命题：可以判断真假的陈述句。通常，我们用T表示真，用F表示假。

例.

1. 对任意的自然数a, b, c，$(a+b)+c = a+(b+c)$。*(*真命题*)*
2. $\sqrt{2}$是无理数。*(*真命题*)*
3. $\sqrt{2}$是有理数。*(*假命题)
4. 设$f : [a,b] \rightarrow R$为一个$Riemann$可积函数，$F : [a,b] \rightarrow R$在$[a,b]$上满足$F'(x) = f(x)$，那么$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$。*(*真命题*)*
5. 任何一幅地图都可以用四种颜色进行着色，使得相邻的区域着以不同的颜色。

谓词：命题的谓语部分。

例.

$P(x) : x$ **是偶数**　这里P为一元谓词，表示"是偶数"。当x为某个确定的数字时，$P(x)$则对应一个命题。例如$P(2)$为真命题，$P(1)$为假命题。这里,P之所以被称为一元谓词，是因为$P(x)$只包含一个变量x。

$P(x,y) : x > y$ 这里P为二元谓词，表示$>$。当x和y为确定的数字时，$P(x,y)$则对应一个命题。例如$1 > 0$为真命题，$0 > 1$为假命题。这里，P之所以被称为二元谓词，是因为$P(x,y)$包含两个变量x和y。

相应的，有三元谓词，四元谓词，......

我们还可以用如下方式由谓词得到命题：

$\forall x P(x)$**:** 对任意的x，$P(x)$。For All中的A上下颠倒可以得到$\forall$。

$\exists x P(x)$**:** 存在x，$P(x)$。There Exists中的E左右颠倒可以得到$\exists$。

命题可以由联结词$\neg$，$\wedge$，$\vee$，$\rightarrow$，$\leftrightarrow$联结而构成复合命题。
设p为命题，则$\neg p$表示"p不成立"。

p	¬ p
T	F
F	T

设p和q为两个命题，则$p \wedge q$表示"p成立，并且q成立"。

p	q	p ∧ q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

设p和q为两个命题，则$p \vee q$表示"p成立，或者q成立"。

p	q	p ∨ q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

设p和q为两个命题，则$p \to q$表示"如果p成立，那么q成立"。

p	q	p → q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

这里需要注意的是，当p为假时，则$p \to q$一定为真，这是所有数学家共同的约定。 下面的例子可以帮助大家更好的理解其实我们已经用到了这个约定。

对任意的实数x,当$x > 1$时，$x^2 > 1$。该命题显然是真命题，可以符号化为$\forall x\ x > 1 \to x^2 > 1$。那么，既然对于任意的$x$，$x > 1 \to x^2 > 1$成立，则

1）当$x = 2$时, $2 > 1 \to 2^2 > 1$成立，这对应于以上真值表的第一行；

2）当$x = 0$时，$0 > 1 \to 0^2 > 1$成立，这对应于以上真值表的第四行；

3）当$x = -2$时，$-2 > 1 \to (-2)^2 > 1$成立，这对应于以上真值表的第三行。

设p和q为两个命题，则$p \leftrightarrow q$表示"p等价于q"。

p	q	p ↔ q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

请大家思考，设p，q，r为命题，则$p \wedge (q \vee r)$所代表的命题的含义是什么？$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$所代表的命题的含义是什么？这两个命题是等价的吗？ 我们可以通过枚举p,q,r依次取值为T和F时,$p \wedge (q \vee r)$和$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$同时取值为$T$或$F$，从而验证这两个命题是等价的，如下所示:

p	q	r	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	F	F
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

用同样的方法我们可以验证:

$p \vee (q \wedge r)$与$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$是等价的。

p	q	r	$p \vee (q \wedge r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

$\neg(p \wedge q)$与$\neg p \vee \neg q$是等价的。

p	q	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	T	T

$\neg(p \vee q)$与$\neg p \wedge \neg q$是等价的。

p	q	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	F	F
F	F	T	T

$p \to q$与$\neg p \vee q$是等价的。

p	q	$p \to q$	$\neg p \vee q$
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

我们还可以利用真值表检验$(p \to q) \wedge (p \to \neg q) \to \neg p$是永真的。

p	q	$(p \to q) \wedge (p \to \neg q) \to \neg p$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	T

假设我约定"$\to$"的真值表如下：

p	q	p $\to$ q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

我们会发现复合命题$(p \to q) \wedge (p \to \neg q) \to \neg p$不是永真的，这将与我们关于"蕴含"的思维不相符。

同时我们还会发现$p \to q$和$q \to p$在逻辑上是等价的。

p	q	p → q	q → p
T	T	T	T
T	F	F	F
F	T	F	F
F	F	T	T

这也与我们的思维习惯不相符。

有些逻辑术语从外文翻译成中文时产生了不同的称谓，在本门课程中关于逻辑术语我们做如下的约定：

The negation of a proposition P: $\neg P$

命题P的否定：$\neg P$

The converse of $P \to Q$: $Q \to P$

命题$P \to Q$的逆命题：$Q \to P$

The inverse of $P \to Q$: $\neg P \to \neg Q$

在较深入的探讨数理逻辑的教材中，该概念用的很少，因此我们不给出具体的翻译称谓，在需要表达该概念时明确说明为$\neg P \to \neg Q$即可。

The contrapositive of $P \to Q$: $\neg Q \to \neg P$

命题$P \to Q$的逆否命题：$\neg Q \to \neg P$

需要特别说明的是，命题$P \to Q$的否定为$\neg(P \to Q)$，而不是$P \to \neg Q$。