

波动率风险溢价: 时变特征及影响因素

陈 蓉, 方昆明

(厦门大学 金融系, 厦门 361005)

摘 要 应用香港市场的数据, 通过构造恒生指数看涨期权的动态 delta 中性组合估计了股票市场的波动率风险溢价, 并对其时变的特征和影响因素进行了分析. 实证结果表明: 香港股票市场上的确存在显著为负的波动率风险溢价, 说明波动率的确是随机的, 是市场中存在的另一个风险源. 而投资者是厌恶波动率风险的, 并通过支付较高价格购买股指期货来规避这一风险, 股指期货并非股票现货的冗余证券. 并且, 波动率风险溢价呈现明显的时变特征, 其最重要的影响因素是股票现货市场的波动率, 股市当前的波动率越大, 投资者对未来波动的预期和风险厌恶程度越高, 越愿意为规避波动率风险支付更高的风险溢价.

关键词 随机波动率; 波动率风险溢价; 动态 delta 中性期权组合

Volatility risk premium in Hong Kong stock market

CHEN Rong, FANG Kun-ming

(Department of Finance, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract This paper estimated the volatility risk premium in Hong Kong stock market by examining the returns of delta-hedged option portfolio of Hang Seng Index call options and investigated its time-varying behavior. We find that there exists negative volatility risk premium in Hong Kong stock market, which shows that the volatility is stochastic and risk-averse investors hedge the volatility risk by investing index options. Index options are not redundant securities. Moreover, the volatility risk premium is time-varying and the most important factor affecting it is the current volatility in stock market. The higher the current volatility, the greater future volatility risk investor will expect, the more they would pay for hedging this risk.

Keywords stochastic volatility; volatility risk premium; delta-hedged option portfolio

1 导论

资产价格的波动率并非常数, 而是随机的, 这一观点已被学术界和实务界多次证实并广泛接受. 这样投资者就不仅面对着资产收益率的不确定性 (通常用波动率表达), 还面临着来自波动率本身的不确定性. 那么, 市场到底有没有为波动率风险提供报酬? 波动率风险有何时变特征? 其影响因素是什么? 这是目前理论界与实务界共同关心的问题, 也是本文的研究目的.

研究波动率风险溢价具有重要理论与实践意义:

首先, 对波动率风险溢价的研究是对 CAPM 和现代资产定价理论的重要补充. 资产定价理论表明, 只要存在风险源, 投资者必然索取相应的风险溢价. 但传统 CAPM 理论仅考虑了系统性市场收益风险. 多年来研究者们始终致力于寻找新的风险源和风险溢价, 期望拓展 CAPM 理论, 更好地解释市场现实. 对波动率风险溢价的研究是资产定价理论重要的拓展和补充.

收稿日期: 2010-05-31

资助项目: 国家自然科学基金 (70971114); 教育部应急项目 (2009JYJR051); 教育部留学回国人员科研启动基金

作者简介: 陈蓉, 女, 汉, 福建人, 教授, 美国康奈尔大学博士后、美国北卡罗来纳大学访问教授, 研究方向为金融工程、风险管理、固定收益证券和结构性金融产品, E-mail: aronge@xmu.edu.cn; 方昆明, 男, 汉, 福建人.

第二, 波动率风险溢价是资产价格随机过程在风险中性测度和现实测度之间转换的重要枢纽, 从而对金融衍生产品的定价和风险管理具有重要意义. 例如, 人们通常发现从期权市场价格中运用 Black-Scholes 公式计算得到的隐含波动率高于相应的已实现波动率, 且这一正的差异具有系统性和持续性 (Jackwerth 和 Rubinstein^[1]). 事实上, 当波动率是随机变量时, 期权价格隐含波动率是风险中性测度下得到的波动率估计, 已经实现波动率则是现实测度下的波动率, 这两者之间的差异可以用波动率风险溢价来加以解释和转换 (郑振龙^[2]). 进一步来看, 从衍生品市场价格信息中, 我们得到的总是风险中性测度下的参数, 但相应的风险管理却是在现实测度中进行的. 如果能够估计出波动率风险溢价, 就可以顺利将风险中性世界中的参数转换到现实世界, 进而大大提高定价和风险管理的精度.

最后, 对波动率风险溢价的研究有助于我们更好地理解现货和期权市场. 衍生产品通常被理解为冗余证券, 人们可以运用相应标的资产构造 delta 中性组合来复制期权. 但如果在期权价格中的确存在波动率风险溢价, 就意味着 delta 中性组合无法完全复制期权, 投资者必须通过期权来管理标的资产市场中无法管理的波动率风险, 期权并非冗余证券.

尽管具有重要意义, 从期权价格中单独分离出波动率风险溢价是相当困难的, 这使得该领域的研究直到 2001 年之后才有所突破. 虽然研究目的、研究方法、实证市场和具体结论上都有所不同, 但大部分研究总体上支持波动率风险溢价为负的结论.

本文利用香港恒生指数期权市场的数据, 通过构造看涨期权的 delta 中性组合, 来估计波动率风险溢价, 并进一步对其时变的特征和影响因素进行了分析.

本文的研究得到了一系列有意思的结果: 首先, 香港股票市场上的确存在显著为负的波动率风险溢价. 负的波动率风险溢价意味着投资者厌恶波动率风险, 因而愿意通过支付较高的期权价格去规避波动率风险, 香港市场上的股指期权并非股票现货的冗余证券. 第二, 波动率风险溢价是时变的, 其最重要的影响因素是股票市场的波动率. 股市当前的波动率越大, 投资者对未来波动的预期和风险厌恶程度越高, 波动率风险溢价负得越多. 第三, 通过对现有方法的改进, 更直接地从期权市场价格中分离出波动率风险溢价的信息, 发现投资者在股市趋于上升时会更多地买入看涨期权, 以利用看涨期权的杠杆作用, 而股市趋于下跌时则会减少看涨期权的投资, 香港恒生指数期权市场的定价存在一定的无效性. 这也说明, 用本文方法得到的数据可以揭示出波动率风险溢价是否存在、是否时变、期权是否冗余证券等性质, 但在期权定价非有效的情况下, 如果直接用来进行测度转换等精确度要求较高的研究工作, 可能存在误差. 对波动率风险溢价的深入研究与运用, 还需进一步推进.

本文分为 7 个部分. 第 2 部分为文献综述; 第 3 部分在连续时间的理论框架下说明了本文所采用方法的基本原理; 第 4 部分则在离散时间下相应提出了一个可用于实证的模型; 第 5 部分说明了实证数据与样本筛选; 第 6 部分是对实证结果的报告与分析; 第 7 部分为结论.

2 文献综述

目前国际上针对波动率风险溢价的研究刚刚开始, 且多以美国市场为主. 按照波动率风险溢价估计方法的不同, 大致可以分为三种类型:

第一, 构建期权与标的资产的特定组合, 通过考察该组合的收益来分析波动率风险溢价. 此类研究的代表性文献为 Coval 和 Shumway^[3]、Bakshi 和 Kapadia^[4]. 他们的结论是一致的: 美国股票市场上的波动率风险溢价显著为负.

尽管基本思路和结论大体相似, 这两篇文献采用的具体研究方法并不相同. Coval 和 Shumway^[3] 运用看涨看跌期权构造出零 Beta 的组合, 而 Bakshi 和 Kapadia^[4] 则运用看涨期权 (或看跌期权) 与标的资产构造出动态 delta 中性组合. 从严谨性上看, 后者要优于前者. 因为零 beta 组合收益率与波动率风险溢价之间难以证明存在直接的联系, Coval 和 Shumway^[3] 是通过其他一些证据, 从零 beta 组合收益率显著为负的实证结果间接得出波动率风险溢价存在且显著为负这一结论的. 而在随机波动率模型的框架下, Bakshi 和 Kapadia^[4] 从理论上证明了动态 delta 中性组合收益率均值显著为负, 直接意味着波动率风险溢价显著为负.

第二, 从期权价格中提取风险中性测度下的方差率, 同时从资产价格收益率中提取现实测度下的方差率, 进而从两者的差异中分离出波动率风险溢价. 此类研究的代表性文献为 Bollerslev 等^[5] 和 Carr 和 Wu^[6]. 他们的研究同样支持美国股票市场上波动率风险溢价为负的基本结论.

在风险中性波动率的估计上,两篇文献各不相同但事实上殊途同归。Bollerslev等^[5]所用的是 Britten-Jones 和 Neuberger^[7]提出的公式,得到的是从期权价格中计算出的无模型(model-free)隐含方差率;而 Carr 和 Wu^[6]则从方差互换(variance swaps)的角度出发,运用期权组合复制方差互换,计算得到的是方差互换率。事实上,Tian 和 Jiang^[8]证明了这两种研究思路在本质上的一致性,得到的都是风险中性测度下的方差率¹。

虽然都是研究波动率风险溢价,两篇文献的研究侧重点有所不同。Bollerslev等^[5]着重考察高频数据中得到的波动率风险溢价的时变特征、影响因素以及波动率风险溢价的函数形式;Carr 和 Wu^[6]使用的是日数据,着重从资产定价的角度相应验证了系统性方差风险和随机波动率这一风险源的存在性。

第三,在带随机波动率的随机过程或其他扩展模型的框架下纳入波动率风险溢价,运用多种计量方法直接进行估计。这些研究并没有取得非常一致的结论,但总体上支持波动率风险溢价为负结论。

例如 Chernov 和 Ghysels^[10]利用有效矩估计(EMM)的方法,在标的资产价格服从 Heston 模型^[11]以及波动率风险溢价为标的资产收益率方差线性函数的假设下,对其进行了估计;Pan^[12]利用隐含状态矩估计(IS-GMM)方法,在波动率风险溢价与资产收益率方差成线性比例的假设下,对其进行了估计;Duan 和 Yeh^[13]利用 Bates^[14]的扩展模型,推导出 CBOE 的 VIX 指数与模型参数的关系,然后用极大似然法(MLE)进行估计;Doran 和 Ronn^[15]则在随机波动率模型框架下,得出中性测度下波动率期限结构的表达式,同时又推导出中性测度与现实测度的波动率期限结构之间的联系,最后在此基础上估计了能源市场的波动率风险溢价,等等。

这三类研究各有侧重和优缺点。但总的来看,第三种方法不适合用来对波动率风险溢价进行专门研究。因为其重点在于估计随机过程参数,波动率风险溢价只是这类研究中的一个附属,因此在这类文献中并没有对其展开过多的讨论。并且此类研究往往出于各种原因,或者是为了得到解析解,或者是为了使风险中性测度下与现实测度下的资产价格随机过程保持同一类别(例如都是仿射扩散过程)等,常常对波动率风险溢价的函数形式做了过分严格的假设——波动率风险溢价通常被假定为波动率的线性函数甚至是波动率的比例函数。这些假定会严重削弱所得到的波动率风险溢价的可靠性。第二种估计方法的优点在于受模型假设约束较少,而且可以直接估计出波动率风险溢价,但局限性在于对数据要求较高,估计风险中性波动率时要对同一时刻同一标的资产相同到期日的期权价格按行权价进行积分,往往存在“离散化误差”(discretization error)和“截断误差”(truncation error)²,数据不足会对结果造成较大的影响。国外学者所用的第一种方法相对可操作性强,但不足之处在于用该方法得到的数据只能反映波动率风险溢价的基本情形,并不是波动率风险溢价本身,而且该方法的模型风险较大,即受到模型假设合理与否的影响较大。

综合考虑之下,本文选用了第一种研究方法估计香港股票市场的波动率风险溢价。为了尽可能降低这种方法的不足,我们对其中的离散方法进行了调整,以得到更为直接的波动率风险溢价的信息;同时我们在样本筛选时进行了一些处理,以尽可能地降低模型风险。然后,对香港市场上波动率风险溢价的时变特征和影响因素等进一步进行了研究,得到了一些有意义的结论。

3 连续时间下的波动率风险溢价:理论框架

本文的出发点是连续时间价格随机波动率模型。在现实测度下,标的资产价格服从如下过程:

$$\begin{pmatrix} \frac{dS_t}{S_t} \\ \frac{dV_t}{V_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_S(t, S_t, V_t) \\ u_V(t, S_t, V_t) \end{pmatrix} dt + \begin{pmatrix} \sqrt{V_t} & 0 \\ \rho\sigma_V(t, S_t, V_t) & \sqrt{1-\rho^2}\sigma_V(t, S_t, V_t) \end{pmatrix} dW_t \quad (1)$$

其中 S_t 为资产价格, V_t 为资产收益率方差, $u_S(t, S_t, V_t)$ 和 $u_V(t, S_t, V_t)$ 分别是资产收益率与方差的漂移率, $\sigma_V(t, S_t, V_t)$ 是方差的波动率, ρ 是资产收益率与方差之间的相关系数, $dW_t = (dW_{S,t}, dW_{V,t})^T$ 是相互独立的维纳过程列向量。那么,在风险中性测度下我们可以得到:

$$\begin{pmatrix} \frac{dS_t}{S_t} \\ \frac{dV_t}{V_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_t \\ u_V(t, S_t, V_t) - \lambda_V(t, S_t, V_t) \end{pmatrix} dt + \begin{pmatrix} \sqrt{V_t} & 0 \\ \rho\sigma_V(t, S_t, V_t) & \sqrt{1-\rho^2}\sigma_V(t, S_t, V_t) \end{pmatrix} dW_t^*,$$

1. 在国内,黄慈舟和郑振龙^[9]运用无模型方法计算香港期权市场的隐含波动率,并提取了其隐含的信息。

2. “离散化误差”是指实际交易中不同行权价之间的间隔较大,达不到积分要求的间隔趋于零,从而在实际估计时产生误差,往往不得不人为“补充”期权价格降低间隔区间,但这也同样存在误差;“截断误差”是指原公式要求对行权价从0到无穷大进行积分,但市场上可得的行权价是有限的,估计时也存在误差。

其中 r_t 为无风险利率, $dW_t^* = (dW_{S,t}^*, dW_{V,t}^*)^T$ 为相互独立的维纳过程列向量. 由测度转换的基本知识可知, $\Lambda_V(t, S_t, V_t)$ 是现实测度下波动率的风险溢价.

根据 Ito 引理, 并运用式 (1) 下看涨期权价格所满足的偏微分方程

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} V_t S_t^2 \frac{\partial^2 C_t}{\partial S_t^2} + \frac{1}{2} \sigma_V^2 V_t \frac{\partial^2 C_t}{\partial V_t^2} + \rho \sigma_V V_t S_t \frac{\partial^2 C_t}{\partial S_t \partial V_t} + r_t S_t \frac{\partial C_t}{\partial S_t} \\ & + (u_V(t, S_t, V_t) - \Lambda_V(t, S_t, V_t)) \frac{\partial C_t}{\partial V_t} + \frac{\partial C_t}{\partial t} - r_t C_t = 0, \end{aligned}$$

可推得看涨期权价格满足³

$$\begin{aligned} C_{t+\tau} = C_t & + \int_t^{t+\tau} \frac{\partial C_u}{\partial S_u} dS_u + \int_t^{t+\tau} \Lambda_V(u, S_u, V_u) \frac{\partial C_u}{\partial V_u} dV_u \\ & + \int_t^{t+\tau} r_u \left(C_u - S_u \frac{\partial C_u}{\partial S_u} \right) du + \int_t^{t+\tau} \sigma_V \sqrt{V_u} \frac{\partial C_u}{\partial V_u} dW_V \end{aligned} \quad (2)$$

如果在 t 时刻到 $t + \tau$ 时刻内构建一个自融资的 delta 中性期权投资组合, 该组合包含一单位欧式看涨期权多头和根据 $\frac{\partial C_t}{\partial S_t}$ 动态调整的标的资产空头, 以维持组合的 delta 中性, 再加上一个动态调整金额的无风险利率贷款头寸, 以应对标的资产头寸调整时的资金余缺, 保持投资组合的自融资性质, 则在 τ 时段内, 该组合的收益可表达为

$$\Pi_t \stackrel{\text{def}}{=} C_{t+\tau} - C_t - \int_t^{t+\tau} \frac{\partial C_u}{\partial S_u} dS_u - \int_t^{t+\tau} r_u \left(C_u - S_u \frac{\partial C_u}{\partial S_u} \right) du \quad (3)$$

将式 (3) 代入式 (2), 可以发现

$$\Pi_t = \int_t^{t+\tau} \Lambda_V(u, S_u, V_u) \frac{\partial C_u}{\partial V_u} du + \int_t^{t+\tau} \sigma_V \sqrt{V_u} \frac{\partial C_u}{\partial V_u} dW_V$$

由维纳过程的鞅性质可进一步得到

$$E_t(\Pi_t) = \int_t^{t+\tau} E_t \left(\Lambda_V(u, S_u, V_u) \frac{\partial C_u}{\partial V_u} \right) du \quad (4)$$

其中 $E_t(\cdot)$ 表示 t 时刻的条件期望.

由式 (4) 可以看出: 若波动率风险溢价不存在, 即 $\Lambda_V(t, S_t, V_t) = 0$, 则 $E_t(\Pi_t)$ 应该为 0⁴, 则波动率风险并未被定价; 若波动率风险溢价存在且为常数, 则 $E_t(\Pi_t)$ 的符号应与 $\Lambda_V(t, S_t, V_t)$ 一致; 若波动率风险溢价存在但并不为常数, 则 $E_t(\Pi_t)$ 可以反映 $\int_t^{t+\tau} E_t \left(\Lambda_V(u, S_u, V_u) \frac{\partial C_u}{\partial V_u} \right) du$ 的特征; 若能从 $E_t(\Pi_t)$ 中剔除 $\frac{\partial C_u}{\partial V_u}$, 我们将可以获得波动率风险溢价 $\Lambda_V(t, S_t, V_t)$ 的重要信息.

这就是本文的研究核心. 式 (4) 说明, 通过构造一个自融资的 delta 中性期权投资组合并计算其平均收益, 我们就可以对波动率风险溢价的存在与否、是正是负及其变动特征进行考察. 然而, 上述结论是在连续时间框架下推导而来的, 在实际中我们是无法实现连续对冲的. 为此, 接下来我们要进行离散化等处理, 以运用市场数据进行实证检验.

但是, 在进行离散化处理和实证研究之前, 我们需要对这种方法的本质及其可能存在的几个问题有充分的认识:

首先, 从式 (3) 及其之后的推导中可以看出, $E_t(\Pi_t)$ 实际上是期权价格与其 delta 中性复制组合价值的差异均值, 这使得该方法可能受到模型风险与期权系统性非有效定价的影响. 假设真实模型为随机波动率模型, 因此 $E_t(\Pi_t)$ 就意味着随机波动率带来的波动率风险溢价, 其中并未考虑可能存在的随机利率、随机红利率以及跳跃风险. 另外, 如果市场期权定价并不完全有效, 则 $E_t(\Pi_t)$ 还可能包含了期权定价系统性偏误的部分.

其次, 可以看出, $E_t(\Pi_t)$ 只能反映 $\int_t^{t+\tau} E_t \left(\Lambda_V(u, S_u, V_u) \frac{\partial C_u}{\partial V_u} \right) du$ 的信息, 在连续框架下, 波动率风险溢价 $\Lambda_V(t, S_t, V_t)$ 并未被单独分离出来.

3. 篇幅所限, 文中仅给出结论, 具体推导过程可与作者联系.

4. 若将式 (3) 中的积分形式以离散累加的形式代替为:

$$\Pi_t \stackrel{\text{def}}{=} C_{t+\tau} - C_t - \sum_{n=0}^N \Delta t_n (S_{t_{n+1}} - S_{t_n}) - \sum_{n=0}^N r_{t_n} (C_{t_n} - S_{t_n} \Delta t_n) \frac{\tau}{N}$$

其中, $t_0 = t$; $t_N = t + \tau$. 在 Bakshi 和 Kapadia^[3] 的基础上可以证明, $E_t(\Pi_t) = O(\tau/N)$.

为了尽可能地降低这些不利因素的影响,首先在下面的离散化过程中采用了不同于国外学者的离散方法,得到了单独的 $\Delta_V(t, S_t, V_t)$ 的信息. 其次,我们没有对随机利率、随机红利率和跳跃风险进行直接的处理,因为众多文献都指出,直接分离这三种风险溢价的难度很大. 一般来说,随机利率和随机红利率的影响本来就不太大,我们在实证样本筛选中选用了期限较短的期权数据,经过这样的处理,这两个随机因素的影响是可以忽略的. 与之相比,跳跃风险的影响是难以忽略的,但也有部分学者认为随机波动率在某种程度上也反映了跳跃风险. 本文在样本筛选时进一步选用了平价期权,剔除了深度价内和深度价外的期权,也在一定程度上降低了跳跃风险的影响. 最后,只要使用市场价格来提取波动率风险溢价的信息,期权市场系统性定价偏误的影响是难以避免的,估计波动率风险溢价的三种方法都存在这个问题.

4 离散时间下的波动率风险溢价:实证模型

设时间间隔 τ 足够小,那么式 (3) 可以近似地表示为:

$$\begin{aligned}\Pi_t &= C_{t+\tau} - C_t - \frac{\partial C_t}{\partial S_t} (S_{t+\tau} - S_t) - r_t (C_t - \Delta_t S_t) \tau \\ &\approx \Delta_V(t, S_t, V_t) \frac{\partial C_t}{\partial V_t} \tau + \sigma_V \sqrt{V_t} \frac{\partial C_t}{\partial V_t} \Delta W_{V,t},\end{aligned}$$

从而有

$$\Delta_V(t, S_t, V_t) \approx \frac{\Pi_t}{\tau \times \frac{\partial C_t}{\partial V_t}} - \frac{\sigma_V \sqrt{V_t} \Delta W_{V,t}}{\tau} \quad (5)$$

式 (5) 表明,可以从欧式看涨期权的离散 delta 对冲组合收益中提取出波动率风险溢价的信息. 在实际操作中,还进行了如下具体设定和处理:

第一, τ 通常设定为 1 个交易日,也就是说,每个交易日调整一次头寸. 相应地式 (5) 中的 $\frac{1}{\tau}$ 就等于一年的交易日数量.

第二,在同一时刻,市场上通常有多个相同标的资产的看涨期权在交易. 理论上标的相同的期权价格所反映的波动率风险溢价应该是相同的,但实际中往往存在一定的偏差. 一种可行的处理方法是对每个交易日中交易的所有看涨期权均构造 delta 中性投资组合,取所有组合收益的平均值,从而尽可能地降低偏差的影响. 具体而言,就是用 $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{\Pi_t^i}{\partial C_t^i / \partial V_t}$ (其中 m 表示 t 时刻市场上交易的同一标的资产的看涨期权数量) 代替式 (5) 中的 $\frac{\Pi_t}{\partial C_t / \partial V_t}$, 从而式 (5) 修正为

$$\Delta_V(t, S_t, V_t) \approx \frac{1}{m\tau} \sum_{i=1}^m \frac{\Pi_t^i}{\partial C_t^i / \partial V_t} - \frac{\sigma_V \sqrt{V_t} \Delta W_{V,t}}{\tau} \quad (6)$$

定义 $\Pi_t^{adj.} = \frac{1}{m\tau} \sum_{i=1}^m \frac{\Pi_t^i}{\partial C_t^i / \partial V_t}$, 并对式 (6) 两边取无条件期望,可以得到

$$E[\Delta_V(t, S_t, V_t, X_t)] = E(\Pi_t^{adj.})$$

在具体实证中,可以用 $\Pi_{t+1}^{adj.}$ 的样本均值 $\Pi_t^{adj.} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Pi_t^{adj.}$ 作为 $\Pi_t^{adj.}$ 的无条件期望估计值.

这样,我们只要在第 t 个交易日,对同一标的的所有交易的看涨期权 i 执行以下操作:以收盘价买入 1 份看涨期权 C_t^i ,以收盘价卖空 Δ_t^i ($\Delta_t^i = \partial C_t^i / \partial S_t$) 份的标的资产 S_t ,并以无风险利率 r_t 借入金额 $(C_t^i - \Delta_t^i S_t)$,最后将这个组合持有至 $(t+1)$ 交易日并进行清算,就可得到一个看涨期权的 delta 中性组合收益. 在每个交易日将所有 delta 中性组合收益进行平均,就可计算出每日的 $\Pi_t^{adj.}$. 进一步取样本内每日的 $\Pi_t^{adj.}$ 的样本均值,即可得到 $E(\Pi_t^{adj.})$ 的估计值,从而判定波动率风险溢价的符号. 而分析 $\Pi_t^{adj.}$ 序列则可以反映波动率风险溢价的时变特征.

第三,在构建组合时, Δ_t 以 Black-Scholes 模型 (简称 B-S 模型) 下的 delta 代替,即 $\Delta_t = e^{-q(T-t)} N(d_1)$, $d_1 = \frac{\ln(S_t/K) + (r_t - q_t + \sigma_t^2/2)(T-t)}{\sigma_t \sqrt{T-t}}$. 其中, $N(\cdot)$ 表示标准正态累积概率函数, q 为期权存续期内标的资产的红利支付率, T 为期权到期日, K 为期权执行价格, σ_t 为第 t 个交易日的 B-S 期权隐含波动率. 显然,在随机波动率模型下, $\partial C_t / \partial S_t$ 并不等于 B-S 模型下的 delta. 但 Bakshi 和 Kapadia^[4] 指出,这样替代引起的误差是可以忽略的,并不影响实证的结果.

第四,计算式 (6) 时, $\partial C_t / \partial V_t$ 用 B-S 模型下的 Vega 近似代替. 即 $\partial C_t^i / \partial V_t = S_t \sqrt{(T-t)} N(d_1) e^{-q(T-t)}$. 这主要是因为当随机波动率模型参数未知时,我们无法获得该模型下的 $\partial C_t / \partial V_t$; 更重要的是,本文的研究

目标并不是精确计算波动率风险溢酬的大小,而是考察波动率风险溢酬是否存在、符号如何以及受哪些因素影响,因此进行一些近似是可以接受的。

总之,与 Bakshi 和 Kapadia^[4] 采用的离散方法不同,本文的离散处理是将 τ 设定为一个交易日,对每天的所有期权数据进行综合处理,得到每天市场整体波动率风险溢酬的估计值,进而形成波动率风险溢酬时间序列。而 Bakshi 和 Kapadia^[4] 则是将 τ 设定为样本中每个期权合约的剩余期限,然后对剩余期限中每一天该期权的价格数据进行处理,这样最后得到的是面板数据:每天均可得到不同期权隐含的波动率风险溢酬的横截面数据,每个期权都有其波动率风险溢酬的时间序列。这两种方法在理论上都是对连续时间的合理近似,但本文所采取的离散方法可以将波动率风险溢酬的信息单独估计出来,如式 (5) 和式 (6) 所示,而 Bakshi 和 Kapadia^[4] 的离散方法则无法做到这一点。

5 实证数据与样本筛选

本文选取的是 2000 年 1 月 3 日至 2008 年 9 月 19 日期间的香港恒生指数及恒生指数看涨期权数据⁵。其中香港恒生指数每日收盘价 S_t 数据采集自雅虎财经 (<http://finance.cn.yahoo.com>); 恒生指数看涨期权每日收盘价 C_t 和无风险利率 r_t 数据来自路透资讯数据库; 恒生指数股息率 q_t 则来自香港证券交易所网站⁶。根据香港市场交易惯例,时间间隔 τ 设定为 1/245 年。

在进行实证检验之前,我们首先根据以下原则对期权样本进行了筛选:

1) 剔除定价严重不合理的期权,即价格落在理论上下限 $(S_t e^{-q_t(T-t)} - K e^{-r_t(T-t)}, S_t e^{-q_t(T-t)})$ 之外的看涨期权,减少定价误差引起的偏误。

2) 剩余期限过短或过长的期权均被剔除。剩余期限过短的期权价格往往变动过于剧烈,容易存在较大的定价误差,因此本文剔除了剩余期限小于等于 7 天的期权样本; 剩余期限过长的期权则较易受到随机利率和随机股息率的影响,因此本文进一步剔除了剩余期限大于 60 天的期权。

3) 流动性差的期权往往定价存在较大误差,易受到流动性风险的影响,因此本文剔除了日交易量少于 20 手的期权样本。

4) 实值或虚值程度较高的期权价格往往受到标的资产价格跳跃的显著影响,为减少跳跃风险的影响,本文重点考察剩余期限介于 7 天到 60 天的平价或接近平价的看涨期权,因此本文剔除了 S_t/K 比率落于区间 $[0.97, 1.03]$ 之外的期权。

在上述筛选之后,会出现样本不连续的情况,即所选的看涨期权并非在其剩余期限内的每个交易日都有交易,因此在实际操作中,并非每个组合的持有期都为 1 个交易日(相应地 τ 也要进行调整)。但当组合持有期过长(即调整间隔过长)时,式 (5) 的离散误差将过大,从而不能很好地拟合式 (4) 的连续调整组合收益,因此当组合的持有期超过 4 天时,该组合的收益率就不再参与本文中 Π_t^{adj} 的计算。此外,在本文的实证过程中,还出现筛选后的样本中存在个别期权在样本期内只在一个交易日内有交易的情况。由于无法对其构建组合,本文对此类期权也予以了剔除。

经过系列筛选和剔除之后,在样本期内的 2166 个交易日中,符合条件可构建组合并计算波动率风险溢酬的交易日数量最终为 1938 个。

6 实证结果

从以上分析可见,本文的实证工作重点,就是运用香港市场上这 1938 个样本数据,构造自融资的 delta 中性动态调整期权投资组合,并根据 $E[A_V(t, S_t, V_t, X_t)] = E(\Pi_t^{adj})$, 用组合收益的样本均值来考察: 1) 在香港市场上,波动风险是否被定价? 2) 如果被定价,波动率风险溢酬是正是负? 3) 通过分析 Π_t^{adj} 来考察香港市场波动率风险溢酬的基本性质特征。

6.1 股票市场的波动率风险溢酬: 总体考察

表 1 的第 1 列给出了运用整个样本估计得到的 Π_t^{adj} 的信息⁷。可以看到,整个样本期间 Π_t^{adj} 的时间序列是平稳的,且在 1% 的水平下显著为负。由于 $E[A_V(t, S_t, V_t, X_t)] = E(\Pi_t^{adj})$, Π_t^{adj} 均值显著为负说

5. 香港市场上有数个指数期权可交易,我们选取了交易量最大、流动性最好的恒生指数期权。

6. 香港证券交易所网站 (<http://www.hkex.com.hk>) 上给出的股息率是年度数据,本文将其进行了简单处理,即设同一年內所有交易日的股息率都相等。

7. 为节约篇幅起见,我们将 6.1 和 6.2 的研究结论同时放在表 1 中。

明总体来看,样本期内香港市场上的波动率风险的确被定价,且波动率风险溢价显著为负.这与其他学者对其他市场的研究结论是一致的.

波动率风险溢价为负,这一结论初看之下令人难以理解,但这是一个符合现实和理论的现象.

从直觉上说,波动率风险溢价是蕴涵在期权价格当中的,而期权价格是与波动率同向变动的.当波动变大的时候,标的资产的价格风险变大,但此时期权价格趋于上升,意味着期权投资者可以用期权价格的上升对冲或减少标的资产的市场风险.换句话说,在市场波动变大时,期权是一个“好”的资产,从而投资者愿意为此承担负的风险溢价.因此,负的波动率风险溢价体现了香港市场投资者总体上是风险规避型的.

用资产定价理论来解释,期权与其他风险资产一样,风险厌恶的投资者应从其承担的系统性风险当中获取风险溢价,而期权降低了持有者承担的波动率风险,因而波动率风险溢价为负.因此,我们的结论说明香港市场上的股指期货为投资者提供了对冲波动率风险的投资工具,并非股票指数的冗余证券.

用随机贴现因子来分析,负的波动率风险溢价暗示着波动率的变动与随机贴现因子负相关,而标的资产价格变动与随机贴现因子是正相关的,从而波动率的变动与资产价格变动是负相关的.也就是说,负的波动率风险溢价意味着资产价格上升时,其波动率较小,而当资产价格下跌时,其波动率却增大,香港股票市场正是这样的.

6.2 不同市况下的波动率风险溢价:分样本考察

我们已经证实香港股票市场的波动率风险溢价显著为负.接下来一个自然的想法是:在不同的市况下(牛市、熊市或盘整市场),投资者对波动风险的态度和厌恶程度可能是不同的,相应地波动率风险溢价是否可能是时变的?

为了更深入地考察香港市场的波动率风险溢价特征,根据恒生指数走势的特性,进一步将样本分为2000年1月3日至2003年4月25日、2003年4月28日⁸至2006年6月13日以及2006年6月14日至2008年9月19日三个区间.图1从直观上揭示了如此划分样本区间的原因:在第一个子区间内,恒生指数总体向下,处于下跌周期;在第二个子区间内,恒生指数处于慢牛或盘整的状态居多,变动相对稳定;而在第三个子区间内,恒生指数经历了暴涨暴跌,波动性相对最大.

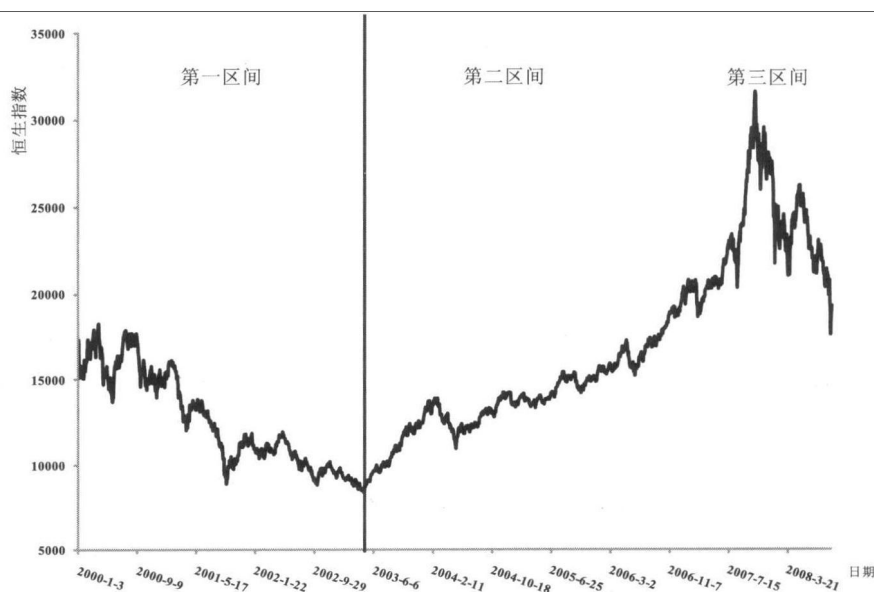


图1 样本期内香港恒生指数走势图

表1报告了各样本区间内 Π_t^{adj} 均值的计算结果.我们首先可以看到,与全样本的结论一致在按时间段划分的三个子样本下, Π_t^{adj} 的时间序列都是平稳的,且都在1%的水平下显著为负,这进一步证实了6.1中香港股票市场上的波动率风险溢价为负的基本结论.

但同时也发现,与其他两个子样本相比,价格走势相对平稳的第二个子样本波动率风险溢价的绝对值明显较小, t 值也较低.这初步说明波动率风险溢价随市况不同的确具有时变的特征,但还需进一步加以证实.

8. 2003年4月26日和27日分别为周六和周日.

表 1 各子样本区间内的 Π_t^{adj} 均值

	全样本	00.1.3–03.4.25	03.4.28–06.6.13	06.6.14–08.9.19
样本数	1938	681	766	491
单位根检验	-48.71357 ***	-31.79476 ***	-34.31991 ***	-19.11440 ***
均值	-1.01202 (-8.0328)	-1.3755 (-5.2288)	-0.5004 (-3.5895)	-1.3060 (-5.0937)

注: 括号内为 t 统计量, *** 表示在 1% 显著性水平下拒绝单位根的原假设。

6.3 波动率风险溢酬的时变特征与影响因素

1. 影响因素的选取

为了更深入地考察波动率风险溢酬的时变特征, 我们需要选取合适的影响因子, 考察香港市场波动率风险溢酬随之变化的一般规律。

客观上说, 影响波动率风险溢酬的可能因素有很多。除了股市本身的一些指标, 还可能包括外部指标如宏观经济指标等。但我们认为, 在一个效率较高的股票市场上, 外部因素最终可以在股市本身的指标中得到反映, 不引入其他状态变量从某种程度上说是可接受的。因此我们的影响因子都围绕着 S_t 和 V_t 选取。

最后, 我们选定恒生指数波动率水平 σ_t^9 、恒生指数对数收益率 μ_t 和收益率变动 $\Delta\mu_t$ 作为描述股市市况的 3 个因子。其中, σ_t 是方差率 V_t 的开方, 它反映了当天市场整体的波动状况; μ_t 是对数价格 $\ln(S_t)$ 的差分, 反映当天市场的涨跌; 而 $\Delta\mu_t$ 则是收益率的再次差分即价格的二阶差分, 它与 σ_t 的差别在于, $\Delta\mu_t$ 可以同时反映出当天恒生指数水平的变动速度和波动方向, $\Delta\mu_t$ 为正说明市场的上升幅度变大或下降幅度变小, 市场趋于上升, 反之 $\Delta\mu_t$ 为负则说明市场趋于下跌。这样, 市场波动、指数收益及其变动速度这 3 个因素合起来基本可以反映当天的行情市况。

2. 波动率风险溢酬的时变特征: 分组研究

选定市况因素后, 我们首先根据其进行了分组, 并计算了各组中 Π_t^{adj} 的均值。例如分组 1 就是在给定其他影响因素不变时, 波动率水平不同情况下 Π_t^{adj} 的均值及其显著性。表 2 报告了相应的结果。

表 2 Π_t^{adj} 与波动率、收益率的关系: 分组结果

		σ_t	< 0.1	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	≥ 0.5
分组 1	样本数量		0	1182	529	180	31	16
	Π_t^{adj} 均值		NA	-0.48906	-1.33552	-1.93162	-6.62595	-7.72719
	t 统计量		NA	-4.4774	-5.1636	-2.771	-3.1915	-2.4650
	μ_t		< -0.04	[-0.04, -0.02)	[-0.02, 0)	[0, 0.02)	[0.02, 0.04)	≥ 0.04
分组 2	样本数量		17	92	823	905	91	10
	Π_t^{adj} 均值		0.165895	0.067283	-0.36769	-1.5346	-3.14442	0.726433
	t 统计量		0.052863	0.081841	-2.20264	-8.44799	-5.02547	0.189318
	$\Delta\mu_t$		< -0.04	[-0.04, -0.02)	[-0.02, 0)	[0, 0.02)	[0.02, 0.04)	≥ 0.04
分组 3	样本数量		35	144	807	751	165	35
	Π_t^{adj} 均值		1.239842	-0.25242	-0.60186	-1.27075	-1.74351	-6.66777
	t 统计量		0.51485	-0.4527	-3.82562	-7.41094	-3.16681	-3.76916

表 2 再次强烈证实了香港市场上波动率风险溢酬为负的结论。可以看到: 在所有分组内, Π_t^{adj} 均值为正的情况均出现在分组标准的首尾端, 也就是说, 是比较特殊少见的奇异值 (outlier) 情形, 且都无法拒绝为零的原假设。在其他市场情况下, Π_t^{adj} 均值则都一致显著为负。

与此同时我们观察到, 尽管都为负值, 表 2 中的波动率风险溢酬体现出比表 1 更为明显的时变特征。例如, 在分组 1 中, 可以明显看出波动率风险溢酬与股票市场的波动率水平具有非常显著和直接的负相关性, 市场波动率越大, Π_t^{adj} 的均值负得越多。分组 2 和分组 3 中的波动率风险溢酬也是变化的, 但规律不甚明确。这说明期权价格中蕴涵的波动率风险溢酬的确是时变的, 而且与股票现货市场的变动之间存在一定的关系。为探索香港市场上波动率风险溢酬与上述 3 个市况因素之间的具体关系, 我们构造了相应的时间序列模型进行考察。

9. 此处波动率为运用恒生指数每日对数收益率 GARCH(1,1) 模型求得的年化波动率。

3. 波动率风险溢价的时变规律: 时间序列分析

针对上述三个因素, 我们构造了时间序列模型

$$\Pi_t^{adj} = \alpha + \beta_1 \sigma_t + \beta_2 \mu_t + \beta_3 (\Delta \mu_t) + \varepsilon_t \tag{7}$$

以考察什么因素会影响投资者对波动风险的预期和风险态度, 从而导致波动率风险溢价的时变特征.

在回归之前, 我们首先对模型 (7) 进行了一系列检验:

- 1) 我们先对模型中的所有时间序列进行了单位根检验. 发现 σ_t 、 μ_t 和 $\Delta \mu_t$ 的单位根统计量分别为 -2.975488、-41.11124 和 -19.46568, 分别在 5% 和 1% 的显著水平下拒绝了单位根的原假设, 模型中的时间序列均为平稳序列, 可以直接进行回归 (表 1 已经报告了 Π_t^{adj} 的平稳性);
- 2) 接下来我们运用 BKW 方差分解法 (Belsey, Kuh & Welsch variance decomposition proportions) 对 3 个自变量进行了多重共线性检验, 发现条件指数均在 3 以下, 说明不存在严重的多重共线性 (如表 3 所示), 对 3 个自变量同时进行回归是可以接受的;

表 3 多重共线性检验: BKW 方差分解法

条件指数	最小二乘估计量方差比例		
	$\text{Var}(\sigma_t)$	$\text{Var}(\mu_t)$	$\text{Var}(\Delta \mu_t)$
1.000	0.000	0.162	0.162
1.295	1.000	0.000	0.000
2.276	0.000	0.838	0.838

注: BKW 的经验表明, 0-10 的条件指数意味着较弱的多重共线性, 大于 30 的条件指数意味着较强的多重共线性.

3) 最后我们运用 White 检验和 LM 检验进行了异方差和自相关检验, 发现 White 检验统计量为 116.586 (p 值小于 $2.2\text{e-}16$), LM 检验统计量为 31.2101 (p 值等于 $2.316\text{e-}08$), 因此回归方程存在极为显著的异方差和自相关.

基于上述结果, 我们对模型 (7) 进行了回归, 在进行系数显著性检验时使用了 Newey-West 方法, 以反映异方差和自相关的影响, 结果如下¹⁰:

$$\begin{aligned} \Pi_t^{adj} = & 1.46097 - 12.27014\sigma_t - 8.45265\mu_t - 38.82115(\Delta \mu_t) \\ & (3.4411^{***})(-5.1717^{***})(-0.3997)(-2.0048^{**}), \\ \hat{R}^2 = & 0.04913. \end{aligned}$$

可以看到, 市场波动率 σ_t 对 Π_t^{adj} 的影响在 1% 的水平上显著为负 (实际上的 p 值为 $2.56\text{e-}07$, 说明影响极为显著), 收益率的变动 $\Delta \mu_t$ 对 Π_t^{adj} 的影响在 5% 的水平上显著为负, 而对数收益率 μ_t 的系数则无法拒绝为零的原假设.

这个实证结果首先从股票现货市场的角度再次证实了我们从期权动态对冲组合中估计得到的 Π_t^{adj} 的确是反映波动率风险溢价的重要指标. 也就是说, 股票指数期权价格所蕴涵的波动率风险溢价主要受到股市波动状况 σ_t 的显著反向影响, 却与股市当天的涨跌 (即收益率 μ_t) 没有直接的关系. 说明股市当前波动越大, 投资者对未来波动风险的预期和风险厌恶程度越趋于上升, 购买期权越能为投资者提供波动风险的保护, 投资者所愿意付出的波动率风险溢价越高, 即波动率风险溢价负值越多.

然而, $\Delta \mu_t$ 对 Π_t^{adj} 的影响为负, 却是违反直觉的. 因为这一负相关关系说明, 当 $\Delta \mu_t$ 较大, 即市场趋于上升时, Π_t^{adj} 负得比较多; 而 $\Delta \mu_t$ 较小即市场趋于下跌时, Π_t^{adj} 负得较少. 而香港股市的特征是股市上升时波动率较小, 此时应该波动率风险溢价负得较少, 股市下跌时波动率增大, 此时应该波动率风险溢价负得较多. 那么, 如何解释这个矛盾呢?

在第 3 部分理论推导的最后, 我们讨论了 Π_t^{adj} 当中可能不仅反映波动率风险溢价, 还可能反映随机利率、随机红利率、跳跃风险和定价偏差的影响. $\Delta \mu_t$ 与 Π_t^{adj} 之间的负相关关系既然无法从波动率风险溢价中得到解释, 其必然受到其他因素的影响. 但具体来看, 经过我们的数据处理之后, 随机利率和随机红利率的影响很小, 跳跃风险的影响有所削弱, 而且跳跃风险的方向应该是与波动率风险溢价的变动方向相同的, 也难以解释 $\Delta \mu_t$ 与 Π_t^{adj} 之间的负相关关系.

10. 其中 *** 和 ** 分别表示在 1% 和 5% 的显著性水平下拒绝等于 0 的原假设.

我们认为, 由于本文中的 Π_t^{adj} 是从看涨期权价格中推出的, $\Delta\mu_t$ 与 Π_t^{adj} 的反向关系的惟一可能解释是: $\Delta\mu_t$ 越大, 市场价格越趋于上升, 投资者对未来看涨预期加重, 期权的杠杆功能促使投资者买入更多的看涨期权, 当前的看涨期权价格 C_t 上升, 必然导致 Π_t^{adj} 负得更多; 反之, $\Delta\mu_t$ 越小, 市场价格越趋于下降, 投资者对未来看涨预期减少, 对看涨期权投资减少, 当前的看涨期权价格 C_t 下降, 自然导致 Π_t^{adj} 负得较少. 如果期权市场定价有效, 市场趋于上涨时看涨期权的杠杆功能已经应该反映在 delta 中性组合收益中了, 不应该引起 Π_t^{adj} 的变化. 因此 $\Delta\mu_t$ 与 Π_t^{adj} 的反向关系只能从行为金融的角度来加以解释, 实际上说明了香港市场期权定价存在系统的非有效性. 从这一点来看, Π_t^{adj} 中大部分是波动率风险溢价的信息, 但也包含了一部分的香港恒生指数期权市场定价偏差.

7 结论

本文构建了恒生指数看涨期权与其动态 delta 中性组合的投资组合, 并计算了相应的组合收益均值 Π_t^{adj} . 从理论上证明了在随机波动率模型下, Π_t^{adj} 就是香港市场波动率风险溢价的代表性指标; 我们的实证研究显著支持这一结果, 但也发现 Π_t^{adj} 中还含有少部分恒生指数期权定价偏差的信息.

我们发现, 无论在全样本下, 还是在按市况分类的三个子样本下, 还是在按具体指标分类的各种区间内, 香港股票市场的波动率风险溢价均显著为负, 这与国外学者的大部分研究结论都是一致的, 说明香港市场上的波动率的确是随机的, 是市场中存在的另一个风险源, 香港投资者对波动率风险是风险厌恶的, 而股指期货则提供了规避波动率风险的投资工具, 并非现货的冗余证券.

除此之外, 香港市场上的波动率风险溢价是时变的, 其最重要的影响因素是股票现货市场的波动率, 股市当前的波动率越大, 投资者对未来波动的预期和风险厌恶程度越高, 投资者越愿意为规避波动率风险付出更高的风险溢价.

参考文献

- [1] Jackwerth J C, Rubinstein M. Recovering probability distributions from contemporaneous security prices[J]. Journal of Finance, 1996, 51(5): 1611-1631.
- [2] 郑振龙. 金融资产价格的信息含量: 金融研究的新视角 [J]. 经济学家, 2009(11): 69-78.
Zheng Z L. Information contents of financial asset prices: A new perspective on financial studies[J]. Economist, 2009(11): 69-78.
- [3] Coval J D, Shumway T. Expected option returns[J]. Journal of Finance, 2001, 56(3): 983-1009.
- [4] Bakshi G, Kapadia N. Delta-hedged gains and the negative market volatility risk premium[J]. Review of Financial Studies, 2003, 16(2): 527-566.
- [5] Bollerslev T, Gibson M, Zhou H. Dynamic estimation of volatility risk premia and investor risk aversion from option-implied and realized volatilities[J]. Journal of Econometrics, 2010, forthcoming.
- [6] Carr P, Wu L. Variance risk premiums[J]. Review of Financial Studies, 2009, 22(3): 1311-1341.
- [7] Britten-Jones M, Neuberger A. Option prices, implied price processes, and stochastic volatility[J]. Journal of Finance, 2000, 55(2): 839-866.
- [8] Jiang G, Tian Y S. Extracting model-free volatility from option prices: An examination of the VIX index[J]. Journal of Derivatives, 2007, 14(3): 35-60.
- [9] 黄慧舟, 郑振龙. 无模型隐含波动率及其所含的信息: 基于恒生指数期权的经验分析 [J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(11): 46-59.
Huang Y Z, Zheng Z L. Model-free implied volatility and its information content: Evidence from Hang Seng index options[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2009, 29(11): 46-59.
- [10] Chernov M, Ghysels E. A study towards a unified approach to the joint estimation of objective and risk neutral measures for the purpose of options valuation[J]. Journal of Financial Economics, 2000, 56(3): 407-458.
- [11] Heston S L. A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options[J]. Review of Financial Studies, 1993, 6(2): 327-343.
- [12] Pan J. The jump-risk premia implicit in options: Evidence from an integrated time-series study[J]. Journal of Financial Economics, 2002, 63(1): 3-50.
- [13] Duan J C, Yeh C Y. Jump and volatility risk premiums implied by VIX[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2007, 34(11): 2232-2244.
- [14] Bates D S. Post-'87 crash fears in S&P 500 futures options[J]. Journal of Econometrics, 2000, 94: 181-238.
- [15] Doran J S, Ronn E I. Computing the market price of volatility risk in the energy commodity markets[J]. Journal of Banking and Finance, 2008, 32(12): 2541-2552.