightarrow +$
$O \rightarrow *$

上下文无关语言的描述

上下文无关文法的四个基本要素：

1. 终结符(terminals)的集合 有限符号集，相当于字母表
2. 非终结符(nonterminals)的集合 有限变量符号的集合
3. 开始符号(start symbol)一个特殊的非终结符
4. 规则或产生式(productions)的集合 形如：<head>→<body>



上下文无关语言的描述

上下文无关文法的形式定义:

一个上下文无关文法 CFG (context-free grammars)
是一个四元组 $G = (V_N, V_T, P, S)$.

V_N 非终结符的集合

V_T 终结符的集合

P 产生式的集合

S 开始符号

满足

$V_N \cap V_T = \Phi$

$S \in V_N$

产生式形如 $A \to \alpha$, 其中 $A \in V_N$, $\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$

- 产生式(规则)的作用：
- ——用于定义或描述语言中的语法成分，
- ——常用来产生(即推导)出语言中的句子，故一般也将规则称为产生式。

注意：

- (1)规则右部的运算符有:选择(|)、并置、括号()，
- (2)无重复(*)运算符，用递归实现重复。
- (3) 规则右部可使用元符号ε:为了能产生空串。

在表示文法时，通常有以下的习惯用法：

- 大写字母A~Z表示非终结符，或者用尖括号把非终结符括起来；
- 前面的小写字母a、b、c...表示单个终结符号；
- 后面的小写字母u、v、w、x、y、z以及α、β等符号表示(V=VN∪VT)上的符号串。

文法与与正则表达式的异同点

- 文法——反映句子的组成

  正则表达式——反映单词的组成

- 采用类似的命名惯例和运算

上下文无关语言的描述

上下文无关文法举例

CFG G_{exp} = ({E,O}, { (,), + , *, v, d }, P , E).

其中产式集合P为

$E \rightarrow EOE$

$E \rightarrow (E)$

$E \rightarrow v$

$E \rightarrow d$

$O \rightarrow +$

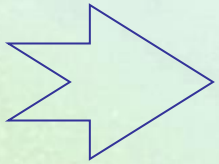
$O \rightarrow *$

上下文无关语言的描述

产生式(规则)集合的缩写记法:

形如 $A \to \alpha_1, A \to \alpha_2, \cdots, A \to \alpha_n$ 的产生式集合可简缩记为 $A \to \alpha_1 | \alpha_2 | \cdots | \alpha_n$，如

$E \to EOE$
$E \to (E)$
$E \to v$
$E \to d$
$O \to +$
$O \to *$



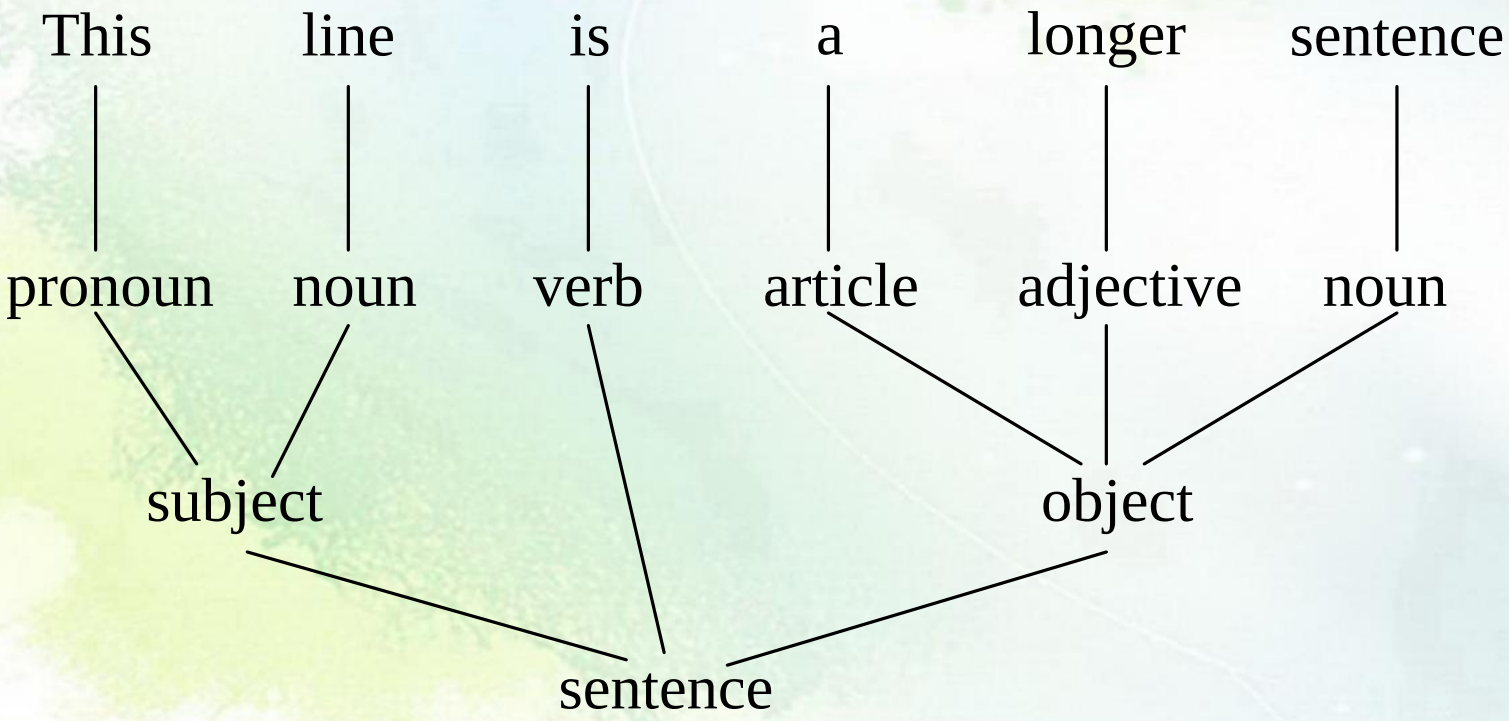
G[E]:

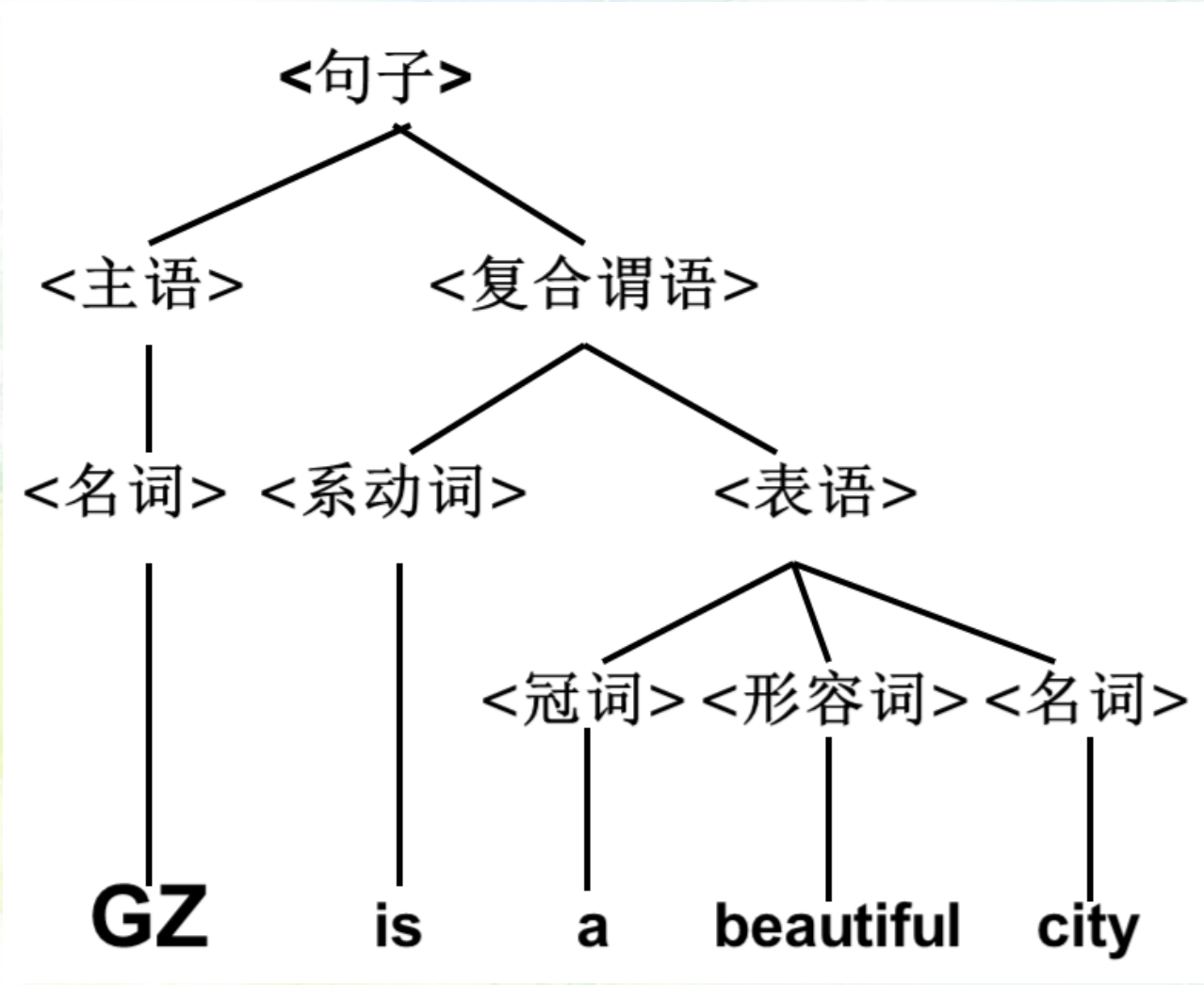
$E \to EOE | (E) | v | d$
$O \to + | *$

语言的分析方法

- 自顶向下分析(top-down parsing)
- 由底向上分析(bottom-up parsing)

This line is a longer sentence




<句子>
<主语>
<复合谓语>
<名词>
<系动词>
<表语>
<冠词>
<形容词>
<名词>
GZ
is
a
beautiful
city

归约与推导

– **归约** 将产生式的右部（body）替换为产生式的左部（head）.

– **推导** 将产生式的左部（head）替换为产生式的右部（body）.

归约过程举例

对于CFG G_{exp} = ({E,O}, { (,), +, *, v, d }, P, E)， P为

(1) $E \rightarrow EOE$

(2) $E \rightarrow (E)$

(3) $E \rightarrow v$

(4) $E \rightarrow d$

(5) $O \rightarrow +$

(6) $O \rightarrow *$

递归推理出字符串 v*(v+d) 的一个归约过程为

$$v*(v+d) \xrightarrow{(4)} v*(v+E) \xrightarrow{(6)} vO(v+E) \xrightarrow{(3)} vO(E+E)$$

$$\xrightarrow{(5)} vO(EOE) \xrightarrow{(1)} vO(E) \xrightarrow{(2)} vOE \xrightarrow{(3)} EOE \xrightarrow{(1)} E$$

推导过程举例

对于CFG G_{exp} = ({E,O}, { (,), +, *, v, d }, P, E)， P为

(1) $E \to EOE$
(2) $E \to (E)$
(3) $E \to v$
(4) $E \to d$
(5) $O \to +$
(6) $O \to *$

递归推理出字符串 v*(v+d) 的一个推导过程为

$$E \xrightarrow{(1)} EOE \xrightarrow{(6)} E*E \xrightarrow{(2)} E*(E) \xrightarrow{(3)} v*(E)$$

$$\xrightarrow{(1)} v*(EOE) \xrightarrow{(5)} v*(E+E) \xrightarrow{(3)} v*(v+E) \xrightarrow{(4)} v*(v+d)$$

推导关系

对于 CFG $G=(V_N, V_T, P, S)$，上述推导过程可用关系 $\underset{G}{\Rightarrow}$ 描述. 设 $\alpha,\beta\in(V_N\cup V_T)^*$，$A\to\gamma$ 是一个产生式，则定义

$$\alpha A\beta \underset{G}{\Rightarrow} \alpha\gamma\beta .$$

若 G 在上下文中是明确的，则简记为 $\alpha A\beta \Rightarrow \alpha\gamma\beta$.

扩展推导关系到自反传递闭包

定义上述关系的自反传递闭包，记为 $\overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}}$，可归纳定义如下：

基础　对任何 $\alpha\in(V_N\cup V_T)^*$，满足 $\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \alpha$.

归纳　设 $\alpha,\beta,\gamma\in(V_N\cup V_T)^*$，若 $\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \beta$，$\beta \underset{G}{\Rightarrow} \gamma$ 成立，则

$$\alpha \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} \gamma .$$

最左推导 (leftmost derivations)

若推导过程的每一步总是替换出现在最左边的非终结符，则这样的推导称为**最左推导**.

最左推导关系用 $\underset{lm}{\Rightarrow}$ 表示，

自反传递闭包用 $\overset{*}{\underset{lm}{\Rightarrow}}$ 表示.

如对于文法G_{exp}，下面是关于 v*(v+d) 的一个最左推导：

$$E \overset{*}{\underset{lm}{\Rightarrow}} EOE \overset{*}{\underset{lm}{\Rightarrow}} vOE \overset{*}{\underset{lm}{\Rightarrow}} v*E$$

$$\overset{*}{\underset{lm}{\Rightarrow}} v*(E) \overset{*}{\underset{lm}{\Rightarrow}} v*(EOE) \overset{*}{\underset{lm}{\Rightarrow}} v*(vOE)$$

$$\overset{*}{\underset{lm}{\Rightarrow}} v*(v+E) \overset{*}{\underset{lm}{\Rightarrow}} v*(v+d)$$

$E \to EOE$
$E \to (E)$
$E \to v$
$E \to d$
$O \to +$
$O \to *$

最右推导 (rightmost derivations)

若推导过程的每一步总是替换出现在最右边的非终结符，则这样的推导称为**最右推导**.

最右推导关系用 $\underset{rm}{\Rightarrow}$ 表示，

其自反传递闭包用 $\overset{*}{\underset{rm}{\Rightarrow}}$ 表示.

如对于文法G_{exp}，下面是关于 v*(v+d) 的一个最右推导：

$$E \overset{*}{\underset{rm}{\Rightarrow}} EOE \overset{*}{\underset{rm}{\Rightarrow}} EO(E) \overset{*}{\underset{rm}{\Rightarrow}} EO(EOE) \overset{*}{\underset{rm}{\Rightarrow}} EO(EOd) \overset{*}{\underset{rm}{\Rightarrow}} EO(E+d) \overset{*}{\underset{rm}{\Rightarrow}} EO(v+d) \overset{*}{\underset{rm}{\Rightarrow}} E*(v+d) \overset{*}{\underset{rm}{\Rightarrow}} v*(v+d)$$

$E \to EOE$
$E \to (E)$
$E \to v$
$E \to d$
$O \to +$
$O \to *$

句型 (sentential forms)

设 CFG $G=(V_N, V_T, P, S)$，称 $\alpha \in (V_N \cup V_T)^*$

为 G 的一个**句型**，当且仅当 $S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha$.

若 $S \overset{*}{\underset{lm}{\Rightarrow}} \alpha$，则 α 是一个**左句型**；

若 $S \overset{*}{\underset{rm}{\Rightarrow}} \alpha$，则 α 是一个**右句型**.

若句型 $\alpha \in V_T^*$，则称 α 为一个**句子**（sentence）.

上下文无关语言的定义

上下文无关文法的语言

设 CFG $G = (V_N, V_T, P, S)$，定义 G 的语言为

$$L(G) = \{ w \mid w \in V_T^* \wedge S \overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}} w \}$$

上下文无关语言（context-free languages）

如果一个语言 L 是某个 CFG G 的语言，即

$$L(G) = L,$$

则L是上下文无关语言.

问题：属于VT^+的符号串x,是否一定属于L(G)？

例2 设有文法 G1=(VN，VT，P，A)

其中， VN={A}　　VT={a}

P={ A→a}

试问：此文法描述的语言L(G1)=?

解：由于从开始符号A出发，只能推导出一个句子a，所以 L(G1)={a}，因此文法G1所定义的语言L(G1)是有穷语言。

由于VT^+ ={a，aa，aaa，… }，因此L(G1)只是VT^+的一个真子集。

例3 设有文法 G2=(VN，VT，P，A)

其中， VN={A}　VT={a}

P={ A→Aa, A→ε }

试问：此文法描述的语言L(G2)=?

解：由于从开始符号A出发，可以有

A⇒Aa⇒εa=a

A⇒Aa ⇒Aaa ⇒εaa=aa

A⇒Aa ⇒Aaa ⇒Aaaa =εaaa =aaa

即L(G2)={a，aa，aaa，aaaa，…}={ a^n，n>=1}。

因此文法G1所定义的语言L(G2)是无穷语言。

结论

最左推导、最右推导、最左归约、最右归约

不难发现：

最左推导＝最右归约

最右推导＝最左归约

规范推导＝最右推导，最左归约＝规范归约

可以说，凡是句子，必定存在规范归约是自底向上分析技术可行的依据。

结论

- 语言是一切句子的集合；
- 程序设计语言是一切程序的集合；
- 程序是(程序设计）语言的句子

几个基本概念

- **直接递归**：设G是一文法，U→u是G的一个规则，如果u具有 αUβ 的形式，其中α、β不同时为ε，则称产生式U→u 是**直接递归**的；

- **递归**：若存在推导

$$U \to u \Rightarrow^{*} \alpha U \beta$$

则称规则U→u是**递归**的。

- **直接左递归**和**左递归的规则**：当α=ε而β≠ε时，则将规则U→u分别称直接左递归和左递归规则。

- **递归文法**：文法中至少含有一个递归的非终结符。

语言分析在计算机的实现

- 1.文法的存储结构
- 2.推导过程的存储结构

1.文法的存储结构

G[E]：

E→E+T

E→T

T→T*F

T→F

F→(E)

F→i

<句子>::=<主语><复合谓语>

<主语>::=<名词>

<复合谓语>::=<系动词><表语>

一种是数组表示。

一种是链表表示。

数组表示：

左部	右部符号串	右部长度

相应的C语言数据结构定义：

```
typedef struct
{ 符号 左部符号;
  符号 右部符号串[MaxRightPartLength+1];
  int  右部长度;
} 规则;
规则 文法[MaxRuleNum+1];
```

其中，typedef char 符号[MaxLength+1];

```
    符号 非终结符号集[MaxVnNum+1];
    符号 终结符号集[MaxVtNum+1];
```

为便于处理，以符号的序号代替符号本身：

```
typedef struct
{  int 左部符号序号;
   int 右部符号串[MaxRightPartLength+1];
   int 右部长度;
} 规则;
规则  文法[MaxRuleNum+1];
```

文法G在计算机内的存储表示：

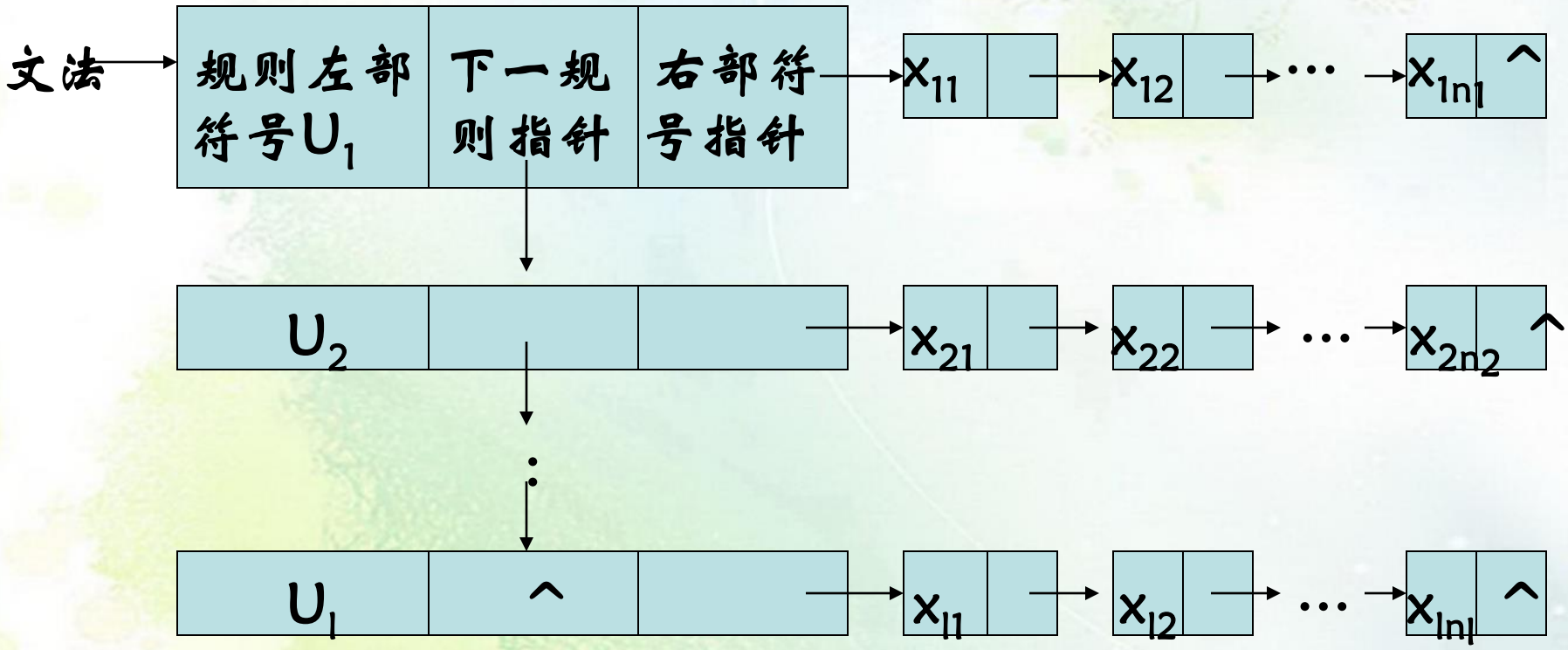
101	101，1，102	3
101	102	1
102	102，2，103	3
102	103	1
103	3，101，4	3
103	5	1

E→E+T
E→T
T→T*F
T→F
F→(E)
F→i

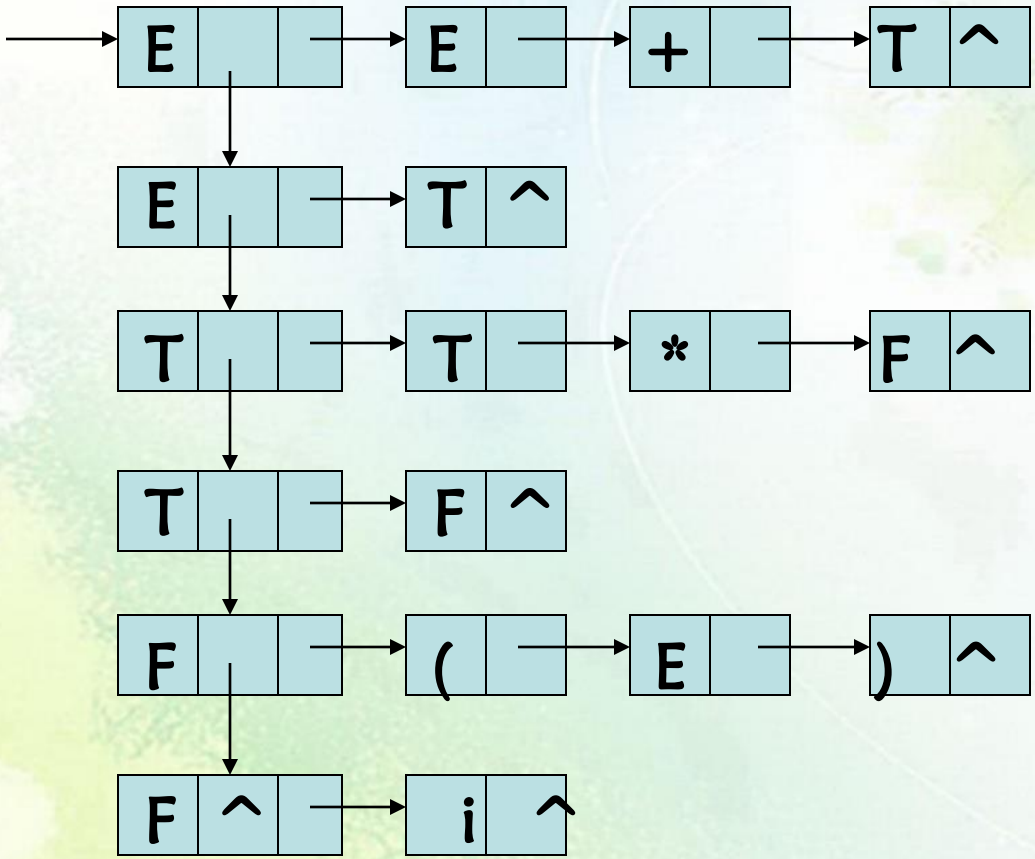
规则E-->E+T:在计算机内的存储表示：
文法[1]：{101，{101，1，102}，3}
规则E-->T在计算机内的存储表示：
文法[2]：{101，{102}，1}

$T \in V_T$：T在V_T中的序号，$U \in V_N$：U在V_N中的序号+100

文法的链式表示：


文法
规则左部符号U_1
下一规则指针
右部符号指针
x_{11}
x_{12}
…
x_{1n1}
^
U_2
x_{21}
x_{22}
…
x_{2n2}
^
U_l
^
x_{l1}
x_{l2}
…
x_{lnl}
^

文法G



2.推导过程的存储结构

推导过程的构造:句子生成的过程

重点：推导过程在计算机内的存储表示。

G[E]：　E→E+T|T
　　T→T*F|F
　　F→(E)|i

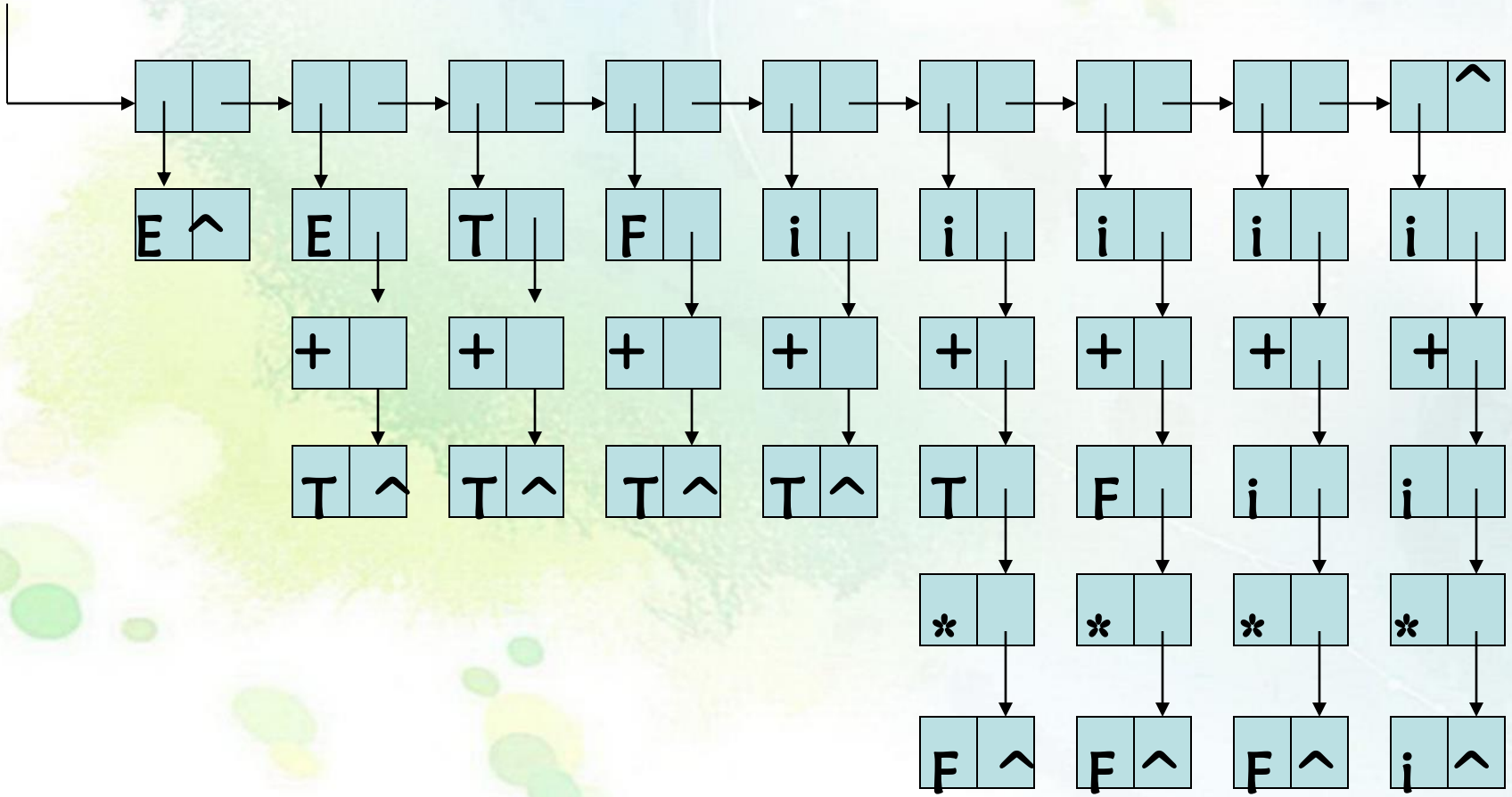
$E \Rightarrow E+T \Rightarrow T+T \Rightarrow F+T \Rightarrow i+T \Rightarrow i+T*F$
$\Rightarrow i+F*F \Rightarrow i+i*F \Rightarrow i+i*i$

2.推导过程的存储结构

推导过程的构造:句子生成的过程

重点：推导过程在计算机内的存储表示。

推导



其中包含两类结点，一类链接结点结构形如：

句型首符号结点指针	下一句型链头指针

另一类符号结点结构形如：

文法符号序号	后继符号结点指针

链接结点可采用结构类型定义如下：

```
typedef struct 链接结点
{ 符号结点类型 *句型首符号结点指针;
  struct 链接结点*下一句型链头指针;
} 链接结点类型;
```

符号结点可采用结构类型定义如下：

```
typedef struct 符号结点
{ int 文法符号序号;
  struct 符号结点*后继符号结点指针;
}符号结点类型;
```

其中，为简单起见，文法符号用文法符号的序号代替。

推导过程分析

G[E]：　E→E+T|T
　　T→T*F|F
　　F→(E)|i

E⇒E+T ⇒T+T ⇒F+T ⇒i+T ⇒i+T*F
⇒i+F*F ⇒i+i*F ⇒i+i*i

E⇒E+T ⇒E+T*F ⇒E+T*i ⇒E+F*i ⇒E+i*i
⇒T+i*i ⇒F+i*i ⇒i+i*i

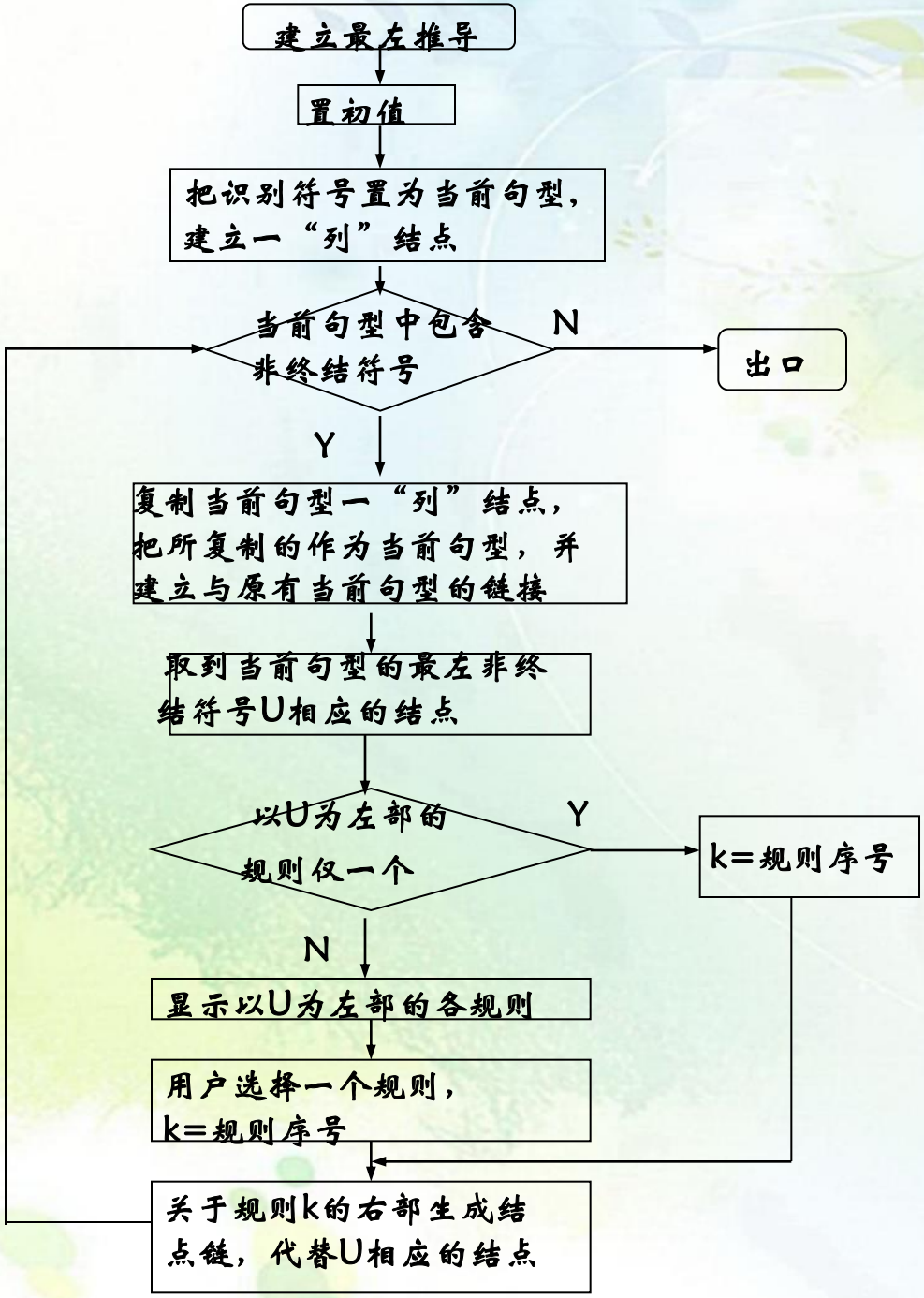
E⇒E+T ⇒T+T ⇒T+T*F ⇒F+T*F ⇒F+F*F
⇒i+F*F ⇒i+F*i ⇒i+i*i

显然每一“列”（垂直链）中各结点相应的符号组成一个句型。

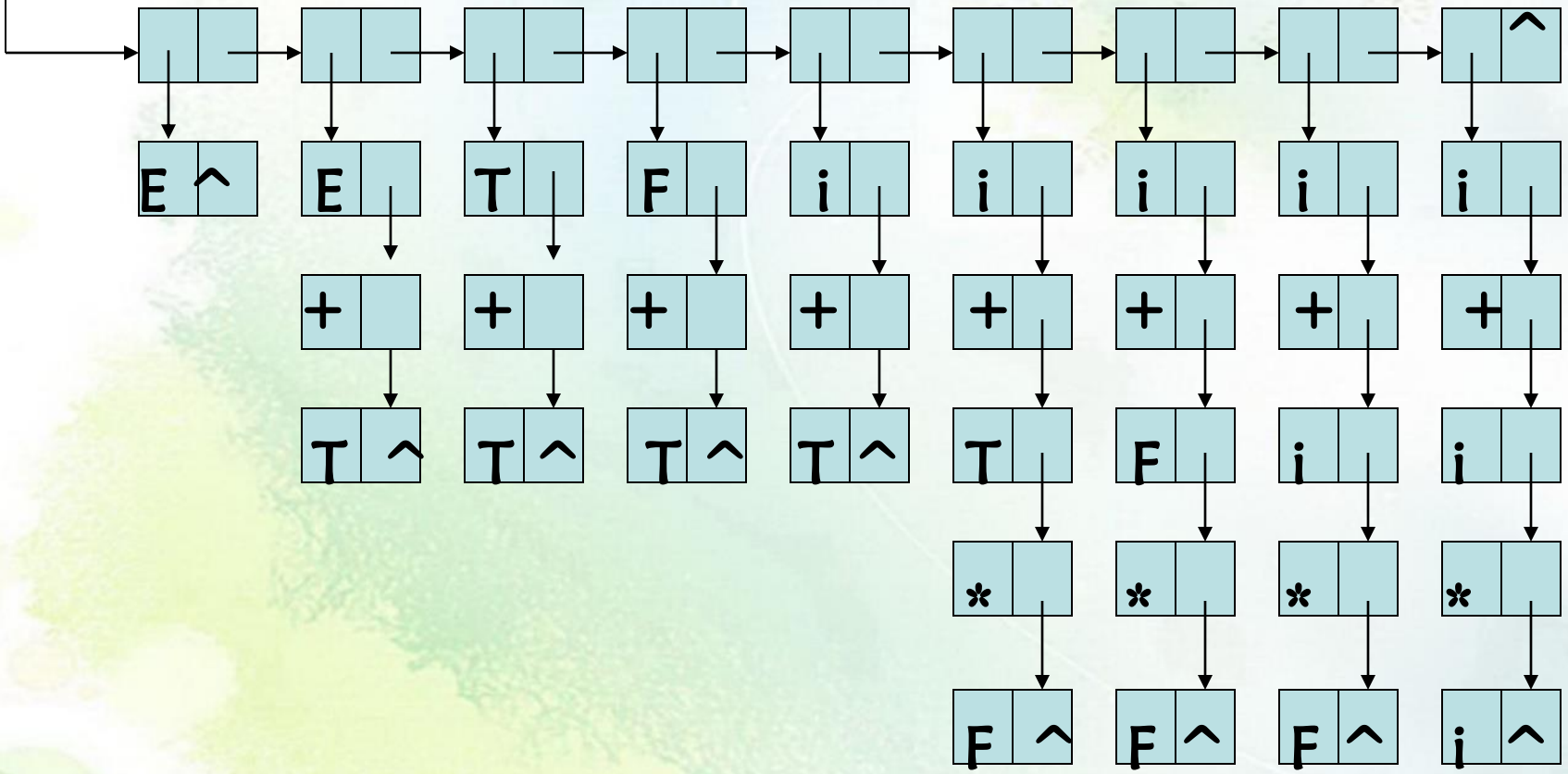
一个推导，其中的每一步直接推导，总是把相应句型中最左的非终结符号，替换为其规则右部符号串，称为**最左推导**。

一个推导，其中的每一步直接推导，总是把相应句型中最右的非终结符号，替换为其规则右部符号串，称为**最右推导**。

这易于用C语言结构类型实现。以最左推导的建立为例，程序控制流程示意图如下。


建立最左推导
置初值
把识别符号置为当前句型，
建立一“列”结点
当前句型中包含
非终结符号
N
出口
Y
复制当前句型一“列”结点，
把所复制的作为当前句型，并
建立与原有当前句型的链接
取到当前句型的最左非终
结符号U相应的结点
以U为左部的
规则仅一个
Y
k=规则序号
N
显示以U为左部的各规则
用户选择一个规则，
k=规则序号
关于规则k的右部生成结
点链，代替U相应的结点

推导



文法与语言的 Chomsky 分类方法

– 文法（grammar）是一个四元组

$$G = (V_N, V_T, P, S),$$

V_N、V_T、P 及 S 的含义如前. Chomsky 通过对产生式施加不同的限制，把文法及其对应的语言分成四种类型，即0 型、1 型、 2 型和 3 型.

文法与语言的 Chomsky 分类方法

– 0 型文法

0 型文法 $G=(V_N, V_T, P, S)$ 的产生式形如

$$\alpha \to \beta,$$

其中 $\alpha, \beta \in (V_N \cup V_T)^*$，但 α 中至少包含一个非终结符.

能够用 0 型文法定义的语言称为0 型语言或递归可枚举语言.

文法与语言的 Chomsky 分类方法

– 1 型文法

1 型文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 的产生式形如

$$\alpha \to \beta, \text{且 } |\alpha| \le |\beta|,$$

仅 $S \to \varepsilon$ 例外，且要求S 不得出现在任何产生式的右部.

1 型文法也称为**上下文有关文法**（context-sensitive grammars）.

能够用 1 型文法定义的语言称为 1 型语言或上下文有关语言.

1型文法

例：1型（上下文有关）文法

文法G[S]：

$S \rightarrow CD$

$C \rightarrow aCA$

$C \rightarrow bCB$

$C \rightarrow a$

$D \rightarrow b$

$bAa \rightarrow bDd$

$aAb \rightarrow bCd$

$bBa \rightarrow aCd$

$aBb \rightarrow bDd$

文法与语言的 Chomsky 分类方法

- 2 型文法

  2 型文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$ 的产生式形如

  $$A \to \beta,$$

  其中 $A \in V_N$，$\beta \in (V_N \cup V_T)^*$.

  2 型文法也称为**上下文无关文法**.

  能够用 2 型文法定义的语言称为2 型语言，或上下文无关语言.

2型文法

例：2型（上下文无关）文法

文法G[S]：　S→AB

A→BS|0

B→SA|1

文法与语言的 Chomsky 分类方法

– 3 型文法

3 型文法 $G=(V_N, V_T, P, S)$ 的产生式形如

$A \to aB$ 或 $A \to a$, 【右线性规则】

其中 $A, B \in V_N$，$a \in V_T \cup \{\varepsilon\}$.

能够用 3 型文法定义的语言称为3 型语言，或正规语言.

3 型文法也称为正则文法（或正规文法）.

产生式也可以形如

$A \to Ba$ 或 $A \to a$, 【左线性规则】

3型文法

G[S]：

S→A0|B1|0

A→A0|B1|S0

B→B1|1|0

G[A]：

A → aT

A → a

T → aT

T → dT

T → a

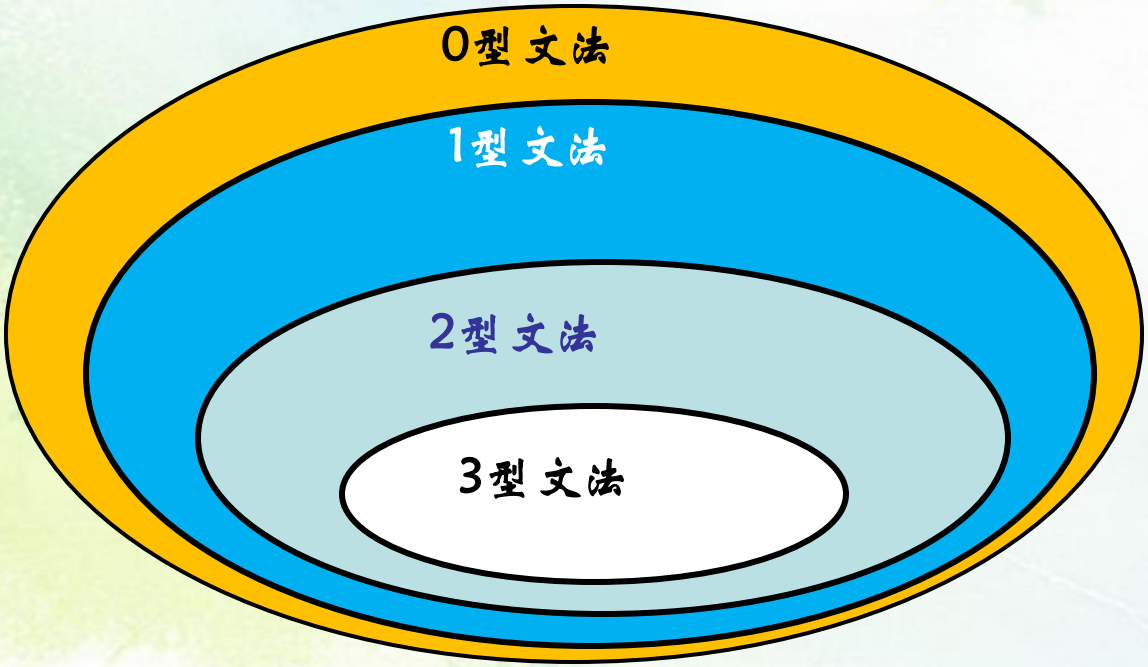
T → d

文法与语言的 Chomsky 分类方法

分类	语言名称	语法	识别器	产生式形式
3	正规语言 或正则语言	正则文法 或正规文法 **Regular**	有穷状态自动机 **Finite-State Automaton**	$A \to aB$ 或 $A \to a$ 其中:$A, B \in N, a \in \Sigma$ 也可具有形式: $A \to Ba$ 或 $A \to a$ 但两种形式不能同时兼存在。
2	上下文 无关语言	上下文无关文法 **Context-Free**	下推自动机 **Push-Down Automaton**	$A \to \alpha$ 其中：$A \in N$, $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$
1	上下文 有关语言	上下文有关文法 **Context-Sensitive**	线性限界自动机 **Linear-Bounded Automaton**	$\alpha \to \beta$ 其中：$\alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$, 且$\lvert\alpha\rvert \leqslant \lvert\beta\rvert$
0	递归可枚举 语言	**0** 型文法 **Unrestricted**	图灵机 **Turing Machine**	$\alpha \to \beta$ 其中：$\alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$

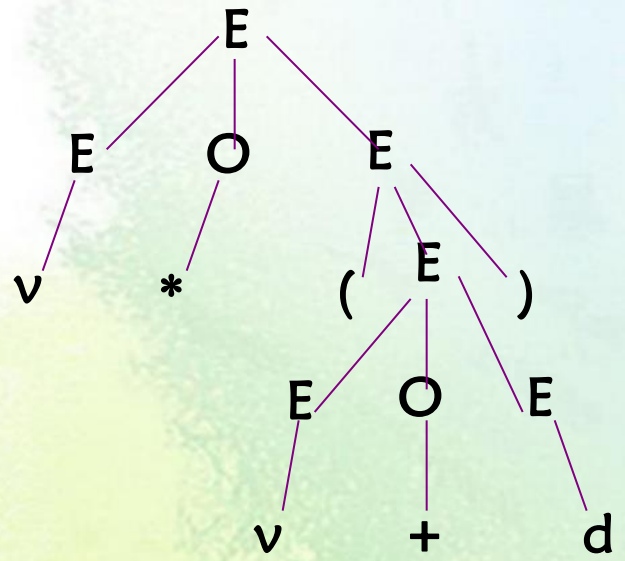
文法与语言的 Chomsky 分类方法

四类文法之间的逐级“包含”关系



分析树

– **归约过程自底而上构造了一棵树** 如对于文法G_{exp}，关于 v*(v+d) 的一个归约过程可以认为是构造了如下一棵树：



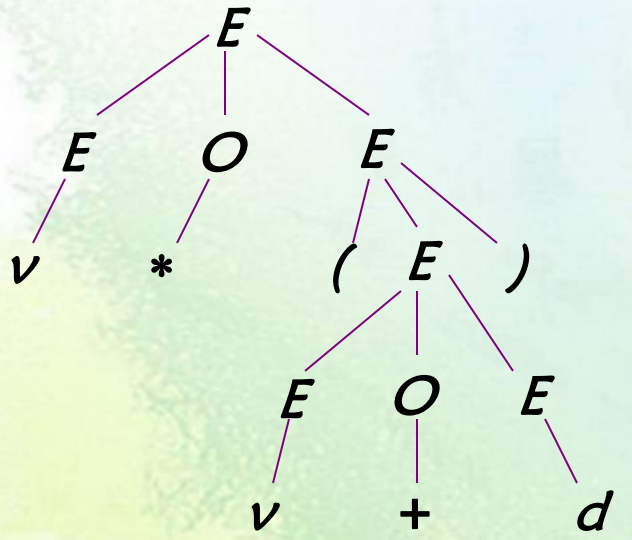
(1) E → EOE
(2) E → (E)
(3) E → v
(4) E → d
(5) O → +
(6) O → *

v*(v+d) —(4)→ v*(v+E) —(6)→ vO(v+E) —(3)→ vO(E+E)

—(5)→ vO(EOE) —(1)→ vO(E) —(2)→ vOE —(3)→ EOE —(1)→ E

分析树

– **推导过程自顶而下构造了一棵树** 如对于文法G_{exp}，关于v*(v+d)的一个推导过程可以认为是构造了如下一棵树：



(1) E→EOE
(2) E→(E)
(3) E→v
(4) E→d
(5) O→+
(6) O→*

E (1)→ EOE (6)→ E*E (2)→ E*(E) (3)→ v*(E)

(1)→ v*(EOE) (5)→ v*(E+E) (3)→ v*(v+E) (4)→ v*(v+d)

分析树

对于 CFG $G=(V_N, V_T, P, S)$，语法分析树是满足下列条件的树：

(1) 每个内部结点由一个非终结符标记.

(2) 每个叶结点或由一个非终结符，或由一个终结符，或由 ε 来标记. 但标记为 ε 时，它必是其父结点唯一的孩子.

(3) 如果一个内部结点标记为 A，而其孩子从左至右分别标记为 $X_1, X_2, \cdots, X_k$，则 $A \to X_1X_2\cdots X_k$ 是 P 中的一个产生式.

(4) 如果树的所有端末节点（叶子）上的标记从左向右排列为字符串w,则w是G的**句型**，若w中仅含终结符，则它为G所产生的**句子**。

注意：只有 $k=1$ 时上述 X_i 才有可能为 ε，此时结点 A 只有唯一的孩子，且 $A \to \varepsilon$ 是 P 中的一个产生式.

问题：对于一个给定的文法和一个句型，如何构造相应的分析树？

例 G[S]：

S→V=E

V→i

E → F+F | F

F →(E) | i

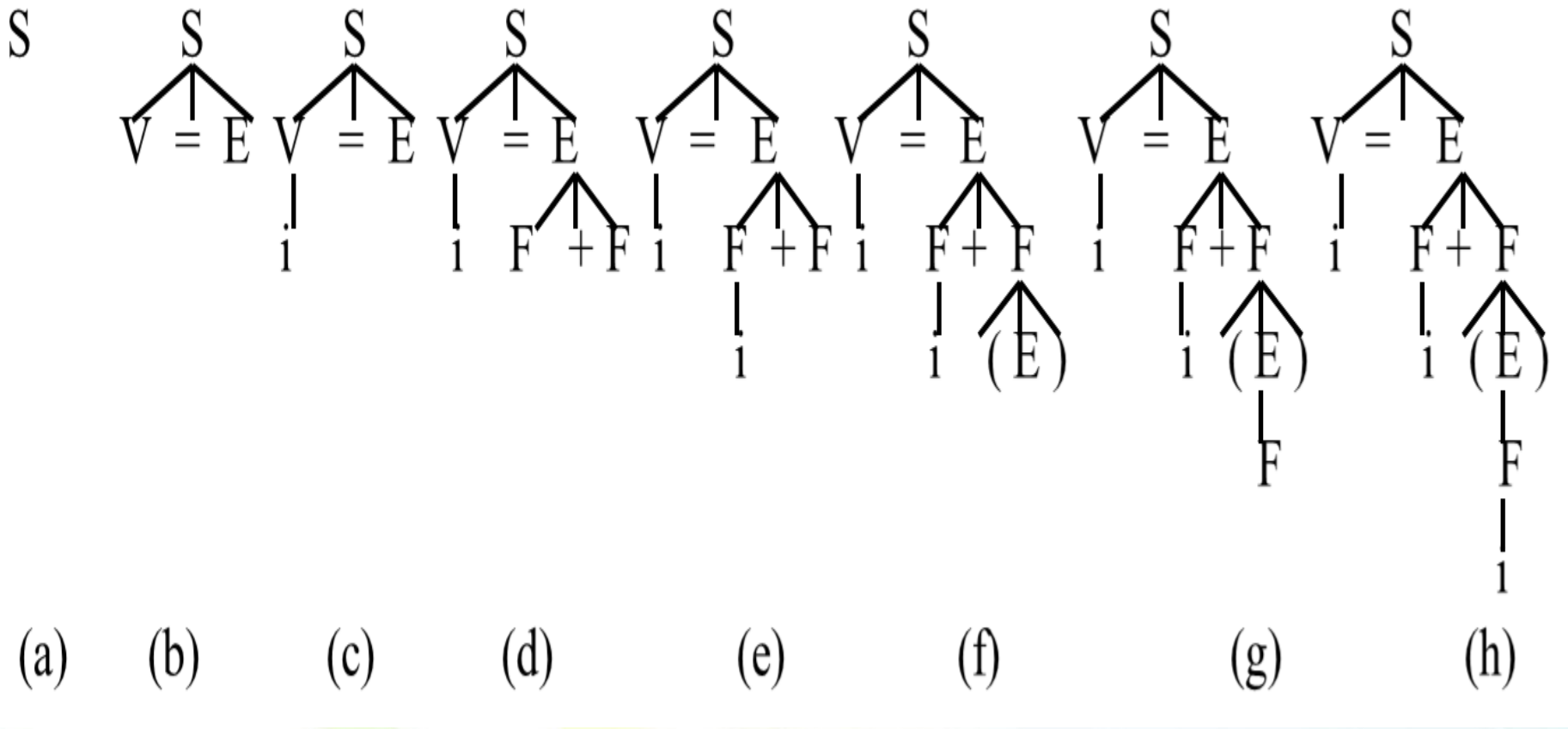
分析所输入的符号串i=i+(i)是否为其句子，并画出相应的分析树。

1. 自顶向下

2. 自底向上

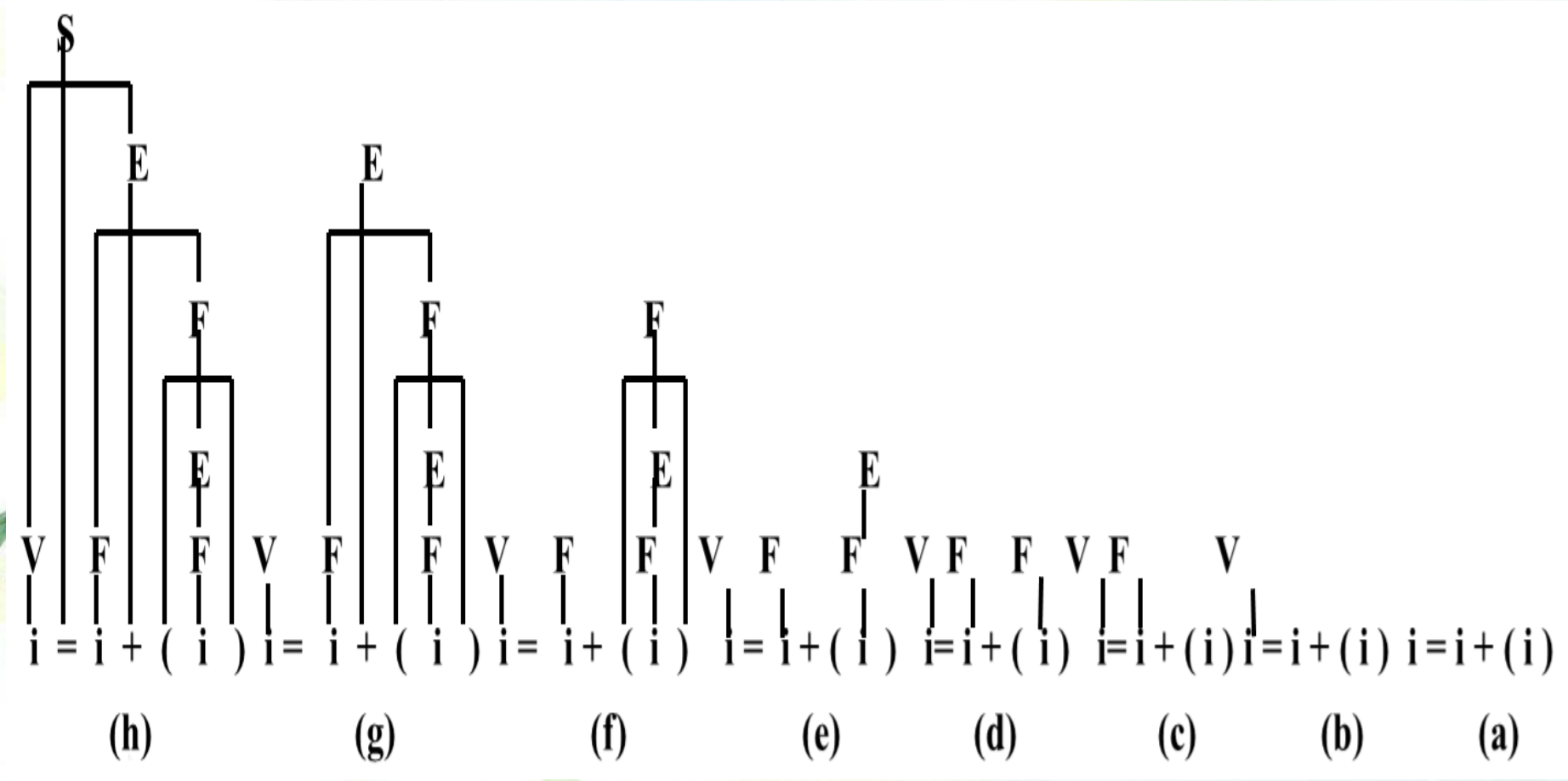
自顶向下分析：不断进行直接推导的过程。

构造方向 →



自底向上分析：不断进行直接归约的过程。

构造方向 ←



分析树的存储结构

首先结合例子考察语法分析树应有怎样的数据结构，然后再考虑怎样构造。

例 设文法G[E]：

E::=E+T|E-T|T

T::=T*F|T/F|F

F::=(E)|i

输入符号串是i-i*i，

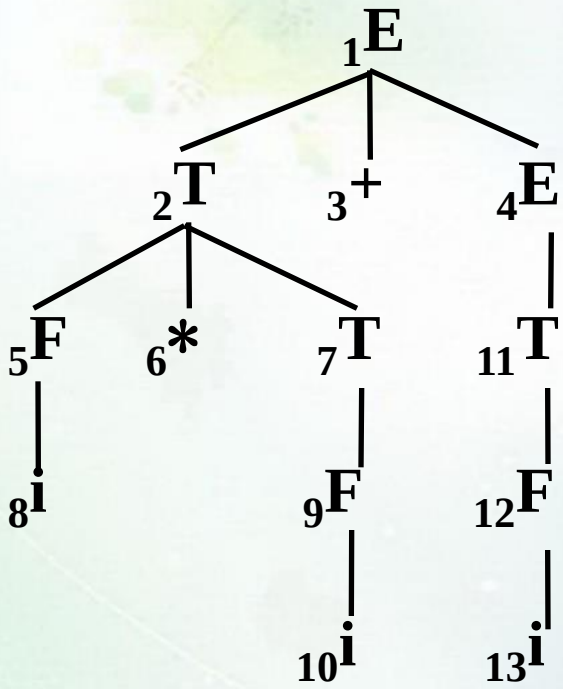
推导为：

E=>T+E=>F*T+E=>i*T+E

=>i*F+E=> i*i+E=> i*i+T

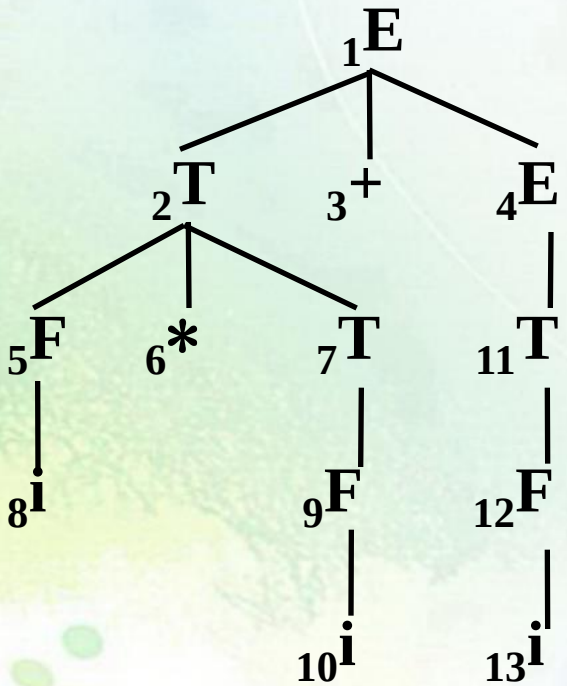
=> i*i+F=> i*i+i

可构造语法分析树如图：

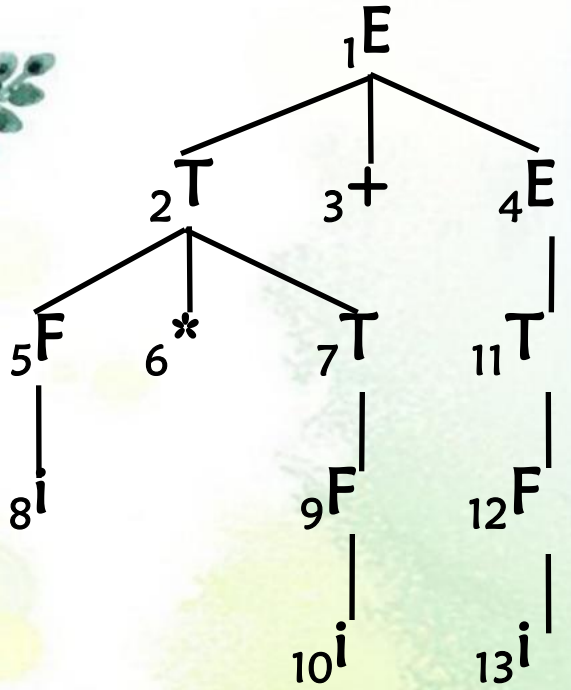


确定每个结点在语法分析树中的位置，
包括各个结点之间的相互关系，便确定了语法分析树，
因此为语法分析树结点可设计如下的数据结构：

结点序号	文法符号序号	父结点序号	左兄结点序号	右子结点序号



按推导生成的分析树及其存储表示



(a) 分析树

结点序号	目标	父结点	左兄结点	右子结点
1	E	0	0	4
2	T	1	0	7
3	+	1	2	0
4	E	1	3	11
5	F	2	0	8
6	*	2	5	0
7	T	2	6	9
8	i	5	0	0
9	F	7	0	10
10	i	9	0	0
11	T	4	0	12
12	F	11	0	13
13	i	12	0	0

(b) 分析树的存储表示

```
typedef struct
{ int 结点序号;
  int 文法符号序号;
  int 父结点序号;
  int 左兄结点序号;
  int 右子结点序号;
}结点类型;

结点类型 语法分析树[MaxNodeNum];
```

构造分析树的步骤如下：

步骤1 以识别符号Z建立根结点，序号为1，且以这仅包含一个非终结符号的句型Z作为当前句型。

步骤2 从当前句型中找出最左的非终结符号U，显示以U为左部的一切规则，根据所给的输入符号串，选择其中的一个规则$U::=X_1X_2\cdots X_m$,以U为分支名字结点，以$X_1X_2\cdots X_m$作为分支结点符号串，构造分支。建立父子兄弟结点关系。

步骤3 重复步骤2，直到当前句型中不再包含非终结符号，分析树构造结束，最终的分析树为所求。

总 结

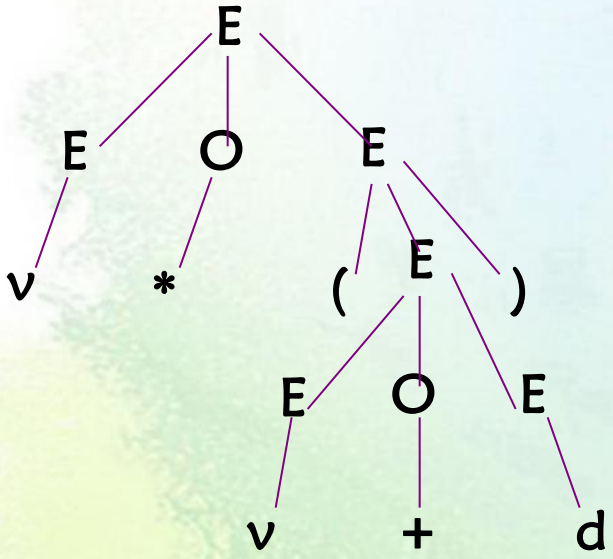
(1)优点:分析树可以反映推导的全过程，信息齐全。

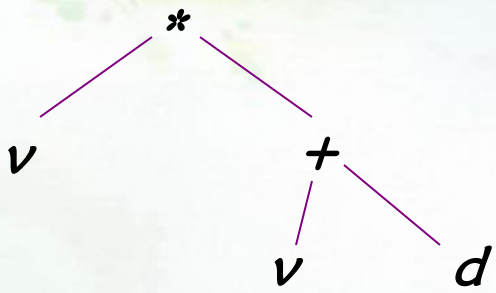
(2)缺点：过于复杂,耗费空间.

解决方法

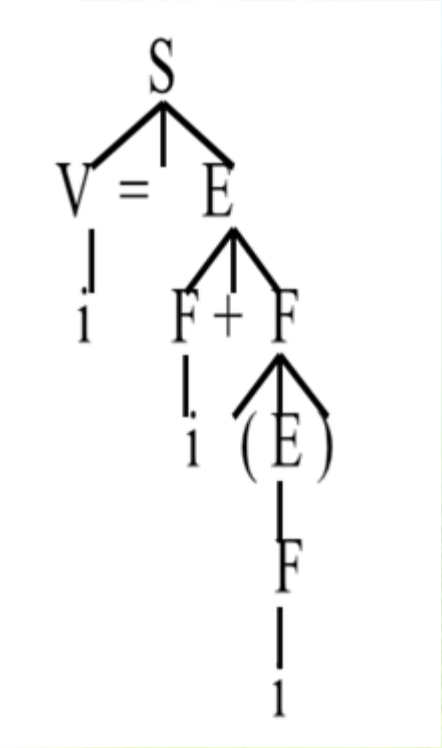
- 压缩——只存储有用信息——对于后续阶段来说
- 语法树

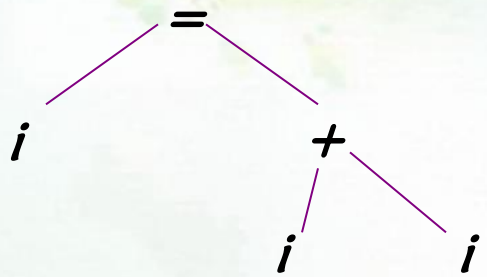
分析树与语法树





分析树与语法树





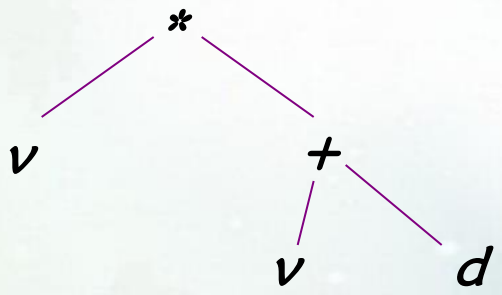
语法树

特点：

- 分析树表示所有推导步骤；
- 语法树只保留对后续分析有用的信息，因此无法还原记号序列，比分析树效率更高。

- 算术表达式对应语法树的C语言描述：

```
typedef enum { Plus,Minus,Times ,Division } OpKind;
typedef enum { OpKind, ConstKind ,VarKind } ExpKind;
typedef struct streenode {
    ExpKind  kind;
    OpKind   op;
    struct streenode  * lchild, *rchild;
    int val;
    char  varname[20];
 } STreeNode;
typedef  STreeNode   *SyntaxTree;
```



条件判断语句的语法树

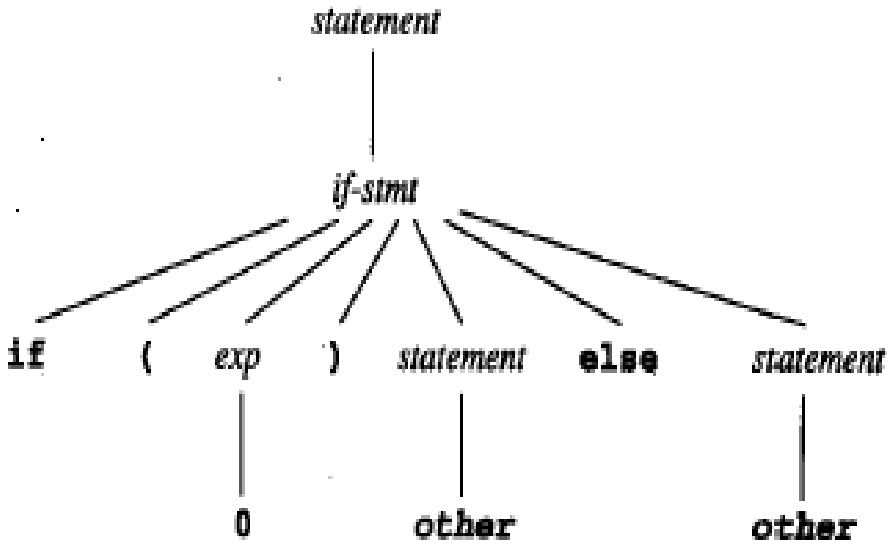
例.if语句的文法：

statement → *if-stmt* | *other*

if-stmt→if(*exp*)*statement*|if(*exp*) *statement* else *statement*

exp → 0 | 1

串： if (0) other else other



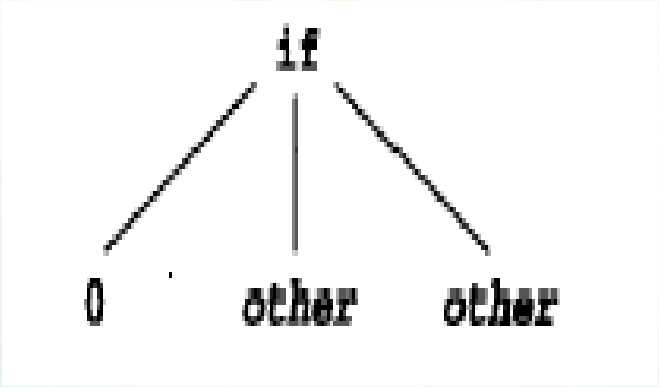
问题:分析该树中对后续分析阶段有用的信息有哪些?

if语句的语法树结构

(1)测试表达式

(2)then 部分

(3)else部分(如果出现)



if语句的语法树结构

```
typedef enum { ExpK, StmtK} NodeKind;
typedef enum { Zero, One} ExpKind;
typedef enum { IfK, OtherK} StmtKind;
typedef struct streenode {
   NodeKind  kind;
   ExpKind    ekind;
   StmtKind  skind;
   struct  streenode *test, *thenpart, *elsepart;
 } STreeNode;
typedef  STreeNode * SyntaxTree;
```

TINY语言的各语句的语法树结构

如：if，repeat , read , write 等语句的语法树结构

详细见参考书：P98的C语言表示

语法树示例见参考书 P100的图3-6和程序清单3-3。

文法的二义性

- 对于一个文法的同一个句子而言，若存在两个不同的语法树与之对应，我们就称该文法是二义性的。

例. G3=({if,then,else, e , a},{S},P,S)

G3[S]：

S→if e then S

| if e then S else S

| a

句子 if e then if e then a else a

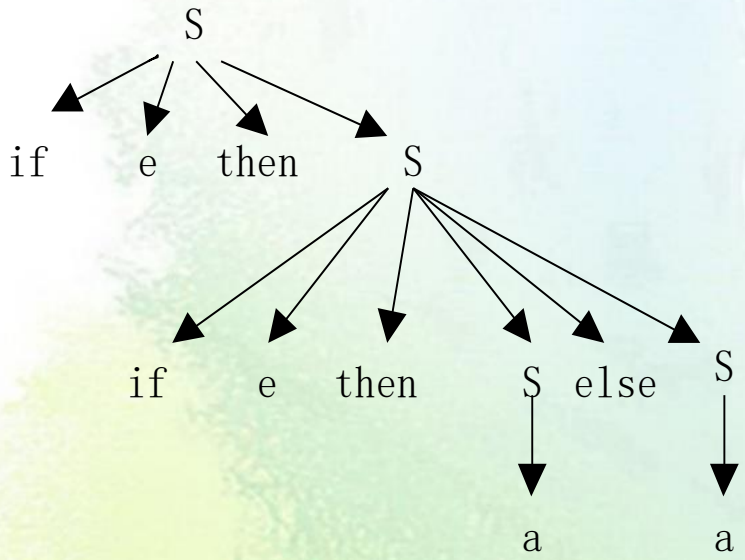
S⇒if e then S
⇒if e then if e then S else S
⇒if e then if e then a else S
⇒if e then if e then a else a

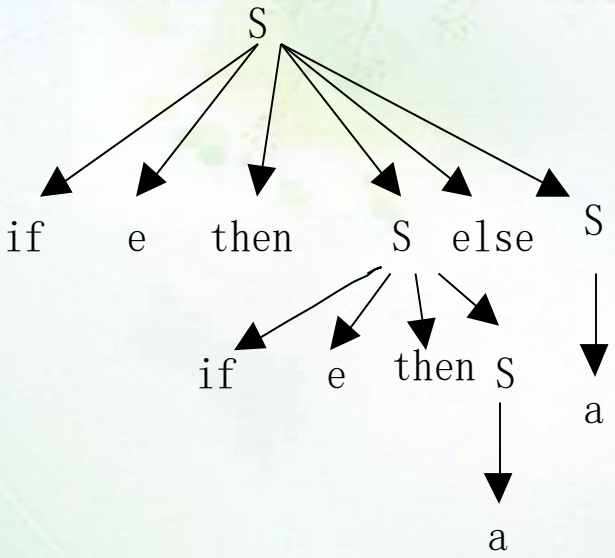
最左推导1

S⇒if e then S else S
⇒if e then if e then S else S
⇒if e then if e then a else S
⇒if e then if e then a else a

最左推导2

- 上例的两棵分析树





文法的二义性

- **二义性的判定** 一个CFG是否为二义的问题是不可判定的，即不存在解决该问题的算法.

- **消除二义性** 没有通用的办法可以消除文法的二义性. 但在实践中，对于常用的文法，可以找到特定的消除歧义性的办法.

注意事项

对于程序设计语言来说，重要的是：**描述它的文法应是无二义性的。**

一个语言，可以为它设计二义性的文法，也可以为它设计无二义性的文法，因此一般说，讨论语言的二义性是无意义的。重要的是对同一个语言，为它构造无二义性文法，如果构造的是二义性文法，**应设法在不改变语言的前提下，把二义性文法等价变换成无二义性文法**。

鉴于二义性不可判定，所能做的是寻找一组**充分条件**，使得满足这些条件的文法必定是无二义性的。注意，这些条件只是充分条件，未必是无二义性的必要条件。

悬挂else问题的解决方法

例. G3=({if,then,else, e , a},{S},P,S)

G3[S]：

S→if e then S

| if e then S else S

| a

悬挂else问题的解决方法

- 方法1:设置一个限制规则,在分析程序中实现

  即: else 要与最近的上一个未被匹配的if匹配.

- 方法2:改造文法：

S → matched-stmt | unmatched-stmt

matched-stmt → if e then matched-stmt else matched-stmt | a

unmatched-stmt → if e then S | if e then matched-stmt else unmatched-stmt

- 方法3:重新设计书写语法

- 具体做法1： else部分一定要出现

- 注意:

  该办法已在LISP和其他函数语言中用到了(但须返回一个值)。

- **具体做法2：**使用一个if匹配的关键字来作为语句的结束。

如：
```
if x!=0 then
        if y=1/x then ok:= true ;
          else z:=1/x ;
        end if;
end if;
```

注意： Algol 68、Ada、visual basic、visual foxpro均使用类似的做法。

悬挂else问题的解决方法

- 上述做法对应文法的描述为：

if-stmt→if e then *state-seq* end if |
if e then *state-seq* else *state-seq* end if

如何为语言构造文法

例：$L1=\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geqslant 1\}$

例：构造语言$L2=\{ab^i \mid i\geqslant 0\}$的文法

例. $V_T=\{a,b\}$的句子S的集合是由一个b及在其前后有相同数目的a组成：

$S=\{b, aba, aabaa, aaabaaa, \ldots\}=\{a^nba^n \mid n \geqslant 0\}$

语言的等价

设G1、G2为两个文法，若它们所产生的语言相等，即L(G1)= L(G2)，则称G1和G2等价。

一个问题

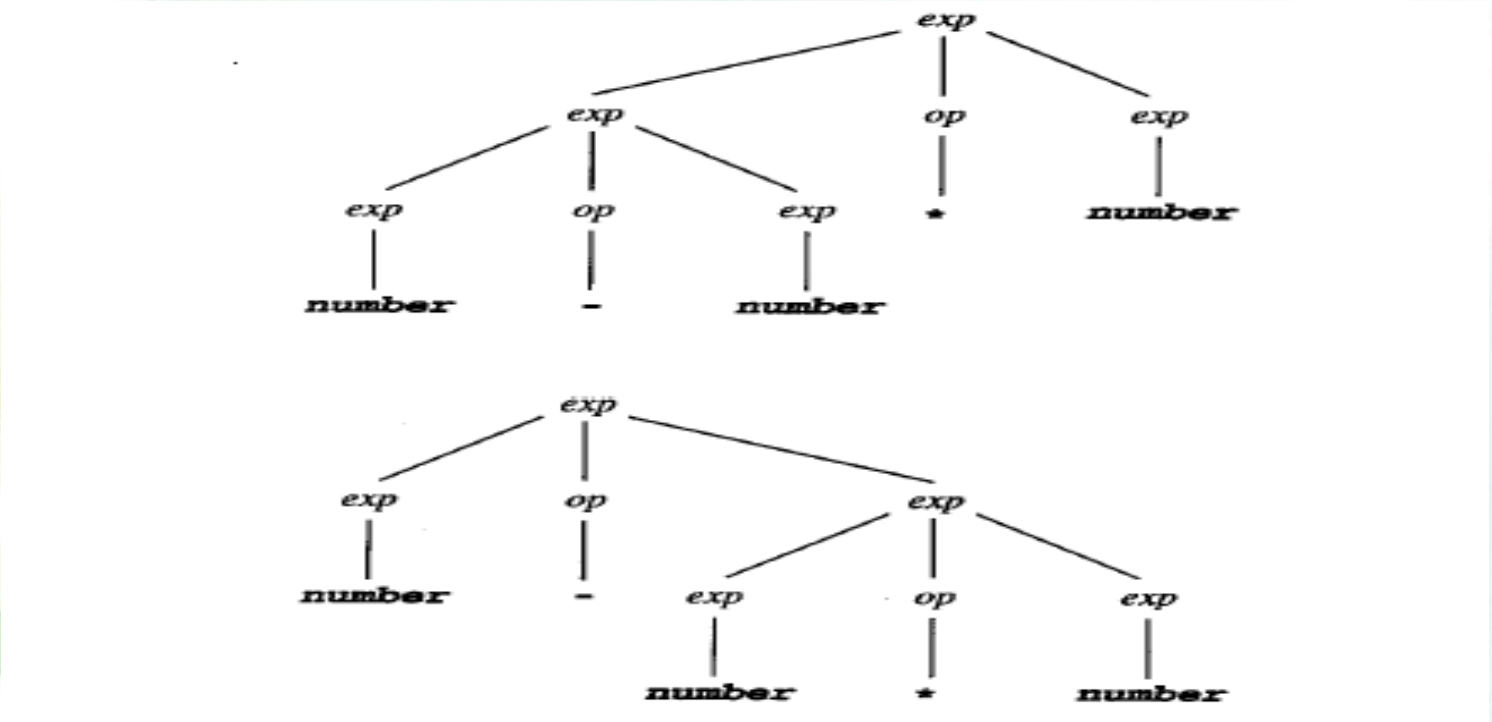
- 如何用文法规则描述算术表达式?

问题分析

exp → *exp op exp* | (*exp*) | *number*

op → + | - | * |/

对于串34-3*42，则分析树有：



文法改造过程

exp → *exp op exp* | (*exp*) | *number*

op → + | - | * |/

- 步骤(1):构造能反映运算符号间优先关系的规则

即+ - 后于*/ 再后于( )

- 由于在树型中离根越近,则优先级越低,
- 而推导过程均由文法开始符号进行分析,
- 因此,在规则中最接近文法开始符号的运算符号应该是+ -,而 */则远一点,而()则更远.

exp→*exp addop exp* | *term*

addop→+|-

term→*term mulop term* | *factor*

mulop→ *|/

factor→(*exp*) | *number*

对于该文法，串34-3*42 就只有唯一的语法树。

• 文法改造过程

- 同级运算符号的优先关系：左结合
- 根据语法树中谁深谁优先的原理可得：
- 左方的同级运算符只能在左边产生，而不能在右边产生.

exp→*exp addop exp* | *term*　　左右均可产生

term→*term mulop term* | *factor*　　左右均可产生

结论：删除右边产生的递归即可

即将规则

$exp \rightarrow exp\ addop\ exp \mid term$

改造为

$exp \rightarrow exp\ addop\ term \mid term$

结论:

左递归规则可实现左结合，而右递归规则可实现右结合。

- **改造结果：**

exp → *exp addop term* | *term*
addop → + | -
term → *term mulop factor* | *factor*
mulop → * |/
factor → (*exp*) | *number*

表达式34-3*42的分析树为：

表达式34-3-42的分析树为：

扩展的表示法：EBNF

原因：

（1）表达能力弱、符号不丰富

（2）程序设计语言的控制结构有：顺序、重复和选择结构

- EBNF：扩充BNF，在规则中可表示重复和可选.

重复操作

$A \rightarrow Aa \mid b$ (左递归)

或

$A \rightarrow aA \mid b$ (右递归)

- 在EBNF中用花括号{...}来表示重复
- 因此上述规则可用以下规则写出:

$A \rightarrow b\{a\}$

和

$A \rightarrow \{a\}b$

可选操作

- EBNF中用方括号[. . .]来表示可选

statement → if-stmt | other

if-stmt → if exp then statement

| if exp then statement else statement

exp → 0 | 1

可表示:

statement → if-stmt | other

if-stmt → if exp then statement [else statement]

exp → 0 | 1

TINY语言的语法

TINY语言的上下文无关文法：

详细见参考书：P97的BNF表示。

TINY 语言的文法规则列表

program→stmt-sequence

stmt-sequence→ stmt-sequence ; statement |statement

statement→ if-stmt |repeat-stmt |assign-stmt | read-stmt|write-stmt

if-stmt→if exp then stmt-sequence end

| if exp then stmt-sequence else stmt-sequence end

repeat-stmt→repeat stmt-sequence until exp

assign-stmt→identifier := exp

read-stmt→read identifier

write-stmt→write exp

exp→simple-exp comparison-op simple-exp |simple-exp

comparison-op→ < | =

simple-exp→simple-exp addop term | term

addop→ + |-

term→term mulop factor | factor

mulop→ * | /

factor→(exp) | number | identifier

文法中规则有效性的分析

有害规则：形如U→U的产生式，会导致文法出现二义性

多余规则：指文法中任何句子的推导都不会用到的规则

文法中不含有不可到达和不可终止的非终结符

1）文法中某些非终结符不在任何规则的右部出现，该非终结符称为不可到达。

2）文法中某些非终结符，由它不能推出终结符号串，该非终结符称为不可终止。

化简文法——删除无效规则

目标：文法中不含有有害规则和多余规则

文法中规则有效性的条件

对于文法G[S]，为了保证任一非终结符A在句子推导中出现，必须满足如下两个条件：

1. A必须在某句型中出现

   即有$S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha A \beta$，其中α，β属于$V^*$

2. 必须能够从A推出终结符号串t

   即$A \overset{*}{\Rightarrow} t$，其中$t \in V_T^*$

化简文法

例，G[S]：

1) S→Be

2) B→Ce　　D为不可到达

3) B→Af　　C为不可终止

4) A→Ae

5) A→e

6) C→Cf

7) D→f

产生式 2），6），7）为多余规则应去掉。

文法中的ε规则的问题

文法中某些规则可具有形式A→ε，称这种规则为ε规则

处理方法：一般可以不做任何处理

例，

A→dB　B→aB| ε

自顶而下语法分析的问题

一种约定：最左推导

从左到右的分析算法，即总是从左到右地分析输入符号串，首先分析符号串中的最左符号，进而依次分析右边的一个符号，直到分析结束。

自顶而下语法分析的问题

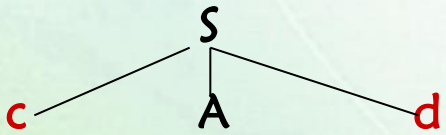
例，文法G[S]：

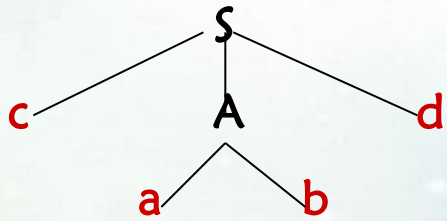
$S \rightarrow cAd$

$A \rightarrow ab$

$A \rightarrow b$

分析输入串w=cabd是否为该文法的句子





推导过程：$S \Rightarrow cAd$

$\Rightarrow cabd$

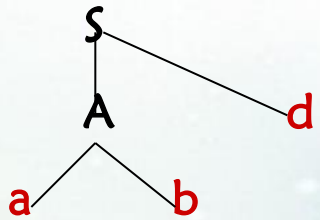
自顶而下语法分析的问题

例，文法G[S]：　S → Ad | Bc

A → ab

B → ba

分析输入串w=abd是否为该文法的句子



推导过程：S ⇒ Ad

⇒ abd

自顶而下语法分析的问题

问题1：在自顶而下的分析方法中如何选择使用哪条规则进行推导？

假定要被代换的最左非终结符号是A，且有n条规则：A→B1|B2|…|Bn，那么如何确定用哪个右部去替代A？

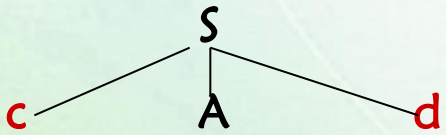
自顶而下语法分析的问题

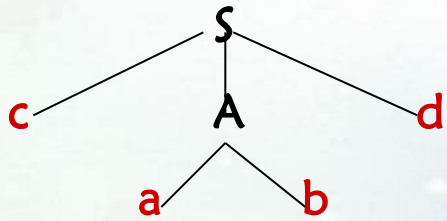
例，文法G[S]：　S → cAd

A → ab

A → a

分析输入串w=cabd是否为该文法的句子





推导过程：S ⇒ cAd

⇒ cabd

自顶而下语法分析的问题

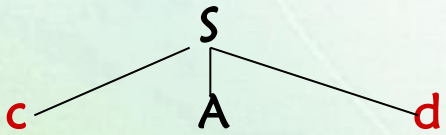
例，文法G[S]：

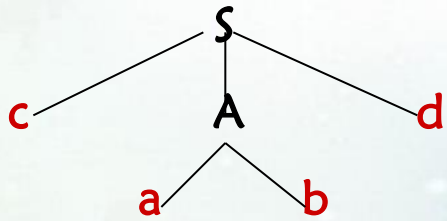
$S \rightarrow cAd$

$A \rightarrow ab$

$A \rightarrow a$

分析输入串w=cad是否为该文法的句子





推导过程：$S \Rightarrow cAd$

$\Rightarrow cabd$

自顶而下语法分析的问题

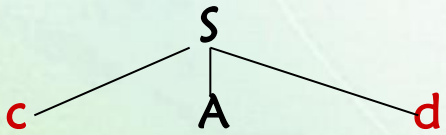
例，文法G[S]：

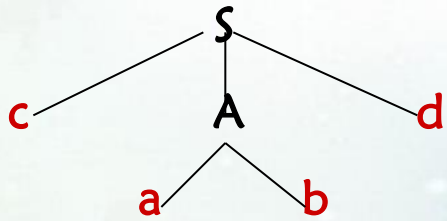
$S \rightarrow cAd$

$A \rightarrow ab$

$A \rightarrow a$

分析输入串w=cab是否为该文法的句子





推导过程：$S \Rightarrow cAd$

$\Rightarrow cabd$

自顶而下语法分析的问题

例，文法G[S]：

$S \rightarrow cAd$

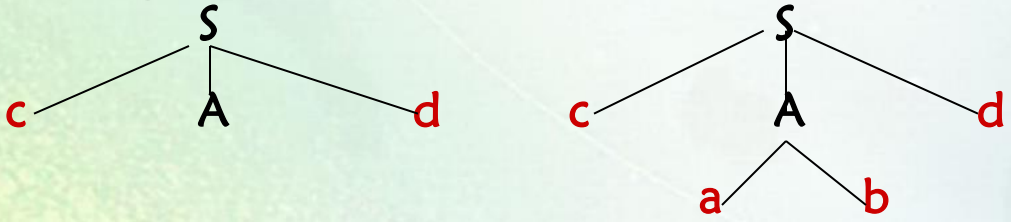
$S \rightarrow cB$

$A \rightarrow ab$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow aa$

分析输入串w=caa是否为该文法的句子



推导过程：$S \Rightarrow cAd$

$\Rightarrow cabd$

问题原因的分析1

效率问题　回溯、选择规则效率

问题2：同一非终结符规则右部存在多条规则且最左的符号相同

G[S]：

$S \rightarrow cAd \mid cB$

$A \rightarrow ab \mid a$

$B \rightarrow aa$

问题原因的分析2

效率问题　回溯、选择规则效率

问题3：同一非终结符规则右部存在多条规则且经过多步推导后，最左的符号相同

G[S]：

$$S \rightarrow Ad \mid Bc$$

$$A \rightarrow ab$$

$$B \rightarrow aa$$

问题2的解决

效率问题　回溯、选择规则效率

问题2：同一非终结符规则右部存在多条规则且最左的符号相同

G[S]：

$S \rightarrow cAd \mid cB$

$A \rightarrow ab \mid a$

$B \rightarrow aa$

问题归纳

左公共因子

当两个或更多文法规则共享一个通用前缀串。

如：　　$A \rightarrow \alpha\beta|\alpha\gamma$

　　或　　$A \rightarrow \alpha\beta1|\alpha\beta2|...|\alpha\beta n$

解决方法：

（1）手工调整

（2）文法改写，用EBNF改写

——左公共因子的提取

$$A \rightarrow \alpha\beta \mid \alpha\gamma$$

解决方法：将左边的a提取出来，

即

$$A \rightarrow \alpha(\beta \mid \gamma)$$

或：

该规则分解为两个规则：

$$A \rightarrow \alpha A'$$
$$A' \rightarrow \beta \mid \gamma$$

规则：$A \rightarrow \alpha\beta1|\alpha\beta2|...|\alpha\beta n$

提取左公因子后变为：

$A \rightarrow \alpha(\beta1|\beta2|...|\beta n)$

或：

$A \rightarrow \alpha A'$

$A' \rightarrow \beta1|\beta2|...|\beta n$

TINY 语言的文法规则列表

program→stmt-sequence

stmt-sequence→ stmt-sequence ; statement |statement

statement→ if-stmt |repeat-stmt |assign-stmt | read-stmt|write-stmt

if-stmt→if exp then stmt-sequence end

| if exp then stmt-sequence else stmt-sequence end

repeat-stmt→repeat stmt-sequence until exp

assign-stmt→identifier := exp

read-stmt→read identifier

write-stmt→write exp

exp→simple-exp comparison-op simple-exp |simple-exp

comparison-op→ < | =

simple-exp→simple-exp addop term | term

addop→ + |-

term→term mulop factor | factor

mulop→ * | /

factor→(exp) | number | identifier

EBNF中TINY语言的文法

program → *stmt-sequence*
stmt-sequence → *statement* { **;** *statement* }
statement → *if-stmt* | *repeat-stmt* | *assign-stmt* | *read-stmt* | *write-stmt*
if-stmt → **if** *exp* **then** *stmt-sequence* [**else** *stmt-sequence*] **end**
repeat-stmt → **repeat** *stmt-sequence* **until** *exp*
assign-stmt → **identifier** **:=** *exp*
read-stmt → **read** **identifier**
write-stmt → **write** *exp*
exp → *simple-exp* [*comparison-op simple-exp*]
comparison-op → **<** | **=**
simple-exp → *term* { *addop term* }
addop → **+** | **-**
term → *factor* { *mulop factor* }
mulop → ***** | **/**
factor → **(** *exp* **)** | **number** | **identifier**

问题1的解决

问题1：在自顶而下的分析方法中如何选择使用哪条规则进行推导？

假定要被代换的最左非终结符号是A，且有n条规则：A→B1|B2|…|Bn，那么如何确定用哪个右部去替代A？

例，文法G[S]：

S → Ad | Bc

A → ab

B → ba

问题3的解决

效率问题　回溯、选择规则效率

同一非终结符规则右部存在多条规则且经过多步推导后，最左的符号相同

G[S]：　　S → Ad | Bc

A → ab

B → aa

消除回溯性：

使得对于任何$U \in V_N$, $U::=x_1 \mid x_2 \mid \cdots \mid x_n$，如果

$$x_i \overset{*}{\Rightarrow} T_i v \quad 和 \quad x_j \overset{*}{\Rightarrow} T_j w,$$

且$T_i, T_j \in V_T$, 则 $T_i \neq T_j$, $i \neq j$, $(1 \leqslant i, j \leqslant n)$。

结 论

为了

（1）提高分析效率,避免回溯

（2）解决诸如 S→AB|CD 的规则选择问题；

（3）解决是否存在公共因子的问题

有必要求出每一条规则的开头非终结符号的所有打头终结符号

- ——First集合

怎样求First集合？

归纳！

first集合计算方法

考虑情况1:

G[S]={

S→AB

A→Ba

B→Cb

C→ef

}

(1) 求出first(C)=?

(2) 求出first(A)=?

first集合计算方法

考虑情况2:

G[S]={

S→AB|CD

A→aB|dD

B→cC|bD

C→ef |gh

D→i | j

}

求出first(A)=?

求出first(S)=?

first集合计算方法

考虑情况3:

G[S]={

S→ABC | D

A→aB|ε

B→cC|ε

C→eC|ε

D→i | j

}

求出first(D)=?

求出first(A)=?

求出first(S)=?

First集合计算方法之归纳1

$$
First(x)=\begin{cases} x & x\text{为终结符号} \\ x & x=\varepsilon \\ First(x_1)-\{\varepsilon\} & X\rightarrow X_1X_2\ldots X_n \\ \cup\ First(x_2)-\{\varepsilon\} & X\rightarrow X_2\ldots X_n \quad \varepsilon\in first(x_1) \\ \cup\ \cdots\cdots & \\ \cup\ First(x_n)-\{\varepsilon\} & X\rightarrow X_n \quad \varepsilon\in first(x_i)\ 1\le i<n \\ \cup\ \varepsilon & \varepsilon\in first(xi)\quad 1\le i\le n \end{cases}
$$

对于规则X→x1x2…xn，first(x)的计算算法如下：

First(x)={};
K=1;
While (k<=n)
{ if （xk为终结符号或ε） first(xk)=xk;
first(x)=first(x) ∪ first(xk) - {ε}
If (ε ∉ first(xk)) break;
k++;
}
If (k==n+1) first(x)=first(x) ∪ ε

First集合计算方法之归纳2

$$First(x)=\begin{cases} x & x\text{为终结符号} \\ x & x=\varepsilon \\ First(Y) & X\rightarrow YA \\ \quad \cup\ First(A) & A\rightarrow YA \mid \varepsilon \quad \varepsilon\in first(Y) \end{cases}$$

递归表达

请自行完成算法！

EBNF中TINY语言的文法

program → *stmt-sequence*
stmt-sequence → *statement* { **;** *statement* }
statement → *if-stmt* | *repeat-stmt* | *assign-stmt* | *read-stmt* | *write-stmt*
if-stmt → **if** *exp* **then** *stmt-sequence* [**else** *stmt-sequence*] **end**
repeat-stmt → **repeat** *stmt-sequence* **until** *exp*
assign-stmt → **identifier** **:=** *exp*
read-stmt → **read** **identifier**
write-stmt → **write** *exp*
exp → *simple-exp* [*comparison-op simple-exp*]
comparison-op → **<** | **=**
simple-exp → *term* { *addop term* }
addop → **+** | **-**
term → *factor* { *mulop factor* }
mulop → ***** | **/**
factor → **(** *exp* **)** | **number** | **identifier**

自顶向下分析法的问题

文法G[S]:

$S \rightarrow aA \mid d$

$A \rightarrow bAS \mid \varepsilon$

输入串W=abd。

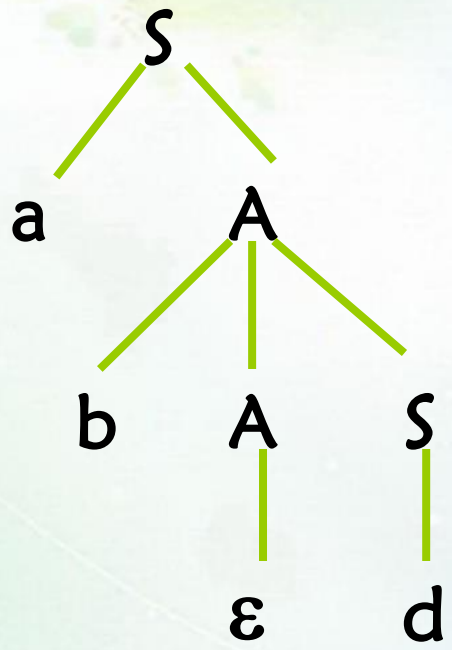
自顶向下的推导过程为:

$S \Rightarrow aA$

$\Rightarrow abAS$

$\Rightarrow abS$

$\Rightarrow abd$



相应的分析树为:

问题: 当文法中存在规则，如: A→ε时，什么时候选择它的问题。

问题分析

- 为了提高分析效率，我们有必要知道紧跟着A后面出现的终结符号是谁？以便决定是否选择规则A→ε。
- ——follow集合。

Follow 集合的计算方法分析

- 考虑以下的几种情况：
- 1. 若A是开始符号，那么Follow (A)＝？
- 2. 若存在规则$B \rightarrow \alpha A \gamma$，则Follow($A$)＝？
- 3. 若存在规则$B \rightarrow \alpha A \gamma$，且$\varepsilon$在First($\gamma$)中，则Follow($A$)＝？

Follow 集合的定义

- 定义：给出一个非终结符A，那么集合Follow(A)则是由终结符或结束符号$组成。

集合Follow(A)的定义如下：

- 1. 若A是开始符号，则$就在Follow (A)中。
- 2. 若存在规则B→αAγ，则First(γ) - {ε}在Follow(A)中。
- 3. 若存在规则B→αAγ，且ε在First(γ)中，则Follow(A)包括Follow(B)。

Follow 计算的算法设计

G[S]={

S→ABC

A→aB|bB

B→cC| ε

C→ef | gh

}

$A \rightarrow X_1 X_2 \ldots X_i X_{i+1} \ldots X_n$

计算Follow集合的算法

1.初始化：

1.1 Follow(开始符号)={$}

1.2 其他任何一个非终结符号A，则执行 Follow(A)={ }

2.循环：反复执行

2.1 循环：对于文法中的每条规则 $A \rightarrow X_1X_2 \ldots X_n$ 都执行

2.1.1 对于该规则中的每个属于非终结符号的X_i，都执行

2.1.1.1 把 First($X_{i+1}X_{i+2} \ldots X_n$) - {ε} 添加到 Follow($X_i$)

2.1.1.2 if ε in First($X_{i+1}X_{i+2} \ldots X_n$),则把Follow(A)添加到 Follow($X_i$)

直到任何一个Follow集合的值都没有发生变化为止。

$$A \rightarrow X_1X_2 \ldots X_iX_{i+1} \ldots X_n$$

自顶而下语法分析的问题

– 考虑下列文法分析 ba^n 的分析过程

文法 G[S]:

(1) $S \rightarrow Sa$

(2) $S \rightarrow b$

$S \Rightarrow Sa$ (1)

$\Rightarrow Saa$ (1)

$\Rightarrow Saaa$ (1)

……

$\Rightarrow Sa^n$ (2)

$\Rightarrow ba^n$

问题：左递归

直接左递归的消除方法1

$A \rightarrow Aa|b$ (左递归)

- 在EBNF中用花括号{...}来表示重复
- 因此上述规则可用以下规则写出:

$A \rightarrow b\{a\}$

直接左递归的消除方法2

$A \rightarrow Aa \mid b$ (左递归)

- 改写为右递归

$A \rightarrow bA'$

$A' \rightarrow aA' \mid \varepsilon$

间接左递归

研究下面文法：

G[A]:

$A \rightarrow Aa|Bb|Cc$

$B \rightarrow Ab \mid Bb$

$C \rightarrow Ac \mid Cb$

解决思路

（1）逐个逐个非终结符进行解决；

（2）将干净非终结符代入未解决的非终结符中，并将其消除干净；

（3）反复实施.

实例分析

例 消除下面文法的左递归

$$A \rightarrow Ba \mid Aa \mid c$$

$$B \rightarrow Bb \mid Ab \mid d$$

解：

（1）逐个逐个进行解决，先对A进行处理，这样就得到文法：

$$A \rightarrow BaA' \mid cA'$$

$$A' \rightarrow aA' \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow Bb \mid Ab \mid d$$

第二步：代入再消除

即将非终结符号B中出现A的，均被代入，因此就得到文法：

$A \rightarrow BaA' \mid cA'$

$A' \rightarrow aA' \mid \varepsilon$

$B \rightarrow Bb \mid BaA'b \mid cA'b \mid d$

第三步：消除B的直接左递归以得到：

$A \rightarrow BaA' \mid cA'$

$A' \rightarrow aA' \mid \varepsilon$

$B \rightarrow cA'bB' \mid dB'$

$B' \rightarrow bB' \mid aA'bB' \mid \varepsilon$

这个文法没有左递归。

消除算法

(1)将文法G的所有非终结符号按任一种顺序排列为

$A1, \ldots, Am$;

(2)执行循环语句：

```
for( i=1; i<=m ; i++ )
{
   for (j=1; j<=i-1; j++)
     将规则Ai→Ajα改写；
       //改写方法如下：如果Aj→β1|β2|...|βk
       // Ai →β1α| β2α | ... | βkα
     消除Ai 规则中的直接左递归；
}
```

(3)化简由(2)所得的文法，即消去多余规则

例.G[Z]：

Z→Za | Sbc | dS

S → Zef | gSh

试消除左递归：

G'[Z]：

Z → (Sbc | dS)Z′　　Z′ → aZ′ | ε

S → (dSZ′ef | gSh)S′　　S′ → bcZ′efS′ | ε

例.文法G[Z]：

Z → Sa | Tb | cZ

S → Tde | Zf | Sg

T → Sh | jTk

试消除左递归

G′[Z]：

Z → Sa | Tb |cZ

S →(T(bf | de)| cZf) S′　　S′ →(af|g)S′ | ε

T →(cZfS′h | jTk)T′　　T′ →(bf | de)S′hT′ | ε

问题归纳

1. 左递归

（1）简单的左递归

$A \rightarrow A\alpha \mid \beta$

（2）复杂一点的左递归

$A \rightarrow A\alpha \mid A\gamma \mid \beta$

（3）更复杂的左递归——间接左递归

$A \rightarrow B\alpha \mid \ldots$

$B \rightarrow A\beta \mid \ldots$

- 情况1：简单直接左递归的消除

格式：

$$A \rightarrow A\alpha \mid \beta$$

α和β是终结符和非终结符组成的串，且β不以A开头

消除方法1：采用EBNF改写文法规则 $A \rightarrow \beta\{\alpha\}$

消除方法2：采用右递归来取代

$$A \rightarrow \beta A'$$
$$A' \rightarrow \alpha A' \mid \varepsilon$$

- 情况2：普遍的直接左递归

$A \rightarrow A\alpha 1 | A\alpha 2 | \ldots | A\alpha n | \beta 1 | \beta 2 | \ldots | \beta m$

其中$\beta 1, \ldots, \beta m$ 均不以A开头。

可先改为：

$A \rightarrow A(\alpha 1 | \alpha 2 | \ldots | \alpha n) | (\beta 1 | \beta 2 | \ldots | \beta m)$

接着使用情况1的方法进行改造，如改为：

$A \rightarrow \beta 1 A' \mid \beta 2 A' \mid \ldots \mid \beta m A'$

$A' \rightarrow \alpha 1 A' \mid \alpha 2 A' \mid \ldots \mid \alpha n A' \mid \varepsilon$

- 情况3：更复杂的左递归——间接左递归

$$A \rightarrow Bb \mid \ldots$$
$$B \rightarrow Aa \mid \ldots$$

（1）逐个逐个非终结符进行解决；

（2）将干净非终结符代入未解决的非终结符中，并将其消除干净；

（3）反复实施。

TINY 语言的文法规则列表

program→stmt-sequence

stmt-sequence→ stmt-sequence ; statement |statement

statement→ if-stmt |repeat-stmt |assign-stmt | read-stmt|write-stmt

if-stmt→if exp then stmt-sequence end

| if exp then stmt-sequence else stmt-sequence end

repeat-stmt→repeat stmt-sequence until exp

assign-stmt→identifier := exp

read-stmt→read identifier

write-stmt→write exp

exp→simple-exp comparison-op simple-exp |simple-exp

comparison-op→ < | =

simple-exp→simple-exp addop term | term

addop→ + |-

term→term mulop factor | factor

mulop→ * | /

factor→(exp) | number | identifier

EBNF中TINY语言的文法

program → *stmt-sequence*
stmt-sequence → *statement* { **;** *statement* }
statement → *if-stmt* | *repeat-stmt* | *assign-stmt* | *read-stmt* | *write-stmt*
if-stmt → **if** *exp* **then** *stmt-sequence* [**else** *stmt-sequence*] **end**
repeat-stmt → **repeat** *stmt-sequence* **until** *exp*
assign-stmt → **identifier** **:=** *exp*
read-stmt → **read** **identifier**
write-stmt → **write** *exp*
exp → *simple-exp* [*comparison-op simple-exp*]
comparison-op → **<** | **=**
simple-exp → *term* { *addop term* }
addop → **+** | **-**
term → *factor* { *mulop factor* }
mulop → ***** | **/**
factor → **(** *exp* **)** | **number** | **identifier**