

中点画线法

$$y = \begin{cases} y + 1 & (d < 0) \\ y & (d \geq 0) \end{cases}$$

这个算法是否还有改进的余地？

能否提出一个算法，使这个算法不但能解决画直线，还能解决圆弧、抛物线甚至自由曲线的光栅化问题，使算法的覆盖域扩大。

直线绘制的三个著名的常用算法

1、数值微分法 (DDA)

2、中点画线法

3、Bresenham算法

DDA把算法效率提高到每步只做一个加法。

中点算法进一步把效率提高到每步只做一个整数加法

Bresenham提供了一个更一般的算法。该算法不仅有好的效率，而且有更广泛的适用范围



E. Jack Bresenham

Biography

[\[edit\]](#)

He retired from 27 years of service at [IBM](#) as a Senior Technical Staff Member in [1987](#). He taught for 16 years at [Winthrop University](#) and has nine [patents](#)^[1]. He has three children: Janet, Linda, and David.

[Bresenham's line algorithm](#), developed in [1962](#), is his most well-known innovation. It determines which points on a 2-dimensional [raster](#) should be plotted in order to form a straight line between two given points, and is commonly used to draw lines on a computer screen. It is one of the earliest algorithms discovered in the field of [computer graphics](#). The [Midpoint circle algorithm](#) shares some similarities to his line algorithm and is known as *Bresenham's circle algorithm*.

- [Ph.D., Stanford University, 1964](#)
- [MSIE, Stanford University, 1960](#)
- [BSEE, University of New Mexico, 1959](#)

Graphics and
Image Processing

W. Newman*
Editor

A Linear Algorithm for Incremental Digital Display of Circular Arcs

Jack Bresenham
IBM System Communications Division

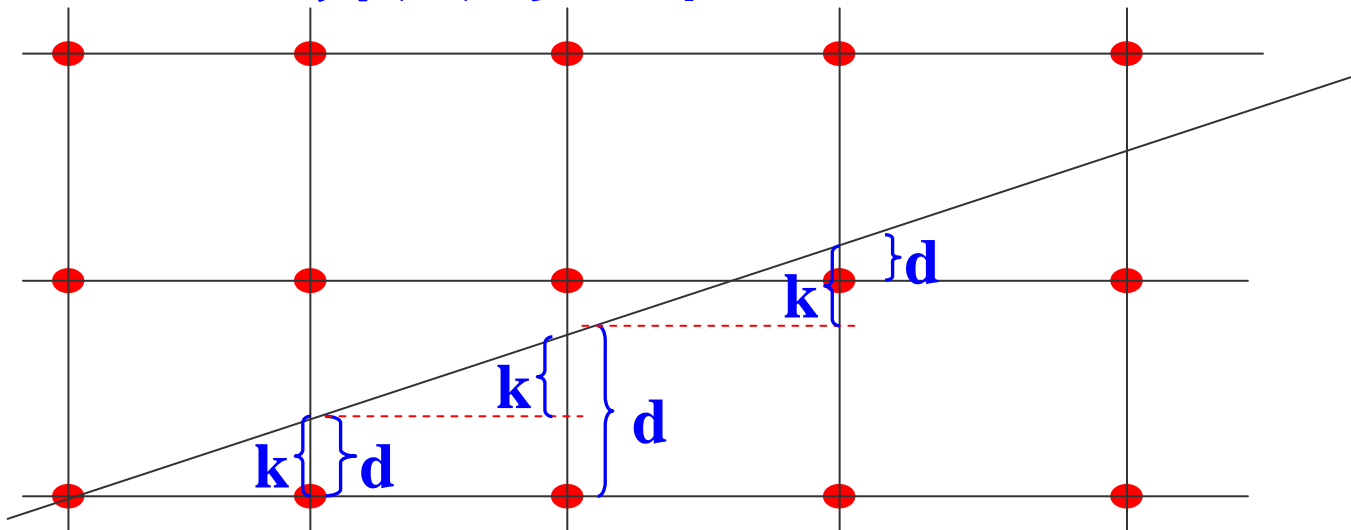
Circular arcs can be drawn on an incremental display device such as a cathode ray tube, digital plotter, or matrix printer using only sign testing and elementary addition and subtraction. This paper describes methodology for producing dot or step patterns closest to the true circle.

This paper describes an algorithm for circular arc mesh point selection using incremental display devices such as a cathode ray tube or digital plotter. Error criteria are explicitly specified and both squared and radial error minimization considered. The repetitive incremental stepping loop for point selection requires only simple addition/subtraction and sign testing; neither quadratic nor trigonometric evaluations are required. When a circle's center point and radius are integers, only integer calculations are required.

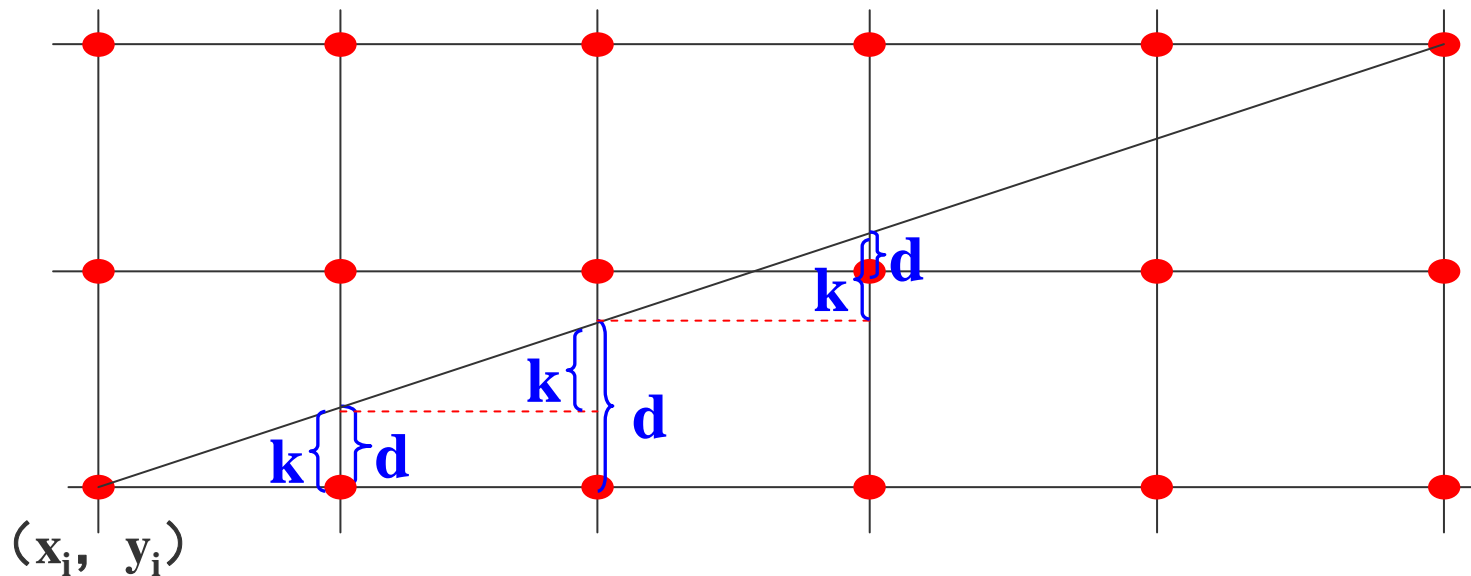
The circle algorithm complements an earlier line algorithm described in [1, 2]. The algorithm's minimum error point selection is appropriate for use in numerical control, drafting, or photo mask preparation applications where closeness of fit is a necessity. Its simplicity and use only of elementary addition/subtraction allow its use in small computers, programmable terminals, or direct hardware implementations where compactness and speed are desirable.

The display devices under consideration are capable of executing, in response to an appropriate pulse, any one of the eight linear movements shown in Figure 1. Thus incremental movement is from a point on a mesh to any of its eight adjacent points on the mesh.

Bresenham算法的基本思想



该算法的思想是通过各行、各列像素中心构造一组虚拟网格线，按照直线起点到终点的顺序，计算直线与各垂直网格线的交点，然后根据误差项的符号确定该列像素中与此交点最近的像素。

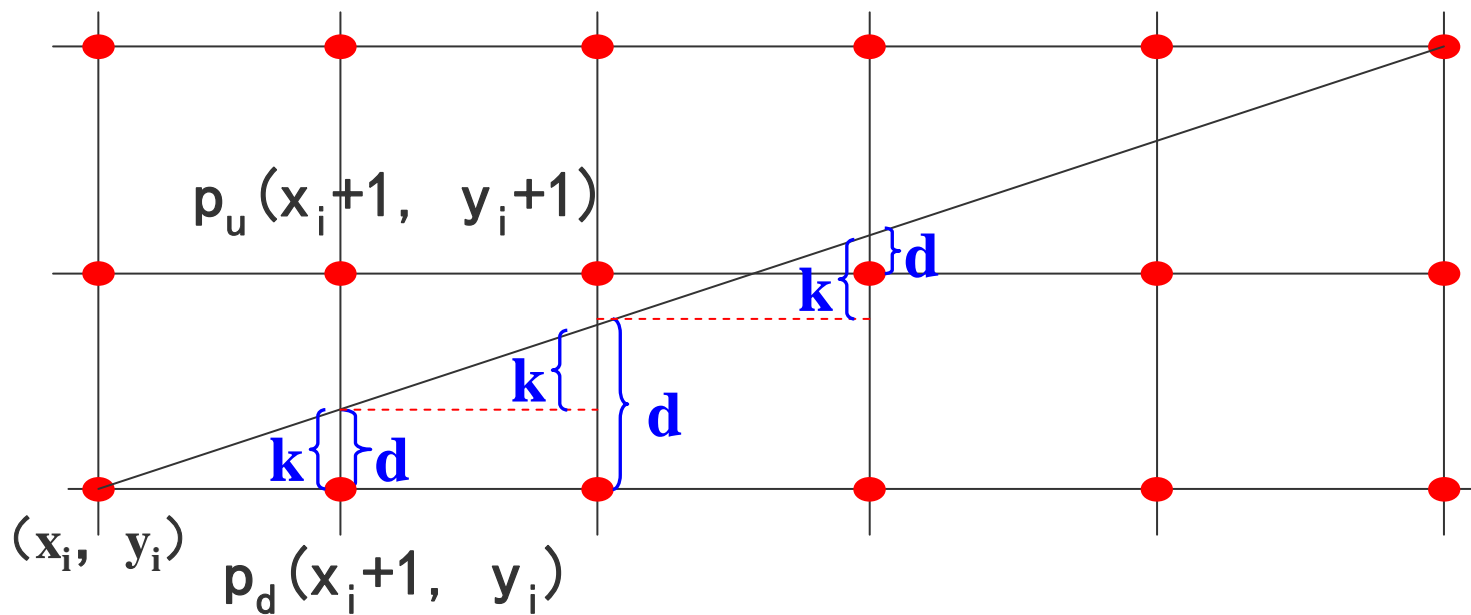


假设每次 $x+1$, y 的递增（减）量为0或1，它取决于实际直线与最近光栅网格点的距离，这个距离的最大误差为0.5。

误差项 d 的初值 $d_0=0$

$$d = d + k$$

一旦 $d \geq 1$ ，就把它减去1，保证 d 的相对性，且在0、1之间。



$$\left\{ \begin{array}{l} x_{i+1} = x_i + 1 \\ y_{i+1} = \begin{cases} y_i + 1 & (d > 0.5) \\ y_i & (d \leq 0.5) \end{cases} \end{array} \right.$$

关键是把这个算法的效率也搞到整数加法，否则就是失败。如何提高到整数加法？

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + 1 \\ y_{i+1} = \begin{cases} y_i + 1 & (d > 0.5) \\ y_i & (d \leq 0.5) \end{cases} \end{cases}$$

如何把这个算法的效率也提高到整数加法？

改进1： 令 $e = d - 0.5$

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + 1 \\ y_{i+1} = \begin{cases} y_i + 1 & (e > 0) \\ y_i & (e \leq 0) \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{i+1} = x_i + 1 \\ y_{i+1} = \begin{cases} y_i + 1 & (e > 0) \\ y_i & (e \leq 0) \end{cases} \end{cases}$$

$e > 0$, y 方向递增1; $e < 0$, y 方向不递增

$e = 0$ 时, 可任取上、下光栅点显示

- $e_{\text{初}} = -0.5$
- 每走一步有 $e = e + k$
- if ($e > 0$) then $e = e - 1$

$$e_{\text{初}} = -0.5 \quad k = \frac{dy}{dx}$$

改进2： 由于算法中只用到误差项的符号，于是可以用 $e*2*\Delta x$ 来替换 e 。

- $e_{\text{初}} = -\Delta x$,
- 每走一步有： $e = e + 2\Delta y$ 。
- if ($e > 0$) then $e = e - 2\Delta x$

算法步骤为：

1. 输入直线的两 endpoint $P_0(x_0, y_0)$ 和 $P_1(x_1, y_1)$ 。
2. 计算初始值 Δx 、 Δy 、 $e = -\Delta x$ 、 $x = x_0$ 、 $y = y_0$ 。
3. 绘制点 (x, y) 。
4. e 更新为 $e + 2\Delta y$ ，判断 e 的符号。若 $e > 0$ ，则 (x, y) 更新为 $(x+1, y+1)$ ，同时将 e 更新为 $e - 2\Delta x$ ；否则 (x, y) 更新为 $(x+1, y)$ 。
5. 当直线没有画完时，重复步骤3和4。否则结束。

Bresenham算法很像DDA算法，都是加斜率

但DDA算法是每次求出一个新的 y 以后取整来画；
而Bresenham算法是判符号来决定上下两个点。所以该算法集中了DDA和中点两个算法的优点，而且应用范围广泛

小 结

1、计算机科学问题的核心就是算法

把一个含有乘法和一个加法的普通直线算法，是如何通过改进和完善其性能，最终变成整数加法的一个精彩过程

2、领会算法中所蕴含的创新思想

改进和完善算法的过程中所体现出来的一些闪光的思想是我们所要认识和领会的

3、科学研究无止境，学术面前人人平等

学会研究性学习，对已有的算法提出质疑找出其不足。

1	Bresenham直线生成算法的改进	贾银高; 张焕春; 经亚枝	中国图象图 形学报	2008-01-15	期刊	21		470		
2	基于Bresenham画线算法的图像快速-高精度 旋转算法	石慎; 张 艳宁; 郝 润平; 郑 江滨	计算机辅助 设计与图形 学报	2007-11-15	期刊	13		211		
3	基于Bresenham算法的四步画直线算法	林笠	暨南大学学 报(自然科学 与医学版)	2003-10-30	期刊	16		477		
4	改进的Bresenham直线生成算法	刘晶; 李 俊; 孙通	计算机应用 与软件	2008-10-15	期刊	11		202		
5	改进的直线Bresenham算法	李高平; 檀结庆	合肥工业大 学学报(自然 科学版)	2003-10-28	期刊	10		343		
6	Bresenham画圆算法的改进	王志喜; 王润云	计算机工程	2004-06-20	期刊	11		435		

1. 标题: **Bresenham Algorithm: Implementation and Analysis in Raster Shape**
作者: Gaol, F.L.
来源出版物: Journal of Computers 卷: 8 期: 1 页: 69-78 DOI: 10.4304/jcp.8.1.69-78 出版年: Jan. 2013
被引频次: 0 (来自所有数据库)
[查看摘要]
2. 标题: **Image Enhancement with Rotating Kernel Transformation Filter Generated by Bresenham's Algorithm**
作者: Seung-Won Shin; Kyeong-Seop Kim; SeMin Lee; 等.
来源出版物: Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers 卷: 61 期: 6 页: 872-8 DOI: 10.5370/KIEE.2012.61.6.872 出版年: June 2012
被引频次: 0 (来自所有数据库)
[查看摘要]