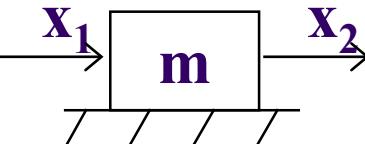
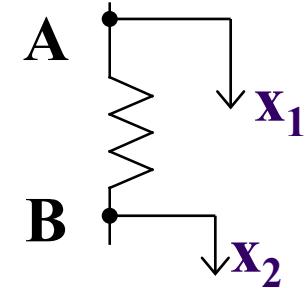
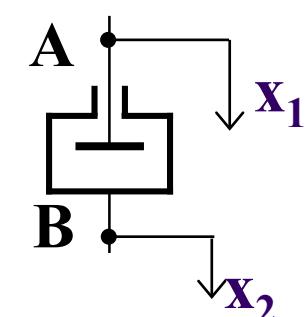


第二章 控制系统的数学模型

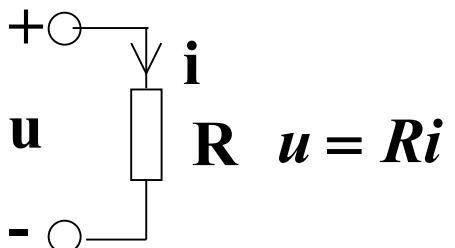
一、微分方程模型的建立

1. 力学:

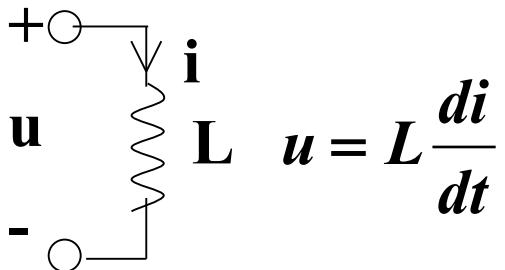
	<p>$x_1 = x_2$ 为位移, 粘性摩擦系数为 f, 则产生阻力 $F(t) = -m \frac{dx_1(t)}{dt}$</p>
	<p>$x_1 \neq x_2$ 为位移, 弹性系数为 f, 则在 A 点产生反弹力 $F_1(t) = -f(x_1 - x_2)$ 在 B 点产生反弹力 $F_2(t) = f(x_1 - x_2)$</p>
	<p>$x_1 \neq x_2$ 为位移, 阻尼系数为 f, 则在 A 点产生阻力 $F_1(t) = -f \frac{d}{dt}(x_1 - x_2)$ 在 B 点产生阻力 $F_2(t) = f \frac{d}{dt}(x_1 - x_2)$</p>

第二章 控制系统的数学模型

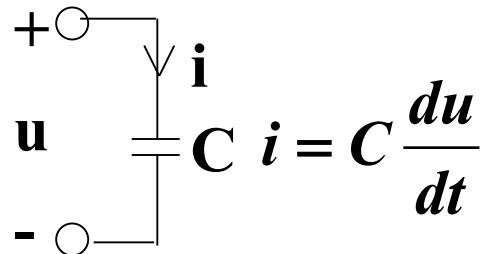
2. 电学



$$R \quad u = Ri$$



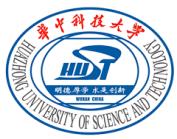
$$L \quad u = L \frac{di}{dt}$$



$$C \quad i = C \frac{du}{dt}$$

3. 流体力学等：参见具体例子。

- ◆ 最后化成微分方程模型**标准形式**：
- 与输入量相关的在右边，
- 与输出量相关的在左边，
- 两端变量的导数项均按降幂排列。



第二章 控制系统的数学模型

二、非线性微分方程的线性化

◆小偏差理论或小信号理论。

◆线性化的方法：

$$z = f(x, y)$$

选工作点

工作点为 (x_0, y_0)

泰勒级数展开

$$z = f(x, y) = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (y - y_0) + \dots$$

忽略高阶项，写成增量形式

$$\Delta z = a\Delta x + b\Delta y$$

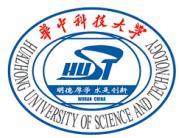


第二章 控制系统的数学模型

三、线性定常系统的传递函数

- ◆ **基本概念求传递函数**: 零初始条件下输出与输入拉氏变换之比。
- ◆ **与微分方程模型之间的转换。**
- ◆ **与单位脉冲响应间的关系**: 拉氏变换与反变换的关系。
- ◆ **标准形式**: 求出传递函数后要**化成标准形式**(有理分式形式)。
- ◆ **几个概念**: 前向通道、反馈通道、开环传递函数、误差传递函数、特征方程、传递系数/放大系数K(时间常数形式的系数)、根轨迹增益k(零极点形式的系数)。

$$G(s) = K \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2^2 s^2 + 2\zeta\tau_2 s + 1) \cdots (\tau_m s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2^2 s^2 + 2\zeta T_2 s + 1) \cdots (T_n s + 1)} = k \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)}$$



第二章 控制系统的数学模型

三、线性定常系统的传递函数

◆典型环节的传递函数：

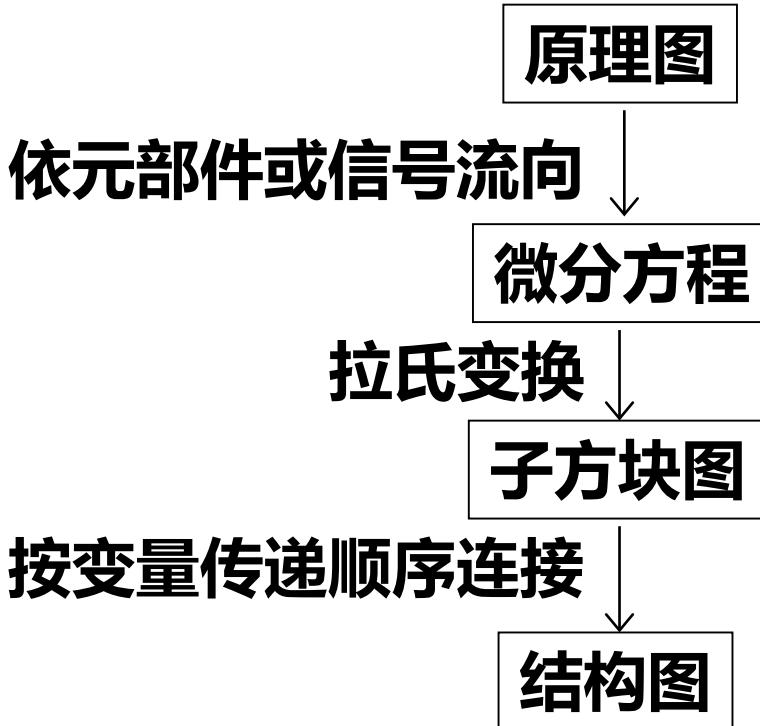
比例 $G(s) = K$	积分 $G(s) = \frac{1}{s}$	微分 $G(s) = s$
惯性 $G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$	振荡 $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n\zeta s + \omega_n^2}$	
一阶微分环节 $G(s) = \tau s + 1$	二阶微分环节 $G(s) = \tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1$	延滞 $G(s) = e^{-\tau s}$



第二章 控制系统的数学模型

四、结构图

- ◆ 绘制结构图：
- 输入在左，输出在右。



- ◆ 等效变换求传递函数：
- 串联、并联、反馈的等效变换。
- 综合点的前后移动(前除后乘)。
- 引出点的前后移动(前乘后除)。
- 避免综合点与引出点相邻，尽量将交叉回路拆开。
- 注意反馈回路的正负号。



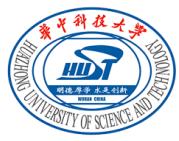
第二章 控制系统的数学模型

五、信号流图：

- ◆概念：
 - 节点、支路、通路、
 - 前向通路(从输入节点到输出节点且与其它节点相交不多于一次)、
 - 回路(终点就是起点、且与其它节点相交不多于一次)、
 - 不接触回路(无任何公共节点)、接触回路。
- ◆由方块图绘制信号流图：
 - 节点：方块图的输入、输出、综合点、引出点、各方块的输入输出点。
 - 支路增益：各方块的传递函数。

◆梅逊公式：

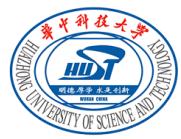
$$G(s) = \frac{\sum_{k=1}^m P_k \Delta_k}{\Delta}$$
$$\Delta = 1 - \sum_1^n L_i + \sum_1^{n_2} L_i L_j - \sum_1^{n_3} L_i L_j L_k + \cdots$$



第三章 控制系统的时域分析

一、稳定性

- ◆ **定义：**扰动消失后系统由初始偏差状态恢复到原平衡状态的性能。
- ◆ 线性定常系统稳定的**充要条件**：所有特征根具有负实部。



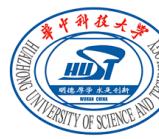
第三章 控制系统的时域分析

- ◆劳斯判据：
- 适用于闭环特征方程。
- 系统稳定的充要条件是Routh表中第一列各项元素均为正。
- 特殊情况1(某行第一列为0而其余不为0或没有其余项)：若Routh表第一列均为正，则系统为临界稳定。
- 特殊情况2(某一行全为零)：有关于原点对称的根。若Routh表第一列均为正，则系统为临界稳定。
- 存在全零行时由辅助多项式构成的方程的解是关于原点对称的根。
- 第一列变号的次数是具有正实部的根的个数。
- 稳定裕量的检验： $s=z-\sigma$ 。

第三章 控制系统的时域分析

- ◆ 赫尔维茨判据：
- 赫尔维茨矩阵的列写(n阶行列式)。
- 系统稳定的充要条件是 $a_n > 0$ 时行列式各阶主子式均大于零。

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c}
 a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & \dots & 0 & \\
 \hline
 a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & 0 & \dots & \\
 \hline
 a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & \dots & \\
 \hline
 a_{n-7} & a_{n-6} & a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & \dots & \\
 \hline
 a_{n-9} & a_{n-8} & a_{n-7} & a_{n-6} & a_{n-5} & \dots & \\
 \hline
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\
 \hline
 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & a_0 &
 \end{array}$$



第三章 控制系统的时域分析

二、时域分析

◆求系统输出响应：直接方法。先求输出的拉氏变换，再部分分式展开求拉氏反变换。

◆一阶系统动态性能指标： $G_B(s) = \frac{K}{Ts + 1}$

- 当 $t=T$ 时， $c(t)=0.632c(\infty)$
- 上升时间 $t_r=2.2T$
- 延滞时间 $t_d=0.69T$
- 调整时间 $t_s = 3T (\Delta=5\%)$ 或 $t_s = 4T (\Delta=2\%)$

第三章 控制系统的时域分析

◆二阶系统动态性能指标:

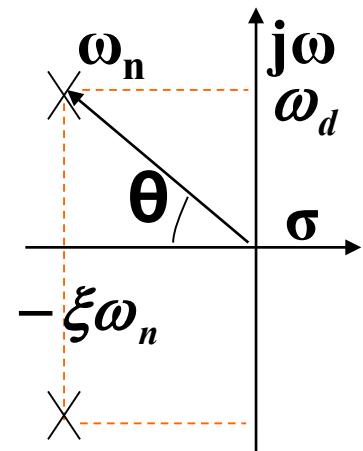
$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

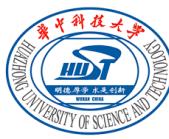
$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

- 不同阻尼比时的动态响应特点(几种工作状态)。
- ?
- 响应曲线单调递增到稳态值，确定参数范围。
- 欠阻尼的单位阶跃响应

$$c(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \theta)$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} \quad \theta = \arccos \xi$$





第三章 控制系统的时域分析

◆ 二阶系统动态性能指标: $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

• 欠阻尼单位阶跃响应二阶性能指标:

$t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_d}$	$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$
$\sigma_p \% = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\%$	$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} \sim \frac{4}{\xi\omega_n}$

• 性能指标与参数的关系:

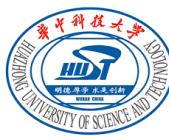
ξ 减小则 σ_p 增大, t_r 和 t_p 减小, t_s 增大。

ω_n 增大则 t_r 、 t_p 和 t_s 都减少。



第三章 控制系统的时域分析

- ◆高阶系统分析：
- 偶极子：距离很近的零极点对。
- 主导极点：两个条件(附近没有零点，且其余极点远离虚轴)。
- 近似成低阶系统的准则**：保持闭环放大系数不变。
- 不能忽略的闭环极点对系统的影响：减少超调量、增加调节时间。
- 不能忽略的闭环零点对系统的影响：增大超调量、加快响应初期速度。



第三章 控制系统的时域分析

◆ 稳态误差: $e(t) = r(t) - b(t)$

• 在系统**稳定的前提下**才有意义。

• 系统型别: 开环传递函数中含有的积分环节个数。

• 静态误差系数: 由开环传递函数来求:

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) \quad K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) \quad K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s)$$

• 有用输入引起的误差:

$$r(t) = a_1 + a_2 t + a_3 t^2 \quad e_{ss} = a_1 \frac{1}{1 + K_p} + a_2 \frac{1}{K_v} + 2a_3 \frac{1}{K_a}$$

• 扰动输入引起的误差、非标准定义的误差:

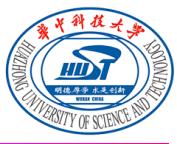
直接法: 求出误差的拉氏变换, 用终值定理求 $e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$

• 消除或减小稳态误差的方法: 扰动点之前引入积分环节、增大开环放大系数、采用复合控制。



第三章 控制系统的时域分析

- ◆ 系统设计：根据给出的性能指标确定参数（一般原则）
 - 根据稳态误差或稳定性求开环放大系数的范围；
 - 根据动态指标给出主导极点后，确定二阶参数；
 - 其他极点只要选择为实部是主导极点的5倍及以上即可。
- ◆ 控制系统的灵敏度分析：
 - 灵敏度的定义和求解



第四章 根轨迹

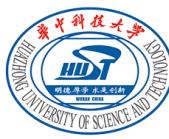
◆普通根轨迹：

反馈系统开环传递函数为 $G(s)H(s) = K_r \frac{\prod_{j=1}^m (s - z_j)}{s^\nu \prod_{i=1}^{n-\nu} (s - p_i)}$

则根轨迹方程 $K_r \frac{\prod_{j=1}^m (s - z_j)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} = -1$

幅值条件： $K_r = \frac{\prod_{i=1}^n |s - p_i|}{\prod_{j=1}^m |s - z_j|}$

相角条件： $\sum_{j=1}^m \angle(s - z_j) - \sum_{i=1}^n \angle(s - p_i) = (2k + 1)\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$



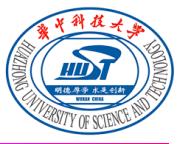
第四章 根轨迹

◆ 180度根轨迹：以**开环根轨迹增益** K_r 为可变参数绘制普通根轨迹的8条基本规则：(开环极点数n,开环零点数m)

☒ **根轨迹的起点与终点**：根轨迹起始于开环极点，终止于开环零点。若 $n > m$ ，则有 $n-m$ 条根轨迹终止于s平面的无穷远处(无限零点)；若 $m > n$ ，则有 $m-n$ 条根轨迹起始于s平面的无穷远处(无限极点)。

☒ **根轨迹的分支数**：根轨迹的分支数等于m和n中的较大者，根轨迹连续且对称于实轴。

☒ **实轴上的根轨迹**：若实轴上某线段右侧的开环零、极点的个数之和为**奇数**，则该线段是实轴上的根轨迹。



第四章 根轨迹

☒**根轨迹的渐近线**: 当 $n > m$ 时, 有 $n - m$ 条根轨迹分支沿着 $n - m$ 条渐近线趋向无穷远处, 这 $n - m$ 条渐近线在实轴上的交点坐标为

$$\sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{j=1}^m z_j}{n - m}$$

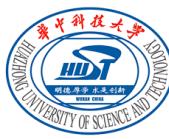
这 $n - m$ 条渐近线与实轴的夹角分别为

$$\varphi_a = \frac{2k+1}{n-m}\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n-m-1)$$

☒**根轨迹的分离点和分离角**: 根轨迹的分离点的坐标 d 是下面方程的解

$$\sum_{j=1}^m \frac{1}{d - z_j} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{d - p_i} \quad \dot{A}(s)B(s) = A(s)\dot{B}(s)$$

分离角为 $\frac{1}{l}(2k+1)\pi$, 其中 l 为进入分离点的根轨迹的分支数。



第四章 根轨迹

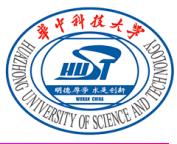
根轨迹的起始角和终止角：根轨迹的起始角 θ_{p_l} 和终止角 θ_{z_l} 可根据下面公式计算：

$$\theta_{p_l} = (2k+1)\pi + \sum_{j=1}^m \angle(p_l - z_j) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^n \angle(p_l - p_i)$$
$$\theta_{z_l} = (2k+1)\pi - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^m \angle(z_l - z_j) + \sum_{i=1}^n \angle(z_l - p_i)$$

!当 p_l 或 z_l 是重根时，利用相角条件来求起始角或终止角。

根轨迹与虚轴的交点：如根轨迹与虚轴相交，则交点上的 K_c 和 ω_c 值可用劳斯判据判定，也可令闭环特征方程中的 $s=j\omega$ ，然后分别求解虚部方程和实部方程即可得 K_c 和 ω_c 。

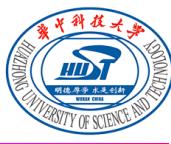
特征根之和与特征根之积：若 $n-m \geq 2$ ，则根之和与开环根轨迹增益 K_r 无关。



第四章 根轨迹

绘制根轨迹的注意事项：

- ✓ 根轨迹的起点用“×”标示，终点用“O”标示。
- ✓ 用箭头标示根轨迹运动的方向。
- ✓ 要标出一些特殊点的 K_r 值。
- ✓ 要会求解根轨迹曲线部分的曲线方程。



第四章 根轨迹

◆**参数根轨迹**: 首先求出系统的等效开环传递函数。

◆**正反馈系统**: 0° 根轨迹:

规则三: 实轴上的根轨迹是那些在其右侧的开环实零点和开环实极点之和为**偶数**的线段。

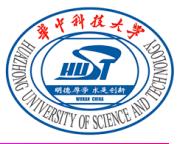
规则四: 当 $n > m$ 时, 有 $n - m$ 条根轨迹分支沿着 $n - m$ 条渐近线趋向无穷远处, 这 $n - m$ 条渐近线在实轴上相交于一点, 交点坐标 σ_a 与 180° 根轨迹相同。

这 $n - m$ 条渐近线与实轴的夹角为 $\varphi_a = \frac{2k}{n - m} \pi, k = 0, 1, 2, \dots, n - m - 1$

规则六: 起始角和终止角为

$$\theta_{p_l} = 2k\pi + \sum_{j=1}^m \angle(p_l - z_j) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^n \angle(p_l - p_i)$$

$$\theta_{z_l} = 2k\pi - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^m \angle(z_l - z_j) + \sum_{i=1}^n \angle(z_l - p_i)$$



第四章 根轨迹

◆非最小相位系统的根轨迹：

• 将开环传递函数写成标准形式，为保证分子和分母中s的最高次幂系数为正，**如果有负号提出**，则按 0° 根轨迹的规则作图，否则按 180° 根轨迹规则作图。

◆由根轨迹分析系统性能：

• 稳定性分析：开环根轨迹增益的临界值。

• 动态性能分析：指定**阻尼比**如何获知相应的开环放大系数，并进一步获得主导极点信息以分析系统的性能。

• 增加开环零极点对系统根轨迹的影响。

• 增加开环负实零点可将根轨迹向左“拉”，有利于改善系统的稳定性。



第五章 频域分析

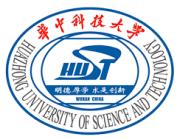
◆ 稳定的系统：传递函数为 $G(s)$ ，则

$$\begin{aligned} \text{输入: } r(t) &= A \sin(\omega t) \\ \text{输出: } y_{ss}(t) &= |G(j\omega)| A \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

◆ 频率特性的表示方法

$$G(j\omega) = u(\omega) + jv(\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi}$$

- 1. 实频特性 $u(\omega)$, 虚频特性 $v(\omega)$
- 2. 幅频特性, 相频特性
- 3. 幅相特性曲线: 幅相曲线, 极坐标图。
- 4. 对数频率特性图: 对数坐标图、伯德图或Bode图



第五章 频域分析

◆典型环节的相频特性：

1. 比例环节 $\varphi(\omega) = 0^\circ$

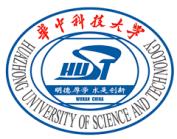
2. 积分环节 $\varphi(\omega) = -90^\circ$

3. 微分环节 $\varphi(\omega) = 90^\circ$

4. 惯性环节 $\angle G(j\omega) = -\arctan \omega T$

5. 一阶微分(比例微分)环节 $\varphi(\omega) = \arctan \omega T$

6. 振荡环节 $\varphi(\omega) = \begin{cases} -\operatorname{tg}^{-1} \frac{2\xi\omega T}{1-\omega^2 T^2}, & \omega T \leq 1 \\ -\left(180^\circ - \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\xi\omega T}{\omega^2 T^2 - 1}\right), & \omega T > 1 \end{cases}$



第五章 频域分析

◆典型环节的相频特性：

7. 二阶微分环节

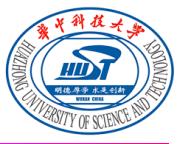
$$\angle G(j\omega) = \begin{cases} \arctan \frac{2\xi\omega T}{1-\omega^2 T^2}, & \omega T \leq 1 \\ 180^\circ - \arctan \frac{2\xi\omega T}{\omega^2 T^2 - 1}, & \omega T > 1 \end{cases}$$

8. 延迟环节 $\angle G(j\omega) = -\omega\tau$

9. 不稳定环节

$$\frac{1}{Ts-1} \quad \varphi = -(180^\circ - \arctan \omega T)$$

$$Ts-1 \quad \varphi = 180^\circ - \arctan \omega T$$



第五章 频域分析

◆典型环节的相频特性：

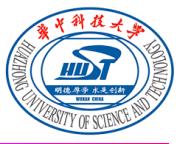
9. 不稳定环节

$$G(s) = \frac{1}{T^2 s^2 - 2\xi T s + 1}$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\xi\omega T}{1 - \omega^2 T^2}, & \omega T \leq 1 \\ 180^\circ - \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\xi\omega T}{\omega^2 T^2 - 1}, & \omega T > 1 \end{cases}$$

$$T^2 s^2 - 2\xi T s + 1$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\xi\omega T}{1 - \omega^2 T^2}, & \omega T \leq 1 \\ - 180^\circ + \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\xi\omega T}{\omega^2 T^2 - 1}, & \omega T > 1 \end{cases}$$



第五章 频域分析

◆绘制幅相曲线：

- 由频率特性得到实频特性和虚频特性，根据它们的符号确定频率特性曲线会经过哪些象限。
- 由 ω 从 $0 \rightarrow +\infty$ ，计算起点和终点的幅频和相频特性，分析 ω 变化的趋势，绘出相应的幅相曲线。
- 求出幅相曲线与坐标轴的交点的值并标注在图上。
- 用箭头标出 ω 从 $0 \rightarrow +\infty$ 变化的方向。
- 如果存在渐近线，则标出渐近线的值。



第五章 频域分析

- ◆ **最小相位系统幅相曲线的起点：**设积分环节的个数为 r ，则
 - 若 $r=0$ 且有微分环节，则起始于原点。若 $r=0$ （无微分环节时），则起始于正实轴上 $(K,0)$ 点
 - 若 $r>0$ ，则起始于无穷远处，相角为 $-r90^\circ$ 。

- ◆ **最小相位系统幅相曲线的终点：**设分母的阶次为 n ，分子的阶次为 m ，则
 - 当 $n=m$ 时，曲线终止于正实轴上某点。
 - 当 $n>m$ 时，终点在原点，且以 $(n-m) \times (-90^\circ)$ 的角度进入原点。



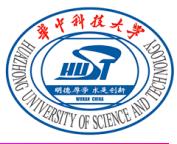
第五章 频域分析

◆ 绘制Bode图：

➤ 对数幅频特性

- ✓ 确定各典型环节的转折频率并标注在横轴上。
- ✓ 确定对数幅频特性渐近线起始段的斜率和位置，画出渐近线起始段，即过 $\omega=1$, $L(\omega)=20\lg K$ 点，斜率为 $-r20\text{dB/dec}$ 。 r 为积分环节的个数。
 - ✓ 向左延伸到低频段(直到 $\omega=0$)，
 - ✓ 向右一直画到第一个转折频率处为止。
- ✓ 将 $L(\omega)$ 向高频段(向右)延伸，且每过一个转折频率，渐近线的斜率就相应地改变 Δ 。
- ✓ 标出幅值穿越频率 (难点) 。

▪ 对于最小相位系统，已知渐近对数幅频特性，求对应的传递函数。

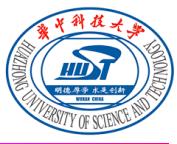


第五章 频域分析

◆绘制Bode图：

➤ 对数相频特性：

- 判断起始渐近线：合并滞后（超前）相角
- 判断终止渐近线
- 最小相位系统：对数幅频特性曲线的负斜率加大时，对数相频特性负相角增加；否则减小。



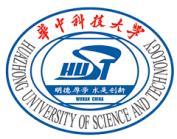
第五章 频域分析

◆奈氏稳定判据：

- 绘制开环传递函数的幅相曲线
- 绘制对称部分，并绘制增补段： $\omega:0_- \rightarrow 0_+$ 时顺时针绕原点以无穷大半径转 $\nu\pi$ 角度。
- 求出P：位于S平面右半平面的开环传函极点数
- 求出N：为奈氏曲线逆时针方向包围(-1,j0)点的次数

则闭环系统右半平面不稳定的根的个数为 $Z=P - N$ 。

◆推论：若奈氏曲线顺时针包围(-1,j0)点，则系统一定不稳定。



第五章 频域分析

◆ 相对稳定性：

- 相角裕度 γ : $\gamma = \varphi(\omega_c) - (-180^\circ) = 180^\circ + \varphi(\omega_c)$

其中剪切频率 ω_c 满足 $|G(j\omega_c)H(j\omega_c)|=1$

- 幅值裕度 K_g :

$$K_g = \frac{1}{|G(j\omega_g)H(j\omega_g)|}$$

$$K_g = -20 \lg |G(j\omega_g)H(j\omega_g)| = -L(\omega_g) dB$$

其中相位穿越频率 ω_g 满足 $\angle G(j\omega_g)H(j\omega_g) = -180^\circ$

- 对于最小相位系统，若 $K_g > 1$ 且 $\gamma > 0^\circ$ ，则系统稳定



第五章 频域分析

◆二阶系统：

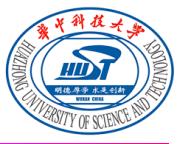
谐振: $\omega_r = \frac{1}{T} \sqrt{1 - 2\xi^2}$ $M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1 - \xi^2}} \geq 1 \quad (\xi \leq 1/\sqrt{2})$

◆高阶系统频域指标与时域指标的关系：

$$\sigma_p = 0.16 + 0.4 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) \quad 35^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$$

$$t_s = \frac{K_0 \pi}{\omega_c} \quad K_0 = 2 + 1.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + 2.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right)^2 \quad 35^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$$

$$M_r \approx \frac{1}{\sin \gamma}$$



第六章 线性系统的校正

◆ 串联超前校正的步骤

$$G(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$

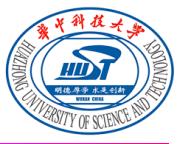
1. 根据稳态性能要求，确定开环放大系数；
2. 绘制原系统Bode图，计算剪切频率 ω_{c0} 和相角裕度 γ_0 ；
3. 确定补偿量 $\Delta\varphi$ ，由 $\varphi_m = \gamma^* - \gamma_0 + \Delta\varphi$ 确定 φ_m ，则超前校正网络的参数 $a = \frac{1+\sin\varphi_m}{1-\sin\varphi_m}$ ；
4. 计算原系统对数幅频 $L_0(\omega) = -10\lg a$ 处的频率 ω_1 ，令 $\omega_m = \omega_1$ ；
5. 根据 $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$ 计算参数 T ，得到串联连接系数为 a 的比例放大器之后的超前校正网络的传递函数 $G_c(s) = \frac{aTs+1}{Ts+1}$ ；
6. 写出校正后系统开环传递函数 $G_K(s) = G_0(s)G_c(s)$ ，绘制校正后系统的Bode图，验算校正的结果。



第六章 线性系统的校正

◆求幅值时近似的方法：

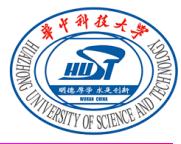
判断要求频率位于该环节的哪个频段，若位于该环节的低频段，则近似为1；若位于该环节的高频段，则忽略1.



第六章 线性系统的校正

◆ 串联滞后校正的步骤

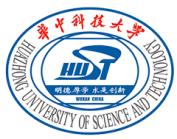
1. 根据稳态性能要求，确定开环放大系数；
2. 绘制原系统的Bode图，计算相角裕度 γ_0 ；
3. 选择补偿量 $\Delta\varphi$ （通常取 6° ），计算原系统相角 $\varphi(\omega) = -180^\circ + \gamma^* + \Delta\varphi$ 处的频率 ω_1 ，
4. 令 $20\lg b + L(\omega_1) = 0$ ，得到参数 b ；
5. 令 $\frac{10}{Tb} = \omega_1$ ，得到参数 T ，则串联滞后校正网络的传递函数为
$$G_c(s) = \frac{1+bTs}{1+Ts};$$
6. 写出校正后系统开环传递函数 $G_K(s) = G_0(s)G_c(s)$ ，绘制校正后系统的Bode图，验算校正的结果。



第六章 线性系统的校正

◆串联滞后-超前校正步骤：

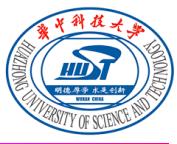
1. 根据稳态性能要求，确定开环放大系数K；
2. 根据性能指标的要求决定超前校正部分，此时需考虑相位滞后部分会带来最多 $\triangle\varphi=-6^\circ$ 的影响。得到 $G_1(s)$ ；
3. 根据 $G_1(s)$ 性能指标不足部分来决定滞后校正部分



第六章 线性系统的校正

◆期望频率特性法：

1. 根据稳态误差要求，确定开环增益 K ，即起始段；
2. 由剪切频率 ω_c^* 、相角裕度 γ^* 、谐振峰值 M_r 确定 H 、 ω_2 、 ω_3 ，绘制中频段，斜率为 $-20dB/dec$ ，以保证相角裕度要求；
3. 中频段向左延伸，与起始段连接。若不能与起始段的期望频率特性相连，则增加直线，斜率尽量接近相邻线段；
4. 中频段向右延伸，根据幅值裕度及抗干扰要求，确定高频段。斜率尽量与原系统高频段保持一致，或完全重合；
5. 将期望对数幅频特性减去原系统对数幅频特性，得串联校正装置的对数幅频特性及其传递函数；
6. 验算。



预祝
门门高分
快乐暑假！