

**Лабораторная работа №6**  
**Матрицы и определители матриц**

**Задание 1.** Выполнить действия над матрицами (см. табл. 1).

**Задание 2.** Вычислить определитель  $\Delta^{(4)}$  (см. табл. 2) четвёртого порядка:

- 1) путем понижения порядка (предварительно получив максимальное количество нулей в строке или столбце);
- 2) путем приведения определителя к треугольному виду.
- 3) при помощи специальной функции в Maple.

**Задание 3.** Вычислить определитель  $\Delta^{(4)}$  четвёртого порядка (см. табл. 3) ( $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  – параметры) путем понижения порядка, предварительно получив максимальное количество нулей в строке (столбце). Значения коэффициентов  $a, b, c, d$  соответствующего варианта студента берутся из табл. 4.

**Таблица 1**

Вар	Задание
1	<p>Даны матрицы <math>A, B, C</math>: <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; -1 \\ 2 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; -1 \\ 2 &amp; 1 &amp; -1 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Вычислить матрицу <math>D = A \cdot B^T \cdot C^{-1}</math>;</p>
2	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 3 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ -1 &amp; 0 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ -2 &amp; -1 &amp; 0 \\ 3 &amp; 2 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицу</p> <p><math>D = A^{-1} \cdot B^T \cdot (C + E)</math>, где <math>E</math> – соответствующего размера единичная матрица;</p>
3	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ 3 &amp; 2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 0 &amp; 0 &amp; 1 \\ 0 &amp; 2 &amp; 3 \\ 4 &amp; 5 &amp; 6 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицу</p> <p><math>C = A^{-1} \cdot B^T \cdot B^{-1}</math>. Показать, что <math>(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}</math>;</p>
4	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} -1 &amp; 0 &amp; 0 \\ -2 &amp; -1 &amp; 0 \\ 3 &amp; 2 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 0 &amp; 0 &amp; -1 \\ 0 &amp; 2 &amp; -3 \\ -4 &amp; 5 &amp; 6 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицу</p> <p><math>C = B^{-1} \cdot (B^T - E) \cdot A</math>. Выяснить, справедливо ли равенство <math>(AB)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}</math>;</p>
5	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} -1 &amp; 0 \\ 0 &amp; -1 \\ -2 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ a &amp; b \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Найти общий вид</p> <p>матрицы <math>D = (A^{-1} \cdot B^T \cdot C)^{-1}</math>. Указать, при каком условии, наложенном на числа <math>a, b</math>, можно найти матрицу <math>D = (A^{-1} \cdot B^T \cdot C)^{-1}</math>;</p>

6	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; -1 \\ 1 &amp; 0 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; -2 \\ 3 &amp; -2 \\ 0 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>. Найти, если возможно, матрицу <math>C = (A \cdot A^T)^{-1} + B \cdot B^T</math>. Выяснить, выполняется ли матричное равенство <math>(A \cdot A^T)^{-1} = (A^T)^{-1} A^{-1}</math>;</p>
7	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} -1 &amp; 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 2 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 0 &amp; -1 \\ 2 &amp; -1 \\ 0 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицы: 1) <math>A^{-1}</math> (сделать проверку); 2) <math>D = A^T \cdot B \cdot (2C + E)</math>. 3) Выяснить, существуют ли матрицы <math>(B \cdot B^T)^{-1}</math>, <math>(C \cdot C^T)^{-1}</math>. Если да, то найти их. Сделать проверку.</p>
8	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 0 &amp; 1 &amp; 2 \\ -1 &amp; -1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ -2 &amp; -2 \\ 3 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} -1 &amp; -2 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицы: 1) <math>A^{-1}</math> (сделать проверку); 2) <math>D = A^T \cdot B \cdot (E - 2C)</math>. 3) Выяснить, существуют ли матрицы <math>(B^T \cdot B)^{-1}</math>, <math>(C \cdot C^T)^{-1}</math>. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
9	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 0 &amp; 2 &amp; 3 \\ 0 &amp; 0 &amp; 4 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 \\ 2 &amp; -1 \\ 0 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 0 &amp; -1 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицы: 1) <math>(A + E)^{-1}</math> (сделать проверку); 2) <math>D = (A + E)^{-1} \cdot B \cdot (E - C)</math>. 3) Выяснить, существуют ли матрицы <math>(B^T \cdot B)^{-1}</math>, <math>(C \cdot C^T)^{-1}</math>. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
10	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ 1 &amp; 1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} -1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 2 \\ 1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицы: 1) <math>(A + E)^{-1}</math> (сделать проверку); 2) <math>D = (A + E)^{-1} \cdot B \cdot (E - C)</math>. 3) Выяснить, существуют ли матрицы <math>(B^T \cdot B)^{-1}</math>, <math>(C \cdot C^T)^{-1}</math>. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
11	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 1 &amp; 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 2 &amp; -2 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 &amp; -1 \\ 1 &amp; -2 &amp; 3 \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицу <math>C = B^{-1} \cdot (B^T + E) \cdot A</math>. Выяснить, справедливо ли матричное равенство <math>(AB)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}</math>;</p>

12	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} -1 &amp; 2 \\ 0 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ -1 &amp; 0 &amp; 2 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 3 \\ 0 &amp; 2 &amp; -1 \\ 1 &amp; 2 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>. Вычислить матрицу <math>D = (A + E) \cdot B \cdot (C - E)^{-1}</math>;</p>
13	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} -1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 0 \\ -1 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} -2 &amp; 1 \\ 0 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицы: 1) <math>(A + E)^{-1}</math> (сделать проверку); 2) <math>D = (A + E)^{-1} \cdot B \cdot (E - C)</math>. 3) Выяснить, существуют ли матрицы <math>(B^T \cdot B)^{-1}</math>, <math>(C \cdot C^T)^{-1}</math>. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
14	<p>Даны матрицы <math>A, B, C</math>: <math>A = \begin{pmatrix} 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; -1 \\ 0 &amp; 1 \\ 2 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ 2 &amp; -1 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>. Вычислить матрицу <math>D = A^{-1} \cdot (-B^T) \cdot C^{-1}</math>;</p>
15	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 2 &amp; -2 \\ 0 &amp; 1 &amp; 4 \\ 0 &amp; 1 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} -1 &amp; -2 \\ 2 &amp; 1 \\ 0 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} -2 &amp; 1 \\ 0 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицы: 1) <math>(A + E)^{-1}</math> (сделать проверку); 2) <math>D = (A - E)^{-1} \cdot B \cdot (E - C)</math>. 3) Выяснить, существуют ли матрицы <math>(B^T \cdot B)^{-1}</math>, <math>(C \cdot C^T)^{-1}</math>. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
16	<p>Найти значение многочлена <math>f(x) = x^2 - 2x</math> от матрицы <math>A = \begin{pmatrix} -1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ 4 &amp; -2 &amp; 1 \end{pmatrix}^{-1}</math></p>
17	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 1 &amp; 3 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ -1 &amp; 0 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 2 &amp; 0 &amp; 0 \\ 2 &amp; 0 &amp; 0 \\ 1 &amp; -3 &amp; 2 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицу <math>D = A^{-1} \cdot B^T \cdot (C - E)^{-1}</math>, <math>E</math> – соответствующего размера единичная матрица;</p>
18	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} -1 &amp; 2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 1 \\ -1 &amp; 2 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} 1 &amp; 2 \\ 3 &amp; 4 \\ 0 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицу <math>D = (2A^{-1} - B) \cdot C</math>. Проверить, выполняется ли для данных матриц <math>A, B</math> матричное равенство <math>(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}</math>;</p>
19	<p>Найти значение многочлена <math>f(x) = x^2 - 3x + 1</math> от матрицы <math>A</math> (вычислить <math>f(A) = A^2 - 3A + E</math>): 1) <math>A = \begin{pmatrix} 2 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>; 2) <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 2 &amp; 1 &amp; 1 \\ 3 &amp; -1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>;</p>

<b>20</b>	<p>Даны матрицы <math>A = \begin{pmatrix} 1 &amp; -2 &amp; 3 \\ 2 &amp; 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 &amp; -1 \end{pmatrix}</math>, <math>B = \begin{pmatrix} 1 &amp; -2 \\ 2 &amp; 1 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>, <math>C = \begin{pmatrix} -2 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 \end{pmatrix}</math>. Найти матрицу <math>D = (A + E)^{-1} \cdot B \cdot (E + C)</math>. Выяснить, существуют ли матрицы <math>(B^T \cdot B)^{-1}</math>, <math>(C \cdot C^T)^{-1}</math>. Если да, то найти их. Сделать проверку;</p>
-----------	---

**Таблица 2**

Вар	Определитель	Вар	Определитель	Вар	Определитель
<b>1</b>	$\begin{vmatrix} 8 & 7 & 2 & 0 \\ -8 & 2 & 4 & 3 \\ 5 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 2 & -2 \end{vmatrix}$	<b>2</b>	$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	<b>3</b>	$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 5 & 2 \\ -2 & -5 & 0 & 4 \\ 3 & -2 & -4 & 0 \end{vmatrix}$
<b>4</b>	$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 3 & 6 \\ 9 & 8 & 5 & 9 \\ 3 & 7 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$	<b>5</b>	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ 5 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & -2 \\ -1 & -3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$	<b>6</b>	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & -3 & 9 & -27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & -2 & 4 & -8 \end{vmatrix}$
<b>7</b>	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$	<b>8</b>	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	<b>9</b>	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & -3 & -4 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
<b>10</b>	$\begin{vmatrix} -3 & 0 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & -3 \end{vmatrix}$	<b>11</b>	$\begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 \\ 4 & 5 & 6 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$	<b>12</b>	$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & 3 \\ 5 & -5 & -3 & 7 \end{vmatrix}$
<b>13</b>	$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$	<b>14</b>	$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & -3 \\ 2 & 5 & 6 & -4 \\ 4 & 5 & -2 & 3 \\ 3 & 8 & 24 & -19 \end{vmatrix}$	<b>15</b>	$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 8 & 5 \\ 1 & -9 & -3 & -5 \\ 3 & 5 & 7 & 5 \end{vmatrix}$
<b>16</b>	$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 3 & 7 \\ 2 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}$	<b>17</b>	$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & -2 & 3 \\ 2 & 8 & -3 & 9 \end{vmatrix}$	<b>18</b>	$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & -1 & -5 & 9 \\ 7 & 3 & 5 & 1 \\ 7 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

<b>19</b>	2	-1	1	2	<b>20</b>	3	0	1	-2	<b>21</b>	3	0	1	2
	6	-2	2	4		2	-2	2	1		2	-1	-2	-1
	6	-3	4	8		1	0	3	-2		1	1	3	3
	4	-9	1	1		1	-3	3	5		5	5	6	7

**Таблица 3**

Вар	Определитель $\Delta^{(4)}$	Вар	Определитель $\Delta^{(4)}$
<b>1–7</b>	$\Delta^{(4)} = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ 2 & a & b & c \\ b & 2c & a+b & -a \\ -d & -a & c+b & 0 \end{vmatrix}$	<b>8–14</b>	$\Delta^{(4)} = \begin{vmatrix} a+b & b+c & c+d & a+d \\ 1 & -a & -b & -c \\ -b & 2 & b-c & a-d \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \end{vmatrix}$
<b>15–22</b>	$\Delta^{(4)} = \begin{vmatrix} a-b & 1 & 2c & \alpha_1 \\ b-c & -a & 3b & \alpha_2 \\ c-d & -b & 2a & \alpha_3 \\ d-a & -c & 0 & \alpha_4 \end{vmatrix}$		

**Таблица 4**

Вар	$a$	$b$	$c$	$d$	Вар	$a$	$b$	$c$	$d$
<b>1</b>	2	2	3	4	<b>11</b>	2	3	1	3
<b>2</b>	2	4	3	1	<b>12</b>	1	3	3	4
<b>3</b>	3	2	1	4	<b>13</b>	3	4	3	2
<b>4</b>	4	1	2	3	<b>14</b>	2	2	3	4
<b>5</b>	2	4	1	3	<b>15</b>	3	3	2	3
<b>6</b>	2	1	3	2	<b>16</b>	3	4	4	2
<b>7</b>	1	3	4	2	<b>17</b>	3	2	4	1
<b>8</b>	2	3	1	2	<b>18</b>	2	3	4	3
<b>9</b>	2	3	1	4	<b>19</b>	4	4	2	1
<b>10</b>	3	2	1	4	<b>20</b>	2	2	4	3

**Задание 4.** Вычислить обратную матрицу для матрицы  $A$  при помощи нахождения алгебраических дополнений, т.е. опираясь на формулу

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} & A_{41} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} & A_{42} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & A_{43} \\ A_{14} & A_{24} & A_{34} & A_{44} \end{pmatrix}$$

Таблица 5

Вар	Матрица $A$	Вар	Матрица $A$
<b>1</b>	$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$	<b>2</b>	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 10 & 3 & 6 \\ 6 & 10 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
<b>3</b>	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	<b>4</b>	$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & 7 \\ 2 & -1 & 2 & -3 \\ -5 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$
<b>5</b>	$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & -1,5 \end{pmatrix}$	<b>6</b>	$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
<b>7</b>	$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	<b>8</b>	$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$
<b>9</b>	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -10 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	<b>10</b>	$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$
<b>11</b>	$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	<b>12</b>	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -8 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
<b>13</b>	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$	<b>14</b>	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
<b>15</b>	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 24 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & 4 & 10 & 6 \\ 0 & -6 & 0 & -6 \end{pmatrix}$	<b>16</b>	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

<b>17</b>	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$	<b>18</b>	$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & -3 \\ 4 & 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$
<b>19</b>	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$	<b>20</b>	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$