$\because D_{KL} \geq 0$

$\therefore L(\phi, \theta) \leq \log p(x)$.

目标是 max $p(x)$，可以 max $L(\phi, \theta)$

$$L(\phi,\theta) = \int_z q_\phi(z|x) \log \frac{p_\theta(x,z)}{q_\phi(z|x)}$$

$$= \int_z q_\phi(z|x) \log \frac{p(z)p_\theta(x|z)}{q_\phi(z|x)}$$

$$= \int_z q(z|x) \log \frac{p(z)}{q_\phi(z|x)} + \int_z q_\phi(z|x) \log p_\theta(x|z)$$

重建误差项

KL散度

$$= -D_{KL}(q_\phi(z|x) \| p(z)) + E_{z\sim q}[\log p_\theta(x|z)]$$

因此使用编码器网络参数化 $q_\phi(z|x)$ 函数，解码器网络参数化 $p_\theta(x|z)$ 函数，通过计算 $q_\phi(z|x)$ 与 $p(z)$ 之间的 KL散度，以及解码器的似然概率，即可优化 $L(\theta,\phi)$

Reparameterization trick:

解码器的输入采样自 $N(\mu, \sigma^2)$，由于采样操作的存在，导致梯度传播不是连续的

$$z = \mu + \sigma \varepsilon$$

μ, σ 由编码器网络产生

$\varepsilon \to N(0,1)$.