

## 第四讲子群、生成子群

陈建文

October 6, 2022

课后作业题:

**练习1.** 举例说明两个子群的并可以不是子群。

解.  $S_6 = \{[0], [1], [2], [3], [4], [5]\}$ ,

$\{[0], [2], [4]\}$ 和 $\{[0], [3]\}$ 为 $S_6$ 的两个子群, 但 $\{[0], [2], [4]\} \cup \{[0], [3]\} = \{[0], [2], [3], [4]\}$ 不是 $S_6$ 的子群, 因为 $[2] + [3] = [5] \notin \{[0], [2], [3], [4]\}$ .  $\square$

**练习2.** 设 $G_1$ 和 $G_2$ 为群 $G$ 的两个真子群, 证明:  $G_1 \cup G_2$ 为 $G$ 的子群的充分必要条件是 $G_1 \subseteq G_2$ 并且 $G_2 \subseteq G_1$ .

证明.

$\square$

**练习3.** 设 $(G_1, \circ)$ 和 $(G_2, *)$ 都是群,  $\phi: G_1 \rightarrow G_2$ ,  $\forall a, b \in G_1$ ,  $\phi(a \circ b) = \phi(a) * \phi(b)$ , 证明:  $\phi^{-1}(e_2)$ 为 $G_1$ 的子群, 其中 $e_2$ 为 $G_2$ 的单位元素。

**练习4.** 找出3次对称群的所有子群。

解.  $\{(1), (1, 2)\}$ ,  $\{(1), (1, 3)\}$ ,  $\{(1), (2, 3)\}$ ,  $\{(123), (132)\}$

$\square$