

# 计算机图形学

## 第二章：光栅图形学算法

随着光栅显示器的出现，为了在计算机上处理、显示图形，需要发展一套与之相适应的算法：

## 光栅图形学算法

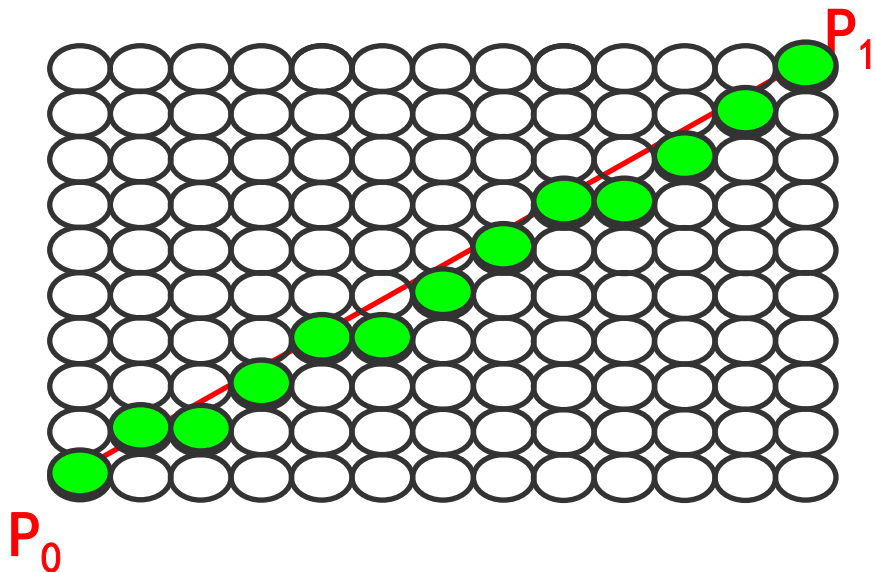
光栅图形算法多数属于计算机图形的底层算法，很多图形学的基本概念和思想都在这一章

# 光栅图形学算法的研究内容

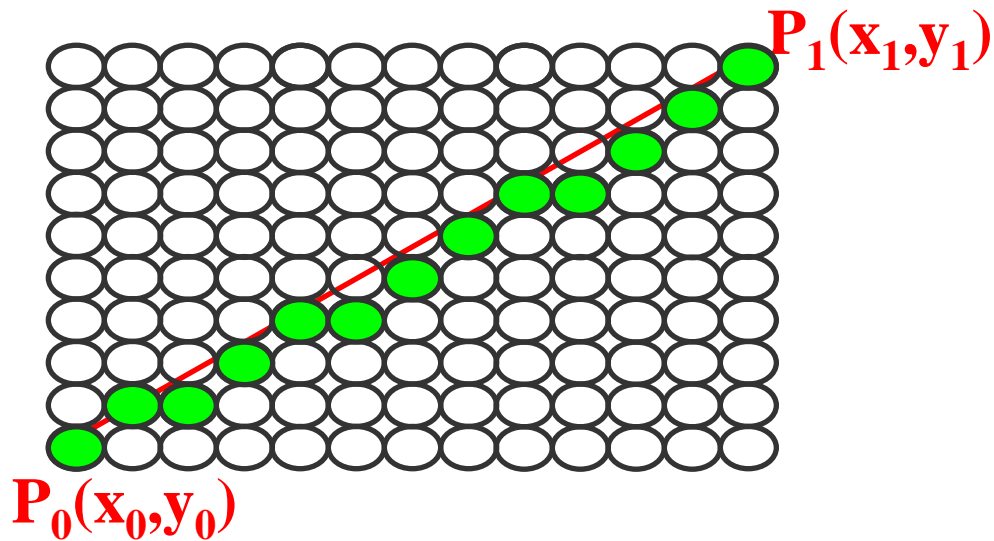
- 直线段的扫描转换算法
- 多边形的扫描转换与区域填充算法
- 裁剪算法
- 反走样算法
- 消隐算法

## 一、直线段的扫描转换算法

在数学上，直线上的点有无穷多个。但当在计算机光栅显示器屏幕上表示这条直线时需要做一些处理。



为了在光栅显示器上用这些离散的像素点逼近这条直线，需要知道这些像素点的  $x$ ,  $y$  坐标。



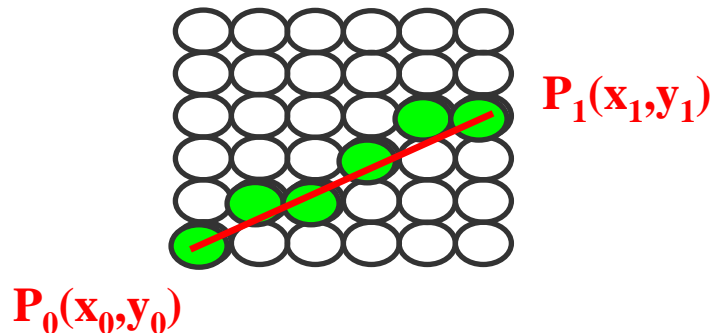
求出过  $P_0$ ,  $P_1$  的直线段方程：

$$y = kx + b$$

$$k = \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)} \quad (x_1 \neq x_0)$$

$$y = kx + b \quad k = \frac{(y_1 - y_0)}{(x_1 - x_0)} \quad (x_1 \neq x_0)$$

假设 $x$ 已知，即从 $x$ 的起点 $x_0$ 开始，沿 $x$ 方向前进一个像素（步长 $= 1$ ），可以计算出相应的 $y$ 值。



因为像素的坐标是整数，所以 $y$ 值还要进行取整处理

# 如何把数学上的一个点扫描转换一个屏幕像素点？

如:  $p(1.7, 0.8) \xrightarrow{\text{取整}} p(1, 0)$

$p(1.7, 0.8) \xrightarrow{+0.5} p(2.2, 1.3)$

$p(2.2, 1.3) \xrightarrow{\text{取整}} p(2, 1)$

$$y = kx + b$$

直线是最基本的图形，一个动画或真实感图形往往需要调用成千上万次画线程序，因此直线算法的好坏与效率将直接影响图形的质量和显示速度。



回顾一下刚才的算法：

$$\underline{y = kx + b}$$

为了提高效率，把计算量减下来，关键问题就是如何把**乘法**取消？

## 二、直线绘制的三个著名的常用算法

1、数值微分法 (DDA)

2、中点画线法

3、Bresenham算法

# 1、数值微分DDA(Digital Differential Analyzer)法

引进图形学中一个很重要的思想——增量思想

$$y_i = kx_i + b$$

$$y_{i+1} = kx_{i+1} + b$$

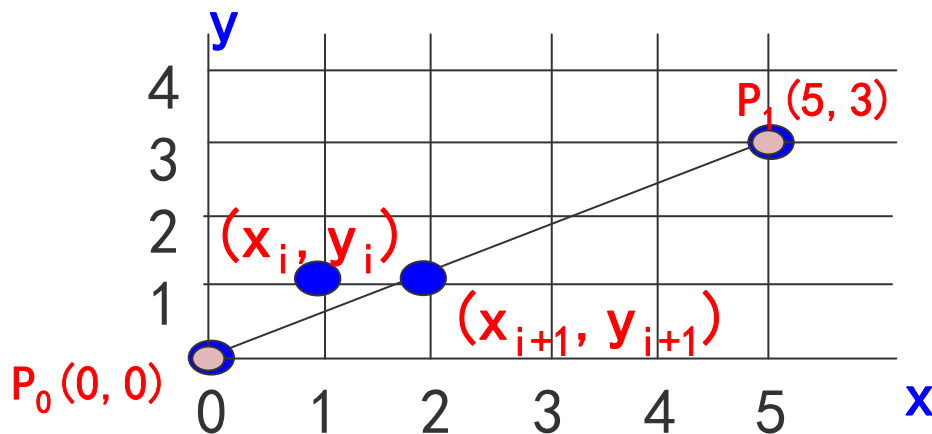
$$= k(x_i + 1) + b$$

$$= kx_i + k + b$$

$$= kx_i + b + k$$

$$= y_i + k$$

$$\underline{y_{i+1} = y_i + k}$$



$$\underline{y_{i+1} = y_i + k}$$

增量

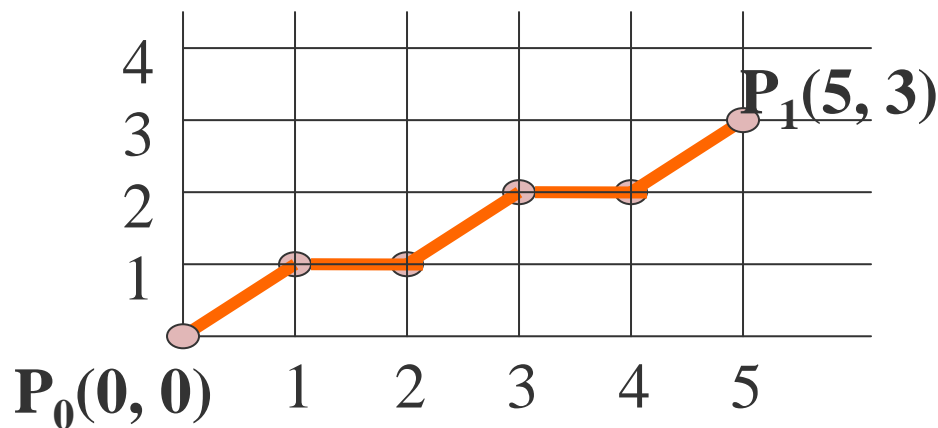
这个式子的含义是：当前步的y值等于前一步的y值加上斜率k

这样就把原来一个乘法和加法变成了一个加法！

用DDA扫描转换连接两点 $P_0(0, 0)$ 和 $P_1(5, 3)$ 的直线段。

$$k = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{3 - 0}{5 - 0} = 0.6 < 1 \quad y_{i+1} = y_i + k$$

x	y	int (y+0.5)
0	0	0
1	0+0.6	1
2	0.6+0.6	1
3	1.2+0.6	2
4	1.8+0.6	2
5	2.4+0.6	3



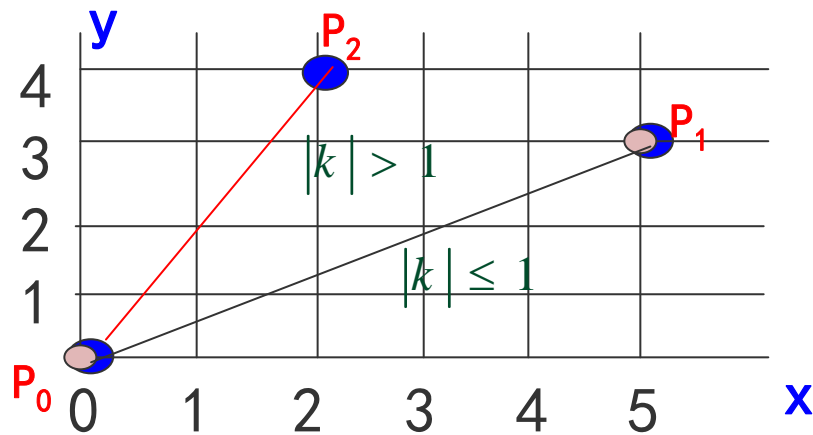
## 给大家留二个思考题

(1) DDA画直线算法：x每递增1，y递增斜率k。是否适合任意斜率的直线？

$$|k| \leq 1$$

$$x_{i+1} = x_i + 1$$

$$y_{i+1} = y_i + k$$

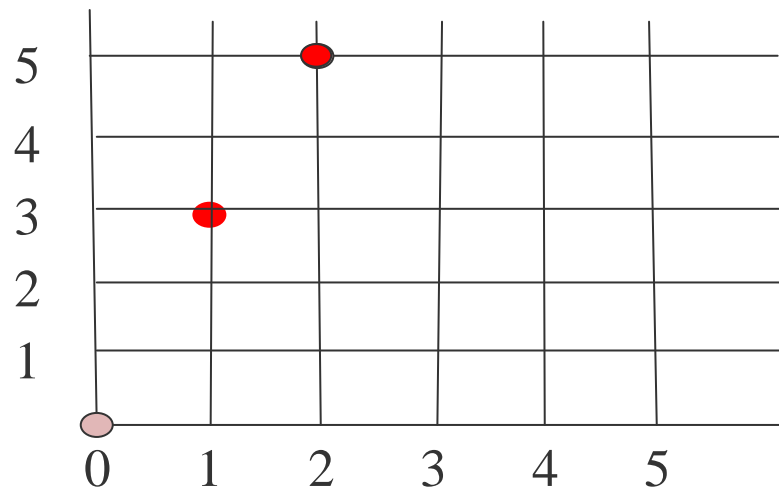


$$|k| > 1$$

用DDA方法画连接两点 $P_0(0, 0)$  和 $P_1(2, 5)$  的直线段

$$K=5/2=2.5 > 1 \quad y_{i+1} = y_i + k$$

x	y	int(y+0.5)
0	0	0
1	2.5	3
2	5	5



再比如直线点从 $(0, 0)$  到 $(2, 100)$ ，也只用3个点来表示

$$(1) \quad |k| > 1$$

$$x_{i+1} = x_i + ?$$

$$y_{i+1} = y_i + ?$$

(2) DDA画直线算法是否最优呢？若非，如何改进？