

习题 1. 设 A 为由序列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 的所有项组成的集合, 则 A 是否是可数的? 为什么?

习题 2. 证明: 直线上互不相交的开区间的全体所构成的集合至多是可数集。

习题 3. 证明: 单调函数的不连续点的集合至多是可数集。

习题 4. 任一可数集 A 的所有有限子集构成的集族是可数集族。

习题 5. 判断下列命题之真伪：

- a) 若 $f : X \rightarrow Y$ 且 f 是满射，则只要 X 是可数集，那么 Y 是至多可数的；
- b) 若 $f : X \rightarrow Y$ 且 f 是单射，则只要 Y 是可数集，则 X 也是可数集；
- c) 可数集在任一映射下的像也是可数集。

习题 6. 设 Σ 为一个有限字母表, Σ 上所有字 (包括空字 ϵ) 之集记为 Σ^* 。证明 Σ^* 是可数集。 (n 元组 (c_1, c_2, \dots, c_n) 称为 Σ 上的一个字, 这里 $c_i \in \Sigma, 1 \leq i \leq n$, $\epsilon = ()$ 称为 Σ 上的一个空字)。

习题 7. 利用康托的对角线法证明所有 $0, 1$ 的无穷序列是不可数集。

习题 8. 证明: 如果 A 是可数集, 则 2^A 不是可数集。