

# 液体粘度测量的三种方法

陆思锐\*

December 8, 2015

## 摘要

粘度是流体的重要物理特性。粘度测量与石油、化工等工业技术的关系密切,生物、医学等领域也常用到粘度测量。粘度分为动力粘度和运动粘度,一般将动力粘度简称为粘度。本实验通过旋转法、落球法、毛细管法来测量液体粘度并研究温度与液体粘度的关系。

**关键词:** 粘度, 旋转, 落球, 毛细管

## 目录

<b>1 实验目的</b>	<b>2</b>
<b>2 实验原理</b>	<b>2</b>
2.1 粘度的定义 . . . . .	2
2.2 用旋转法测定液体粘度 . . . . .	2
2.2.1 液体粘度与温度的关系 . . . . .	4
2.3 用落球法测定液体的粘度的原理 . . . . .	4
2.4 用毛细管法测定液体的粘度 . . . . .	5
<b>3 实验仪器及注意事项</b>	<b>8</b>
3.1 基本仪器 . . . . .	8
3.2 注意事项 . . . . .	8
<b>4 实验步骤</b>	<b>9</b>
<b>5 实验数据</b>	<b>9</b>
5.1 用旋转法测定液体的粘度 . . . . .	9
5.2 用落球法测定液体的粘度 . . . . .	11
5.3 用毛细管法测定液体的粘度 . . . . .	11

---

\*清华大学物理系 基科 52 班 2015012206

<b>6 实验讨论</b>	<b>12</b>
6.1 旋转法 . . . . .	12
6.2 落球法 . . . . .	12
6.3 毛细管法 . . . . .	13
<b>7 致谢</b>	<b>13</b>

## 1 实验目的

- 了解液体粘度测量的原理;
- 用旋转法测量液体的粘度、粘度与温度的关系曲线;
- 比较旋转法、落球法和毛细管法等测量液体粘度的方法。
- 研究温度与液体粘度的关系

## 2 实验原理

### 2.1 粘度的定义

粘度分为动力粘度和运动粘度,一般将动力粘度简称为粘度。

流体流动时流层间存在着速度差和运动逐层传递。当相邻流层间存在速度差时,快速流层力图加快慢速流层,而慢速流层则力图减慢快速流层。这种相互作用随着流层间速度差的增加而加剧。流体所具有的这种特性称为粘性,流层间的这种相互作用力称为内摩擦力或粘性(滞)力。粘度是用来表示流体粘性程度的物理量,被定义为  $v_z = 0$  的稳定层流中剪切应力  $\tau_{xz} = \frac{\Delta F}{\Delta S}$  ( $F$  为切应力,  $S$  为表面积) 与剪切速率  $\frac{dv_x}{dz}$  之比值。

$$\tau_{xz} = \frac{\Delta F}{\Delta S} = \eta \frac{dv_x}{dz}$$

动力粘度的单位是帕[斯卡]秒,记作  $Pa \cdot s$

实际工作中常常直接测量运动粘度  $\nu$ , 其定义为(动力)粘度  $\eta$  与流体密度  $\rho$  之比

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

运动粘度的单位是二次方米每秒,  $m^2/s$

### 2.2 用旋转法测定液体粘度

实验中我们只讨论牛顿流体,即粘度  $\eta$  与  $\frac{dv_x}{dz}$  无关的液体。常见的水、轻质矿物油等较纯的流体都可以视为牛顿流体。

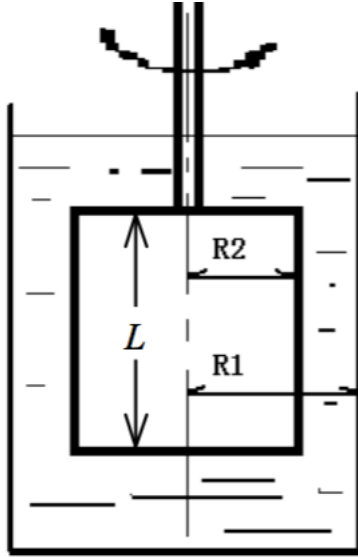


图 1: 旋转法装置图

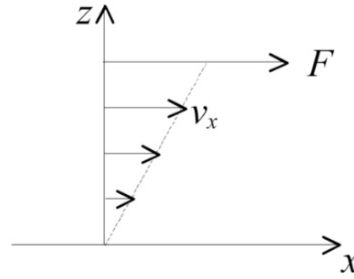


图 2: 原理示意图

旋转法测量原理如图1,

当转子在液体中以稳定速度转动时, 由牛顿内摩擦定律可知: 面层流时流层间的内摩擦力等于表面积  $S$ 、粘滞系数  $\eta$  和速度梯度  $\nabla v$  的乘积, 即

$$F = \eta S \frac{dv}{dr}$$

当液体产生稳定旋转时, 对于如图 4.2 所示的高度为  $L$  的环状薄层, 半径为  $r$  处的表面积  $S = 2\pi rL$ , 该面所受的内摩擦力在柱坐标系中沿切线方向, 其大小为

$$F_{\phi} = \eta S \left( -r \frac{d\omega}{dr} \right) = -2\pi\eta L r \left( r \frac{d\omega}{dr} \right)$$

式中的负号是因角速度  $\omega$  沿径向递减之故。稳态旋转时半径为  $r$  的柱面所受的力矩为常数, 设其值为  $M_1$ , 可得

$$M_1 = r F_{\phi} = -2\pi\eta L r^3 \frac{d\omega}{dr}$$

利用边界条件  $\omega|_{r=R_2} = \omega_0, \omega|_{r=R_1} = \omega_0$  可以得到

$$\omega = \frac{M_1}{4\pi\eta L r^2} + c$$

再利用边界条件可以得到

$$\eta = \frac{M_1(R_1^2 - R_2^2)}{4\pi L R_2^2 R_1^2} \cdot \frac{M_1}{\omega_0}$$

此即 Couette-Margules 公式。

## 2.2.1 液体粘度与温度的关系

Andrade 公式:

$$\eta = Ae^{E/kT}$$

$T$  为绝对温度,  $k$  为玻尔兹曼常数,  $A$ 、 $E$  为与液体分子结构有关的常数。测出样品液体二个以上不同温度的  $\eta(T)$  值, 即可定出  $E$ 、 $A$  的值。 $E$  称为分子粘流活化能。如果  $E$  用克分子活化能为单位, 公式中  $k$  应乘以阿佛加德罗常数  $N_A$ ,  $kN_A = R$  即摩尔气体常数。

## 2.3 用落球法测定液体的粘度的原理

当金属小圆球在粘性液体中下落时, 它受到三个铅直方向的力: 小球的重力  $\rho gV$  ( $V$  是小球体积、 $\rho$  是小球密度)、液体作用于小球的浮力  $\rho_0 gV$  ( $\rho_0$  是液体密度) 和粘滞力  $f$  (其方向与小球运动方向相反)。如果液体是无限深广的, 而且小球的半径  $r$  和下落速度  $v$  均较小 (Navier-Stokes 方程的惯性项被忽略), 则有

$$f = 6\pi\eta vr \quad (1)$$

上式称为斯托克斯公式, 其中  $\eta$  是液体的粘度,  $v$  是小球下落速度,  $r$  是小球的半径。小球开始下落时, 由于速度尚小, 所以阻力也不大; 但下落速度增大

$$\rho Vg = \rho_0 Vg + 6\pi\eta vr$$

于是, 小球作匀速直线运动。由上式可得:

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_0)gV}{6\pi v} = \frac{2(\rho - \rho_0)gr^2}{9v} \quad (2)$$

如已知  $r$ ,  $\rho$ ,  $\rho_0$  和  $v$  等值, 由测定匀速下落时的  $v$  值, 即能计算  $\eta$ 。实验时, 待测液体必须盛于容器中 (图3), 而小球则沿筒的中心轴线下降, 故不能满足无限深、广的条件, 式(2)须作修改

$$\eta_0 = \frac{2(\rho - \rho_0)gr^2}{9v(1 + 2.4\frac{r}{R_0})(1 + 3.3\frac{r}{H})} = \frac{1(\rho - \rho_0)gd^2}{18v(1 + 2.4\frac{d}{2R_0})(1 + 3.3\frac{d}{2H})}$$

其中  $d = 2r$ ,  $R_0$  为容器内半径,  $H$  为液柱高度。这是由于液体有边界, 所测得的  $v$  较理想情况的为小, 故须将式(2)等号右边项乘以小于 1 的因子, 这样才能算得正确的  $\eta$  值。

(1)式 (即斯托克斯公式) 成立的条件: 斯托克斯公式是由粘滞液体的普遍运动方程导出的, 要求小球的速度很小、球也很小, 归结为雷诺数

$$R = \frac{dv\rho_0}{\eta} \quad (3)$$

很小。 $R$  很小的条件是因为在解方程时略去了一项有  $R$  因子的非线性项, 如果考虑  $R$ , 方程的解为

$$f = 6\pi\eta vr(1 + \frac{3}{16}R - \frac{19}{1280}R^2 + \dots)$$

这叫做奥西恩-果尔斯公式。可以把由  $(3/16)R$  与  $(19/1280)R^2$  项看作是斯托克斯公式的一级修正项和二级修正项。如  $R = 0.1$  时, 则分别为, 零级解与一级解相差约 2%, 而二级修正项约  $2 \times 10^{-4}$  可不计; 如  $R = 0.5$ , 则零级解与一级解相差约 10%, 二级修正项约 0.5% 还可略去不计; 当  $R=1$  时, 二级修正项约 2%, 随着  $R$  的增大, 高次修正项的影响变大,(1)式在  $R$  不太大的条件下才成立。不妨认为  $Re \leq 0.1$  的时候成立。 $Re \leq 0.4$  的时候用一级近似, 有

$$f = 6\pi\eta vr(1 + \frac{3}{16}R)$$

将(3)式代入上式, 再考虑(1)式的修正, 可得

$$\eta_1 = \frac{1}{36} \frac{(\rho - \rho_0)gd^2}{v(1 + 2.4\frac{d}{2R_0})(1 + 3.3\frac{d}{2H})} - \frac{3}{16}\rho_0 dv = \eta_0 - \frac{3}{16}\rho_0 dv$$

$\eta_1$  是 1 级修正后的结果, $\eta_0$  是由(1)式算出的结果。如果用二级修正, 有

$$\eta_2 = \frac{1}{2}\eta_1 \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{19}{270} \left( \frac{\rho_0 dv}{\eta_1} \right)} \right)$$

长圆筒形玻璃容器如图3所示, 内盛待测液体, 筒上约 1/3 与 2/3 处刻有两条刻度线  $N_1, N_2$ , 两线之间的距离为  $h$ , 实验时, 当小球通过  $N_1$  时开始计时, 到  $N_2$  时停止记时。由此获得小球下落的速度  $v = h/t$ 。筒的旁边挂有一支温度计, 用以测量液体的温度, 温度计不要放入油中。另外还有两块磁铁, 用以取出小球。

落球的挑选: 用游标卡尺测量小球直径, 令小球转到不同的方向, 测量其直径 5-6 次, 如发现值相差很大, 应舍去。

小球密度  $14.3 \times 10^3 kg/m^3$ , 大球 ( $d=2$  毫米) 密度  $7.8 \times 10^3 kg/m^3$ 。注意: 取小球要特别小心, 不要丢失! 注意油必须静止、小球要圆、表面要清洁, 筒要铅直, 不要把油洒出筒外。

## 2.4 用毛细管法测定液体的粘度

毛细管粘度计, 根据 U 型管的结构, 液体在重力作用下流动, 测得 --- 定量液体流经上、下标线 E、F 需要的时间, 便可按照公式计算出液体的运动粘度值。

关于液体的粘度有泊肃叶 (Poiseuille) 公式, 即当液体在层流的情况下稳定地流过一均匀细管时,

$$dV = \frac{\pi r^4 \Delta p dt}{8\eta L} \quad (4)$$

其中  $dV$  为  $dt$  时间内流过液体的体积; $\Delta p$  为细管两端的压强差, $r, l$  分别为细管的内半径和长度,为液体的粘度。由4式可以求出  $\eta$ , 但是  $\Delta p, r, l$  等量难以测准, 所以一般用比较法测量。由4式得

$$\eta_2 = \eta_1 \frac{\rho_2 t_2}{\rho_1 t_1}$$

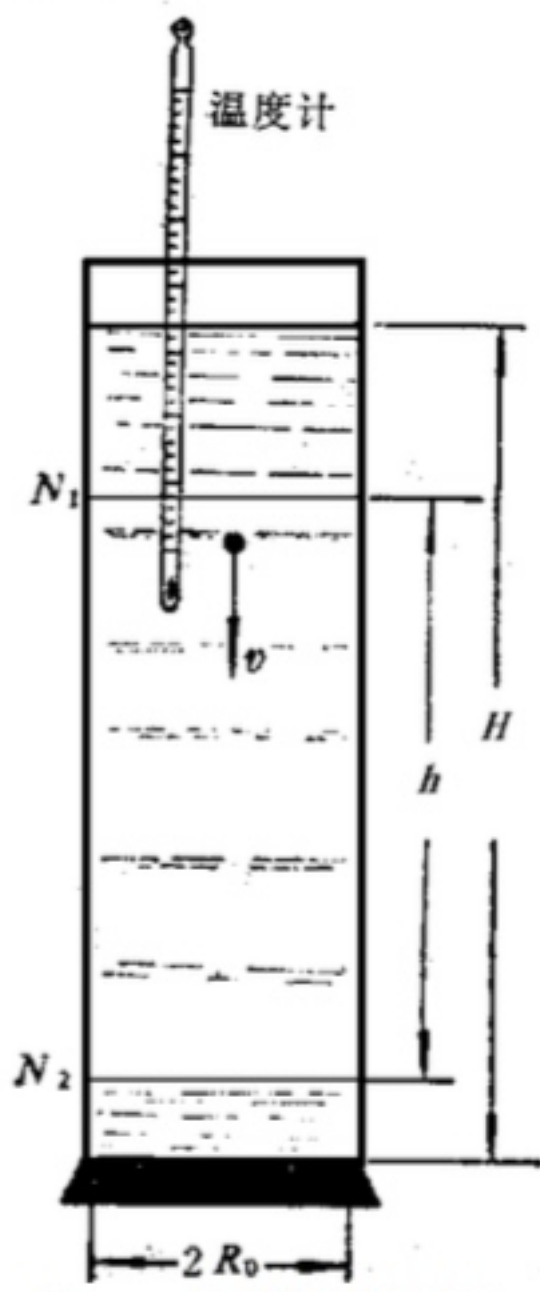


图 3: 落球法装置图

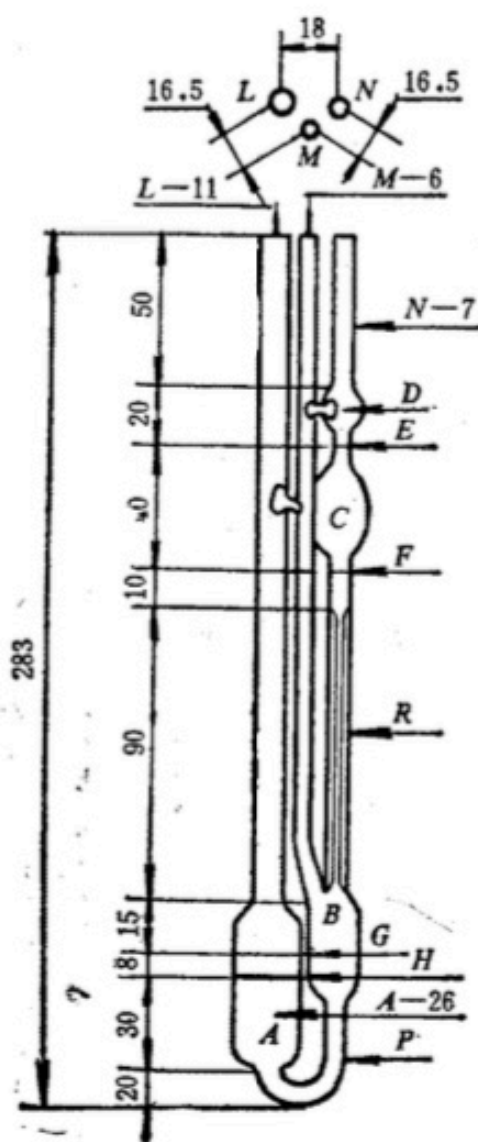


图4.4乌氏粘度计

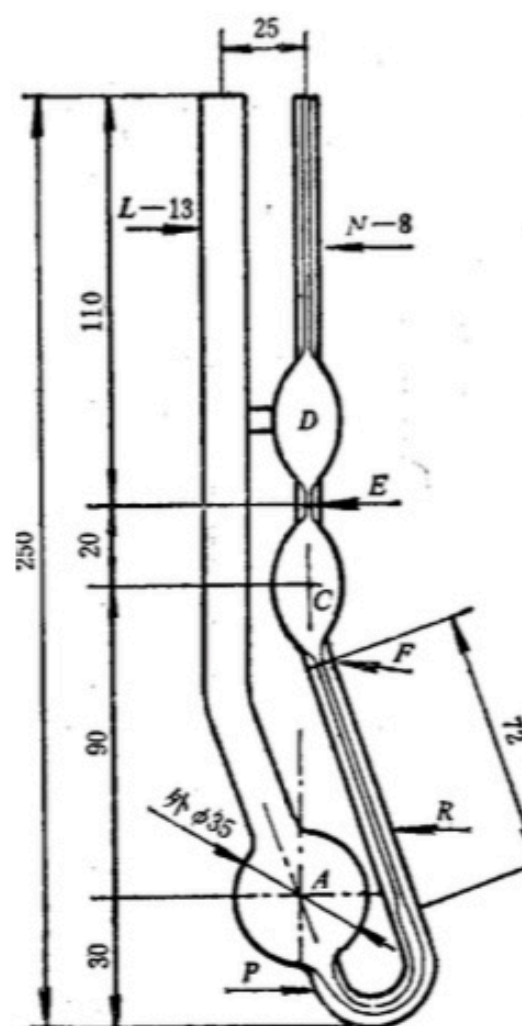


图4.5芬式粘度计

图 4:

由此可见, 如果已知  $\eta_1$  则根据  $\rho_1\rho_2$  测出  $t_1, t_2$ ; 就可以求得  $\eta_2$ 。这样, 我们只要用绝对测量法测准一种液体的粘滞系数, 就可以相对地测定其他液体的粘滞系数, 从而省去了  $l, r, V, \Delta p$  等量的测量. 用比较法测  $\eta$  时, 需要保证在同一条件下进行实验. 同一个  $r, l$  是由仪器本身满足的; 同一个  $v$  要在测量时予以保证; 还要保证粘滞器都维持铅直; 在同一个温度下进行实验。

## 3 实验仪器及注意事项

### 3.1 基本仪器

1. 旋转粘度计
2. 恒温水浴箱
3. 盛有蓖麻油的长圆筒型玻璃容器
4. 直径为 1mm 和 1.2mm 的金属球
5. 芬氏粘度计
6. 游标卡尺
7. 秒表
8. 游标卡尺

### 3.2 注意事项

**毛细管粘度计**的使用是否正确, 与很多因素有关, 如温度影响, 装置震动的影响, 检定用标准液、标准温度计、秒表等准确程度的影响, 以及调节垂直度, 记录时间, 操作者主观因素等影响。

粘度计的清洗是粘度测定中十分重要的环节, 粘度计内壁如不清洁, 液体在里面流动将受到不应有的阻力或滑动, 影响流出时间的正常测定. 有时, 同一个系列的粘度计重复测量液体的流动时间长短相差很大, 造成重复性超差使整组测定数据无效. 有时在一个系列里重复性没有超差, 但进行平行测定时, 两个系列数据超出允许误差范围, 而必须重新清洗, 重新进行测定。

本实验使用**乌氏粘度计**。乌氏粘度计适用于透明液体的测量, 乌氏粘度计在 U 型结构上, 毛细管的下端加一个悬挂水平球, 悬挂水平球的左上方接一个管 M, 这一结构上的特点便形成了乌氏粘度计的优点, 见图。



## 4 实验步骤

- 用**旋转法**测量蓖麻油在室温下至  $60^{\circ}\text{C}$  范围内的粘度变化, 绘出粘温曲线并与公式比较。
- 不变换测定容器和转子 (系数因子: 10), 用毕不用洗。
- $45^{\circ}$  以下  $\eta$  变化快, 采点间隔为  $2 \sim 3^{\circ}\text{C}$ ,  $45 \sim 60^{\circ}\text{C}$ : 采 3 点即可。
- 用**落球法**测定液体的粘度: 取小球测量其直径 6 次, 然后将其放入盛有**蓖麻油**的长圆筒形玻璃容器中, 待其通过第一根刻度时开始计时, 经过第二根刻度时计时结束。测量量刻度间间距, 玻璃筒内径, 第二根刻度线与桶底的距离。
- 1.2mm 和 1.0mm 两种直径的小球各测一组, 小球不需要取出。仅仅对 (5.9.9) 式结果计算  $U_{\eta}$  另外两个不计算  $U$  不做油桶倾斜。选作小球偏离  $D/3$

**毛细管法** (标准液为水, 待测液为酒精)

- 粘度计在测量前用自来水反复冲洗, 最后用蒸馏水冲洗, 吹干。然后用自来水将乌式粘度计冲净, 用少量纯水冲洗两次, 将纯水经 L 注入 A 中, 液面达到  $m_4$  和  $m_3$  之间 (约 15ml), 粘度计放在架子上, 注意不要拧紧, 以免夹碎粘度计, 粘度计垂直放置。
- 给 L 管打气, 当 M 管液面超过 B 泡时, 堵住 M 管, 当液面达到 D 泡一半时, 停止打气, 放开 M 管, 当液面通过  $m_1m_2$  区间时计时, 选取适当的粘度计, 使其在粘度计内的流动时间不小于 200 s (因条件限制, 该实验只有一种粘度计, 流动时间小于 200s)。
- 测酒精粘度: 倒出纯水, 用注射器抽取少量未知液体, 注入粘度计, 冲洗两次, 以下与测量纯水相同。
- 数据处理

## 5 实验数据

### 5.1 用旋转法测定液体的粘度

$k=10$

可见理论值和测得值有一定差距, 这可能是因为温度不准。具体分析在讨论中。

表 1: 旋转法实验数据

温度 $T(^{\circ}C)$	a	$\eta$	$\ln \eta$	$1/T$
26.0	59.0	0.590	-0.5276327	0.003342805
28.0	55.0	0.550	-0.597837	0.003320604
30.0	46.0	0.460	-0.7765288	0.003298697
32.0	40.0	0.400	-0.9162907	0.003277077
34.3	34.0	0.340	-1.0788097	0.003252561
35.9	30.0	0.300	-1.2039728	0.003235722
36.4	29.0	0.290	-1.2378744	0.003230496
37.5	25.0	0.250	-1.3862944	0.003219057
38.5	23.5	0.235	-1.4481698	0.003208728
39.0	22.0	0.220	-1.5141277	0.003203588
40.0	20.0	0.200	-1.6094379	0.003193358
41.0	19.0	0.190	-1.6607312	0.003183193
42.0	18.0	0.180	-1.7147984	0.003173092
43.0	17.0	0.170	-1.7719568	0.003163056
44.0	16.0	0.160	-1.8325815	0.003153082
45.0	15.0	0.150	-1.89712	0.003143171
50.0	11.0	0.110	-2.2072749	0.003094538
55.0	9.0	0.090	-2.4079456	0.003047387
60.0	7.0	0.070	-2.65926	0.003001651
B	6605.38681	$s_B$	172.936022	$U_B$ 360.7382211
$\ln A$ 截距	-22.614323	$s_{\ln A}$	0.55306176	$U_{\ln A}$ 1.153666624
A	1.5091E-10			$U_A$ 1.74102E-10
理论计算值	0.70629405			
蓖麻油粘度	0.7559195			

## 5.2 用落球法测定液体的粘度

$$\eta = \frac{1}{18} \frac{(\rho - \rho_0)gd^2}{v}$$

表 2: 落球法数据

	小球直径 d/m	室温 T	t/s
1	0.001200	23.5	40.37
2	0.001185	D/m	$U_D$
3	0.001185	0.05890	0.00002
4	0.001180	h/m	$U_h/m$
5	0.001195	0.2350	0.0005
6	0.001205	H/m	$U_H/m$
7	0.001200	0.1200	0.0005
8	0.001190	$\rho_0(kg/m^3)$	$U_\rho(kg/m^3)$
d	0.001193	959.571	5.E+01
标准差	8.86E-06	$\rho(kg/m^3)$	
相对标准差	0.74%	7.80E+03	
A 类不确定度	8.2E-06	粘度 (未修正)	9.10E-01
B 类不确定度	0.000004	雷诺数	5.95E-02
不确定度	9.12E-06	奥森近似	9.20E-01
相对不确定度	0.76%	最终修正	8.65E-01
结果	0.0011193 ± 0.000009		

只计算未修正的时候的不确定度

$$U_\eta = \eta \sqrt{\left(\frac{U_{\rho_0}}{\rho_0 - \rho}\right)^2 + 4\left(\frac{U_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{U_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{U_t}{t}\right)^2} = 0.013$$

相对不确定度为 1.43% 最终得到

$$\eta = 0.91 \pm 0.01 Pa \cdot s$$

## 5.3 用毛细管法测定液体的粘度

酒精和水都取用 14ml

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{\nu_w}{t_w} t = \left(\frac{\eta_w}{\rho_w t_w}\right) t$$

查表可得水在 22° 时为 997.8003kg/m<sup>3</sup>, 25° 时为 997.0751kg/m<sup>3</sup>。实验室室温为 23.5°, 不妨取两者的平均值为 997.4377kg/m<sup>3</sup>

根据 [3] 纯水的粘度有经验公式

$$\eta_{H_2O} = 4.040625 \times 10^{-2} \exp \frac{418.6322}{t + 110.4}$$

代入可得到水的粘度为 0.921mPa

测得  $t_{water} = t_w = 147.73s, t = 247.32s$  (已经换成了 10 进制) 那么可算得

$$\nu = 0.00155 Pa \cdot s$$

似乎和文献中的标准值有一定差距, 这可能是因为酒精纯度不够 (粘度计里面有水或者酒精本身纯度就不够)。

## 6 实验讨论

### 6.1 旋转法

1. 等待时间不够久的话温度不会稳定, 恒温水浴仪的温度可能会与设定的温度不同。有可能高也有可能低。
2. 应该读取粘度计的温度而不是水浴仪的温度。可以通过观察粘度指针是否晃动来判断是否稳定了。
3. 要适当安置好粘度计的转子使其浸没在液体中、两轴线要重合, 尽量使之没用晃动。
4. 有一个关于数据处理的疑问。由不确定度公式有  $\frac{U_A}{A} = U_{\ln A}$ , 当  $\ln A$  很大的时候, 相对不确定度可以非常轻易地超过 1。

### 6.2 落球法

1. 实验中皮筋要碎片, 读数的时候视线要和皮筋平面平齐。避免视差
2. 公式成立的条件是小球已经达到匀速。用简单的近似估算可以得出, 小球加速距离很短。文献 [1],[5]
3. 当小球偏离轴线时, 受到的阻力会变大。时间变长, 文献 [4] 得出时间和偏离距离经验上成二次函数关系。导致粘度系数偏大, 当偏离  $D/3$  时误差为 0.3% 左右。
4. 我们发现测量值比旋转法和理论计算的都大, 这可能是因为蓖麻油容易挥发, 也可能是因为温度计测量的室温不是蓖麻油的温度, 而蓖麻油对温度比较敏感。
5. 本来是应该把球用磁铁吸出来重复实验的, 但是油底球太多了所以只能放弃。

## 6.3 毛细管法

1. 这个实验很难评定不确定度，所以就不评定了。
2. 由于时间较长且多次测量误差比较小，可以只测一组数据。
3. 可以使用洗耳球将液体从一边吹回初始状态，不需要重新配置即可再次测量，多次测量可以提高精度。
4. 通过查资料，发现实验数据有一定出入，可能是因为酒精不纯造成的。

## 7 致谢

感谢物理 52 刘良洋同学, 我们对某些问题进行了有益的讨论。

## 参考文献

- [1] 张兆钧. 用落球法测量 实验中小球下落速度的辨析. 物理实验, (05), 1995.
- [2] 朱鹤年. 基础物理实验教程-物理测量的数据处理与实验设计. 高等教育出版社, 2003.
- [3] 朱鹤年. 新概念基础物理实验讲义. 清华大学出版社, 2013.
- [4] 李向亭, 张海燕, and 王瑗. 落球法测量粘滞系数中的边界问题——水立方的魔力之谜. In 2009 年全国高等学校物理基础课程教育学术研讨会, 2009.
- [5] 王丽娟 and 张平. 探究落球法测液体黏度实验中小球达匀速运动所需的时间. 物理实验, 29(01):37-39, 2009.