

**习题 1.** 设 $A$ 为由序列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 的所有项组成的集合, 则 $A$ 是否是可数的? 为什么?

**习题 2.** 证明: 直线上互不相交的开区间的全体所构成的集合至多是可数集。

**习题 3.** 证明: 单调函数的不连续点的集合至多是可数集。

习题 4. 任一可数集  $A$  的所有有限子集构成的集族是可数集族。

习题 5. 判断下列命题之真伪：

- a) 若  $f : X \rightarrow Y$  且  $f$  是满射，则只要  $X$  是可数集，那么  $Y$  是至多可数的；
- b) 若  $f : X \rightarrow Y$  且  $f$  是单射，则只要  $Y$  是可数集，则  $X$  也是可数集；
- c) 可数集在任一映射下的像也是可数集。

习题 6. 设  $\Sigma$  为一个有限字母表,  $\Sigma$  上所有字 (包括空字  $\epsilon$ ) 之集记为  $\Sigma^*$ 。证明  $\Sigma^*$  是可数集。

习题 7. 利用康托的对角线法证明所有  $0, 1$  的无穷序列是不可数集。

习题 8. 证明: 如果  $A$  是可数集, 则  $2^A$  不是可数集。