

资料分析

一、基期与现期

$$1. \text{基期量} = \text{现期量} - \text{增长量} = \frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}} = \frac{\text{增长量}}{\text{增长率}}$$

$$\text{间隔基期量} = \frac{\text{现期量}}{1 + \text{间隔增长率}}$$

$$2. \text{现期量} = \text{基期量} + n \times \text{增长量} = \text{基期量} \times (1 + \text{增长率})^n$$



二、增长率

$$1. \text{一般增长率} = \frac{\text{增长量}}{\text{基期量}} = \frac{\text{增长量}}{\text{现期量} - \text{增长量}} = \frac{\text{现期量} - \text{基期量}}{\text{基期量}} = \frac{\text{现期量}}{\text{基期量}} - 1$$

$$2. \text{间隔增长率} = r_1 + r_2 + r_1 \times r_2$$

$$3. \text{年均增长率: } (1 + \text{年均增长率})^n = \frac{\text{现期量}}{\text{基期量}} \quad (n \text{ 为年份差})$$

4. 混合增长率口诀：混合居中不正中，偏向基期量较大的（一般用现期量近似代替基期量计算）；线段法（距离和量成反比）

三、增长量

$$1. \text{增长量} = \text{现期量} - \text{基期量} = \text{基期量} \times \text{增长率} = \frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}} \times \text{增长率}$$

$$\text{已知现期量和增长率求增长量: } |r| \approx \frac{1}{n}, \text{ 增长量} = \frac{\text{现期量}}{n+1}, \text{ 减少量} = \frac{\text{现期量}}{n-1}$$

$$2. \text{年均增长量} = \frac{\text{现期量} - \text{基期量}}{\text{年份差}}$$

四、比重

$$1. \text{现期比重: 比重} = \frac{\text{部分}}{\text{整体}}, \text{部分} = \text{整体} \times \text{比重}, \text{整体} = \frac{\text{部分}}{\text{比重}}$$

$$\text{特殊比重公式: 增长贡献率} = \frac{\text{部分增长量}}{\text{整体增长量}}, \text{利润率} = \frac{\text{利润}}{\text{收入}}$$

$$2. \text{基期比重} = \frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$$

3. 两期比重

$$\text{两期比重差} = \text{现期比重} - \text{基期比重} = \frac{A}{B} \times \frac{a-b}{1+a} < |a-b|$$

两期比重比较：当 $a > b$ 时，比重上升

当 $a < b$ 时，比重下降

（以上公式中：A 为现期部分量，a 为对应增长率；B 为现期整体量，b 为对应增长率）

五、平均数

$$1. \text{ 现期平均数} = \frac{\text{总数}}{\text{分数}} = \frac{A}{B}$$

$$2. \text{ 基期平均数} = \frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$$

$$3. \text{ 平均数的增长量} = \frac{A}{B} \times \frac{a-b}{1+a}$$

4. 两期平均数比较：当 $a > b$ 时，比重上升

当 $a < b$ 时，比重下降

$$5. \text{ 平均数的增长率} = \frac{a-b}{1+b}$$

（以上公式中：A 为现期总量，a 为对应增长率；B 为现期份数，b 为对应增长率）

六、倍数

$$1. \text{ 现期倍数} = \frac{A}{B}$$

$$A \text{ 比 } B \text{ 多几倍} = \frac{A}{B} - 1$$

$$2. \text{ 基期倍数} = \frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$$

（以上公式中：A 为分子量，a 为分子的增长率；B 为分母量，b 为分母的增长率）

数量关系

一、等差数列

1. 通用公式： $a_n = a_1 + (n-1)d = a_m + (n-m)d$
2. 求和公式： $S_n = \frac{(a_1+a_n)}{2} \times n = n \times a_1 + \frac{n(n-1)d}{2} = \text{中位数} \times \text{项数}$

二、工程问题

1. 工作总量 = 工作效率 \times 工作时间

给完工时间型的工程问题：赋值工作总量、求效率、列式求解

给效率比例型的工程问题：赋值效率、求工作总量、列式求解

给具体单位型的工程问题：设未知数、列式求解

2. 牛吃草问题

$$Y = (N - x)T$$

(Y为原有草量、N为牛头数(默认每头牛工作效率为1)、x为草的生长速度、T为吃草时间)

三、行程问题

1. 基本公式：路程 = 速度 \times 时间 ($S = VT$)
2. 火车过桥公式
 - a) 完全通过桥， $S = L_{\text{桥}} + L_{\text{车}}$
 - b) 完全在桥上， $S = L_{\text{桥}} - L_{\text{车}}$
3. 等距离平均速度 = $\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$ (适用于“上下坡”“往返”等行驶路程相同但速度不同的情况)
4. 相遇追及公式
 - a) 相遇路程： $S_{\text{和}} = V_{\text{和}} \times T_{\text{遇}}$

追及路程： $S_{\text{差}} = V_{\text{差}} \times T_{\text{追}}$

b) 线形两端出发第n次相遇： $(2n - 1) S = V_{\text{和}} \times T_{\text{遇}}$

线形一端出发第n次相遇： $2nS = V_{\text{和}} \times T_{\text{遇}}$

c) 环形同地出发第n次相遇： $n\text{圈} = V_{\text{和}} \times T_{\text{遇}}$

环形同地出发第n次追及： $n\text{圈} = V_{\text{差}} \times T_{\text{追}}$

5. 流水行船相关公式

$$V_{\text{顺}} = V_{\text{船}} + V_{\text{水}}$$

$$V_{\text{逆}} = V_{\text{船}} - V_{\text{水}}$$

四、经济利润

1. 利润 = 售价 - 成本

$$\text{利润率} = \frac{\text{利润}}{\text{成本}}$$

$$\text{售价} = \text{成本} \times (1 + \text{利润率}) = \text{成本} + \text{利润}$$

2. 折扣 = $\frac{\text{现价}}{\text{原价}}$

3. 总价 = 单价 × 数量

五、容斥原理

1. 两集合容斥原理公式： $A + B - A \cap B = \text{总数} - \text{都不满足}$

2. 三集合容斥原理

$$\text{标准型公式: } A + B + C - A \cap B - A \cap C - B \cap C + A \cap B \cap C = \text{总数} - \text{都不满足}$$

$$\text{非标准型公式: } A + B + C - \text{满足两项} - \text{满足三项} \times 2 = \text{总数} - \text{都不满足}$$

$$\text{常识公式: } \text{满足一项} + \text{满足两项} + \text{满足三项} = \text{总数} - \text{都不满足}$$



六、几何公式

1. 周长公式

正方形周长 = $4a$ 、长方形周长 = $2(a + b)$

圆形周长 = $2\pi r$ 、弧长 = $2\pi r \times \frac{n^\circ}{360^\circ}$

2. 面积公式

正方形面积 = a^2 、长方形面积 = ab

圆形面积 = πr^2 、扇形面积 = $\pi r^2 \times \frac{n^\circ}{360^\circ}$

三角形面积 = $\frac{ah}{2}$ 、梯形面积 = $\frac{(a+b)}{2} \times h$ 、菱形面积 = $\frac{\text{对角线乘积}}{2}$

3. 表面积公式

正方体表面积 = $6a^2$ 、长方体表面积 = $2(ab + bc + ac)$

圆柱体表面积 = $2\pi r^2 + 2\pi rh$ 、球体表面积 = $4\pi r^2$

4. 体积公式

正方形体积 = a^3 、长方形体积 = abc

圆柱体体积 = $\pi r^2 h$ 、锥体体积 = $\frac{1}{3}Sh$

球体体积 = $\frac{4}{3}\pi r^3$

5. 三角形相关

a) 任意两边和大于第三边，任意两边差小于第三边

b) 勾股定理： $a^2 + b^2 = c^2$ (a 、 b 为两条直角边的长度， c 为斜边的长度)

c) 有 30° 角的直角三角形三边比例关系： $1: \sqrt{3}: 2$

有 45° 角的直角三角形三边比例关系： $1: 1: \sqrt{2}$

七、排列组合

1. 基础概念

a) 分类用加法，分步用乘法

b) 有序排列： $A_n^m = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-m+1)$

$$c) \text{ 无序排列: } C_n^m = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-m+1)}{m \times (m-1) \times (m-2) \times \cdots \times 1}$$

$$C_n^m = C_n^{n-m}$$

2. 经典题型

a) 捆绑法：先捆再排

b) 插空法：先排再插

c) 插板法：将 n 个相同的物品，分给 m 个人，每个人至少得到1个，结果为 C_{n-1}^{m-1}

d) 环形排列： A_{n-1}^{n-1}

e) 错位排序： n 个元素对应的错位排列情况为 $D_1=0$ 种、 $D_2=1$ 种、 $D_3=2$ 种、 $D_4=9$ 种、 $D_5=44$ 种

八、概率问题

1. 给情况数求概率： $P = \frac{\text{满足条件的情况数}}{\text{总情况数}}$

2. 给概率求概率

分类用加法 $P = P_1 + P_2 + \cdots + P_n$

分步用乘法 $P = P_1 \times P_2 \times \cdots \times P_n$

九、最值问题

1. 最不利构造：结果 = 最不利情形 + 1

2. 最值问题：构造数列，求谁设谁，反向构造，加和求解

3. 多结合反向构造：反向，加和，作差

十、植树问题

1. 段数 = $\frac{\text{总长}}{\text{间隔}}$

2. 两端植树：棵树 = 段数 + 1

3. 单端植树（环形植树）：棵树 = 段数

4. 楼间植树（两端都不植）：棵树 = 段数 - 1

十一、溶液问题

$$\text{浓度} = \frac{\text{溶质}}{\text{溶液}}$$

$$\text{溶液} = \text{溶质} + \text{溶剂} = \frac{\text{溶质}}{\text{浓度}}$$

$$\text{溶质} = \text{溶液} \times \text{浓度}$$

十二、方阵问题

（正方形方阵最外层每边人数为 n ；长方形方阵最外层长边为 a 、短边为 b ）

1. 实心方阵总人数

$$\text{正方形方阵总人数} = n^2$$

$$\text{长方形方阵总人数} = ab$$

2. 最外层人数

$$\text{正方形方阵最外层人数} = 4n - 4$$

$$\text{长方形方阵最外层人数} = 2(a + b) - 4$$

3. 相邻两层人数差为8

十三、三大方法

代入排除

1. 适用范围

特定题型：多位数问题、年龄问题、不定方程问题、复杂方程问题等

选项信息充分：选项为一组数或可以转化为一组数

利用数字特性法排除两个选项后，代入剩余一项验证即可得到答案

复杂题目：主体多、关系乱、数据少、条件复杂

2. 使用技巧

先排除：结合奇偶特性、倍数特性、尾数特性等排除

再代人：最值原则（问最大/最小优先从最大项 / 最小项开始代入）

好算原则（整十数、整百数、较小的数优先代入）

倍数特性

1. 适用范围

题干中出现倍数、比例、分数、百分数等相关条件

常用题型：不定方程问题、平均数问题、余数问题、和差倍比问题等

2. 具体方法

a) 整除型：若 $A = B \times C$ （B、C均为整数），则A能被B和C整除

b) 比例型

若 $\frac{A}{B} = \frac{m}{n}$ （A、B均为整数， $\frac{m}{n}$ 是最简整数比）

则A是m的倍数、B是n的倍数、 $(A+B)$ 是 $(m+n)$ 的倍数、 $(A-B)$ 是 $(m-n)$ 的倍数

方程法

1. 常用题型

无法利用数字特性等技巧解题的和差倍比问题、经济利润问题、行程问题、工程问题、溶液问题等

2. 如何设未知数

设小不设大（避免出现分数）

设比例份数（题干出现比例时）

设中间量（方便列式）。

同等条件下，求谁设谁（避免陷阱）

3. 使用技巧

解方程组时，常用消元法减少未知数的个数

当未知数属于整数集合时，还可利用奇偶特性或者倍数特性先排除一些选项

