

2023春-计算方法-第二次上机作业说明文档

1 实验目的

通过使用C/C++语言实现下面两种线性方程组求解的算法：

- 列主元Gauss消元
- Gauss-Seidel迭代法

分析比较两种算法的表现。

2 实验要求

考虑两点边值问题

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = a, & 0 < a < 1 \\ y(0) = 0, y(1) = 1 \end{cases}$$

容易知道它的精确解为

$$y = \frac{1-a}{1-e^{-1/\varepsilon}} (1-e^{-x/\varepsilon}) + ax$$

为了把微分方程离散, 把 $[0, 1]$ 区间 n 等分, 令 $h = \frac{1}{n}$,

$$x_i = ih, \quad i = 1, 2, \dots, n-1,$$

得到差分方程

$$\varepsilon \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{h^2} + \frac{y_{i+1} - y_i}{h} = a,$$

简化为

$$(\varepsilon + h)y_{i+1} - (2\varepsilon + h)y_i + \varepsilon y_{i-1} = ah^2,$$

从而离散后得到的线性方程组的系数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} -(2\varepsilon + h) & \varepsilon + h & & & \\ \varepsilon & -(2\varepsilon + h) & \varepsilon + h & & \\ & \varepsilon & -(2\varepsilon + h) & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \varepsilon + h \\ & & & \varepsilon & -(2\varepsilon + h) \end{bmatrix}$$

对 $\varepsilon = 1, a = \frac{1}{2}, n = 100$, 分别用列主元Gauss消元法, Gauss-Seidel迭代方法求线性方程组的解, Gauss-Seidel方法要求有 4 位有效数字, 然后比较与精确解的误差。

对 $\varepsilon = 0.1, \varepsilon = 0.01, \varepsilon = 0.0001$, 考虑同样的问题。

程序实现完毕后, 应撰写实验报告。实验报告中应包含如下内容：

1. 标题、学号、姓名。
2. 实验结果与分析。输出算法的求得的线性方程组的解 y 。将求得的解 y 与精确解做比较。比较两种算法的运行表现。如果算法无法运行，分析原因。
3. 请以文字方式或作图说明实验结果和分析。

3 提交要求

3.1 提交方式

请提交源代码和实验报告。新建目录，并以“HW2-学号-姓名”方式命名，该目录下应包含如下内容：

- src\ （文件夹，存放你的源代码）
- report.pdf （你的实验报告）

将该文件夹以压缩包方式（压缩包命名方式为“HW2-学号-姓名.zip”
发送到课程邮箱 comp_method@163.com，邮件标题和压缩包同名。

3.2 截止时间

在4月9日23:59分前提交。若有特殊情况请向助教说明。