# 波动率的波动率风险溢价：基于上证50ETF期权的实证

# 摘要

# 1.引言

在随机波动率框架中，波动率风险属于系统性风险且应当被定价，并且动态delta中性收益法（Bakish，2003）、测度转化法（Car和Wu，2009）和随机波动率模型法（）已经证明美国股票市场上存在显著为负的波动率风险溢价。然而框架中波动率的波动率(下文简称“VV”)，即波动率SDE维纳过程的系数，却被假定为常数（heston，1993）。波动率决定收益率分布的不确定性，而VV可以决定波动率分布的不确定性。面对以确定概率获得一定收益的股票，和以只有期望值的不确定性概率获得一定收益的股票，如果投资者给予不同风险评价，那么波动率的不确定性就会对投资者的投资风险偏好产生影响，即VV风险有可能属于有效定价因子且同样具有风险溢价（Baltussen等，2018）。

当前国外已经有一部分学者研究了VV风险。在VV风险的预测能力方面，不仅VVIX指数可以有效负向预测VIX期权的收益率（Park和Yang-Ho，2015）,而且个股的VV风险可以显著地正向预测个股期望收益（Hollstein和Prokopczuk , 2017），这均表明美国市场上VV风险具有显著的负风险溢价[[1]](#footnote-1)，即美国市场投资者厌恶VV风险带来的波动率不确定性。另外，VVIX的期限结构中同样包含有可以有效预测未来收益的信息（Branger等，2017）。N. Branger（2016）则发现，相比于普通的Log-VIX模型，含有随机VV的期权定价框架可以更好得贴合VIX期权价格。在VV风险溢价的存在性方面 Huang等（2018）建立了含有独立VV风险SDE的期权价格动态框架，通过计算SPX500和VIX的Delta中性收益证实美国市场上存在有显著的负VV风险溢价； Kaeck（2017）则基于测度转化法计算VIX已实现波动率与VIX期权隐含波动率之差，同样发现VV风险溢价显著为负；Hollstein和Prokopczuk（2017）则研究了市场总VV风险，得出同样结果。整体来看，这些国外学者得出的结论较为一致，美国市场上存在有显著为负的VV风险溢价，并且VV风险具有预测能力。

中国市场上是否存在有系统性的VV风险以及溢价，当前尚未有人研究。相比于欧美金融市场，中国金融市场存在有发展时间短和定价效率低等问题，而中国衍生品市场发展更加欠缺。直到2015年2月9日，中国才正式交易第一只指数期权——上证50ETF期权，这也标志着中国股指期权市场的建立。在此之后，借助期权提供的风险中性测度交易数据，中国金融市场风险研究范围也开始从传统的股票收益风险扩展至波动率风险等其他风险。陈蓉等（2019）使用从2015年2月9日至2016年7月8日的上证50ETF期权数据，研究了中国市场上的波动率风险溢价情况，发现了矛盾现象：中国波动率风险溢价为负，但波动率风险整体而言并非系统性风险，而她认为这可能与期权市场发展不够成熟有关。本文所使用数据则已经扩展至2023年3月27日，期间上证50ETF期权已经获得了较大发展，成交量和成交金额均大幅度上升。本文研究发现，中国的波动率风险与市场收益率显著负相关，这表明波动率风险已经成为显著的系统性风险，且波动率风险溢价为负。在此基础上，本文进一步研究了中国金融市场的VV风险及其溢价。

本文将陈蓉（2011）的delta中性收益测量法与带VV的随机波动率框架相结合，研究了VV风险溢价在中国市场上的日度表现。一部分学者使用VVIX指数直接研究了美国市场上的VV风险日度表现，而其他学者只能使用持有到期delta中性期权收益研究VV风险的月度表现。中国当前尚未发行iVIX指数期权，因此不存在类似于VVIX一样的日度VV风险指标。上证50ETF期权交易较小，且临近到期日时价格失真严重，因此计算出来的delta中性持有到期收益缺乏有效性。

# 2.理论模型

Huang等（2018）认为VV风险与波动率风险是相互分离的风险源，它们应该含有各自的维纳过程积分项。他在随机波动率模型中加入VV风险的SDE，以扩展Bakish（2003）的delta中性收益法。本文在其基础上，使用陈蓉（2011）的方法来研究VV风险溢价的日度表现。

## 期权与股价的动态过程

为了获取期权delta中性期望收益与风险（波动率风险和VV风险）的关系，本文考虑带VV风险的随机波动率模型。在P测度下，交易日的股票价格为，其对数漂移率和对数波动率分别为和；收益率方差为，其漂移率和波动率分别为和；波动率方差（）为，其漂移率和波动率分别为和。

(1)

其中，、和分别表示股票价格、收益率方差和波动率方差的维纳过程，其相关性为，不等。

Q

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

(7)

本文借鉴陈蓉（2011）的方法，假设时间间隔足够小，将上式近似变为：

由于维纳过程增量为鞅，

如式所示，在考虑VV风险以后，风险溢价不再是一个独立的风险源，无法从

(10)

(8)

(9) , ,

(10)

(11) ,

## 风险溢价预测模型

# 3.样本与数据

## 数据描述

本文使用的数据包括上证50ETF期权数据、上证50ETF日度收盘价及5分钟收盘价数据、中国一年期定期存款利率数据，它们的时间范围为2015年2月9日至2023年3月24日，共计1976个有效交易日。上证50ETF期权数据来自于CSMAR数据库，包括期权日度收盘价、隐含波动率、执行价格、Delta、Gamma、Theta、Vega、剩余到期时间等数据。在该数据库中，隐含波动率使用基于BSM公式的二分法从市场期权收盘价中反求解获得，其余希腊字母则都是基于BSM公式推导获得，而剩余到期时间为剩余到期天数与365的比值。本文参考陈蓉等(2019)的方法，针对上证50ETF期权数据做如下筛选处理：

1. 考虑到交易活跃程度较低的期权会存在严重的价格失真情况，本文将日交易量和日开仓头寸低于6的期权样本剔除；
2. 考虑到临近到期日时，期权价格数据会变得不合理，本文将剩余到期时间低于7个自然日和高于365个自然日的期权样本剔除；
3. 对于定价极可能存在明显错误期权样本，本文予以剔除，比如隐含波动率高于100%或低于1%的期权；
4. 对于明显违背期权基本套利关系的样本予以剔除。具体来说，看涨期权的价格需要落在区间( )，而看跌期权的价格则需落在区间（ ）内。

经过以上处理，本文获得有效期权样本共计222604个，其中看涨期权108417个，而看跌期权114187个。本文使用5分钟收盘价计算上证50ETF的已实现波动率，使用一年期定期存款利率作为无风险利率。

## 波动率的波动率

作为波动率的高阶矩变量，VV长期以来一直以常数的形式位于Heston模型的波动率SDE中。当前关于VV的度量方式并不多，并且大部分都是基于VIX期权计算的（Hollstein和Prokopczuk，2017），比如VVIX指数。由于中国并未交易iVIX指数的期权，本文选择使用Baltussen等（2018）的方法来计算上证50ETF指数的VV。Baltussen等（2018）使用剩余到期时间为30天的看涨和看跌平值期权平均隐含波动率，来计算非VIX指数的VV。考虑到上证50ETF期权交易量远低于美国期权，且执行价格间距非常稀疏，本文参考陈蓉等（2010）的方法建立隐含波动率曲面时间序列，然后从中获取平值期权。本文定义在值程度如下：

其中，为期权执行价格，为标的资产价格，为无风险利率，为剩余到期时间。在每个交易日上，本文按照如下方程拟合隐含波动率曲面模型：

在获得各个交易日上的隐含波动率曲面模型后，本文计算由在值程度和剩余到期时间组成的格点所对应的隐含波动率估计值。在值程度包括0.95、0.97、1、1.03、1.05，它们分别对应看涨深度虚值、看涨虚值、平值、看跌虚值和看跌深度虚值；而剩余到期时间（年）包括0.025、0.041、0.054、0.083、0.165、0.248、0.496、·1[[2]](#footnote-2)。如图所示，本文使用隐含波动率曲面的均值绘制三维曲面图。在在值程度维度上，波动率曲面表现出明显的“微笑”形状；而在剩余到期时间维度上，短期波动率会高于长期波动率。这些都是符合中国期权隐含波动率曲面特征的。

参考Baltussen等（2018）的做法，本文使用如下公式计算VV：

其中为移动平均隐含波动率。表示在交易日的格点[[3]](#footnote-3)所对应的隐含波动率估计值。Baltussen等（2018）使用30天的平值期权隐含波动率来计算VV，而本文为了考察VV的曲面动态特征，则计算了每个格点所对应的VV值，最终获得VV曲面时间序列。但是考虑到非平值隐含波动率中可能含有跳跃风险（陈蓉和方昆明，2011），以及长期期权所存在的流动性问题和短期期权所存在的价格失真问题，本文在主体实证部分选择使用30天的平值期权（m=1）所计算的VV。

图表, 表面图

描述已自动生成

隐含波动率曲面

如图所示，本文模仿隐含波动率曲面图在格点上绘制了VV的三维曲面。显然，VV会随着剩余到期时间的延长不断下降，这表明VV存在有期限结构特征。Branger等（2017）研究了VVIX指数的期限结构特征，发现短期的VV会高于长期VV，他认为这可以说明VV中含有明显的信息。本文的发现与其一致，中国的VV同样可能存在有有效信息，因此本文专门在稳健性检验章节中研究不同期限上VV风险溢价。此外，短期VV同样表现出明显的“微笑”特征，即虚值VV可能受到了跳跃风险的影响，因此本文在后续专门研究了偏度和峰度等对VV风险溢价的影响。然而与波动率曲面的“微笑”形状所不同的是，虚值看跌期权的VV会高于虚值看涨期权，这说明VV风险可能为虚值看跌期权带来了更高的溢价，而这可能与中国金融市场的卖空限制有关（Bondarenko， 2014）。

图表, 表面图

描述已自动生成

本文针对平值VV在不同的剩余到期时间上进行描述性统计分析。如表所示，VV的均值在10%上下浮动，明显低于隐含波动率水平，这与美国期权市场上的情况不同。根据国外学者的研究（ ），VV会远远高于隐含波动率水平，因为美国金融市场上波动率的不确定性会远远高于收益率的不确定性。而本文的研究发现表明，中国市场的收益率不确定性明显高于波动率不确定性。这可能是因为中国衍生品市场发展不完善，投资者在交易金融证券的过程中缺少足够的风险规避工具，最终导致收益率不确定性（波动率）较高，而衍生品市场可以降低标的证券市场波动率（*Sophie等*，2016）。

表 VV的描述性统计分析

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 剩余到期时间（天） | 10 | 15 | 20 | 30 | 60 | 90 |
| mean | 0.104 | 0.103 | 0.102 | 0.1 | 0.094 | 0.09 |
| std | 0.046 | 0.045 | 0.044 | 0.043 | 0.04 | 0.037 |
| min | 0.053 | 0.053 | 0.053 | 0.053 | 0.052 | 0.051 |
| 25% | 0.075 | 0.074 | 0.074 | 0.072 | 0.068 | 0.065 |
| 75% | 0.113 | 0.112 | 0.111 | 0.108 | 0.102 | 0.099 |
| max | 0.298 | 0.292 | 0.288 | 0.281 | 0.261 | 0.241 |
| skew | 1.914 | 1.905 | 1.899 | 1.884 | 1.847 | 1.816 |
| kurt | 3.527 | 3.468 | 3.426 | 3.334 | 3.137 | 3.058 |

隐含波动率的波动率曲面图

## Delta中性收益

表 期权delta中性收益（收益/标的价格）

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | mean | mean | mean | std | std | std |
|  | gains/S | gains/S | gains/S | gains/S | gains/S | gains/S |
| Maturity\_days | (10, 20] | (20, 30] | (30, 60] | (10, 20] | (20, 30] | (30, 60] |
| Maturity\_year | (0.027, 0.055] | (0.055, 0.082] | (0.082, 0.164] | (0.027, 0.055] | (0.055, 0.082] | (0.082, 0.164] |
| K/F-1\_bin |  |  |  |  |  |  |
| C(-0.03, 0.03]平值 | -3.511 | -0.705 | -1.552 | 21.513 | 21.261 | 21.833 |
| C(0.03, 0.1]虚值 | -2.61 | -1.215 | -1.867 | 12.506 | 14.996 | 17.41 |
| P(-0.03, 0.03]平值 | -0.865 | -0.714 | -1.134 | 21.63 | 20.069 | 21.914 |
| P(-0.1, -0.03]虚值 | -1.075 | -0.415 | -0.759 | 12.498 | 12.198 | 14.885 |

# 4.实证分析

## 波动率的波动率风险的系统性与正负性

VV风险是系统性风险因子

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| risk | corr | t |
| Q\_VV30 | -0.21226 | -6.60958 |
| Q\_VV60 | -0.20994 | -6.53066 |
| Q\_VV90 | -0.20559 | -6.38565 |
| Q\_VV180 | -0.17261 | -5.32392 |
| Q\_VV360 | -0.08822 | -2.68922 |
| P\_VV | 0.083808 | 2.552386 |
| RV | -0.30298 | -9.64316 |

## Delta中性收益预测

测试二者没关系，保证二者信息不重复

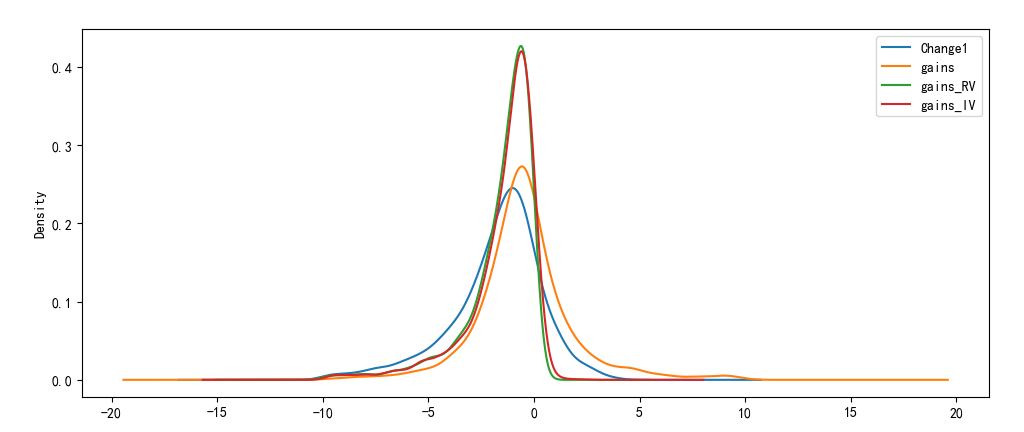
IV = A1+ A2\*QVV + IV(t-1)+ U

QVV = B1+ B2\* IV ++QVV(t-1)+ U

表 期权Delta中性收益与风险回归结果

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | V | VV | gains(-1) | R |
| 表A RV |
|  |  | -1.03(-3.13)\*\*\* | 3.87(1.71)\* | 0.005 |
|  | -0.39(-4.17)\*\*\* |  | 6.98(2.93)\*\*\* | 0.009 |
|  | -0.34(-3.52)\*\*\* | -0.74(-2.2)\*\* | 6.64(2.78)\*\*\* | 0.011 |
| 表B IV |
|  | -0.31(-4.06)\*\*\* |  | 4.53(2.01)\*\* | 0.009 |
|  | -0.26(-3.15)\*\*\* | -0.63(-1.81)\* | 4.47(1.98)\*\* | 0.01 |

## 剔除波动率风险的Delta中性收益



# 5.稳健性检验

## 不同的到期时间

基于不同在值程度的VV风险溢价回归结果

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Moneyness(K/F-1) | Maturity | IV | QVV | gains(-1) | R |
| C(-0.03, 0.03]  C(-0.03, 0.03]  C(-0.03, 0.03]  C(-0.03, 0.03] | 30 | 1.24(3.71)\*\*\* | 1.28(2.09)\*\* | 24.1(10.02)\*\*\* | 0.073 |
| 60 | 1.32(3.83)\*\*\* | 1.32(2.03)\*\* | 24.18(10.06)\*\*\* | 0.073 |
| 90 | 1.4(3.97)\*\*\* | 1.34(1.95)\* | 24.27(10.1)\*\*\* | 0.072 |
| 180 | 1.6(4.23)\*\*\* | 1.21(1.58) | 24.6(10.26)\*\*\* | 0.07 |
| C(0.03, 0.1] | 30 | 0.68(3.62)\*\*\* | 0.76(2.23)\*\* | 31.51(13.9)\*\*\* | 0.122 |
| C(0.03, 0.1] | 60 | 0.72(3.73)\*\*\* | 0.78(2.15)\*\* | 31.59(13.95)\*\*\* | 0.122 |
| C(0.03, 0.1] | 90 | 0.76(3.85)\*\*\* | 0.79(2.05)\*\* | 31.69(14.0)\*\*\* | 0.121 |
| C(0.03, 0.1] | 180 | 0.86(4.05)\*\*\* | 0.71(1.65)\* | 32.07(14.2)\*\*\* | 0.119 |
| P(-0.03, 0.03] | 30 | -1.43(-4.26)\*\*\* | -1.47(-2.4)\*\* | 21.53(9.06)\*\*\* | 0.069 |
| P(-0.03, 0.03] | 60 | -1.49(-4.32)\*\*\* | -1.56(-2.4)\*\* | 21.61(9.09)\*\*\* | 0.068 |
| P(-0.03, 0.03] | 90 | -1.55(-4.39)\*\*\* | -1.63(-2.38)\*\* | 21.69(9.13)\*\*\* | 0.067 |
| P(-0.03, 0.03] | 180 | -1.69(-4.46)\*\*\* | -1.69(-2.2)\*\* | 22.0(9.25)\*\*\* | 0.065 |
| P(-0.1, -0.03] | 30 | -0.86(-5.22)\*\*\* | -0.91(-3.05)\*\*\* | 19.67(8.11)\*\*\* | 0.075 |
| P(-0.1, -0.03] | 60 | -0.89(-5.3)\*\*\* | -0.95(-3.01)\*\*\* | 19.8(8.16)\*\*\* | 0.074 |
| P(-0.1, -0.03] | 90 | -0.93(-5.39)\*\*\* | -0.99(-2.97)\*\*\* | 19.93(8.21)\*\*\* | 0.072 |
| P(-0.1, -0.03] | 180 | -1.02(-5.45)\*\*\* | -1.05(-2.79)\*\*\* | 20.35(8.37)\*\*\* | 0.068 |

## 不同的波动率度量方式

基于RV的VV风险溢价回归结果

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Maturity | RV | QVV | gains(-1) | R |
| QVV30 | -0.34(-3.52)\*\*\* | -0.74(-2.2)\*\* | 6.64(2.78)\*\*\* | 0.011 |
| QVV60 | -0.35(-3.64)\*\*\* | -0.8(-2.06)\*\* | 6.71(2.82)\*\*\* | 0.011 |
| QVV90 | -0.35(-3.76)\*\*\* | -0.84(-1.91)\* | 6.77(2.84)\*\*\* | 0.011 |
| QVV180 | -0.37(-3.99)\*\*\* | -0.86(-1.56) | 6.87(2.89)\*\*\* | 0.01 |
| QVV360 | -0.37(-3.91)\*\*\* | -0.56(-1.39) | 6.71(2.81)\*\*\* | 0.01 |

## 不同的样本划分区间

## 考虑跳跃风险

三阶：SKEW和VV（）；残差非零，且分布接近正态

JUMP需要自己run一次

考虑跳跃风险的VV风险溢价回归结果

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Moneyness | Maturity | IV | QVV | JUMP | gains(-1) | R |
| JDOP | QVV30 | -0.26(-2.87)\*\*\* | -0.64(-1.81)\* | 0.07(0.13) | 4.47(1.98)\*\* | 0.009 |
| JDOP | QVV60 | -0.28(-2.94)\*\*\* | -0.69(-1.73)\* | 0.06(0.11) | 4.32(1.92)\* | 0.009 |
| JDOP | QVV90 | -0.3(-2.98)\*\*\* | -0.74(-1.66)\* | 0.05(0.09) | 4.17(1.85)\* | 0.008 |
| JDOP | QVV180 | -0.35(-2.85)\*\*\* | -0.84(-1.51) | 0.06(0.1) | 3.71(1.64) | 0.007 |
| JOP | QVV30 | -0.25(-2.91)\*\*\* | -0.64(-1.82)\* | 0.2(0.21) | 4.48(1.98)\*\* | 0.009 |
| JOP | QVV60 | -0.28(-2.99)\*\*\* | -0.69(-1.73)\* | 0.17(0.18) | 4.33(1.92)\* | 0.009 |
| JOP | QVV90 | -0.3(-3.04)\*\*\* | -0.75(-1.66)\* | 0.15(0.16) | 4.17(1.85)\* | 0.008 |
| JOP | QVV180 | -0.34(-2.94)\*\*\* | -0.84(-1.51) | 0.12(0.12) | 3.71(1.64) | 0.007 |
| JOC | QVV30 | -0.26(-3.06)\*\*\* | -0.64(-1.84)\* | -0.35(-0.44) | 4.48(1.98)\*\* | 0.009 |
| JOC | QVV60 | -0.28(-3.15)\*\*\* | -0.7(-1.75)\* | -0.32(-0.4) | 4.33(1.92)\* | 0.009 |
| JOC | QVV90 | -0.3(-3.22)\*\*\* | -0.75(-1.67)\* | -0.29(-0.36) | 4.17(1.85)\* | 0.008 |
| JOC | QVV180 | -0.35(-3.14)\*\*\* | -0.83(-1.5) | -0.17(-0.22) | 3.7(1.64) | 0.007 |
| JDOC | QVV30 | -0.26(-3.11)\*\*\* | -0.65(-1.84)\* | -0.22(-0.5) | 4.48(1.98)\*\* | 0.01 |
| JDOC | QVV60 | -0.28(-3.2)\*\*\* | -0.7(-1.75)\* | -0.2(-0.47) | 4.33(1.92)\* | 0.009 |
| JDOC | QVV90 | -0.31(-3.26)\*\*\* | -0.75(-1.67)\* | -0.19(-0.42) | 4.17(1.85)\* | 0.008 |
| JDOC | QVV180 | -0.35(-3.17)\*\*\* | -0.83(-1.5) | -0.11(-0.25) | 3.7(1.64) | 0.007 |

考虑偏度和峰度

# 6.交易策略

# 7.结论

# 参考文献

1. 本文使用与Bakish（2003）类似的风险溢价度量方式，将风险溢价定义为现实测度P与风险中性测度Q之间的差异。 [↑](#footnote-ref-1)
2. 这些剩余到期时间分别对应1/3、1/2、2/3、1，2，3，6，12个月。行业实践中最常使用1，2，3，6，12个月作为剩余到期时间节点（Carr and Wu,2020）Carr P , Wu L . Option Profit and Loss Attribution and Pricing: A New Framework[J]. Social Science Electronic Publishing.本文选取1/3、1/2、2/3月份则是为了研究VV在短期上的稳健性。 [↑](#footnote-ref-2)
3. 格点由每个在值程度和剩余到期时间交叉组合而成，最终形成波动率曲面的地面坐标系。 [↑](#footnote-ref-3)