

随机过程

条件期望

嵌套

1. 基于事件的条件概率

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

全概率公式

2. 随机变量的条件分布

$$P\{X=x_i | Y=y_j\} = \frac{P_{ij}}{P_j}$$

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x,y)}{f(y)}$$

随机变量 X 在 $Y=y$ 上

条件密度函数

不妨将其看作一种特殊的随机变量

期望

第三层: 随机变量的条件分布的期望

$$E[X|Y=y] = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x,y) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx}$$
 是关于 y 的函数

$g(y): y \rightarrow E[X|Y=y]$ $g(y)$ 是随机变量 Y 的函数

第四层: 条件数学期望 记为 $E(X|Y)$ 称作 X 关于 Y 的条件期望函数

例:

条件期望的属性

1. 全期望公式: $E[E(X|Y)] = E[X]$

离散时,

连续时, 证明?

$E(X|Y)$ 的物理意义:

(1) $E(X)$ 是对所有样本点, 随机变量 X 取值全体的加权平均

(2) $E(X|Y=y)$ 是局限在 $Y=y$ 区间上的样本点, 随机变量 X 的取值局部的加权平均