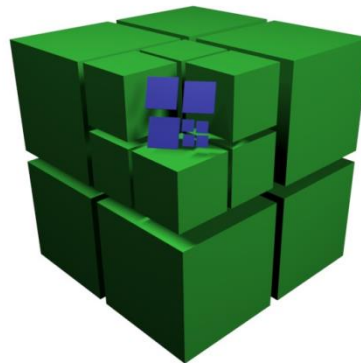


Informatique Graphique 3D & Réalité Virtuelle  
Synthèse d'Images  
**Structures Spatiales**

Tamy Boubekur



# Structurer l'espace 3D

- Grille Spatiale
- Arbres dimensionnels
  - Quadtrees
  - Octrees
- kD-Trees
- BSP-Trees
- Implémentation
- Hiérarchies de Volumes Englobants
- Commentaires

# Données 3D

- Géométrie + Attributs
  - Apparence + Animation + Physique + .....
- Représentations dépendante de l'application
- Géométrie explicite nécessaires
  - A minima :  $P$ , un ensemble de points 3D
    - *Echantillon  $p$  de  $P = \text{point } \{x,y,z\}$*



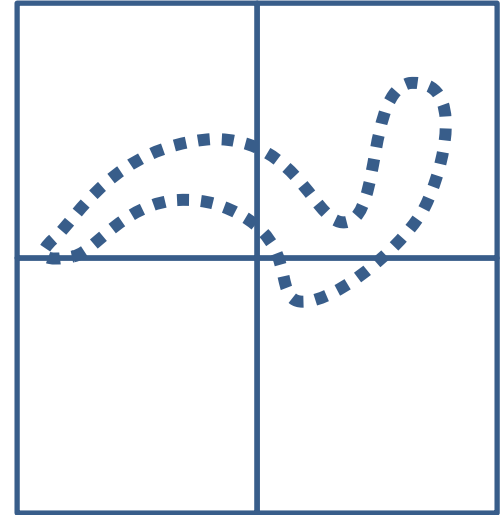
# Données Géométriques 3D

- Champs d'applications :
    - Modélisation
    - Synthèse d'Images
    - Animation
  - Traitement local
    - Éviter d'inspecter l'ensemble du modèle 3D pour une requête spatialement défini
- ***Partitionnement de l'objet***
- Découper l'objet en régions et les **indexer** spatialement
  - Organiser les régions entre elles pour accélérer les requêtes de voisinage

# Grille 3D

La solution la plus simple :

- Générer une grille 3D contenant l'objet
- Répartir les points du modèle dans les cellules les contenant
  - *Discrétisation 3D*
- Efficace, simple et parfois suffisant
- Non adaptatif
  - beaucoup de cellules vides
  - d'autres trop peuplées
- Résolution décidée à priori : accès à un élément en  $O(1)$ 
  - Réduction des constantes, pas de l'ordre de complexité
- Solution : **les arbres !**



# Structures de Subdivision Spatiale Hiérarchique

Omniprésentes en informatique graphique:

- Modélisation

- *Partitionnement, analyse, simplification, reconstruction, génération de niveaux de détails, etc*

- Rendu

- *Lancer de rayons, photon mapping, radiosité, approximation de l'illumination incidente, visibilité, etc*

- Animation

- *Détection de Collision, simulation de foules, déformation basée physique*

- Réalité virtuelle

- *Graphe de Scène, sélection de niveaux de détails, parallélisation, etc*

# Structures de Subdivision Spatiale Hiérarchique

- Principales structures:
  - **kD-Tree** [Bentley 1975] : organisation orthogonale d'un ensemble d'échantillons
  - **BSP-Tree** [Fuchs et al. 1980] : Subdivision binaire et récursive de l'espace par des hyperplans
  - **Quadtree/Octree** [Jackins & Tanimoto 1980] : dimension de l'espace dans la structure (subdivision 1-pour-4 en 2D, 1-pour-8 en 3D)
  - **BVH** : Hiérarchie de Volumes Englobant
- **De très nombreuses utilisation et combinaisons dans la littérature.**

# Structures de Subdivision Spatiale Hiérarchique

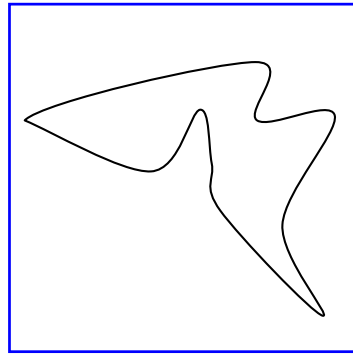
- Principaux opérateurs:
  - **Intersection**
    - **Point**: quelle partition contient un point 3D donné ?
    - **Rayon**: comment ordonner les partitions le long d'un rayon ?
  - **Requête de voisinage**: soit un point  $p$ , quels sont
    - Parmi les éléments de  $\mathbf{P}$ , quels sont les  $k$  plus proches de  $p$  ?
    - Parmi les éléments de  $\mathbf{P}$ , quels sont ceux situés à une distance maximale donnée de  $p$  ?
  - **Parcours des partitions**



# QuadTree

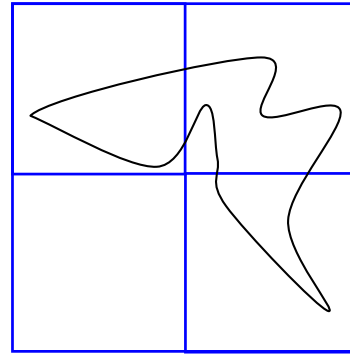
- Séparation récursive 1-4 d'un domaine planaire
- Organisation des partition dans un arbre quaternaire

*Niveau 0*

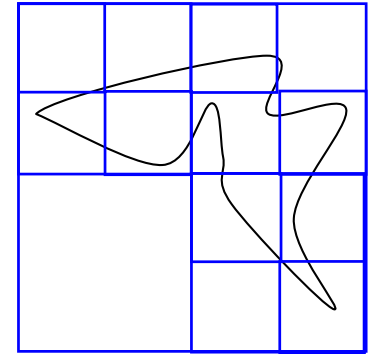


*Objet*

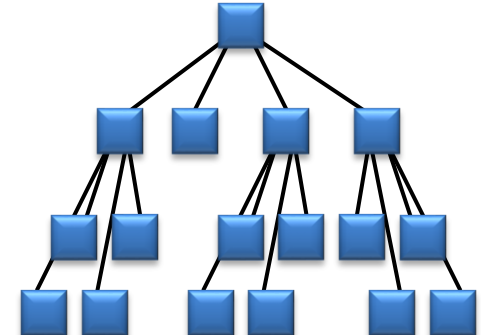
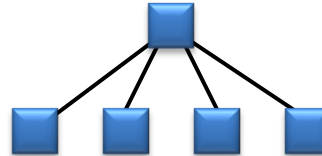
*Niveau 1*



*Niveau 2*



*Arbre*

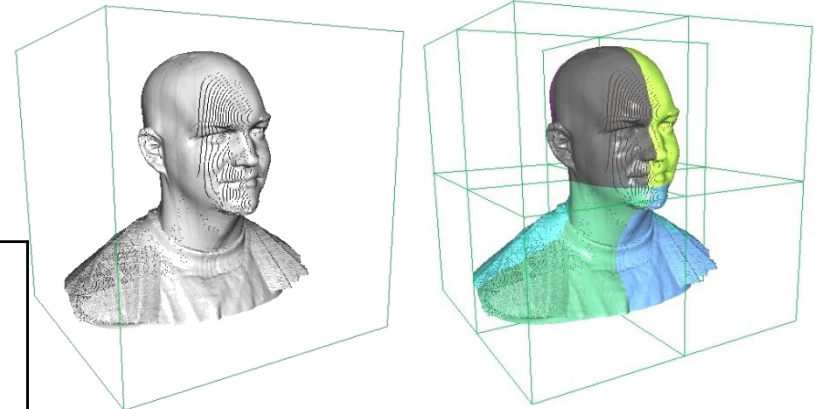


# Octree

- Généralisation 3D du Quadtree
- Hiérarchie de cube englobant

## Implémentation récursive simple

```
TYPE OctreeNode {  
    OctreeNode children[8];  
    Data data; // Bounding Cube + misc. data (e.g. 3D points)  
}  
  
OctreeNode buildOctree (Data data) {  
    OctreeNode node;  
    if (stopCriteria (data))  
        init (node, data); // fill children with NULL and affect data  
    else  
        Data childData[8];  
        dataSpatialSplit (data, dataChild); // 8-split of the bounding  
                                             // cube and partitioning of data  
        for (int i = 0; i < 8; i++)  
            node.children[i] = buildOctree (childData[i]);  
        node.data = NULL;  
    return node;  
}
```



Niveau 0

Niveau 1

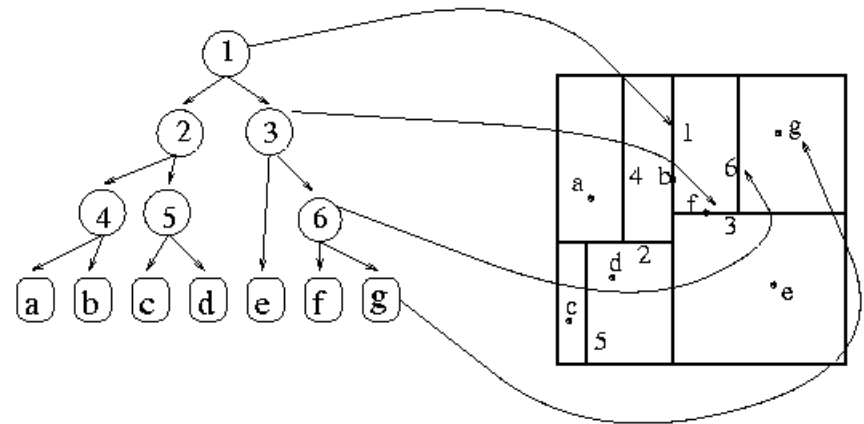
Peut également être implémenter

- dans une table
  - sans pointeur, arbre quasi-parfait)
- avec une table de hashage
  - code de Morton

# kD-Tree

- Structure de partitionnement *orthogonale* d'échantillons
- Arbre binaire. A chaque niveau:
  - Calculer la boîte englobante de **P**
  - Diviser **P** le long du plus grand axe (X, Y ou Z)
- Algorithme de construction:

```
KDNode buildKDTree (PointList P) {  
    BBox B = computeBoundingBox (P);  
    Point q = findMedianSample (B,P);  
    Node n;  
    Plane H = plane (q, maxAxis (B))  
    n.data = <q,H>;  
    PointList Pu = upperPartition (P, H);  
    PointList Pl = lowerPartition (P, H);  
    n.leftChild = buildKDTree (Pu);  
    n.rightChild = buildKDTree (Pl);  
    return n;  
}
```



# Propriétés du kD-Tree

## Générique

- Ordonnancement spatial en dimension arbitraire
- Robuste et constructible sur n'importe quel ensemble de points

## Accélération de la recherche des plus proches voisins (NN)

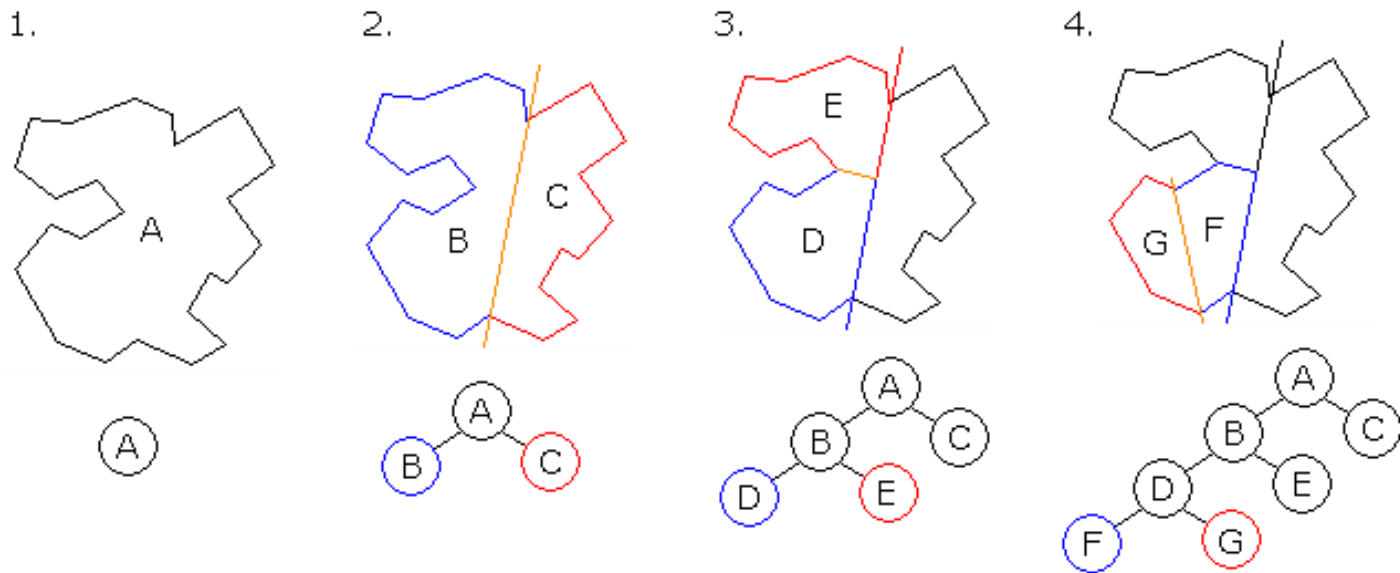
- Recherche par distance: tous les points à située dans une boule de rayon  $r$  centrée sur l'origine de la recherche
  - Basées sur le test d'intersection sphère/boite
- Recherche par cardinal: trouver les  $k$  plus proches voisins (kNN)
  - via une file à priorité de taille maximum pour ordonner les points ( $O(k \log N)$ ) pour une arbre équilibré

## Accélération des tests d'intersection

- Test récursif
- Traitement de « paquets de rayons »
- Possibilité d'ajouter un biais géométrique
  - e.g. *Surface Area Heuristic* ou SAH

# BSP Tree

- Arbre binaire de partitionnement spatial
- Chaque nœud définit un hyperplan séparant son sous-espace associé



# BSP Tree

- Calcul des plans de coupe:
  - Alignés sur les axes
    - découpage similaire à un kD-Tree
  - Analyse en composante principale (*top-down*)
    - ACP sur P
    - Subdivision de P selon le plan définit par la barycentre de P et le vecteur propre associé à la plus grande valeur propre
- *Différence kD-Tree / BSP alignés sur les axes ?*
  - kD-Tree : structure d'organisation de P, partition spatiale de faible qualité
  - BSP : meilleurs partition spatiales, subdivision binaire générique (non limitée aux plans)

***Notes : rien n'est fixé, et tout dépend de l'implémentation choisie et de l'application ciblée.***

# Comparaison

**Adaptivité** à une profondeur donnée



**Simplicité** d'implémentation/**Temps** construction



*Bon Compromis*

*Heuristique efficaces pour  
(quasi) garantir un temps  
d'accès en  $O(\log(N))$  (test  
d'intersection)*

# Comparaison



Grille



Octree

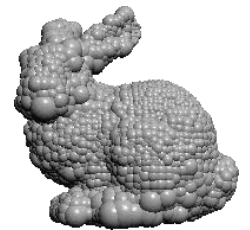
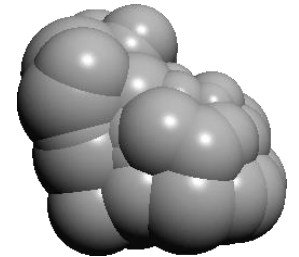
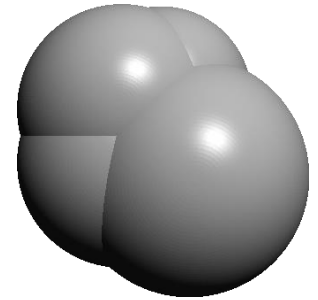


BSP



# Hiérarchie de Volumes Englobants (BVH)

- BVH vs Octree/kd-Tree/BSP-Tree:
  - Noeud != somme de ses enfants
  - Intersection entre volumes englobants (BV)
  - Valence arbitraires des nœuds de l'arbre
  - Forme arbitraire des volumes de partitions
    - En général convexes pour des tests d'intersections plus simples



*BSH*

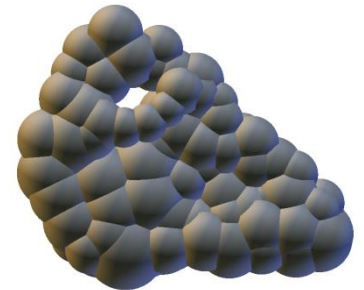
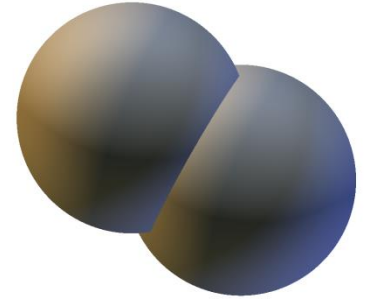
# Hiérarchie de Volumes Englobants (BVH)

- Construction :

1. Trouver le plus petit **BV** de P
2. Subdiviser BV en n sous-BV
3. Classifier P dans les n sous-BV et recommencer

- BV hanbituels :

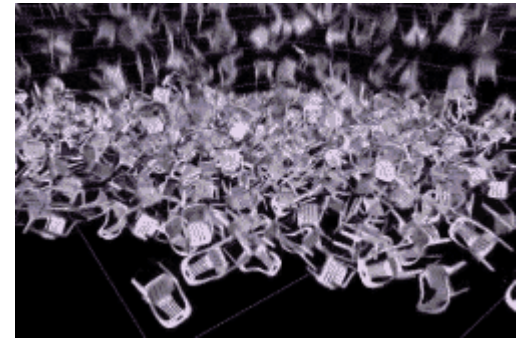
- Sphère englobante (Bounding Sphere ou BS)
- Boîte englobante (Axis-Aligned Bounding Box ou AABB),
- Boîte orientée (Oriented Bounding Box ou OBB)
- Polyhèdre convexe à k faces (k-DOP)



# Hiérarchie de Volumes Englobants

Bien adaptés aux modèles dynamique en animation :

- **BD-Trees** pour les collisions
- Lancer de rayon interactif de scènes dynamiques
- Plus simple à construire qu'un kD-tree
  - Pas de découpe de triangle



## Structure de base d'un graphe de scène

*Inventor, OpenSG, OpenSceneGraph, NVSG, VRML, X3D, COLLADA...* la plupart des graphes de scènes sont des BVH enrichis

# Critère de Partitionnement

- *Quelle condition d'arrêt pour la récursion ?*
  - Profondeur maximale : uniforme, prédiction difficile
  - Densité : m points par feuille au maximum
  - Métrique d'erreur : l'ensemble contenu dans une feuille ne doit pas violer un certain **prédicat** :
    - **Géométrique** (e.g., variance spatiale, courbure maximale)
    - Visuel (e.g., saillance, variance chromatique)
    - Etc

# Implémentation Séquentielle

- Pointeurs: simple, facile à manipuler
- Décalage explicite: arbres complets
  - Chaque nœud interne a exactement **d** fils
- Table de hachage: définir une clé spatiale
  - e.g. code de Morton
  - Accès en temps quasi-constant
- Construction:
  - En largeur (BF) : à l'aide d'une file, permet d'atteindre un « budget » de nœud de manière équilibrée
  - En profondeur (DF) : à l'aide d'une pile (implicite dans une construction récursive)

# Implémentation Parallèle

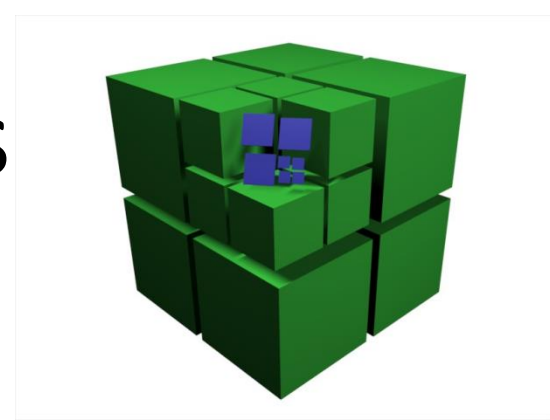
## Construction sur GPU/CPU multicoeurs ?

- Toujours plus ou moins un problème ouvert
- Une stratégie simple :
  1. construction BF sur quelques niveaux afin de générer suffisamment de sous-arbres à construire en parallèle
  2. Construction parallèle des sous-arbres
- Sous-optimal lorsque la densité de P varie fortement dans l'espace
- Implémentation hybride possible : (1) sur CPU, (2) sur GPU

# Optimisation

- Complétion partielle :
  - Rendre *parfaits* les M premiers niveaux de l'arbre
    - Accès *direct* jusqu'à la profondeur M (équivalent à une grille)
    - Réduit fortement le temps d'accès pour un faible coût mémoire
- *Lifting scheme*
  - « décalage local » pour l'implémentation par tableaux
    - Décalage **quantifié** sur peu de bits
- « Exploiter les nœuds internes »
  - Données additionnelle par nœud :
    - Description grossière de leur sous-arbre.

# Arbres exotiques



De nombreux arbres sont spécialisés à certaines applications :

- **Volume-Surface Tree**: combine un octree et une forêt de quadtree locaux pour la partitionnement de surface, adapté au traitement géométrique des surfaces
- **Tile-Trees**: arbres de « faces de cubes » pour la plaquage de textures
- **Bounding Interval Hierarchy**, pour le lancer de rayons
- **Tetrahedra Hierarchy**: hiérarchie de simplexes pour les volumes

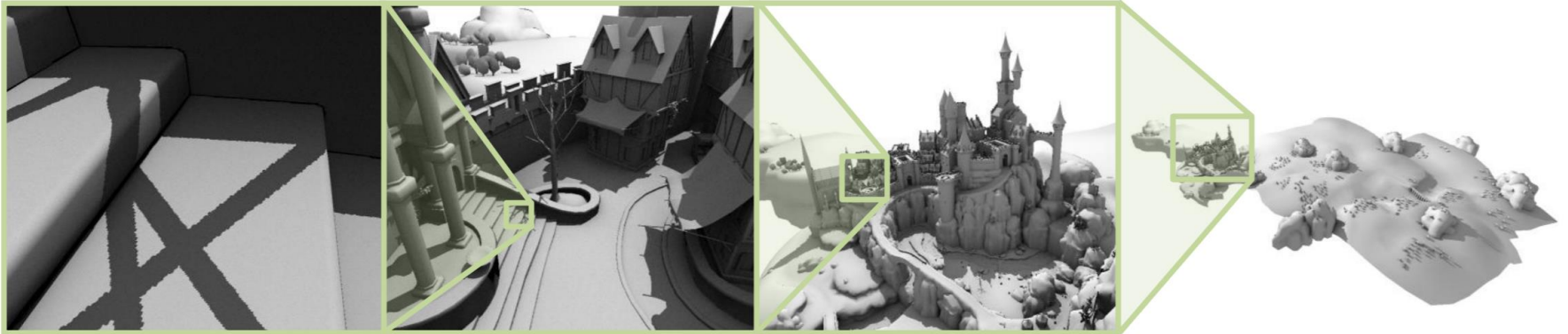


# Structures hybrides

## Grilles récursives

- Hiérarchie de grilles
- Généralisation des octrees
- Duales ou primales
  
- En pratique : seuls quelques niveaux nécessaires
- Très efficace lorsque le contrôle précis de la mémoire consommée n'est pas critique

# Structures parcimonieuses



- Pour modéliser spatialement la pellicule de volume englobant une surface, à très haute résolution
- Typiquement employé pour décrire l'occupation de l'espace, et résoudre les questions de visibilité
- **Sparse-Voxel Octree (SVO)** : Octree codant en chaque nœud uniquement la présence ou des fils
- **Sparse-Voxel Directed Acyclic Graphs (SVDAGs)** : SVO factorisé
- **Voxel Hashing** : table de hachage spatiale