

fk 用法笔记

2015-02-28 · 地震学软件

fk 是 Prof. Lupei Zhu 写的一个用于计算 **水平分层模型** 下的理论格林函数并合成 理论地震图的代码包。代码是开源的，可以直接编译使用。

代码中包含了如下几个重要的命令/脚本：

- `fk`：用于计算格林函数的主程序；
- `st_fk`：用于计算静态格林函数的主程序；
- `trav`：用于计算 P、S 初至到时的辅助程序；
- `sachd`：用于修改 SAC 头段的辅助程序；
- `fk.pl`：对 `fk`、`st_fk`、`trav` 和 `sachd` 的封装，一般情况下直接使用 `fk.pl` 脚本即可；
- `syn`：用于将格林函数合成为理论地震图三分量的程序；
- `fk2mt`：将FK生成的格林函数转换为另一种Moment Tensor格式的格林函数，即Moment Tensor的每个分量分别对应3个格林函数；

因而，实际操作的时候，只需要调用 `fk.pl` 生成格林函数，再调用 `syn` 将格林函数合成为三分量地震图即可。

相关文献

1. Haskell (1964), BSSA
2. Wang and Herrmann (1980), BSSA
3. Takeuchi and Saito (1972), Methods in Computational Physics
4. Zhu and Rivera (2002), GJI

建议的阅读方式：

- 若想了解 `fk.pl` 中每个选项的含义，阅读 Zhu and Rivera (2002) 以及本文就差不多了；
- 若想理解代码的实现细节，则需要在 Zhu and Rivera(2002) 的基础上，阅读其余三篇文章，至少要阅读 Haskell (1964)。

需要注意的一点是，这几篇文献虽然说的都是同一种方法，但在很多东西的定义上是有区别的，所以在推导代码中的公式时应以 Zhu and Rivera (2002) 为准。Zhu and Rivera (2002) 区别于前面其他文献的地方主要在于，重新定义了传播矩阵，并将静态解与动态解统一到同一个公式中。

基础原理

这里不涉及算法的细节，只介绍一些基础的东西。

根据 Zhu and Rivera (2002)，在定义了柱坐标系之后，位移可以表示为：

$$\mathbf{u}(r, \theta, z, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=0, \pm 1, \dots} \int e^{-i\omega t} d\omega \int_0^\infty k dk (U_z \mathbf{R}_m^k + U_r \mathbf{S}_m^k + U_\theta \mathbf{T}_m^k)$$

公式中涉及到了一个求和与两个积分：

- 对频率的积分，本质上就是一个反傅里叶变换，技术上很成熟了，可以不管
- 对 m 的求和，其实是对方位角模数的求和，理论上是要从零求和到无穷的。但是由于震源的简单性，只需要对几项做求和即可，具体的求和数目由震源类型决定：
 - 爆炸源： $m=0$
 - 单力源： $m=0, 1$
 - 双力偶： $m=0, 1, 2$
- 对 k 的积分是一个难点，只能进行数值积分，由于积分核 $U_z \mathbf{R}_m^k + U_r \mathbf{S}_m^k + U_\theta \mathbf{T}_m^k$ 比较复杂，在做数值积分的时候就需要更多的考虑。

积分核 $U_z \mathbf{R}_m^k + U_r \mathbf{S}_m^k + U_\theta \mathbf{T}_m^k$ 中 R 、 S 、 T 是柱坐标下的基矢量，由一堆 Bessel 函数组成，已知。该算法中的一大堆数学推导以及细节都是为了求出 U_z 、 U_r 和 U_θ 。具体 U_z 、 U_r 和 U_θ 怎么求，不是本文的重点，需要了解的只能自己推公式。

参数说明

先把用法贴在这里作为参考：

文章目录

- 相关文献
- 基础原理
- 参数说明
- 格林函数
- syn 用法说明
- 输出类型
- 其他说明
- 疑问
- 修订历史

```
fk.pl -Mmodel/depth[/f_or_k] [-D] [-Hf1/f2] [-Nnt/dt/smith/dk/taper]
      [-Ppmin/pmax[/kmax]] [-Rrdep] [-SsrcType] [-Uupdn] [-Xcmd] distances
```

速度模型

`-Mmodel/depth/k_or_f` 中的 `model` 为模型文件名，`k` 和 `f` 的作用在下面会解释。

格式

fk 的输入速度模型是一维水平分层速度模型，其格式为：

```
thickness vs vp/vs [rho Qs Qp]
```

或：

```
thickness vs vp [rho Qs Qp]
```

其中

- 列 1：该层的厚度（km）**注意是厚度不是深度**
- 列 2：S 波速度（km/s）
- 列 3：波速比或 P 波速度
- 列 4：密度（ g/cm^3 ）
- 列 5：S 波的 Q 值
- 列 6：P 波的 Q 值

其中前三列是必须的，若未指定密度，则使用经验公式 $\rho = 0.77 + 0.32 * vp$ ；若未指定 Qs，则取 Qs=500；若未指定 Qp，则取 Qp=2*Qs。

关于 k 和 f

- 若命令行中使用 `-Mmodel/depth`，则表示输入模型为第二种格式；
- 若命令行中使用 `-Mmodel/depth/k`，则表示输入模型使用第一种格式，即第三列是波速比；
- 若命令行中使用 `-Mmodel/depth/f`，则表示需要对速度模型做展平变换，当震中距较大时需要这样做；

备注

- `fk.pl` 的输入模型是先 Vs 再 Vp，而 `fk.pl` 在调用 `fk` 时使用的模型是先 Vp 后 Vs，注意不要搞混；
- 若第一层的厚度为零，则该行指定了上半空间的参数；
- 若第一层的厚度不为零，则上半空间为真空，该层给出了地表下方第一层的参数；
- 最后一层会被自动当做下半无限半空间，并修改其厚度为 0；
- 对于液态层（如海水和外核）：
 - S 波速度可以用零表示，程序中用自动用 0.0001 替换零值；
 - Qs 值不可以取为零，应取某小值；

震源

震源深度

震源深度由 `-Mmodel/depth[/f_or_k]` 中的 `depth` 指定，单位为 km。

需要注意，震源深度不能位于速度模型的分界面上，即震源的深度必须位于模型某层的内部。fk 在做展平变换时，震源和速度模型的分界面的深度所用的转换公式不同，所以，当使用了展平变换，即便震源深度和界面深度相同，程序也不会报错。这一点实际使用时要注意（尽管没有报错，也不能让震源在界面上）。

大多数计算理论地震图的方法都会有这样的限制，因为在计算过程中会用到震源所在层的速度或密度，若震源位于速度模型的分界面上，则会出现参数的间断。

震源类型

fk 中用 `-SsrcType` 指定震源类型，其中 `srcType` 可以取如下三个值：

- 0：爆炸源；
- 1：单力源；
- 2：双力偶源；

台站

台站深度

`-Rrdep` 中 `rdep` 用于设置 receiver 的深度（单位为 km），默认值为零，即台站位于地表。

需要注意，fk 中要求震源和台站不能位于同一深度。代码中，会计算震源和台站之间的深度差 `hs`，并将其作为分母。但这一限制的本质原因尚不清楚。

台站震中距

`fk.pl` 命令行中可以指定多个震中距，震中距的默认单位为 km。

当震中距较大时，以 km 做单位很不方便，此时可以使用 `-D` 选项，表明震中距的单位为度。同时，由于震中距比较大，此时可能还需要对速度模型做展平变换。震中距可以是 0。

时间序列

说说 `-Nnt/dt/smith/dk/taper` 中的 `nt`、`dt` 和 `smith`。

采样间隔

`dt` 即生成的格林函数的采样间隔。与此同时，`dt` 决定了 fk 要计算的最高频率，其公式为

$$f_{\max} = \frac{1}{2 \, dt}$$

即 fk 生成的格林函数的最高频率是由 `dt` 决定的 Nyquist 采样率。

因而，一般来说，要首先根据自己的实际需求，确定所需要的最高频率，进而决定 `dt`。

数据点数

`nt` 即数据点数，`nt` 的选择有一些需要注意的地方：

- `nt` 必须为 2 的 n 次方，即可以取 1、2、256、512、1024 等。程序中限制了 `nt*smith` 不得超过 8192。若想要突破数据点数的限制，可以增大源码 `model.h` 中 `nt=8192` 的值。
 - `nt=1`，则调用 `st_fk` 直接计算静态位移解；
 - `nt=2`，则调用 `fk` 计算零频位移，等效于静态位移解；
 - `nt` 必须为 2 的 n 次方是因为在 FFT 时数据点为 2 的 n 次方时有快速算法；
- `T=nt*dt` 确定了最终数据的总长度

smooth 因子

由于 `dt` 决定了 fk 计算的最高频率，所以 `dt` 是不能随便取的。比如需要最高频率为 2.5Hz，则 `dt` 应取 0.2s，但是若希望最终生成的数据的采样间隔为 0.05s，则需要 `smith` 这个参数。

在程序中，`smith` 做了两件事情：

1. 将 `dt` 除以 `smith`；
2. 将总数据点数乘以 `smith`；

总的效果应该相当于对计算结果做了一个插值，这也可以通过 SAC 的插值命令来完成。在程序实现时，实际上就是在反傅里叶变换之前，给数据的高频部分补上更多的零值。

同样由于快速傅里叶算法的限制，`smith` 也必须取 2 的 n 次方。

频率

最高频率

前面已经说到，fk 所计算的最高频率由 `dt` 决定：

$$f_{\max} = \frac{1}{2 \, dt}$$

频率间隔

频率域的采样间隔（分辨率）为 $df = \frac{1}{T} = \frac{1}{nt \cdot dt}$

高通滤波

fk 会从零频开始，以 `df` 为频率间隔，一直到最高频率 `fmax`，计算每个离散频率处的值。

比如，给定参数 `dt=0.1`，`npts=1024`，则 fk 计算的最高频率为 5 Hz，频率间隔 `df` 约等于 0.01Hz。因而 fk 会计算 0 Hz、0.01 Hz、0.02 Hz 一直到 5 Hz 的值，共计循环 512 次。

有些情况下，比较低频的信息是没有用的，所以可以不必计算，这样循环可以进一步减小，以加速计算。

`-Hf1/f2` 中，`f1` 限制了循环过程中频率的下限，即对频率的循环会从 `f1` 开始计算到 `fmax` 而不是从零开始，这本质上是一个高通滤波器。

这样一来，fk 会计算频率在 `f1` 和 `fmax` 之间的值，对于小于 `f1` 以及大于 `fmax` 的频率段，其值直接设为零。这实际上是在频率域直接截断，似乎会出现一些问题，所以一般都会对频率的两端做尖灭处理，即 `f2` 和

taper。程序会在 f_1 和 f_2 之间以及 $(1-\text{taper}) \cdot f_{\max}$ 和 f_{\max} 之间分别加上余弦窗。

taper 的默认值为 0.3，所以当 $\text{dt}=0.1\text{s}$ 时， $f_{\max}=5\text{Hz}$ ，则在 3.5Hz 到 5Hz 之间会加上余弦窗，此时数据的频段上限是 5Hz 还是 3.5Hz 呢？这是个疑问。

k 积分

k 是什么

这里的 k 不是波数，而是水平波数：

$$k_x = \frac{\omega}{v} \sin \theta = \omega p$$

其中， θ 是射线与垂直方向的夹角， $p = \frac{\sin \theta}{v}$ 是水平慢度，也就是射线参数。

下限和上限

$-p_{\min}/p_{\max}$ 可以限定 k 积分的上下限。其中 p_{\min} 确定了 k 积分的下限：

$$k_{\min} = \omega p_{\min}$$

p_{\max} 和 k_{\max} 决定了 k 积分的上限：

$$k_{\max} = \sqrt{k_{\max}^2 + \omega^2 p_{\max}^2}$$

说明：

- p_{\min} 和 p_{\max} 的取值范围是 0 到 1，代码中会将 p_{\min} 和 p_{\max} 都除以震源处的 S 波速度。
- 程序中 $k_{\max} = k_{\max}/h_s$ ，其中 h_s 是震源与台站的深度差；由于积分核在零频处以 $\exp(-k \cdot h_s)$ 的速度随着 k 衰减，因而要求 $k_{\max} > 10$ ，以保证求和足够多。
- 指定了 p_{\min} 和 p_{\max} ，就相当于指定了射线参数的范围，或射线出射角度的范围，似乎可以用于筛选中特定射线参数范围的射线；
- 为什么 p_{\min} 和 p_{\max} 在程序中都要除以 S 波速度呢？这样当给定 $p_{\min} = \sin 30^\circ = 0.5$ 时，以 30° 度角出射的 S 波会被计算，而以 30° 度角出射的 P 波则不会被计算？这样对吗？
- p_{\min} 和 p_{\max} 的取值为 0 到 1，为什么不是 -1 到 1？也许正负号是由 $updn$ 决定的。

上行和下行

$-Updn$ 选项可以指定是计算全波场还是只计算上行波或下行波。 $updn$ 可以取值如下：

- 0：计算全波场；也是默认值；
- 1：仅计算下行波场；
- 1：仅计算上行波场；

该参数取不同的值，会影响到程序内部的一些公式。具体的原理可能需要推公式才能理解。

dk

dk 用于控制 k 积分的积分间隔。程序中 $dk = dk \cdot \pi / \max(x, h_s)$ ，其中 h_s 为震源与台站的深度差， x 为震中距，因而 k 积分间隔实际上是与要计算的最大震中距有关的。

由于积分核中 $J(kx)$ 在大震中距时按 $2\pi/x$ 的周期震荡，因而要求 dk 小于 0.5，以保证每个周期内至少有四个采样点。官方建议取值为 0.1 到 0.4。dk 理论上越小越好，当然 dk 越小计算就会越慢。

振幅压制

这个参数在 `fk.pl` 脚本内部可以修改，但是在命令行里没法修改。

对于实序列 $f(t)$ ，其傅里叶变换为：

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

若将该实序列 $f(t)$ 乘以 $e^{-i\sigma t/T}$ ，即 $g(t) = f(t) e^{-i\sigma t/T}$ 的傅里叶变换为：

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\sigma t/T} e^{-i\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i(\omega - \sigma/T)t} dt = F(\omega - \sigma/T)$$

因而，在频率域将 ω 减去 σ/T ，相当于对实序列乘以 $e^{-i\sigma t/T}$ 。

其中 T 为实序列的总时间长度， σ 称为压制因子，用于降低数据尾部的振幅值，而最终反傅里叶变换得到的实序列，会再次乘以 $e^{+i\sigma t/T}$ ，以消除压制因子对振幅的影响。所以，理论上， σ 没什么实际用途，这样处理的具体目的还不清楚，似乎是出于频率域的稳定性考虑的。

DEBUG

fk 提供了 `-x` 选项用于 debug, 最常见的用法是 `-xcat`, 此时 `fk.pl` 中 `cmd` 被替换成 `cat` 命令, 即将所有的输入都传递给 `cat` 命令, 这样可以很清楚地知道要传递的数据是否正确, 方便 debug。

格林函数

fk 将生成的格林函数以 SAC 格式写到磁盘中。

爆炸源

生成三个分量, 命名为 `xxxx.grn.[a-c]`, 分别是 Z、R、T 向的格林函数。其单位为 $10^{-20} \text{ cm}/(\text{dyne cm})$ 。

单力源

生成六个分量, 其中:

- `xxxx.grn.[0-2]`: $m=0$ 对应的 ZRT 格林函数, 等效于 **垂直向上** 的单位单力产生的位移三分量;
- `xxxx.grn.[3-6]`: $m=1$ 对应的 ZRT 格林函数, 等效于水平单力产生的位移三分量;

格林函数的单位为 $10^{-15} \text{ cm}/\text{dyne}$ 。

双力偶

生成九个分量, 其中

- `xxx.grn.[0-2]`: $m=0$ 阶源生成的 ZRT 格林函数, 相当于 45-down-dip(DD) 双力偶源在 45 度方位角处产生的位移, 并乘以 $(-2,-2,0)$
- `xxx.grn.[3-5]`: $m=1$ 阶源生成的 ZRT 格林函数, 相当于 vertical dip-slip(DS) 双力偶源在 45 度方位角处产生的位移, 并乘以 $-\sqrt{2}$
- `xxx.grn.[6-8]`: $m=2$ 阶源生成的 ZRT 格林函数, 相当于 vertical strike-slip(SS) 双力偶源在 22.5 度方位角处产生的位移, 并乘以 $-\sqrt{2}$

格林函数的单位为 $10^{-20} \text{ cm}/(\text{dyne cm})$ 。

说明

在大多数教程以及文献中, 任意一个双力偶源可以表示为三个基本断层的线性迭加。这三个基本断层分别为 DD、DS 和 SS。有些计算格林函数的代码会计算出三种基本断层的位移解, 然后根据文献中给出的辐射花样系数进行合成。而 fk 计算出的是 $m=0、1、2$ 时的位移解, 虽然这三者分别与 DD、DS、SS 在某个特定方位角的位移解有关系。因而在对 fk 生成的格林函数进行合成时, 有专门的辐射花样系数, 参见 Zhu and Rivera(2002) 的附录 B10-B12。

syn 用法说明

`fk.pl` 只是算出了格林函数, `syn` 的作用在于将格林函数组合起来得到 RTZ 三个方向的理论地震图。

`syn` 的用法相对比较简单, 此处作简单介绍:

- `-M` 选项指定震源机制信息, 有四种用法:
 - 对于爆炸源: `-Mmag` 其中 mag 的单位是 dyne-cm
 - 对于单力源: `-Mmag/strike/dip` 其中 mag 的单位是 dyne, dip 为力的方向相对于水平方向的夹角
 - dip=0: 水平单力
 - dip=90: 垂直向下单力
 - dip=-90: 垂直向上单力
 - 对于双力偶源: `-Mmag/strike/dip/rake` 其中 mag 是矩震级 M_w , strike/dip/rake 的定义参照 Aki&Richards(1980)
 - 对于地震矩源: `-Mmag/Mxx/Mxy/Mxz/Myy/Myz/Mzz` 其中 mag 的单位是 dyne-cm。此处有大坑, 见后面的详细说明。
- `-Aazimuth` 选项指定台站方位角, 定义为相对于北方向顺时针旋转的角度
- `-Ddura/rise` 指定一个梯形作为震源时间函数。其中 dura 是梯形震源时间函数的总持续时间, rise 代表了梯形中上升段所占据的时间比例, 取值范围为 0 到 0.5, 若取值为 0.5, 则梯形退化为三角形
- `-SsrcFunctionName` 除了使用 `-D` 选项之外, 也可以使用将一个 SAC 文件作为震源时间函数。 `-S` 选项后直接跟 SAC 文件名。

用 SAC 文件作为震源时间函数时需要注意两点:

1. SAC文件的采样间隔要与格林函数的采样间隔相等。如果不等也没关系，但要注意 `syn` 是直接把数据点卷积格林函数的，并没有考虑采样间隔的问题，因而若采样间隔不等可能会一些易忽略的错误；
2. 严格的震源时间函数应该满足积分之后最大值等于1，只有这种情况下，震级或震源强度的定义才是准确的。当然，若无需考虑绝对振幅是否正确的问题，震源时间函数可以不满足这一要求。

- `-Ff1/f2/n` 对理论地震图进行滤波
- `-GFirstCompOfGreen` 指定第一个FK格林函数的文件名
- `-TFirstCompOfGreen` 指定第一个MT格林函数的文件名。MT格林函数是指矩张量的每个分量所对应的格林函数，共计 $6 \times 3 = 18$ 个。程序 `fk2mt` 可以将FK生成的FK格林函数转换为这里所需的MT格林函数
- 其他选项都很简单，就不介绍了

关于地震矩源 `-Mmag/Mxx/Mxy/Mxz/Myy/Myz/Mzz`，需要注意：

1. 此处 $x = \text{North}$ 、 $y = \text{East}$ 、 $z = \text{Down}$ ，即地震矩张量使用的是NED坐标系
2. GCMT网站上给出的地震矩张量是RTP坐标系，二者之间的转换公式见 Aki&Richards(1980)P117 Box4.4
3. GCMT网站中地震矩张量的6个分量的顺序是 `Mrr Mtt Mpp Mrt Mrp Mtp`，而本程序中的顺序是 `Mxx Mxy Mxz Myy Myz Mzz`，因而若使用GCMT的震源机制解，则需要对6个分量进行坐标转换并修改其先后顺序

输出类型

`fk` 计算得到的格林函数究竟是什么物理量呢？是位移还是速度？

在 Zhu and Rivera(2002) 的文章中、代码中的注释以及说明文档等多个地方都提到 `fk` 计算出的是位移量，而实际上利用 `fk` 和 `syn` 计算出来的合成地震图是速度场。

Zhu and Rivera(2002) 的附录 B 中给出了不同震源类型以及不同 m 值所对应的 source term，这里的 source term 代表了震源引起的位移-应力不连续。source term 是一个与频率无关的常数，所以 `fk` 中所使用的 source term 在时间域上的脉冲源。（时间域上的脉冲函数，在频率域是一个常数，所以 `fk` 中在频率域加了一个常数的 source term，实际上相当于在时间域上加上脉冲源。）

因而，`fk` 实际上计算的是脉冲源对应的位移场，其等效于阶跃函数所产生的速度场。（阶跃函数的偏导即脉冲函数。）

对于一个真实的小震级的简单地震而言，其震源时间函数可以认为是一个阶跃函数，震源时间函数的偏导就是脉冲函数。因而 `fk` 计算出的格林函数实际上是速度场，在使用 `syn` 合成真实数据时，如果使用 `-D` 选项指定了一个三角震源函数（近似的脉冲函数），得到的合成数据都是速度场。

其他说明

1. 对于 PREM 模型，震源深度取 15km，震中距为 5 度，做不做展平变换，震相的走时差大概在 0.8s 左右
2. 将 PREM 模型离散成每层 20km 或 50km，计算出的结果差异不大
3. 若台站深度大于震源深度，则会对模型做翻转，程序中的部分参数乘以 - 1；
4. `fk.f` 中输入的 `src_layer` 表示震源位于第 `src_layer` 层的顶部，`rcv_layer` 同理；而 `trav` 中 `src_layer` 表示震源位于第 `src_layer` 的底部；
5. 输出的格林函数文件中 `xxx.grn.0` 和 `xxx.grn.5` 会包含 P 波和 S 波的到时。如果 `syn` 合成的是 Double Couple，则合成的理论地震图里会包含 P 波和 S 波的到时。如果 `syn` 合成的是 ISO，则合成的理论地震图里没有到时。

疑问

1. 在考虑衰减时，Aki and Richard(1980)的公式 (5.88) 中给出的公式中虚数前为负号，而 `fk` 代码中为正号。Why？
2. 如何从数学或物理上详细解释 `sigma` 的含义？

修订历史

- 2015-02-28: 初稿；
- 2017-01-09: 增加了 `syn` 的使用说明；

文章作者：SeisMan

上次更新：2017-10-28

赞赏支持

[← 修改 Y 轴的坐标标注的方向](#)

[慢度与射线参数 →](#)



由 Hugo 强力驱动 | 主题 - Even

© 2013 - 2021 ♥ SeisMan