



z-Transform Pairs

Table H.1

$x(t)$	$X(s)$	$X(z)$
1. $\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0, \\ 0 & t = kT, k \neq 0 \end{cases}$	1	1
2. $\delta(t - kT) = \begin{cases} 1 & t = kT, \\ 0 & t \neq kT \end{cases}$	e^{-kTs}	z^{-k}
3. $u(t)$, unit step	$1/s$	$\frac{z}{z - 1}$
4. t	$1/s^2$	$\frac{Tz}{(z - 1)^2}$
5. t^2	$2/s^3$	$\frac{T^2 z(z + 1)}{(z - 1)^3}$
6. e^{-at}	$\frac{1}{s + a}$	$\frac{z}{z - e^{-aT}}$
7. $1 - e^{-at}$	$\frac{a}{s(s + a)}$	$\frac{(1 - e^{-aT})z}{(z - 1)(z - e^{-aT})}$
8. te^{-at}	$\frac{1}{(s + a)^2}$	$\frac{Tze^{-aT}}{(z - e^{-aT})^2}$
9. t^2e^{-at}	$\frac{2}{(s + a)^3}$	$\frac{T^2 e^{-aT} z(z + e^{-aT})}{(z - e^{-aT})^3}$
10. $be^{-bt} - ae^{-at}$	$\frac{(b - a)s}{(s + a)(s + b)}$	$\frac{z[z(b - a) - (be^{-aT} - ae^{-bT})]}{(z - e^{-aT})(z - e^{-bT})}$
11. $\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
12. $\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
13. $e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s + a)^2 + \omega^2}$	$\frac{(ze^{-aT} \sin \omega T)}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega T + e^{-2aT}}$

Table H.1 (continued)

14. $e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s + a}{(s + a)^2 + \omega^2}$	$\frac{z^2 - ze^{-aT} \cos \omega T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega T + e^{-2aT}}$
15. $1 - e^{-at} \left(\cos bt + \frac{a}{b} \sin bt \right)$	$\frac{a^2 + b^2}{s[(s + a)^2 + b^2]}$	$\frac{z(Az + B)}{(z - 1)[z^2 - 2e^{-aT}(\cos bT)z + e^{-2aT}]}$ $A = 1 - e^{-aT} \cos bT - \frac{a}{b} e^{-aT} \sin bT$ $B = e^{-2aT} + \frac{a}{b} e^{-aT} \sin bT - e^{-aT} \cos bT$