# 波动率的波动率风险溢价：基于上证50ETF期权的实证

# 摘要

类似于波动率风险溢价，波动率的不确定性是否同样具有风险溢价？本文提出了一种独立可分离的VV风险溢价度量方法，并基于上证50ETF期权研究发现，中国金融市场存在有显著非零的负VV风险溢价。为了进一步佐证，本文将期权日度delta中性收益法与带VV风险的随机波动率模型相结合，研究了VV风险在日度频次上的特征，同样发现VV风险溢价显著为负。

# 1.引言

众多文献已经研究表明收益率的不确定（波动率）具有风险溢价，那么波动率的不确定性（波动率的波动率）是否具有风险溢价？在随机波动率框架中，波动率风险属于系统性风险且应当被定价，并且动态delta中性收益法（Bakish，2003）、测度转化法（Car和Wu，2009）和随机波动率模型法（）已经证明美国股票市场上存在显著为负的波动率风险溢价。然而框架中波动率的波动率(下文简称“VV”)，即波动率SDE维纳过程的系数，却被假定为常数（heston，1993）。波动率决定收益率分布的不确定性，而VV可以决定波动率分布的不确定性。面对以确定概率获得一定收益的股票，和以只有期望值的不确定性概率获得一定收益的股票，如果投资者给予不同风险评价，那么波动率的不确定性就会对投资者的投资风险偏好产生影响，即VV风险有可能属于有效定价因子且同样具有风险溢价（Baltussen等，2018）。

当前国外已经有一部分学者研究了VV风险。在VV风险的预测能力方面，不仅VVIX指数可以有效负向预测VIX期权的收益率（Park和Yang-Ho，2015）,而且个股的VV风险可以显著地正向预测个股期望收益（Hollstein和Prokopczuk , 2017），这均表明美国市场上VV风险具有显著的负风险溢价[[1]](#footnote-1)，即美国市场投资者厌恶VV风险带来的波动率不确定性。另外，VVIX的期限结构中同样包含有可以有效预测未来收益的信息（Branger等，2017）。N. Branger（2016）则发现，相比于普通的Log-VIX模型，含有随机VV的期权定价框架可以更好得贴合VIX期权价格。在VV风险溢价的存在性方面 Huang等（2018）建立了含有独立VV风险SDE的期权价格动态框架，通过计算SPX500和VIX的Delta中性收益证实美国市场上存在有显著的负VV风险溢价； Kaeck（2017）则基于测度转化法计算VIX已实现波动率与VIX期权隐含波动率之差，同样发现VV风险溢价显著为负；Hollstein和Prokopczuk（2017）则研究了市场总VV风险，得出同样结果。整体来看，这些国外学者得出的结论较为一致，美国市场上存在有显著为负的VV风险溢价，并且VV风险具有预测能力。

中国市场上是否存在有系统性的VV风险以及溢价，当前尚未有人研究。相比于欧美金融市场，中国金融市场存在有发展时间短和定价效率低等问题，而中国衍生品市场发展更加欠缺。直到2015年2月9日，中国才正式交易第一只指数期权——上证50ETF期权，这也标志着中国股指期权市场的建立。在此之后，借助期权提供的风险中性测度交易数据，中国金融市场风险研究范围也开始从传统的股票收益风险扩展至波动率风险等其他风险。陈蓉等（2019）使用从2015年2月9日至2016年7月8日的上证50ETF期权数据，研究了中国市场上的波动率风险溢价情况，发现了矛盾现象：中国波动率风险溢价为负，但波动率风险整体而言并非系统性风险，而她认为这可能与期权市场发展不够成熟有关。本文所使用数据则已经扩展至2023年3月27日，期间上证50ETF期权已经获得了较大发展，成交量和成交金额均大幅度上升。本文研究发现，中国的波动率风险与市场收益率显著负相关，这表明波动率风险已经成为显著的系统性风险，且波动率风险溢价为负。在此基础上，本文进一步研究了中国金融市场的VV风险及其溢价。

本文贡献和长处，需要开门见山讲清楚

本文将陈蓉（2011）的delta中性收益测量法与带VV的随机波动率框架相结合，研究了VV风险溢价在中国市场上的日度表现。一部分学者使用VVIX指数直接研究了美国市场上的VV风险日度表现，而其他学者只能使用持有到期delta中性期权收益研究VV风险的月度表现。中国当前尚未发行iVIX指数期权，因此不存在类似于VVIX一样的日度VV风险指标。上证50ETF期权交易较小，且临近到期日时价格失真严重，因此计算出来的delta中性持有到期收益缺乏有效性。

# 2.理论模型

Huang等（2018）认为VV风险与波动率风险是相互分离的风险源，它们应该含有各自的维纳过程积分项。他在随机波动率模型中加入VV风险的SDE，以扩展Bakish（2003）的delta中性收益法。本文在其基础上，使用陈蓉（2011）的方法来研究VV风险溢价的日度表现。

## 期权与股价的动态过程

为了获取期权delta中性期望收益与风险（波动率风险和VV风险）的关系，本文考虑带VV风险的随机波动率模型。在P测度下，交易日的股票价格为，其对数漂移率和对数波动率分别为和；收益率方差为，其漂移率和波动率分别为和；波动率方差（）为，其漂移率和波动率分别为和。

(1)

其中，、和分别表示股票价格、收益率方差和波动率方差的维纳过程，其相关性为，不等。利用CMG定理，如式（2）所示，我们可以获得Q测度下的股价和期权价格动态过程，其中为波动率风险溢价，而则为VV风险溢价，、和分别表示Q测度下的维纳过程。

(2)

利用伊藤引理，从（2）中可以获得（3）式，其中表示时间漂移项：

(3)

利用Feynman-Kac定理，本文可以获得期权的风险中性定价微分方程：

(4)

进而可以获得漂移项的风险中性表达式：

(5)

## 独立VV风险溢价

将（5）代入（3）的从到定积分，可以获取期权的delta中性日度收益为：

(6)

其中为波动率风险溢价部分，本文将其从中剔除，便可以得到期权的Vega中性收益：

(7)

Carr和Wu（2009）使用测度转换法，认为波动率风险溢价为已实现波动率与隐含波动率之差：

(8)

其中表示波动率的方差互换执行价格，等于已实现波动率的风险中性期望值，可以使用隐含波动率进行衡量；基于理性预期的假设，本文使用当前已实现波动率来表示现实测度下的已实现波动率预期值。将（8）带入（7），有：

(9)

如果时间间隔足够小（需要说明一下中国特性），那么式（9）可以近似地表示为（陈蓉，2010）：

(10)

那么本文便可以将VV风险溢价单独分离出来：

(11)

在实际操作中，本文将设定为一个交易日。为了降低VV风险溢价的衡量偏差，本文使用每个交易日的期权组合收益平均值替代上式中的，为当日有效可交易期权的数量，上式修正为：

(12)

其中，表示期权在从交易日至的delta中性收益。由于维纳过程的增量为鞅，所以（12）的第二、三项的期望值为0。本文定义，并对(12)的两侧取无条件期望，可以得到：

(13)

至此，本文在陈蓉（2011）独立波动率风险溢价估计方法的基础上进行扩展，获得了独立VV风险溢价估计方法。、和分别表示期权的Delta、Vega和Volga,本文使用BSM框架对其进行计算[[2]](#footnote-3)。

## 风险溢价预测模型

本节尝试建立VV风险溢价与期权收益之间的预测关系式，即如果VV风险可以显著预测未来的期权收益，那么就可以说明二者之间的可靠关系。如果现实测度P与风险中性测度Q没有差异，那么衍生品的收益为无风险收益，因此衍生品的超额收益可视为风险溢价的度量（Mark Broadie，2007）。考虑到VV风险与波动率风险之间的紧密联系（Hollstein和Prokopczuk , 2017），比如在本文中的波动率过程使用VV的平方根作为波动率项，我们尝试使用一种同时含有波动率风险和VV风险的风险溢价预测模型。参考Huang（2018）的做法，期权delta中性收益的预期值与股价比值满足如下关系：

(14)

其中波动率风险溢价，为风险价格；VV风险溢价, 为VV风险价格。 而和。表示波动率风险溢价项，而表示VV风险溢价项。本文将波动率风险溢价项从delta收益的条件期望中剔除，可以获得VV风险溢价项的期望值。与式（13）不同的是，该式只能展示VV风险溢价项，而不能独立的测量VV风险溢价。该式可以从另一个角度衡量VV风险的正负性，从而为独立VV风险溢价方法所得出的结论提供进一步的佐证。

(15)

在估计出（15）中的VV风险溢价项之前，本文需要先按照式（14）建立回归模型。为了降低估计误差的影响，本节用交易日的所有有效期权delta中性收益的平均值来衡量收益的期望值：

其中，表示收益率方差，用来衡量波动率风险；表示波动率变化方差，用来衡量VV风险。是收益的滞后项，用来控制模型的序列自相关问题。显著非零可以说明市场中存在有波动率风险溢价，而显著非零则可以说明市场存在有VV风险溢价。

# 3.样本与数据

## 数据描述

本文使用的数据包括上证50ETF期权数据、上证50ETF日度收盘价及5分钟收盘价数据、中国一年期定期存款利率数据，它们的时间范围为2015年2月9日至2023年3月24日，共计1976个有效交易日。上证50ETF期权数据来自于CSMAR数据库，包括期权日度收盘价、隐含波动率、执行价格、Delta、Gamma、Theta、Vega、剩余到期时间等数据。在该数据库中，隐含波动率使用基于BSM公式的二分法从市场期权收盘价中反求解获得，其余希腊字母则都是基于BSM公式推导获得，而剩余到期时间为剩余到期天数与365的比值。本文参考陈蓉等(2019)的方法，针对上证50ETF期权数据做如下筛选处理：

1. 考虑到交易活跃程度较低的期权会存在严重的价格失真情况，本文将日交易量和日开仓头寸低于6的期权样本剔除；
2. 考虑到临近到期日时，期权价格数据会变得不合理，本文将剩余到期时间低于7个自然日和高于365个自然日的期权样本剔除；
3. 对于定价极可能存在明显错误期权样本，本文予以剔除，比如隐含波动率高于100%或低于1%的期权；
4. 对于明显违背期权基本套利关系的样本予以剔除。具体来说，看涨期权的价格需要落在区间( )，而看跌期权的价格则需落在区间（ ）内。

经过以上处理，本文获得有效期权样本共计222604个，其中看涨期权108417个，而看跌期权114187个。本文使用5分钟收盘价计算上证50ETF的已实现波动率，使用一年期定期存款利率作为无风险利率。

## 波动率的波动率

作为波动率的高阶矩变量，VV长期以来一直以常数的形式位于Heston模型的波动率SDE中。当前关于VV的度量方式并不多，并且大部分都是基于VIX期权计算的（Hollstein和Prokopczuk，2017），比如VVIX指数。由于中国并未交易iVIX指数的期权，本文选择使用Baltussen等（2018）的方法来计算上证50ETF指数的VV。Baltussen等（2018）使用剩余到期时间为30天的看涨和看跌平值期权平均隐含波动率，来计算非VIX指数的VV。考虑到上证50ETF期权交易量远低于美国期权，且执行价格间距非常稀疏，本文参考陈蓉等（2010）的方法建立隐含波动率曲面时间序列，然后从中获取平值期权。本文定义在值程度如下：

（12）

其中，为期权执行价格，为标的资产价格，为无风险利率，为剩余到期时间。在每个交易日上，本文按照如下方程拟合隐含波动率曲面模型：

在获得各个交易日上的隐含波动率曲面模型后，本文计算由在值程度和剩余到期时间组成的格点所对应的隐含波动率估计值。在值程度包括0.95、0.97、1、1.03、1.05，它们分别对应看涨深度虚值、看涨虚值、平值、看跌虚值和看跌深度虚值；而剩余到期时间（年）包括0.025、0.041、0.054、0.083、0.165、0.248、0.496、·1[[3]](#footnote-4)。如图所示，本文使用隐含波动率曲面的均值绘制三维曲面图。在在值程度维度上，波动率曲面表现出明显的“微笑”形状；而在剩余到期时间维度上，短期波动率会高于长期波动率。这些都是符合中国期权隐含波动率曲面特征的。

参考Baltussen等（2018）的做法，本文使用如下公式计算VV：

（13）

其中为移动平均隐含波动率。表示在交易日的格点[[4]](#footnote-5)所对应的隐含波动率估计值。Baltussen等（2018）使用30天的平值期权隐含波动率来计算VV，而本文为了考察VV的曲面动态特征，则计算了每个格点所对应的VV值，最终获得VV曲面时间序列。但是考虑到非平值隐含波动率中可能含有跳跃风险（陈蓉和方昆明，2011），以及长期期权所存在的流动性问题和短期期权所存在的价格失真问题，本文在主体实证部分选择使用30天的平值期权（m=1）所计算的VV。

图表, 表面图

描述已自动生成

隐含波动率曲面

如图所示，本文模仿隐含波动率曲面图在格点上绘制了VV的三维曲面。显然，VV会随着剩余到期时间的延长不断下降，这表明VV存在有期限结构特征。Branger等（2017）研究了VVIX指数的期限结构特征，发现短期的VV会高于长期VV，他认为这可以说明VV中含有明显的信息。本文的发现与其一致，中国的VV同样可能存在有有效信息，因此本文专门在稳健性检验章节中研究不同期限上VV风险溢价。此外，短期VV同样表现出明显的“微笑”特征，即虚值VV可能受到了跳跃风险的影响，因此本文在后续专门研究了偏度和峰度等对VV风险溢价的影响。然而与波动率曲面的“微笑”形状所不同的是，虚值看跌期权的VV会高于虚值看涨期权，这说明VV风险可能为虚值看跌期权带来了更高的溢价，而这可能与中国金融市场的卖空限制有关（Bondarenko， 2014）。

图表, 表面图

描述已自动生成

本文针对平值VV在不同的剩余到期时间上进行描述性统计分析。如表所示，VV的均值在10%上下浮动，明显低于隐含波动率水平，这与美国期权市场上的情况不同。根据国外学者的研究（ ），VV会远远高于隐含波动率水平，因为美国金融市场上波动率的不确定性会远远高于收益率的不确定性。而本文的研究发现表明，中国市场的收益率不确定性明显高于波动率不确定性。这可能是因为中国衍生品市场发展不完善，投资者在交易金融证券的过程中缺少足够的风险规避工具，最终导致收益率不确定性（波动率）较高，而衍生品市场可以降低标的证券市场波动率（*Sophie等*，2016）。

表 VV的描述性统计分析

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Maturity | mean | median | skew | kurt | std | min | max | AR(1) | Num |
| 10 | 0.104 | 0.09 | 1.906 | 3.483 | 0.046 | 0.053 | 0.297 | 0.979 | 1956 |
| 15 | 0.103 | 0.089 | 1.898 | 3.43 | 0.045 | 0.053 | 0.291 | 0.98 | 1956 |
| 20 | 0.102 | 0.088 | 1.892 | 3.392 | 0.044 | 0.053 | 0.288 | 0.98 | 1956 |
| 30 | 0.1 | 0.087 | 1.879 | 3.309 | 0.043 | 0.052 | 0.281 | 0.98 | 1956 |
| 60 | 0.094 | 0.082 | 1.844 | 3.125 | 0.04 | 0.052 | 0.261 | 0.981 | 1956 |
| 90 | 0.09 | 0.078 | 1.813 | 3.044 | 0.037 | 0.051 | 0.241 | 0.983 | 1956 |

隐含波动率的波动率曲面图

## Delta中性收益

本节计算上证50ETF期权的delta中性收益。为了解决上证50ETF指数卖空限制的问题，本文使用上证50ETF期货代替上证50ETF指数参与对冲（陈蓉，2019），其中期货的delta为。最终delta中性收益如下：

（14）

具体而言，在交易日建立delta中性期权投资组合，其中包括一单位价格为的期权多头和单位的期货空头，同时做多期权所用的资金需要承担利率为的利息成本。将投资组合持有至时刻（本文将设置为1个交易日），本文将组合平仓，最终获得该期权上的delta中性收益。然后，本文计算该交易日所有有效期权的delta中性平均值，将其作为该交易日的delta中性收益估计值，从而可以获得一条delta中性收益日度时间序列。

表 期权delta中性收益（收益/标的价格）

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Mean | mean | mean | Std | std | std |
|  | gains/S | gains/S | gains/S | gains/S | gains/S | gains/S |
| Maturity\_days | (10, 20] | (20, 30] | (30, 60] | (10, 20] | (20, 30] | (30, 60] |
| Maturity\_year | (0.027, 0.055] | (0.055, 0.082] | (0.082, 0.164] | (0.027, 0.055] | (0.055, 0.082] | (0.082, 0.164] |
| K/F-1\_bin |  |  |  |  |  |  |
| C(-0.03, 0.03]平值 | -3.511 | -0.705 | -1.552 | 21.513 | 21.261 | 21.833 |
| C(0.03, 0.1]虚值 | -2.61 | -1.215 | -1.867 | 12.506 | 14.996 | 17.41 |
| P(-0.03, 0.03]平值 | -0.865 | -0.714 | -1.134 | 21.63 | 20.069 | 21.914 |
| P(-0.1, -0.03]虚值 | -1.075 | -0.415 | -0.759 | 12.498 | 12.198 | 14.885 |

注：本表展示了期权delta中性收益的按剩余到期时间和在值程度分类的描述性统计分析。

# 4.实证分析

## 波动率的波动率风险的系统性与正负性

VV风险是系统性风险因子

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| risk | Corr | t |
| Q\_VV30 | -0.21226 | -6.60958 |
| Q\_VV60 | -0.20994 | -6.53066 |
| Q\_VV90 | -0.20559 | -6.38565 |
| Q\_VV180 | -0.17261 | -5.32392 |
| Q\_VV360 | -0.08822 | -2.68922 |
| P\_VV | 0.083808 | 2.552386 |
| RV | -0.30298 | -9.64316 |

## 独立VV风险溢价检验

VV风险衡量投资者对于波动率不确定性的担忧。由（12）可知，剔除波动率风险溢价项以后的期权delta中性收益，可以近似衡量VV风险溢价。对于在交易日的每只期权，本文首先计算按照式（14）计算其delta中性收益，然后从中剔除时间段内的波动率风险溢价与Vega的乘积，并除以Volga，最后计算其时间段内的均值，从而可以获得VV风险溢价的近似估计值。是一种独立的估计值，可以近似衡量VV风险的程度和符号。本文最终可以获取一条独立VV风险溢价的时间序列。

在表 中，本文按照Volga的取值范围划分期权样本组合，并对每个组合进行描述性统计分析。由式（12）可知，VV风险溢价会受到Volga的剧烈影响，并与其呈反比。由于Volga处于分母位置，当Volga的取值接近于零时，VV风险溢价绝对值会变得非常大。为了防止出现过大以至于失去经济学意义的VV风险溢价，本文有必要剔除一些Volga值过小的样本。本文在“NumSample”列报告了在进行剔除操作后依然可正常交易的有效样本，从而说明这种剔除操作并不会影响VV风险溢价的正常衡量。如表所示，各个组合中的独立VV风险溢价均值全部显著为负值，这说明基于独立VV风险溢价方法本文可以认为中国市场上存在有显著为负的VV风险。投资者厌恶波动率的不确定性，会在标的资产收益中要求更高的回报，同时也会为了对冲这种VV风险而愿意在衍生品中支付更多的成本。

表 独立VV风险溢价统计分析

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Volga> | Mean | median | Skew | std | min | Max | %<0 | AR(1) | Num | NumSample |
| 0.01 | -1.627\*\*\* | -1.141 | -0.154 | 10.446 | -58.937 | 52.154 | 65.84% | 0.080 | 1935 | 84515 |
| 0.07 | -0.687\*\*\* | -0.583 | -0.248 | 4.339 | -22.103 | 22.238 | 64.81% | 0.094 | 1935 | 77537 |
| 0.13 | -0.445\*\*\* | -0.462 | 0.122 | 3.31 | -16.481 | 17.088 | 64.34% | 0.048 | 1935 | 73057 |
| 0.19 | -0.278\*\*\* | -0.37 | 0.52 | 2.731 | -12.489 | 14.804 | 64.08% | 0.079 | 1935 | 68832 |
| 0.25 | -0.136\*\* | -0.32 | 1.135 | 2.379 | -9.654 | 14.102 | 63.62% | 0.145 | 1935 | 64798 |
| 0.28 | -0.103\*\*\* | -0.309 | 1.501 | 2.296 | -9.096 | 14.893 | 63.56% | 0.060 | 1932 | 62756 |

注：本表展示了不同Volga取值范围下的期权样本分组的统计特征。Volga>表示

如表所示，本文分别绘制了独立VV风险溢价的统计特征（包括均值、标准差、偏度、最小值和最大值等）与Volga之间的关系图。在左上图中，均值会随着Volga明显减速上升。当Volga小于0.04时，均值会迅速由-1.6上升至-0.8；当Volga高于0.04后，均值上升速度会明显下降；而当Volga超过0.3以后，均值几乎不会再明显上升，稳定在0附近。在右上图中，独立VV风险溢价的标准差会随着Volga的增加而明显下降，这说明独立VV风险溢价的稳定性会随着Volga的增加而上升。当Volga小于0.05时，标准差下降速度非常快，而在这之后则下降缓慢。在左下图中，偏度为正值且会随着Volga的上升而上升。正偏度说明VV风险溢价更多地分布在负均值右侧，这进一步表明VV风险溢价为负。在右下图中，随着Volga的上升，VV风险溢价的两个最值会迅速互相靠近，这与右二图中的现象相吻合。

独立VV风险溢价统计特征与Volga

图表, 折线图

描述已自动生成

注：本表展示了独立VV风险溢价的统计特征，包括均值、标准差、偏度、最小值和最大值等，与期权Volga之间的对应关系图。纵轴表示统计特征值，横轴表示期权Volga值。为了展示的简洁性，本文将实际Volga值放大100倍，从而形成横轴上的展示值。

本文将期权样本按照在值程度K/F-1分成不同的组合，在值程度划分区间分别为C(-0.03, 0.03]、P(-0.1, -0.03]、C(0.03, 0.1]和P(-0.03, 0.03]。在各个样本组合中，独立VV风险溢价均值全部显著为负，这说明在值程度的划分并不会影响前面的结论。

表 不同在值程度下的独立VV风险溢价

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Moneyness | mean | median | Skew | std | %<0 | AR(1) | Num | NumSample |
| C(-0.03, 0.03] | -0.785\*\*\* | -0.811 | 2.884 | 24.528 | 59.04% | 0.414 | 8128 | 79434 |
| P(-0.1, -0.03] | -0.302\*\*\* | -0.111 | 6.687 | 10.411 | 59.04% | 0.455 | 12897 | 79434 |
| C(0.03, 0.1] | -0.615\*\*\* | -0.18 | -0.274 | 12.452 | 61.52% | 0.45 | 10291 | 79434 |
| P(-0.03, 0.03] | -0.418\*\* | -0.614 | 6.785 | 25.79 | 58.75% | 0.202 | 8046 | 79434 |

注：本表展示了不同在值程度分组中的VV风险溢价统计特征。本文使用K/F-1表示Moneyness, C(-0.03, 0.03]表示Moneyness处于-0.03和0.03之间的看涨期权样本，而P(-0.1, -0.03]则表示Moneyness处于-0.1和-0.03之间的看跌期权样本。

## 剔除波动率风险的期权收益

为了估计出式（15）的VV风险溢价项，以佐证前一节所得出的结论，本文需要先按照式（16）回归期权delta中性收益与波动率风险、VV风险。期权收益中异于无风险收益的部分可以用来衡量现实测度P与风险中性测度Q之间的差异，即风险溢价。作为众多风险溢价中的一种，如果VV风险确实存在并且具有溢价，那么它一定与期权收益之间具有联系。

为了保证回归结果的稳健性，本文不仅分别使用隐含波动率和已实现波动率来作为模型中的波动率变量参与回归，而且使用了不同剩余到期时间（分别包括15天、30天、60天）上的VV参与回归。与已实现波动率不同的是，隐含波动率本身也会具有剩余到期时间的特征，因此本文为了保证变量的度量方式的统一，特意选择具有相同剩余天数的隐含波动率和VV分别参与回归。另外，除了考察波动率和VV与期权delta中性收益的联合回归，本文还分别考察了两种风险的独立回归情况。

如表所示，在各个剩余到期时间上，无论是隐含波动率还是已实现波动率，VV均显著为负，这说明VV风险可以显著降低期权的delta中性收益。以剩余到期时间为15天的隐含波动率参与的联合回归结果为例，VV风险的回归系数为-0.87，这说明VV每上升一个单位，期权的delta中性收益率将会平均显著下降0.87%。投资者厌恶波动率的不确定性风险，并且愿意为了避免这种风险在衍生品上支付额外的溢价，也就是说VV风险溢价显著为负值。另外，两种风险的独立回归系数都比联合回归系数更负，比如隐含波动率的回归系数为-0.32，而VV的回归系数则为-1.23。所有波动率风险回归系数也显著为负，这与波动率风险溢价相关的研究结论相一致。

需要注意的是，随着剩余到期天数的延长，VV风险回归系数变得更负。VV的期限结构斜率为负，并且其信息含量会随着时间的延长而不断下降（Branger，2017）。VV在联合回归模型中的t值不断下降，便可以证明这一点：VV风险溢价的可靠性在不断下降。在已实现波动率参与的回归结果中，两种风险回归系数均比隐含波动率参与的更负，这意味着它们 的影响也更大。已实现波动率比隐含波动率多出的部分为波动率风险溢价，这意味着前者的回归模型中加入了波动率风险溢价因素，这使得波动率和VV均表现出更强的负风险溢价特征。

表 期权Delta中性收益与风险回归结果

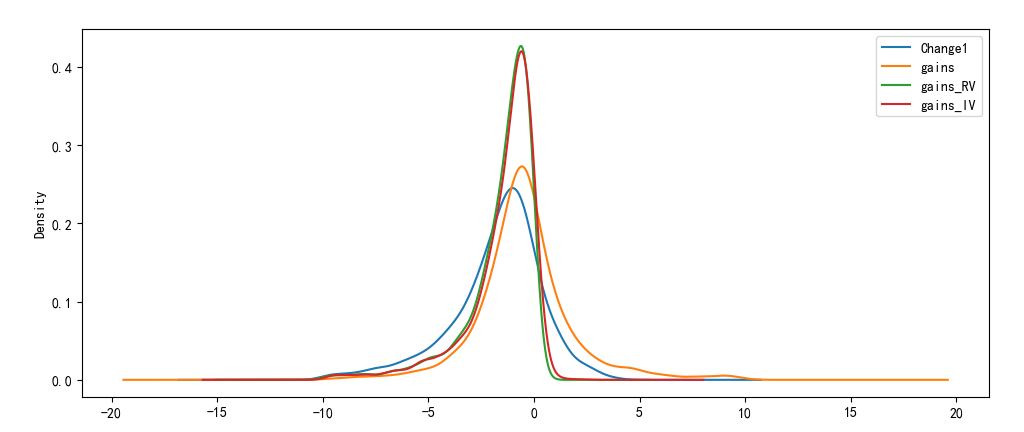
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Maturity | IV | | | RV | | |
| V | VV | gains(-1) | V | VV | gains(-1) |
| 15 |  | -1.23(-3.05)\*\*\* | 6.54(2.9)\*\*\* |  | -1.23(-3.05)\*\*\* | 6.54(2.9)\*\*\* |
| -0.32(-3.2)\*\*\* |  | 7.36(3.24)\*\*\* | -0.42(-3.38)\*\*\* |  | 9.06(3.79)\*\*\* |
| -0.24(-2.22)\*\* | -0.87(-2.0)\*\* | 7.24(3.18)\*\*\* | -0.35(-2.71)\*\*\* | -0.95(-2.28)\*\* | 8.73(3.65)\*\*\* |
|  |  | -1.29(-2.96)\*\*\* | 6.53(2.89)\*\*\* |  | -1.29(-2.96)\*\*\* | 6.53(2.89)\*\*\* |
| 30 | -0.33(-3.18)\*\*\* |  | 7.27(3.2)\*\*\* | -0.42(-3.38)\*\*\* |  | 9.06(3.79)\*\*\* |
|  | -0.25(-2.27)\*\* | -0.91(-1.96)\*\* | 7.17(3.16)\*\*\* | -0.35(-2.76)\*\*\* | -1.0(-2.23)\*\* | 8.75(3.66)\*\*\* |
|  |  | -1.39(-2.76)\*\*\* | 6.5(2.88)\*\*\* |  | -1.39(-2.76)\*\*\* | 6.5(2.88)\*\*\* |
| 60 | -0.34(-3.1)\*\*\* |  | 7.08(3.13)\*\*\* | -0.42(-3.38)\*\*\* |  | 9.06(3.79)\*\*\* |
|  | -0.28(-2.35)\*\* | -1.0(-1.89)\* | 7.03(3.11)\*\*\* | -0.36(-2.87)\*\*\* | -1.09(-2.11)\*\* | 8.8(3.68)\*\*\* |

注：本表展示了期权Delta中性收益的风险回归结果。Maturity表示剩余到期时间（天），分别包括15天、30天和60天。IV表示波动率项为隐含波动率的回归结果所在栏，RV表示波动率项为已实现波动率的回归结果所在栏。表中的数字为回归系数，括号中的数字表示回归t值。\*表示10%的显著性，\*\*表示5%的显著性，\*表示1%的显著性。

在对风险溢价的预测模型完成拟合以后，本文获得了波动率风险和VV风险在各种情况下对delta中性收益的回归系数。利用这些回归系数，本文按照式（16）计算剔除波动率风险溢价项后的delta中性收益。如表所示，剔除波动率风险项的delta中性收益均值同样显著为负值，这与前面得出的结论完全一致：中国市场上存在有显著为负的VV风险溢价。

表 从风险溢价预测模型中剔除波动率风险后的期权收益

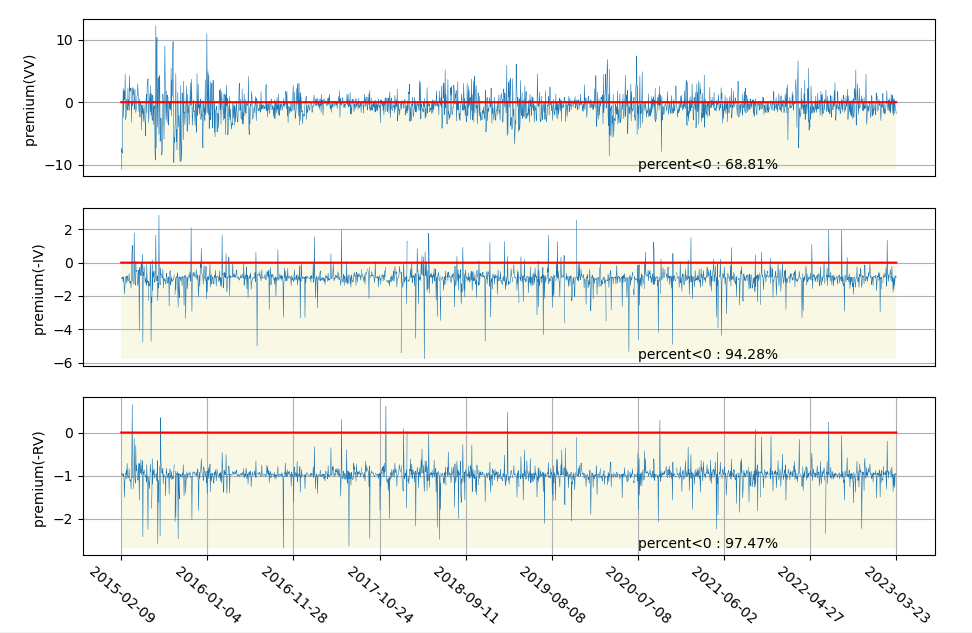
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| type\_V | Maturity(天) | mean | skew | kurt | median | %<0 | std | Num |
| IV | 15 | -0.944\*\*\* | -0.996 | 12.784 | -0.896 | 96.94% | 0.586 | 1929 |
| 30 | -0.941\*\*\* | -1.013 | 12.474 | -0.892 | 96.32% | 0.611 | 1929 |
| 60 | -0.936\*\*\* | -1.044 | 12.016 | -0.881 | 96.01% | 0.657 | 1929 |
| RV | 15 | -0.987\*\*\* | -1.053 | 15.315 | -0.973 | 99.48% | 0.237 | 1935 |
| 30 | -0.987\*\*\* | -1.053 | 15.315 | -0.972 | 99.48% | 0.241 | 1935 |
| 60 | -0.986\*\*\* | -1.053 | 15.315 | -0.971 | 99.48% | 0.249 | 1935 |



# 5.深入讨论

## 剔除风险溢价后的期权收益分布

图 VV风险溢价序列图



注：本图展示了基于不同度量方式的VV风险溢价时间序列图（Volga>0.05）。Premium(VV)表示独立VV风险溢价的时间序列图，Premium(-IV)表示剔除（隐含）波动率风险项后的期权收益时间序列图，Premium(-RV)表示剔除（已实现）波动率风险项后的期权收益时间序列图。横轴为日期，纵轴为风险溢价。红线表示0线，低于红线的淡黄色区域表示溢价低于0的部分。Percent<0 表示负值样本所占百分比。

## 不同的到期时间和在值程度

基于不同在值程度的VV风险溢价回归结果

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Moneyness(K/F-1) | Maturity | IV | QVV | gains(-1) | R |
| C(-0.03, 0.03]  C(-0.03, 0.03]  C(-0.03, 0.03]  C(-0.03, 0.03] | 30 | 1.24(3.71)\*\*\* | 1.28(2.09)\*\* | 24.1(10.02)\*\*\* | 0.073 |
| 60 | 1.32(3.83)\*\*\* | 1.32(2.03)\*\* | 24.18(10.06)\*\*\* | 0.073 |
| 90 | 1.4(3.97)\*\*\* | 1.34(1.95)\* | 24.27(10.1)\*\*\* | 0.072 |
| 180 | 1.6(4.23)\*\*\* | 1.21(1.58) | 24.6(10.26)\*\*\* | 0.07 |
| C(0.03, 0.1] | 30 | 0.68(3.62)\*\*\* | 0.76(2.23)\*\* | 31.51(13.9)\*\*\* | 0.122 |
| C(0.03, 0.1] | 60 | 0.72(3.73)\*\*\* | 0.78(2.15)\*\* | 31.59(13.95)\*\*\* | 0.122 |
| C(0.03, 0.1] | 90 | 0.76(3.85)\*\*\* | 0.79(2.05)\*\* | 31.69(14.0)\*\*\* | 0.121 |
| C(0.03, 0.1] | 180 | 0.86(4.05)\*\*\* | 0.71(1.65)\* | 32.07(14.2)\*\*\* | 0.119 |
| P(-0.03, 0.03] | 30 | -1.43(-4.26)\*\*\* | -1.47(-2.4)\*\* | 21.53(9.06)\*\*\* | 0.069 |
| P(-0.03, 0.03] | 60 | -1.49(-4.32)\*\*\* | -1.56(-2.4)\*\* | 21.61(9.09)\*\*\* | 0.068 |
| P(-0.03, 0.03] | 90 | -1.55(-4.39)\*\*\* | -1.63(-2.38)\*\* | 21.69(9.13)\*\*\* | 0.067 |
| P(-0.03, 0.03] | 180 | -1.69(-4.46)\*\*\* | -1.69(-2.2)\*\* | 22.0(9.25)\*\*\* | 0.065 |
| P(-0.1, -0.03] | 30 | -0.86(-5.22)\*\*\* | -0.91(-3.05)\*\*\* | 19.67(8.11)\*\*\* | 0.075 |
| P(-0.1, -0.03] | 60 | -0.89(-5.3)\*\*\* | -0.95(-3.01)\*\*\* | 19.8(8.16)\*\*\* | 0.074 |
| P(-0.1, -0.03] | 90 | -0.93(-5.39)\*\*\* | -0.99(-2.97)\*\*\* | 19.93(8.21)\*\*\* | 0.072 |
| P(-0.1, -0.03] | 180 | -1.02(-5.45)\*\*\* | -1.05(-2.79)\*\*\* | 20.35(8.37)\*\*\* | 0.068 |

## 考虑跳跃风险

三阶：SKEW和VV（）；残差非零，且分布接近正态

JUMP需要自己run一次

考虑跳跃风险的VV风险溢价回归结果

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Moneyness | Maturity | IV | QVV | JUMP | gains(-1) | R |
| JDOP | QVV30 | -0.26(-2.87)\*\*\* | -0.64(-1.81)\* | 0.07(0.13) | 4.47(1.98)\*\* | 0.009 |
| JDOP | QVV60 | -0.28(-2.94)\*\*\* | -0.69(-1.73)\* | 0.06(0.11) | 4.32(1.92)\* | 0.009 |
| JDOP | QVV90 | -0.3(-2.98)\*\*\* | -0.74(-1.66)\* | 0.05(0.09) | 4.17(1.85)\* | 0.008 |
| JDOP | QVV180 | -0.35(-2.85)\*\*\* | -0.84(-1.51) | 0.06(0.1) | 3.71(1.64) | 0.007 |
| JOP | QVV30 | -0.25(-2.91)\*\*\* | -0.64(-1.82)\* | 0.2(0.21) | 4.48(1.98)\*\* | 0.009 |
| JOP | QVV60 | -0.28(-2.99)\*\*\* | -0.69(-1.73)\* | 0.17(0.18) | 4.33(1.92)\* | 0.009 |
| JOP | QVV90 | -0.3(-3.04)\*\*\* | -0.75(-1.66)\* | 0.15(0.16) | 4.17(1.85)\* | 0.008 |
| JOP | QVV180 | -0.34(-2.94)\*\*\* | -0.84(-1.51) | 0.12(0.12) | 3.71(1.64) | 0.007 |
| JOC | QVV30 | -0.26(-3.06)\*\*\* | -0.64(-1.84)\* | -0.35(-0.44) | 4.48(1.98)\*\* | 0.009 |
| JOC | QVV60 | -0.28(-3.15)\*\*\* | -0.7(-1.75)\* | -0.32(-0.4) | 4.33(1.92)\* | 0.009 |
| JOC | QVV90 | -0.3(-3.22)\*\*\* | -0.75(-1.67)\* | -0.29(-0.36) | 4.17(1.85)\* | 0.008 |
| JOC | QVV180 | -0.35(-3.14)\*\*\* | -0.83(-1.5) | -0.17(-0.22) | 3.7(1.64) | 0.007 |
| JDOC | QVV30 | -0.26(-3.11)\*\*\* | -0.65(-1.84)\* | -0.22(-0.5) | 4.48(1.98)\*\* | 0.01 |
| JDOC | QVV60 | -0.28(-3.2)\*\*\* | -0.7(-1.75)\* | -0.2(-0.47) | 4.33(1.92)\* | 0.009 |
| JDOC | QVV90 | -0.31(-3.26)\*\*\* | -0.75(-1.67)\* | -0.19(-0.42) | 4.17(1.85)\* | 0.008 |
| JDOC | QVV180 | -0.35(-3.17)\*\*\* | -0.83(-1.5) | -0.11(-0.25) | 3.7(1.64) | 0.007 |

考虑偏度和峰度

# 6.交易策略

# 7.结论

# 参考文献

1. 本文使用与Bakish（2003）类似的风险溢价度量方式，将风险溢价定义为现实测度P与风险中性测度Q之间的差异。 [↑](#footnote-ref-1)
2. 带VV风险的随机波动率模型的希腊字母均无法正常获取，因此本文使用BSM框架下的希腊字母近似代替。由于本文的主要目的是考察VV风险的存在性和正负性，这样的替代误差可以忽略不计（Bakish,2003;陈蓉，2019）。 [↑](#footnote-ref-3)
3. 这些剩余到期时间分别对应1/3、1/2、2/3、1，2，3，6，12个月。行业实践中最常使用1，2，3，6，12个月作为剩余到期时间节点（Carr and Wu,2020）Carr P , Wu L . Option Profit and Loss Attribution and Pricing: A New Framework[J]. Social Science Electronic Publishing.本文选取1/3、1/2、2/3月份则是为了研究VV在短期上的稳健性。 [↑](#footnote-ref-4)
4. 格点由每个在值程度和剩余到期时间交叉组合而成，最终形成波动率曲面的地面坐标系。 [↑](#footnote-ref-5)