



自动控制原理实验 A(1) 实验报告

院(系)名称		<u> </u>
学	号	16231235
姓	名	李谨杰
指导教师		

2018年10月23日

实验一 二阶系统的电子模拟及时域响应的动态测试

实验时间: 2018.11.23 实验编号: 同组同学: 无

一、实验目的

- 1. 精通在电子模拟机上建立典型环节系统的方法。
- 2. 掌握阶跃响应的测试方法。
- 3. 理解一、二阶系统阶跃响应及其性能指标与参数之间的关系。

二、实验内容

- 1. 建立一阶系统的电子模型,观测并记录在不同时间常数 T 时的跃响应曲线,并测定其过渡过程时间 TS,填写表格。
- 2. 建立二阶系统的电子模型,观测并记录在不同阻尼比 ζ 时的跃响应曲线,并测定其超调量 σ %及过渡过程时间 TS,填写表格。

三、实验原理

一阶系统: 系统传递函数为: $\phi(S) = \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{K}{TS+1}$

模拟运算电路如图 1-1 所示:

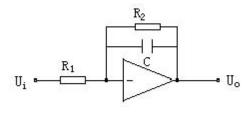


图 1-1

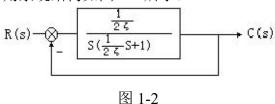
由图 1-1 得
$$\frac{U_0(S)}{U_1(S)} = \frac{R2/R1}{R_2CS+1} = \frac{K}{TS+1}$$

在实验当中始终取 R2= R1,则 K=1, T= R2C 取不同的时间常数 T 分别为: 0.25、0.5、1

2. 二阶系统:

其传递函数为:
$$\phi(S) = \frac{C(S)}{R(S)} = \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2}$$

令 ω_n =1 弧度/秒,则系统结构如图 1-2 所示:



根据结构图,建立的二阶系统模拟线路如图 1-3 所示:

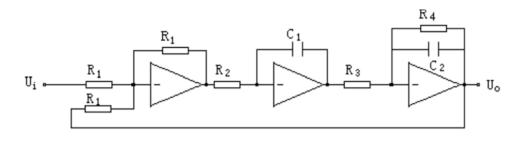


图 1-3

四、实验设备

- 1. 数字计算机
- 2. 电子模拟机
- 3. 万用表
- 4. 测试导线

五、实验步骤

- 1. 熟悉 HHMN-1 型电子模拟机的使用方法,将各运算放大器接成比例器,通电调零。
- 2. 断开电源,按照实验说明书上的条件和要求,计算电阻和电容的取值,按照模拟线路图搭接线路。
- 3. 谨慎连接输入、输出端口,不可接错(参见注意事项1)。线路接好后, 经教师检查后再通电。
- 4. 在 Windows 桌面用鼠标双击"MATLAB"图标后进入,在命令行处键入 "autolab"进入实验软件系统。
- 5. 在系统菜单中选择实验项目,选择"实验一",在窗口左侧选择"实验模型",其它步骤察看概述 3.2 节内容。
- 6. 观测实验结果,记录实验数据(参见注意事项2),及时绘制实验结果图形(参见注意事项3),填写实验数据表格,完成实验报告。
 - 7. 研究性实验方法。

实验者可自行确定典型环节传递函数,并建立系统的 SIMULINK 模型,验证自动控制理论相关的理论知识。实现步骤可察看概述 3.3 节内容。

六、实验结果

1. 一阶系统

Т	0.25	0.5	1
R2	250k Ω	500 Ω	1M Ω
С	1uF	1uF	1uF
Ts 实测/s	0.78	1.77	3.21
Ts 理论/s	0.75	1.50	3.00
阶跃响应曲线	图 1-4	图 1-5	图 1-6

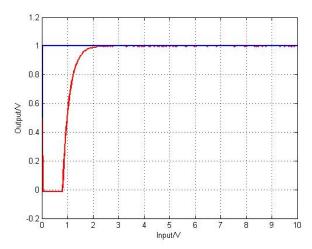


图 1-4 一阶系统阶跃响应 T=0.25 实测曲线

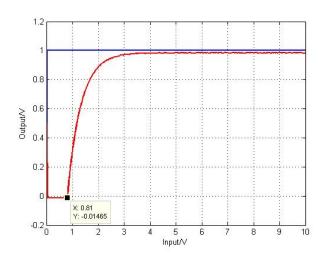


图 1-5 一阶系统阶跃响应 T=0.50 实测曲线

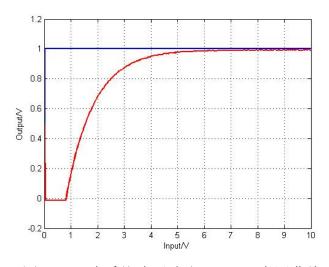


图 1-6 一阶系统阶跃响应 T=1.00 实测曲线

2. 二阶系统:

=- —					
ς	0.250	0.500	0.707	1.000	
R4	$2M\Omega$	$1 \mathrm{M}\Omega$	$707 \mathrm{k}\Omega$	500kΩ	

C2	1uF	1uF	1uF	1uF
σ%实测	44%	15.2%	4.0%	0%
σ%理论	44.5%	16.3%	4.3%	0
Ts 实测/s	11.1	5.31	3.09	5.25
(5%)Ts 理论/s	10.8	5.30	2.95	4.75
阶跃响应曲线	图 1-7	图 1-8	图 1-9	图 1-10

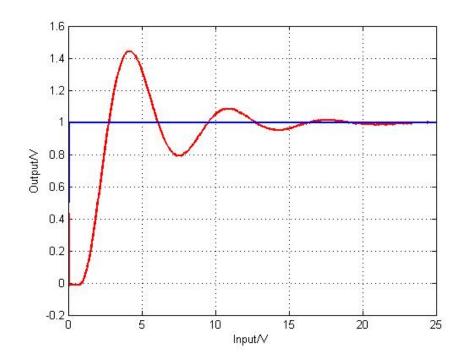


图 1-7 二阶系统阶跃响应 ξ =0.25 实测曲线

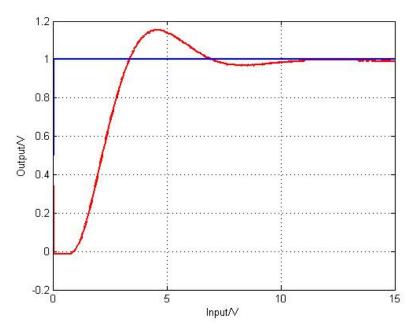


图 1-8 二阶系统阶跃响应 ξ =0.5 实测曲线

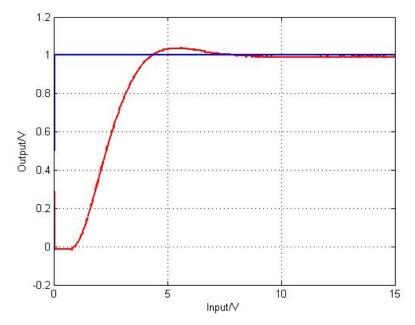


图 1-9 二阶系统阶跃响应 ξ =0.707 实测曲线

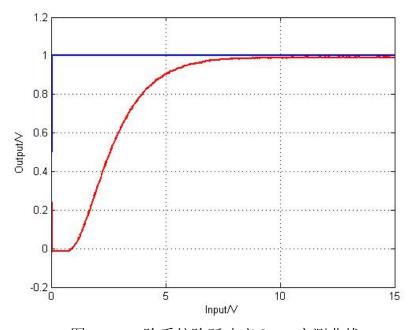


图 1-10 二阶系统阶跃响应 ξ=1 实测曲线

七、结果分析

1. 误差分析

一阶系统:

计算调节时间误差的公式为: $\frac{\left|T_{s^{\frac{17}{2}}}-T_{s^{\frac{1}{2}}}\right|}{T_{s^{\frac{17}{2}}}} \times 100\%$

经计算:

T ./	0.25	0.5	1
1/S	0.25	0.5	1

沿芜	40/	100/	70/
	470	1070	/ 70

二阶系统:

计算调节时间误差的公式为: $\frac{\left|T_{s^{2}}-T_{s^{2}}\right|}{T_{s^{2}}} \times 100\%$

计算超调量误差的公式为: $\frac{\left|\sigma_{\text{\tiny TM}}-\sigma_{\text{\tiny SM}}\right|}{\sigma_{\text{\tiny TM}}} \times 100\%$

经计算,结果为:

ς	0.250	0.500	0.707	1.000
Ts 误差	2.78%	0.19%	4.75%	10.53%
超调量σ误差	1.12%	6.75%	6.98%	

从实验结果可以看出,无论是一阶系统还是二阶系统,均有不同程度的误差。 可能的原因有以下几点:

- 1. 实际电路电阻、电感的值与理想值有出入,造成随机误差。
- 2. matlab 横坐标与游标的精度不够,造成读数时存在约等的情况,造成误差。
- 3. 实际电路产生阶跃信号有一定的延迟时间,对延迟时间长度的判断会造成误差。
 - 4. 运放的放大倍率有限,与理想的无限放大倍率不同。
 - 5. 实验 AD 转换时可能造成误差。

2. 性能指标分析

- (1) 一阶系统
 - 1. 单位阶跃响应是单调上升曲线。
- 2. 曲线特性由 T 唯一决定, T 越小, 过渡过程进行的越快, 系统的快速性越好。
 - 3. 没有稳态误差。
 - (2) 二阶系统
- 1. 平稳性:由曲线可以看出,阻尼比 ς 越大,超调量 σ 越小,响应的振荡倾向越弱,平稳性越好。反之阻尼比 ς 越小,超调量 σ 越大,振荡越强,平稳性越差。
- 2. 快速性:由曲线的对比可以看出, ς 过大,如接近于 1,系统响应迟钝,调节时间 Ts 长,快速性差; ς 过小,虽然响应的起始速度较快,但因为振荡强烈,衰减缓慢,所以调节时间 Ts 也长,快速性差。从实验中可以看到 ς =0.707 时,Ts 最短,即快速性最好,此时的平稳性也让人满意。
- 3.稳态精度:对于欠阻尼和临界阻尼的情况下,单位阶跃响应是不存在稳态误差的。

八、收获、体会及建议

第一次自控实验让我充分了解了自控实验的实验流程,加深了对一二阶系统阶跃响应的认识。通过这次实验我明白,只有经过充分的预习与 MATLAB 仿真,才可以高效率,高精度地完成实验。

附录 MATLAB 代码

```
clc;
clear;
k=1;
t=0:0.05:20;
G=tf(1,[1,2*k,1]);
step(G,t);
title('二阶曲线');
xlabel('t/s');
ylabel('c(t)');
```

实验二 高阶系统性能分析与数值仿真实验

实验时间: 2018.11.6 实验编号: 同组同学: 无

一、实验目的

通过本实验掌握利用四阶龙格一库塔法进行控制系统数字仿真的方法,并分析系统参数改变对系统性能的影响。

二、实验内容

1、高阶系统稳定性分析

已 知 系 统 结 构 图 如 图 2.1 所 示 。

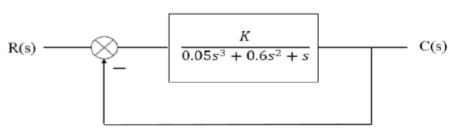
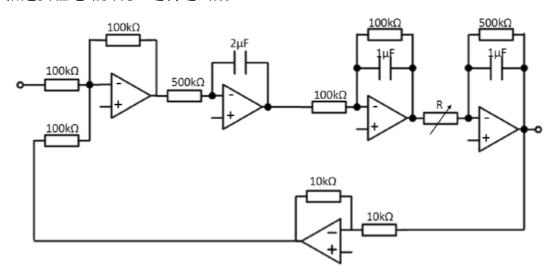


图 2.1 系统结构图 1

计算闭环系统的临界稳定增益 K。分别采用劳斯(Routh)判据和根轨迹法求解。

分别取 3 个 K 值,使系统产生衰减振荡、等幅振荡、发散振荡。(采用 Matlab 进行仿真,得到三种情况下的响应曲线)

搭建实验电路实现上述传递函数。



开环增益 K=500k Ω/R , 调整可变电阻 R 可以改变 K 值

2、控制系统数值仿真

已知系统结构图如图 2.2 所示。

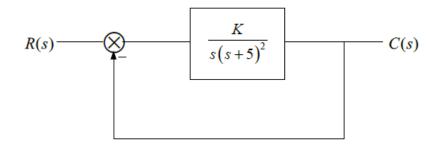


图 2.2 系统结构图 2

若输入为单位阶跃信号, 计算当超调量分别取为 5%、25%和 50%时 K 的取值(用主导极点方法估算), 并根据确定的 K 值在计算机上进行数字仿真。

三、实验原理

1. 四阶一龙格库塔法

若一阶微分方程如下:

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = f(t, y(t)) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$
 (2-4-1)

则在 $t_{n+1}(t_{n+1} > t_0)$ 处, $y(t_{n+1})$ 的近似值为

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$
 (2-4-2)

式中:

$$h = t_{n+1} - t_n$$

$$k_1 = f(t_n, y_n)$$

$$k_2 = f(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_1)$$

$$k_3 = f(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_2)$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

如果微分方程是如下形式的向量微分方程:

$$\begin{cases}
\dot{X}(t) = F\left(t, X(t), u(t)\right) \\
X(0) = X_0
\end{cases}$$
(2-4-3)

其中,X(t)是 m 维向量,t 和 u(t)均为标量,则在 $t_{n+1}(t_{n+1} > t_0)$ 处, $X(t_{n+1})$ 的近似值为:

$$X_{n+1} = X_n + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)$$
 (2-4-4)

式中:

$$h = t_{n+1} - t_n$$

$$K_1 = F(t_n, X_n, u(t_n))$$

$$K_2 = F(t_n + \frac{h}{2}, X_n + \frac{h}{2}K_1, u(t_n))$$

$$K_3 = F(t_n + \frac{h}{2}, X_n + \frac{h}{2}K_2, u(t_n))$$

$$K_4 = F(t_n + h, X_n + hK_3, u(t_n))$$

$$n = 0.1.2.....$$

2. 控制系统仿真

设系统的闭环传递函数为:

$$\varphi(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{c_1 s^{n-1} + c_2 s^{n-2} + \dots + c_{n-1} s + c_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$
(2-4-5)

引入中间变量 v(s),则上式可化为 $\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{y(s)}{v(s)} \cdot \frac{v(s)}{u(s)}$

令:

$$\frac{v(s)}{u(s)} = \frac{1}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$
 (2-4-6)

$$\frac{y(s)}{v(s)} = c_1 s^{n-1} + c_2 s^{n-2} + \dots + c_{n-1} s + c_n$$
 (2-4-7)

由以上两式可得如下两个微分方程

$$v^{(n)}(t) + a_1 v^{(n-1)}(t) + \dots + a_{n-1} \dot{v}(t) + a_n v(t) = u(t)$$
 (2-4-8)

$$y(t) = c_1 v^{(n-1)}(t) + c_2 v^{(n-2)}(t) + \dots + c_{n-1} \dot{v}(t) + c_n v(t)$$
(2-4-9)

令:

$$v^{(n-1)}(0) = v^{(n-2)}(0) = \dots = \dot{v}(0) = v(0) = 0$$

$$x_1(t) = v(t), x_2(t) = \dot{v}(t), \dots, x_n(t) = v^{(n-1)}(t)$$

则式(2-4-8)可化为如下一阶微分方程组:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1}(t) = x_{2}(t) \\ \dot{x}_{2}(t) = x_{3}(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) = x_{n}(t) \\ \dot{x}_{n}(t) = -a_{n}x_{1}(t) - a_{n-1}x_{2}(t) - \dots - a_{1}x_{n}(t) + u(t) \end{cases}$$

$$(2-4-10)$$

式(2-4-9)可写成:

$$y(t) = c_n x_1(t) + c_{n-1} x_2(t) + \dots + c_1 x_n(t)$$
 (2-4-11)

方程(2-4-10)和(2-4-11)可写成如下向量形式:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + bu(t) \\ y(t) = cX(t) \\ X(0) = 0 \end{cases}$$
 (2-4-10)

这里 X(t)为 n 维列向量,u(t)为标量,A 为 $n \times n$ 常数矩阵,b 为 n 维列向量,c 为 n 维行向量,并分别具有如下形式:

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \qquad c = [c_n, c_{n-1}, \cdots, c_1]$$

对比式(2-4-3)可得, F(t,X(t),u(t)) = AX(t) + bu(t)

四、实验设备

- 1. 数字计算机
- 2. 模拟机

五、实验步骤

高阶系统稳定性分析

- 1. 分别采用劳斯判据和绘制根轨迹方法计算 K 值 (要写出计算过程);
- 2. 根据结果选取 3 种情况下的 K 值,代入系统进行 Matlab 仿真;
- 3. 将三种情况的响应曲线记录保存。

控制系统数值仿真

- 1. 绘制系统根轨迹。
- 2. 参照系统根轨迹,分析系统性能,并确定主导极点,适当简化系统。
- 3. 计算系统阶跃响应超调量分别取为 5%、25%和 50%时 K 的取值。
- 4. 根据图 2.4.2,编写数值仿真程序。源程序代码附在报告里,并进行必要的注释。若选取计算步长为 h,输出打印步长为 mh(m 为正整数),共计算 N步,则程序框图如下:

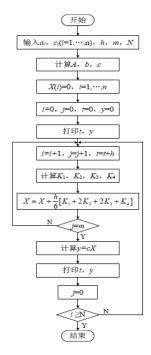


图 2.4.1 程序框图

- 5. 根据确定的 K 值在计算机上进行数字仿真,绘制不同 K 值下的系统阶跃响应曲线。
 - 6. 分析系统阶跃响应曲线, 计算性能指标与设计要求进行比较。

六、实验结果

6.1 高阶系统稳定性分析

1. 分别采用劳斯判据和绘制根轨迹方法计算 K 值 (要写出计算过程);

1) 劳斯判据法

系统的闭环特征方程为

$$D(s)=0.05 \times s^3+0.6 \times s^2+s+K$$

列出劳斯表为:

0.05	1
0.6	K
<u>0.6 – 0.05K</u>	0
0.6	
0.05	0
	$ \begin{array}{r} 0.6 \\ \hline 0.6 - 0.05K \\ \hline 0.6 \end{array} $

若使临界稳定,则有

$$0.6 - 0.05 * K = 0$$

所以 K=12。

2) 根轨迹法

用 matlab 绘制根轨迹为:

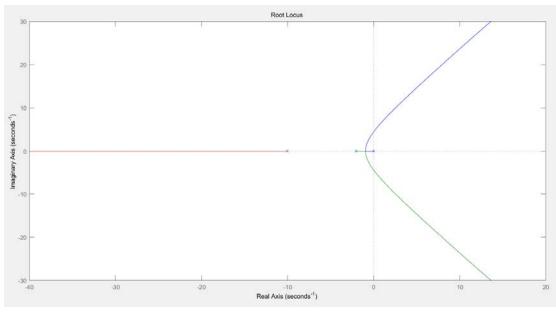


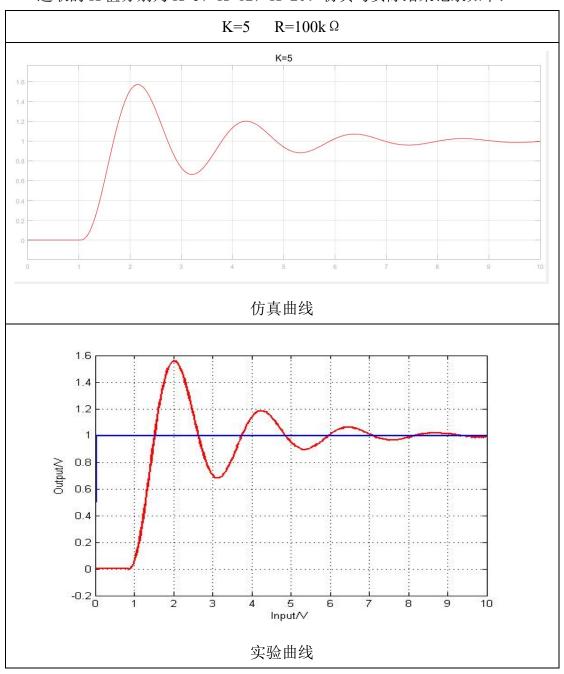
图 6.1 系统根轨迹图

求得临界增益 K=12。

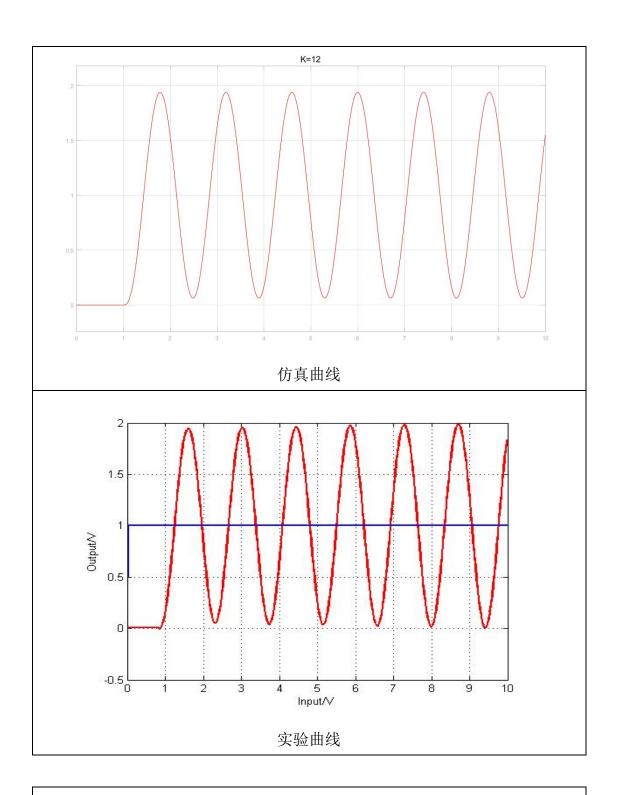
或者将 s=jw 代入闭环特征方程,实部虚部分别等于零,解得 K=12。

2. 仿真与实验

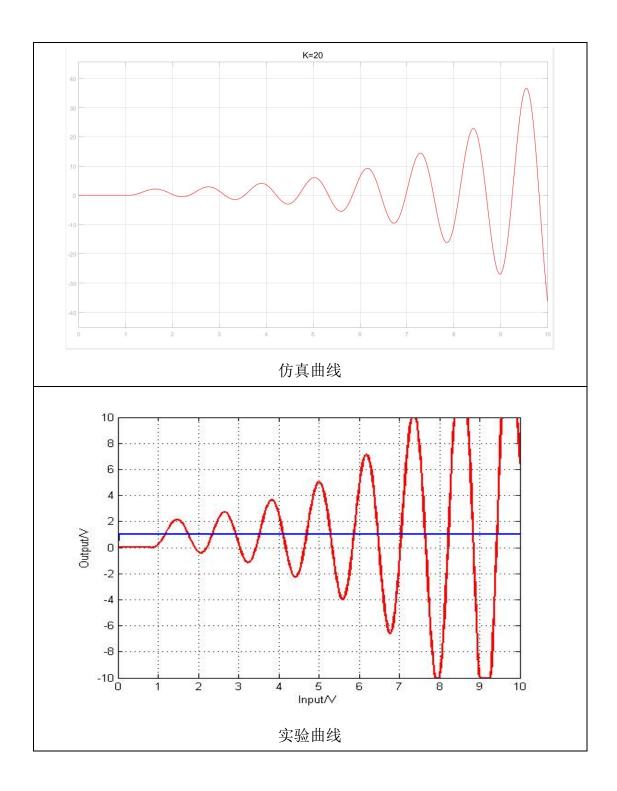
选取的 K 值分别为 K=5, K=12, K=20。仿真与实际结果记录如下:



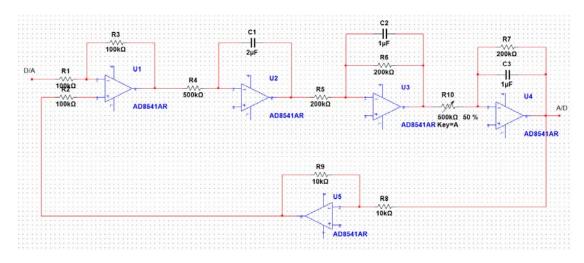
K=12 $R=38k \Omega$



$K=20 R=25k \Omega$

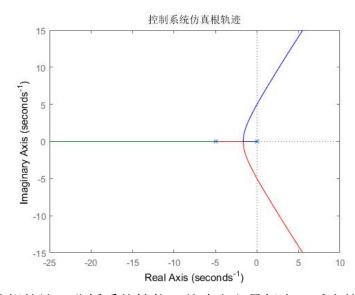


6.2 控制系统数值仿真



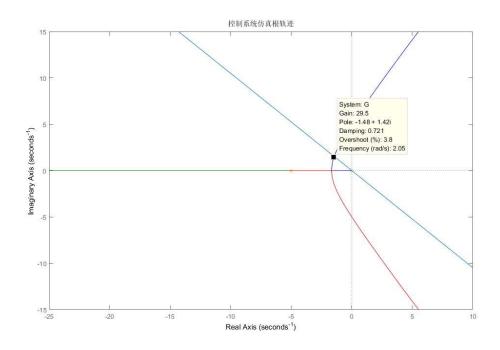
实验电路图

1. 绘制系统根轨迹。



2. 参照系统根轨迹,分析系统性能,并确定主导极点,适当简化系统。

主导极点为闭环传递函数中的离虚轴较远的极点。根轨迹里,做一条过原点,与负实轴夹角的余弦为阻尼比的直线,交点即为该阻尼比下的零点。以超调量 5% 为例,经计算知阻尼比为 0.690, 画直线如下:



直线与根轨迹交于上下两点以及零点, 距离虚轴最近的有上下两个点, 故主导极点有两个, 可以用二阶系统近似研究该系统。

- 3. 计算系统阶跃响应超调量分别取为 5%、25%和 50%时 K 的取值。
 - 1) 计算 K 值
- 二阶系统单位阶跃响应的超调量

$$\sigma\% = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$$

1) 当 σ %=5%时

设主导极点

$$S_{1,2} = \zeta \ a+j\sqrt{1-\zeta^2} a=0.69a+j0.72a$$

代入 D (s) =
$$s^3 + 10s^2 + 25s + K = 0$$
 中,

$$(0.69a + j0.72a)^3 + 10(0.69a + j0.72a)^2 + 25(0.69a + j0.72a) + K = 0$$

$$s_{1,2} = -1.45 \pm j1.52$$

与前一问用根轨迹图求得的交点坐标较为接近。

2) 当σ%=25%时

设主导极点

$$S_{1,2} = \zeta \text{ a+j} \sqrt{1-\zeta^2} \text{a} = 0.403 \text{a+j} 0.915 \text{a}$$

$$\{\uparrow \}_{D(s)} = s^3 + 10s^2 + 25s + K_{=0} + \downarrow$$

$$(0.403a+j0.915a)^3+10(0.403a+j0.915a)^2+25(0.403a+j0.915a)+K=0$$
解得 K=59.5,a=-2.75

3) 当 σ %=50%时

解得 ζ=0.215

设主导极点

$$S_{1,2} = \zeta \text{ a+j}\sqrt{1-\zeta^2} \text{a=0.215a+j0.977a}$$

$$(\uparrow \land D (s) = s^3 + 10s^2 + 25s + K = 0 \Rightarrow$$

$$(0.215a+j0.977a)^3+10(0.215a+j0.977a)^2+25(0.215a+j0.977a)+K=0$$
 解得 K=103,a=-3.48 $s_{1,2}=-0.75\pm j3.4$

附 matlab 解方程代码:

由超调量求ζ:

clc;

clear;

th=0.05;

syms kesai

 $kesai=solve(th==exp(-pi*kesai/((1-kesai^2)^(1/2))));$

由主导极点值代入特征方程求 K, a:

>> s1=0.69+0.72*1i;

>> s2=0.69-0.72*1i;

>> syms a k

 $>>[a,k]=solve((s1*a)^3+10*(s1*a)^2+25*(s1*a)==-$

 $k,(s2*a)^3+10*(s2*a)^2+25*(s2*a)==-k);$

>> vpa(a,2)

>>vpa(k,2)

4. 根据图 2.4.2,编写数值仿真程序。源程序代码附在报告里,并进行必要的注释。若选取计算步长为 h,输出打印步长为 mh(m 为正整数),共计算 N步,则程序框图如下:

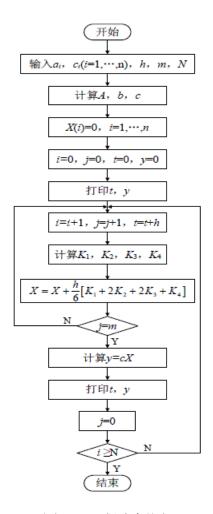
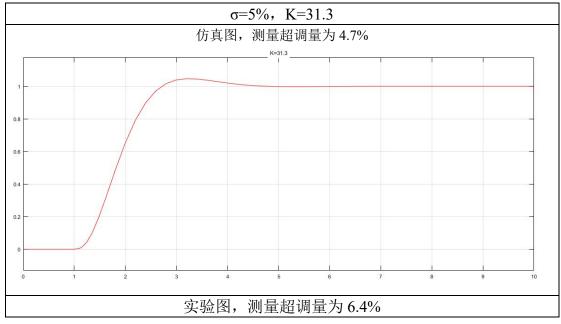
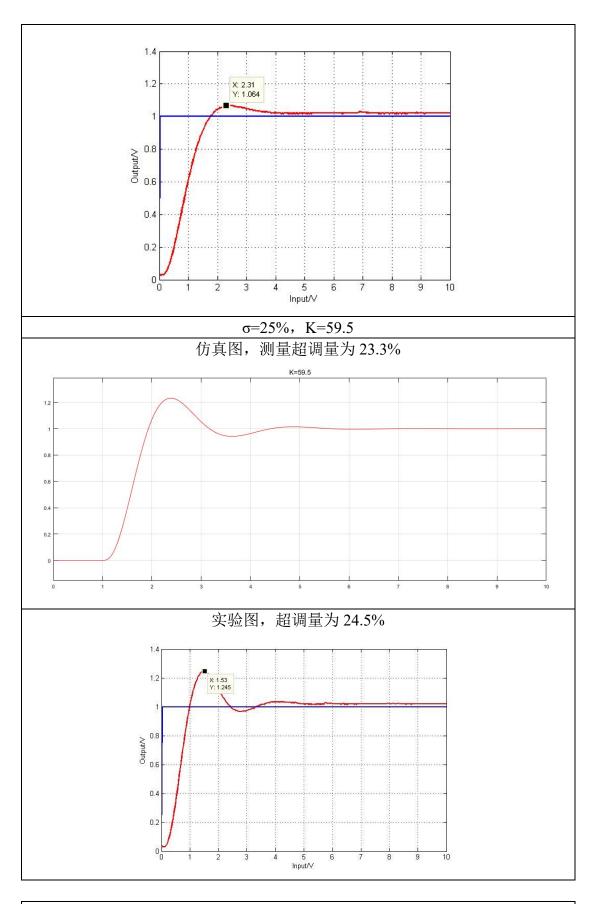


图 2.4.1 程序框图

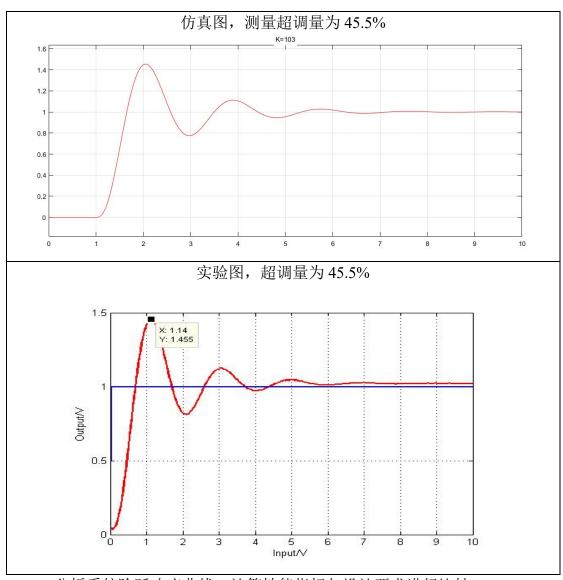
程序附录在末尾。

5. 根据确定的 K 值在计算机上进行数字仿真,绘制不同 K 值下的系统阶跃响应曲线。仿真与实际测得图像记录如下:





σ=50%, K=103



6. 分析系统阶跃响应曲线, 计算性能指标与设计要求进行比较。

七、结果分析

整理数据如下:

— — — — — — — — — — — — — — — — — — —				
超调量理想值	5%	25%	50%	
仿真值	4.7%	23.3%	45.5%	
实际值	6.4%	24.5%	45.5%	
仿真误差	6.0%	6.8%	9.0%	
实际误差	28.0%	2.0%	9.0%	

由仿真曲线和实验曲线可知,最终结果与理想的设计值之间有一定的偏差。 仿真值的偏差在于,求 K 值时,是将传递函数用主导极点法近似看成二阶系统 传递函数进行的求解,这就导致距离真实的 K 值有一定的误差。因此,虽然用龙 格库塔仿真时,输入的传递函数是真实的传递函数,但由于 K 值的偏差,导致最 终结果产生差异,这属于固有误差。

而实际的误差属于固有误差加随机误差。固有误差来自于理论误差,随机误 差主要来自于实验器材的误差,如:电阻、电容值与理论计算值存在误差,运算 放大器的放大倍率有限,电线有电阻等等;也来自于操作,比如采样的时候可能 电容没有完全放电。另外,当超调量很小时,一定的绝对误差就会造成很大的相对误差,因而出现 28%误差的实验结果。

总的来说,主导极点法简化了计算,可以在一定误差范围内得到实际传递函数的近似特性,因而在工程上得到广泛应用。同时,四阶龙格库塔法可以用递归的方式得到复杂函数曲线的近似值,也在工程上得到广泛应用。

八、收获、体会及建议

通过本次实验,与理论课结合,我进一步加深了对高阶系统性能分析的理解。 最重要的是,我初步掌握了用 matlab simulation 功能进行仿真的技能,同时编写 龙格库塔数值仿真程序,锻炼了 matlab 编程技巧。

我希望以后在实验书上,可以对实验的检查点规定得更加细致,这样预习的时候就知道应该预习到什么程度了。

附: 龙格库塔 MATLAB 仿真程序:

```
clc;
clear;
prompt1='Please input k\n'; %输入 K 值
k=input(prompt1);
a=[10 25 k]; %得到 a
c=[0 \ 0 \ k];
            %得到 c
prompt3='Please input h\n';
h=input(prompt3);
prompt4='Please input m\n';
m=input(prompt4);
prompt5='Please input N\n'; %输入 h,m,N
N=input(prompt5);
                   %得到矩阵大小
n=length(a);
A=zeros(n);
                    %求得 A
for i=1:n-1
    A(i,i+1)=1;
end
for i=1:n
    A(n,n+1-i)=-a(i);
end
b=zeros(n,1);
                   %求 b
b(n)=1;
for i=1:floor(n/2)
                          %求得 c
    temp=c(i);
    c(i)=c(n+1-i);
    c(n+1-i)=temp;
end
X=zeros(n,1); %列向量
```

i=0;j=0;t=0;t1=zeros(N/m,1);y=zeros(N/m,1); %t 作为每次生成的时间,t1 存储 y 输出时对应的时间

```
t1(1)
y(1) %打印 t, y
while (i<N)
    while(j~=m)
        i=i+1; j=j+1; t=t+h;
        K1=A*X+b;
        K2=A*(X+(h/2)*K1)+b;
        K3=A*(X+(h/2)*K2)+b;
        K4=A*(X+h*K3)+b;
        X=X+(h/6)*(K1+2*K2+2*K3+K4);
    end
    y(i/m)=c*X;
              %打印 t, y
    t1(i/m)=t
   y(i/m)
    j=0;
end
plot(t1,y);
title(['K=',num2str(k),' 时的系统阶跃响应曲线']);
xlabel('时间 t/s'),ylabel('响应 y');
```