微观经济学计算公式

第二章　需求曲线和供给曲线

（1）需求函数　$Q^d = f(P)$

线性需求函数　$Q^d = \alpha - \beta P$

供给函数　$Q^s = f(P)$

线性供给函数　$Q^s = -\delta + \gamma P$

弧弹性公式　$e = \dfrac{\Delta y}{y} / \dfrac{\Delta x}{x} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \dfrac{x}{y}$

点弹性公式　$e = \dfrac{dy}{y} / \dfrac{dx}{x} = \dfrac{dy}{dx} \cdot \dfrac{x}{y}$

$$需求的价格弹性系数 = \frac{需求量变化的百分比}{价格变化的百分比}$$

（2）需求的价格弹性：弧弹性

$$e_d = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta P / P} = \frac{(Q_2 - Q_1)/Q}{(P_2 - P_1)/P} = \frac{(Q_2 - Q_1)/\frac{Q_1 + Q_2}{2}}{(P_2 - P_1)/\frac{P_1 + P_2}{2}} = \frac{Q_2 - Q_1}{P_2 - P_1} . \frac{P_1 + P_2}{Q_1 + Q_2}$$

（3）需求的价格弹性：点弹性

$$e_d = -\frac{dQ}{Q} / \frac{dP}{P} = -\frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$$

（4）需求弹性的几何意义（以线性函数为例，如右图 1）

$$e_d = -\frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = \frac{GB}{CG} \cdot \frac{CG}{OG} = \frac{GB}{OG} = \frac{CB}{AC} = \frac{FO}{AF}$$

（1）供给的价格弹性

点弹性：

$$e_s = \frac{dQ}{Q} / \frac{dP}{P} = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$$

弧弹性：

$$e_s = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta P / P} = \frac{(Q_2 - Q_1)/\frac{Q_1 + Q_2}{2}}{(P_2 - P_1)/\frac{P_1 + P_2}{2}}$$

（2）需求交叉价格弹性：

$$e_{xy} = \frac{dQ_x}{Q_x} / \frac{dP_y}{P_y} = \frac{dQ_x}{dP_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x}$$

$$e_{xy} = \frac{\Delta Q_x / Q_x}{\Delta P_y / P_y}$$

（3）**需求的收入弹性**:

$$e_M = \frac{\Delta Q}{\Delta M} \cdot \frac{M}{Q} = \frac{dQ}{Q} / \frac{dM}{M} = \frac{dQ}{dM} \cdot \frac{M}{Q}$$

第三章 效用论

（1）边际效用的表达式

$$MU = \lim_{\Delta Q \to 0} \frac{\Delta TU(Q)}{\Delta Q} = \frac{dTU}{dQ}$$

（2）消费者均衡条件

$$P_1 X_1 + P_2 X_2 + \cdots + P_n X_n = I$$

$$\frac{MU_1}{P_1} = \frac{MU_2}{P_2} = \cdots = \frac{MU_n}{p_n} = \lambda$$

（3）消费者剩余

$$CS = \int_0^{Q_0} f(Q) dQ - P_0 Q_0$$

（4）商品的边际替代率(MRS) （marginal rate of substitution）

$$MRS_{xy} = -\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$

（5）预算线（ budget line）

$$I = P_1 X_1 + P_2 X_2$$

$$X2 = -\frac{P_1}{P_2} X_1 + \frac{I}{P_2}$$

（6）均衡的条件

$$MRS_{12} = \frac{P_1}{P_2}$$

第四章 生产论

（1）短期生产函数：（以劳动可变为例）

K 不变， L 可变，则 $Q = f(L, \overline{K})$

（2）总产量、平均产量、边际产量

$$TP_L = f(L, \overline{K})$$

$$AP_L = \frac{TP_L}{L}$$

$$MP_L = \frac{\Delta TP_L}{\Delta L} = \frac{dTP_L}{dL}$$

（3）两种可变生产要素的生产函数

$Q = f(L, K)$L，K 均可变，可互相替代

(4) 等产量线：

$$Q=f\left(L,K\right)=Q^0$$

(5) 边际技术替代率（MRTS）

$$MRTS=-\lim_{\Delta L\to 0}\frac{\Delta K}{\Delta L}=\frac{dK}{dL}$$

$$MRTS=-\lim_{\Delta L\to 0}\frac{\Delta K}{\Delta L}=-\frac{dK}{dL}=\frac{MP_L}{MP_K}$$

(6) 等成本线

$$c=wL+rK$$

$$K=-\frac{w}{r}+\frac{c}{r}$$

(7) 最优的生产要素组合

1、既定成本条件下的产量最大化 $MRTS=\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{w}{r}$

2、给定产量的成本最小化 $MRTS=\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{w}{r}$

3、利润最大化可以得到的生产要素组合

$$\pi\left(L,K\right)=P\cdot f\left(L,K\right)-\left(wl+rK\right)$$

利润最大化一阶条件

$$\frac{\partial\pi}{\partial L}=P\frac{\partial f}{\partial L}-w=0$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial K}=p\frac{\partial f}{\partial K}-r=0$$

根据上两式，可得：

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial L}}{\frac{\partial f}{\partial K}}=\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{w}{r}$$

（8）**特例**—柯布－道格拉斯（C-D）生产函数 $Q=AL^{\alpha}K^{\beta}$

规模报酬递增 $\alpha+\beta>1$

规模报酬不变 $\alpha+\beta=1$

规模报酬递减 $\alpha+\beta<1$

第五章 成本论

（1） 1.由短期总产量推导短期总成本函数

由短期生产函数: $Q = f\left(L, \overline{K}\right)$

可 Q 得要素 L 的反函数 $L(Q) = f^{-1}(Q)$

从而**短期成本函数**可写成下式 $STC(Q) = wL(Q) + r\overline{K} = \phi(Q) + b$

（2）成本分类

总成本 TC $TC = TFC + TVC$

总不变成本 TFC $TFC = 常数$

总可变成本 TVC $TVC = TVC(Q)$

平均总成本 AC: $AC = AFC(Q) + AVC(Q)$

平均不变成本 AFC: $AFC = \dfrac{TFC}{Q}$

平均可变成本 AVC: $AVC(Q) = \dfrac{TVC(Q)}{Q}$

边际成本 MC ： $MC = \lim\limits_{\Delta Q \to 0} \dfrac{\Delta TC(Q)}{\Delta Q} = \dfrac{dTC}{dQ}$

（3）**短期产量曲线与短期成本曲线之间的关系**

①边际产量与边际成本之间的关系

由 $TC(Q) = TVC(Q) + TFC = wL(Q) + TFC$

得 $MC = w / MP_L$

可见：边际产量与边际成本两者呈反向变动关系；总产量与总成本的凸凹性相反，且二者都呈在拐点（此时边际量取得最值）

②平均产量与平均可变成本之间的关系

由 $AVC = \dfrac{TVC}{Q} = w\dfrac{L}{Q} = w \cdot \dfrac{1}{AP_L}$

可见，平均成本与平均产量之间两者是反向变动的；当平均产量取得最大值时，平均成本取得最小值。

（4）**长期总成本函数**

$LTC = LTC(Q)$

第六章 完全竞争市场

（1）厂商的收益

总收益（TR）:厂商按一定价格出售一定量产品时所获得的全部收入。TR=P•Q

平均收益（AR）：厂商在平均每一单位产品上销售所获得的收入。   AR=TR/Q

边际收益（MR）：厂商增加一单位产品上销售所获得的收入。

MR=Δ TR/ Δ Q＝dTR/dQ

（2）企业目标：利润最大化

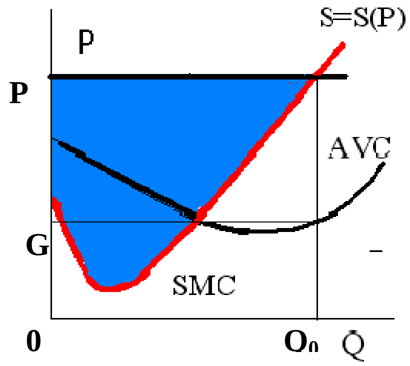
利润函数： $\pi(Q)=TR(Q)-TC(Q)$

利润最大化的一阶条件为：$\dfrac{d\pi(Q)}{dQ}=\dfrac{dTR(Q)}{dQ}-\dfrac{dTC(Q)}{dQ}=MR(Q)-MC(Q)=0$

$\therefore$ 均衡的必要条件： $MR(Q)=MC(Q)$

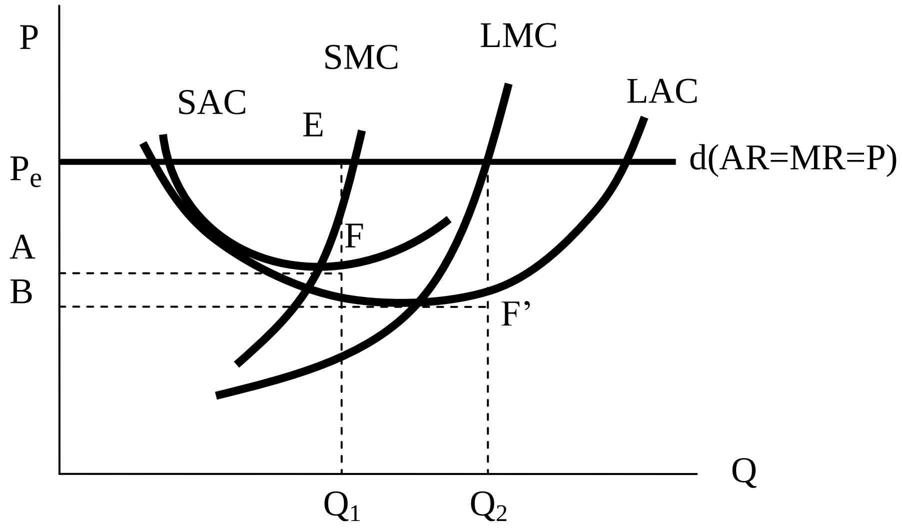
（3） 生产者剩余（如图）

$$PS=P_0Q_0-\int_0^{Q_0} f(Q)dQ$$



另外，由于 TFC 不变，即 MFC=0 总边际成本等于总可变成本，所以 PS=TR-TVC=P0Q0-0G Q0

(4)厂商对最优规模的选择(短期在 Q1 点生产,长期在 Q2 点生产)



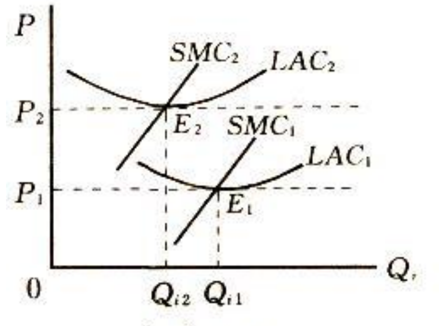
（5）**厂商进出一个行业**:市场价格为 Pe 行业长期均衡、市场价格为 P2 有厂商进入业、市场价格为 P3 行有厂商退出行业。

完全竞争厂商长期均衡条件：

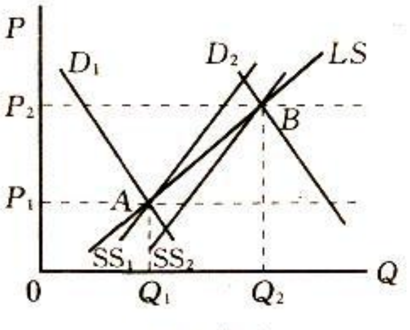
AR=MR = SMC=LMC =LAC= SAC=P (简记 aracmrmcp)

（6）**成本递增行业：**行业产量增加所引起的生产要素需求的增加，会导致生产要素价格的上升。

成本递增行业的长期供给曲线向右上方倾斜

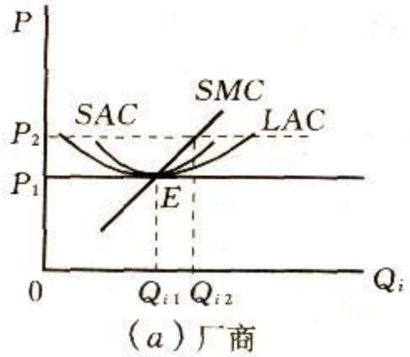


（a）厂商

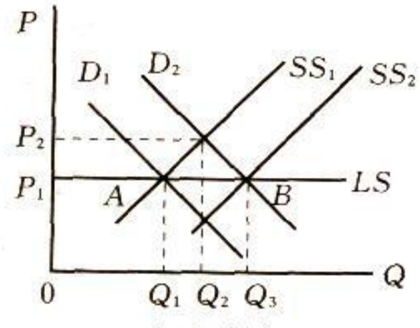


（b）行业

（7）**成本不变行业：**行业产量增加所引起的生产要素需求的增加，不会影响生产要素的价格。



（a）厂商

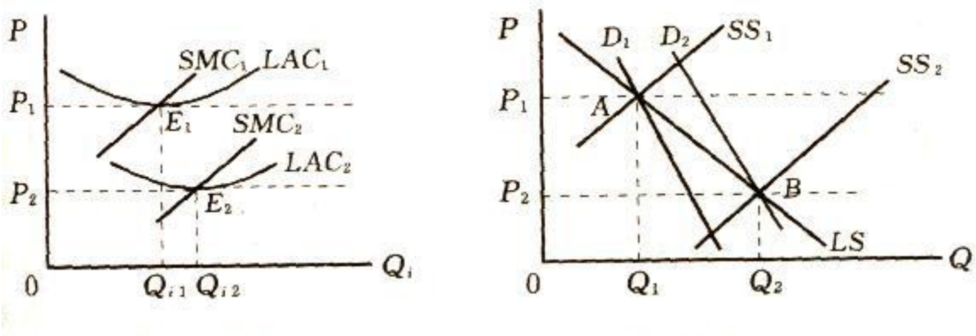


（b）行业

成本不变行业的长期供给曲线是一条水平线

（8）成本递减行业：行业产量增加所引起的生产要素需求的增加，反而使生产要素价格的下降。

成本递减行业的长期供给曲线向右下方倾斜



（a）厂商　　　（b）行业

第七章　不完全竞争市场

（1）当垄断厂商的需求曲线为线性时:

反需求函数:P=a-bQ,

总收益函数:　TR=PQ=(a-bQ)Q=aQ-bQ2

平均收益函数：AR=a-bQ

边际收益函数：MR=dTR/dQ=a-2bQ

结论：当垄断厂商的需求曲线为线性时，d 曲线和 MR 曲线的纵截距是相等的,且 MR 曲线的横截距是 d 曲线横截距的一半。

（2）边际收益、价格和需求的价格弹性

$$MR(Q)=\frac{dTR(Q)}{dQ}=P+Q\frac{dP}{dQ}=P\left(1+\frac{dP}{dQ}\frac{Q}{P}\right)=P\left(1-\frac{1}{e_d}\right)$$

由上式可知：

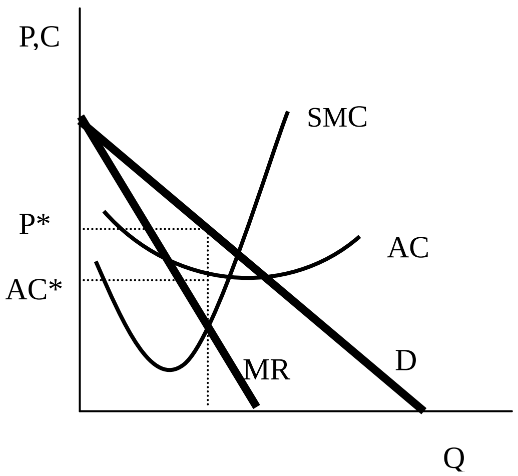
当 ed＞0 时 ,MR> 0 ,TR 随着销售量 Q 递增而增加。

当 ed＜0 时，MR< 0 ,TR 随着销售量 Q 递减而减少。

当 ed＝0 时，MR= 0 ,TR 与销售量 Q 的多少无关。

（3）垄断厂商的短期均衡：

利润最大化 MR=SMC（实现利润）



（4）垄断厂商的长期均衡：

均衡条件；MR=LMC=SMC

垄断厂商的长期均衡时必然获得超额利润，其原因在于企业的生产规模是可调整的和市场对新加入厂商是完全关闭的。

（5）三级价格歧视

不同的市场定价或不同消费者定价不同。据 $MR_A=MR_B=MC$ 及

$$MR = P(1-\frac{1}{e_d})$$

可得：

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1-\frac{1}{e_{d2}}}{1-\frac{1}{e_{d1}}}$$

（4） 垄断竞争厂商的长期均衡

长期中，垄断竞争企业进入与退出市场是自由的。

企业只能获取正常利润

长期均衡条件：

MR=LMC=SMC

AR=LAC=SAC

（5）**古诺模型**(古诺，1838)

假设：只有两个厂商(寡头甲和寡头乙)；生产同质产品；生产成本为零(TC=0,MC=0)；都准确知道市场需求曲线；都假定对方产量不变来确定自己利润最大化的产量；依次行动，又称双头模型。

设 OA=Q，则

Q 甲=（1/2-1/8-1/32-…）Q=1/3 Q

Q 乙=（1/4+1/16+1/64+…）Q=1/3 Q

一般结论：m 个寡头的市场，

每个寡头的均衡产量为：q＝Q／m+1

行业的均衡总产量为=mQ／m+1

（6）斯威齐模型(斯威齐，1939)

假设：如果一厂商提价，其他厂商不会跟着提价，因而提价厂商的销售量减少很多；如果一厂商降价，其他厂商也降价，因而降价厂商的销售量增加有限。

第八章　生产要素价格的决定——讨论要素的需求

（1）完全竞争厂商使用生产要素的原则 VMP（L）**=W**

1、①边际产品价值（VMP）　VMP（L）=MPL·P (产品价格 P 是常数)

2、②要素的边际成本：由于完全竞争厂商面对的要素市场是完全竞争的,因此,要素的价格是常数,所以,边际要素成本是常数 **W**

（2）完全竞争厂商对生产要素的需求原则

VMP(L)=MP(L)·P=W

从上式可看到,

$$\left.\begin{array}{l} MP(L)=W/P \\ MP(L)=\dfrac{dQ}{dL} \end{array}\right\} \Longrightarrow L=f(W)$$

从上式可得到:W 越大,MP 必须越大,由于边际报酬递减规律,对劳动的需求必然减少。

（3）卖方垄断：产品市场是垄断者，在要素市场是完全竞争者，因此，产品的价格不再是常数 P，但要素价格仍是 W。

边际收益产品 MRP：是增加一单位要素的使用而带来的产品（边际要素产品）所增加的收益。

要素的边际成本：W，

要素的边际收益： $MR=\dfrac{dTR(L)}{dL}=\dfrac{dR}{dQ}\cdot\dfrac{dQ}{dL}=MR\cdot MP=MRP$

卖方垄断厂商对生产要素的使用原则：

$MR\cdot MP=W$

（4）**买方垄断**：产品市场是完全竞争者，在要素市场是垄断者，因此，产品的价格是常数 P，但要素价格不再是 W，是变量。

买方垄断厂商对生产要素的使用原则：

边际产品价值 VMP： VMP(L)=MP(L)·P

边际要素成本： $MFC=\left[L\cdot W(L)\right]'=W(L)+L\dfrac{dW(L)}{dL}\geq W(L)$

因为要素市场是买方垄断，所以要素供给曲线向右上方倾斜，

即 $\dfrac{dW(L)}{dL}\geq 0$ ，

即 MFC 大于 W，所以 MFC 位于 W 之上。

又因为 $MFC=\dfrac{dC}{dL}=\dfrac{dC}{dQ}\dfrac{dQ}{dL}=MC\cdot MP$

所以：买方垄断厂商对生产要素的使用原则 MFC=VMP，由此式可以唯一确定要素价格与数量。

	完全竞争	不完全竞争
完全竞争	边际产品价值=工资 VMP=W	边际产品价值=边际要素成本 VMP=MFC
不完全竞争	边际收益产品=工资 MRP=W	边际收益产品=边际要素成本 MRP=MFC

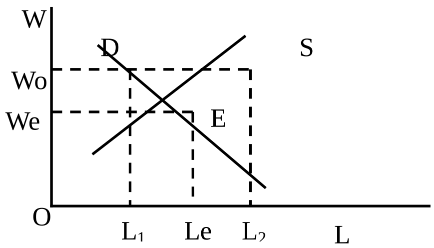
第九章　　生产要素价格的决定——讨论要素的供给

（1）供给原则： $\frac{\Delta U}{\Delta L}=\frac{\Delta U}{\Delta Y}\cdot\frac{\Delta Y}{\Delta L}$　或 $\frac{dU}{dL}=\frac{dU}{dY}\cdot\frac{dY}{dL}$

以劳动为例，L 和 l 分别表示劳动的供给量和劳动的自用量，则要素的供给原则可表示为：

$$\frac{dU}{dl}=\frac{dU}{dY}\cdot\frac{dY}{dL}$$

（2）劳动的市场供给曲线和均衡工资的决定



（2） 土地的供给曲线

土地所有者的效用函数为$U=U(Y,q)$**，式中 Y，q 分别表示土地收入和自用土地数量。**

简化为$U=U(Y)$

（3）资本的供给

假定：消费者在一种商品、两个时期（今年与明年）之间选项择

如图：横轴 C0——今年消费的商品量；C1——明年消费的商品量

预算线 WW’,过初始点(C_0^0，C_0^1)，市场利率为 r,

则

$$W=C_0^0+\frac{C_0^1}{1+r}$$

$$W^{'}=C_0^0(1+r)+C_0^1$$

（4）欧拉定理：在完全竞争条件下，如果规模报酬不变，则全部产品正好足够分配给各个生产要素，不多也不少，即

证明：以两种生产要素情况说明，

由于生产函数是齐次的（规模报酬不变）

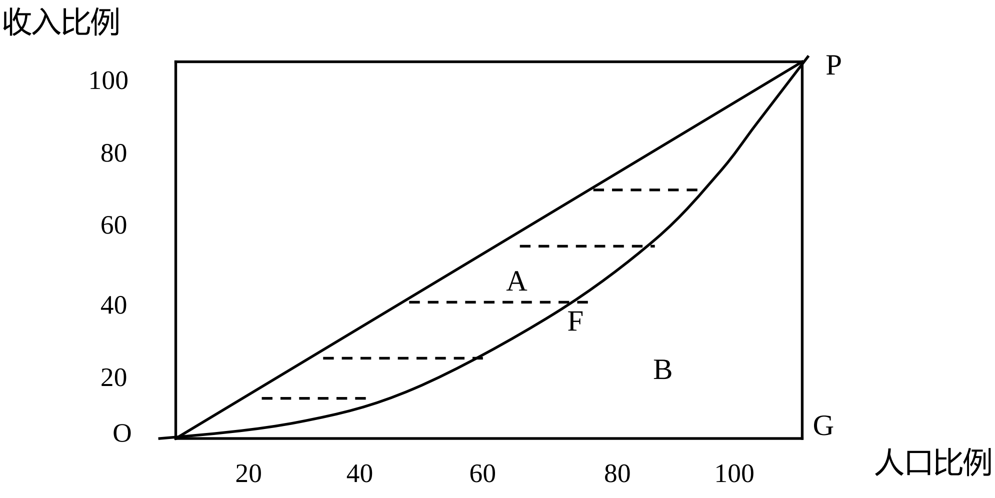
$$\frac{Q}{L} = f\left(\frac{L}{L}, \frac{K}{L}\right) = f(1, k) = \phi(k) \qquad \left(k = \frac{K}{L}\right)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{\partial\left[L \cdot \phi(k)\right]}{\partial L} = \phi(k) + L \cdot \phi^{'}(k)\frac{dk}{dL}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{\partial\left[L \cdot \phi(k)\right]}{\partial K} = \phi^{'}(k)$$

$$\therefore L \cdot \frac{\partial Q}{\partial L} + K \cdot \frac{\partial Q}{\partial K} = Q$$

（5）洛沦兹曲线：反映收入拥有平均化程度的曲线。



横轴：人口累积百分比

纵轴：收入累积百分比

基尼系数：$G = \dfrac{A}{A+B}$

0≤G≤1，G 越大财富分配越不平均