



2024-2025 学年度春季



课程名称：《自动控制原理（一）》

第13讲 控制系统综合设计

课程学时：共56学时

授课教师：刘骁康

课程性质：专业基础课

课程目标：掌握自动控制的基本

**学生对象：自动化2305班
(32人)**

本原理、控制系统的建模、性能分析和综合设计方法

- ◆ **系统设计的一般原则：根据给出的性能指标确定参数：**

- ☑ **根据稳态误差或稳定性求出开环放大系数的范围；**
- ☑ **再根据动态指标给出主导极点后，确定二阶参数。**

- ◆ **本章设计思路**

- **参数调节与控制器设计**
- **系统辨识**



第三章：控制系统时域分析

第13讲 控制系统综合设计

Design of Control Systems – Part 3

本讲内容

一、参数调节与控制器设计

二、系统辨识

三、习题课

一、参数调节与控制器设计

【例1.1】 某已知单位反馈系统的开环传递函数 $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$ 。选择 K 及 T 使：

(1) 当 $r(t) = t$ 时 $e_{ss} \leq 0.02$;

(2) 当 $r(t) = 1(t)$ 时 $\sigma_p \leq 40\%$, $t_s \leq 0.3(s)$ ($\Delta = 5\%$)。

【解】 斜坡输入下 $e_{ss} = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{K} \leq 0.02$, 则 $K \geq 50$ 。

对照标准开环传递函数有 $T = \frac{1}{2\zeta\omega_n}$, $\omega_n^2 = \frac{K}{T}$, $\omega_n = 2K\zeta$ 。

由 $\sigma_p \leq 40\%$ 得 $\zeta \geq 0.28$, 则 $\omega_n = 2K\zeta \geq 100\zeta \geq 28 \text{ rad/s}$ 。

由 $t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} \leq 0.3$ 得 $\zeta\omega_n \geq 10$ 。

取 $\sigma_p = 30\%$ 时 $\zeta = 0.358$, 取 $K = 51$, 则 $\omega_n = 2K\zeta = 36.52 \text{ rad/s}$ 。

此时 $t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} = 0.23 < 0.3$, 满足设计要求。 则 $T = \frac{1}{2\zeta\omega_n} = 0.04$, $K = 51$ 。

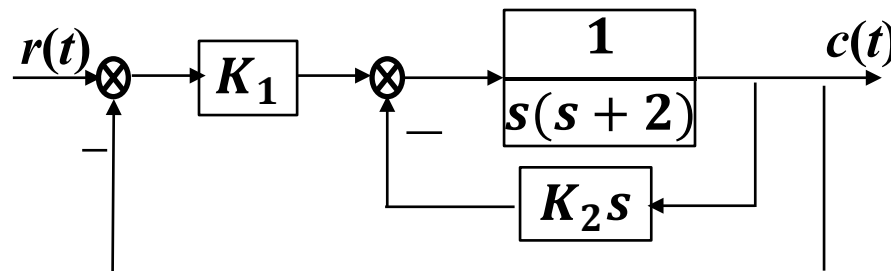
一、参数调节与控制器设计

【例1.2】已知系统结构图如图。

- (1) 当 $K_1 = 10$ 、 $K_2 = 0$ 时确定阻尼比、自然振荡频率，计算单位斜坡输入时的稳态误差。
- (2) 当 $K_1 = 10$ 、 $\zeta = 0.6$ 时确定 K_2 和单位斜坡输入下的稳态误差。
- (3) 确定 K_1 和 K_2 使 $\zeta = 0.6$ 时单位斜坡输入的稳态误差 $e_{ss} = 0.2$ 。

【解】(1) $K_2 = 0$ 时无速度反馈。开环传递函数

$$G_K(s) = \frac{10}{s(s+2)}$$



对照标准形式得 $\omega_n = \sqrt{10} = 3.16$ ， $\zeta = 0.316$ 。

单位斜坡输入时的稳态误差 $e_{ss0} = \frac{1}{K_v} = 0.2$ 。

$\zeta = 0.316$ 时， $\sigma_{p0} = 35.12\%$ ，此时动态过程振荡幅度过大。

(2) 当 $\zeta = 0.6$ 时， $\sigma_{p1} = 9.48\%$ 。借助速度反馈降低振荡幅度。 有无副作用？

一、参数调节与控制器设计

【例1.2】已知系统结构图如图。

- (1) 当 $K_1 = 10$ 、 $K_2 = 0$ 时确定阻尼比、自然振荡频率，计算单位斜坡输入时的稳态误差。
- (2) 当 $K_1 = 10$ 、 $\zeta = 0.6$ 时确定 K_2 和单位斜坡输入下的稳态误差。
- (3) 确定 K_1 和 K_2 使 $\zeta = 0.6$ 时单位斜坡输入的稳态误差 $e_{ss} = 0.2$ 。

【解】(2) $K_1 = 10$ 、 $\zeta = 0.6$ ($\sigma_{p1} = 9.48\%$) 时，

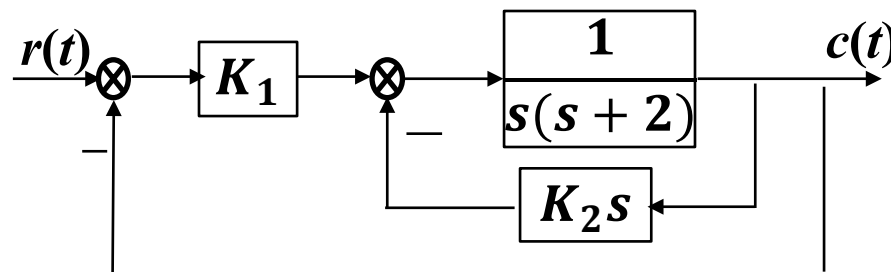
$$G_K(s) = \frac{10}{s(s+2+K_2)}, \text{ 则 } \omega_n = \sqrt{10} = 3.16,$$

$$\text{由 } \zeta = \frac{2+K_2}{2\omega_n} = 0.6 \text{ 得 } K_2 = 1.792,$$

$$\text{则 } G_K(s) = \frac{10}{s(s+3.792)}, \text{ 则 } e_{ss1} = \frac{1}{K_v} = 0.3792 > e_{ss0}.$$

$$(3) \text{ 由 } G_K(s) = \frac{K_1}{s(s+2+K_2)}, \omega_n = \sqrt{K_1}, \zeta = \frac{2+K_2}{2\sqrt{K_1}} = 0.6,$$

$$e_{ss} = \frac{2+K_2}{K_1} = 0.2, \text{ 联立得 } K_1 = 36, K_2 = 5.2.$$



◆速度反馈的作用：

- 增加阻尼比，减小超调量。但不改变自然振荡频率。
- 使系统开环放大系数减小，稳态误差增大。

一、参数调节与控制器设计

【例1.3】系统结构图如图。

- (1) $G_r(s) = 0$ 时确定 K_1 和 K_2 使 $\sigma_p = 4.32\%$, $t_s = 2.12(s)$ ($\Delta = 5\%$) ;
- (2) 求 $G_r(s) = 0$ 、 $r(t) = 2t$ 时 e_{ss} ;
- (3) 确定 $G_r(s)$ 的最简结构使斜坡输入作用下稳态误差为零。

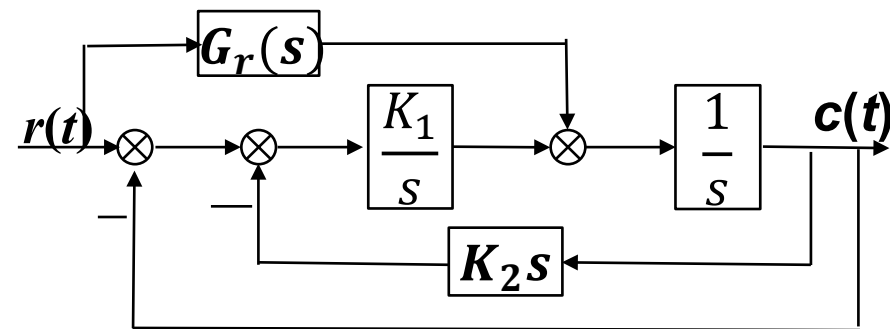
【解】若 $K_2 = 0$ 无速度反馈, 则系统不稳定。

(1) 闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_1}{s^2 + K_1 K_2 s + K_1}$,

对照标准形式得 $K_1 = \omega_n^2$, $K_1 K_2 = 2\zeta\omega_n$ 。

由 $\sigma_p = 4.32\%$, $t_s = 2.12$, 解得 $\zeta = 0.707$, $\omega_n = 2$,

则 $K_1 = \omega_n^2 = 4$, $K_2 = 0.707$ 。



一、参数调节与控制器设计

【例1.3】系统结构图如图。

- (1) $G_r(s) = 0$ 时确定 K_1 和 K_2 使 $\sigma_p = 4.32\%$, $t_s = 2.12(s)$ ($\Delta = 5\%$) ;
- (2) 求 $G_r(s) = 0$ 、 $r(t) = 2t$ 时 e_{ss} ;
- (3) 确定 $G_r(s)$ 的最简结构使斜坡输入作用下稳态误差为零。

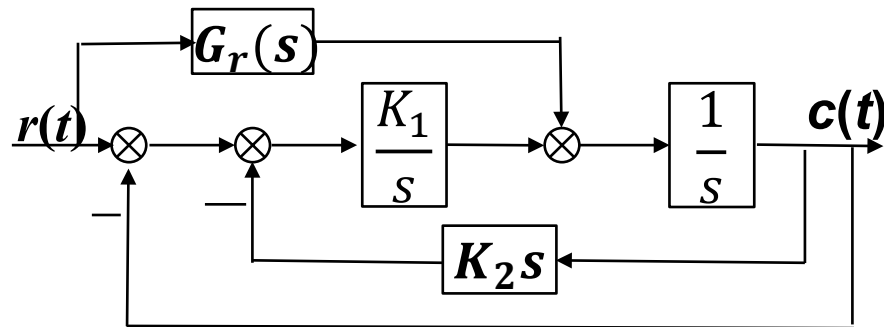
【解】(2)开环传递函数 $G_K(s) = \frac{K_1}{s^2 + K_1 K_2 s}$,

则 $K_v = \frac{1}{K_2}$,

则 $r(t) = 2t$ 作用下 $e_{ss} = \frac{2}{K_v} = 2K_2 = 1.414$ 。

增加速度反馈, 改善稳定性,

但速度反馈的强度与稳态误差成正比, K_2 越大, 稳态误差越大。



一、参数调节与控制器设计

【例1.3】系统结构图如图。

- (1) $G_r(s) = 0$ 时确定 K_1 和 K_2 使 $\sigma_p = 4.32\%$, $t_s = 2.12(s)$ ($\Delta = 5\%$) ;
- (2) 求 $G_r(s) = 0$ 、 $r(t) = 2t$ 时 e_{ss} ;
- (3) 确定 $G_r(s)$ 的最简结构使斜坡输入作用下稳态误差为零。

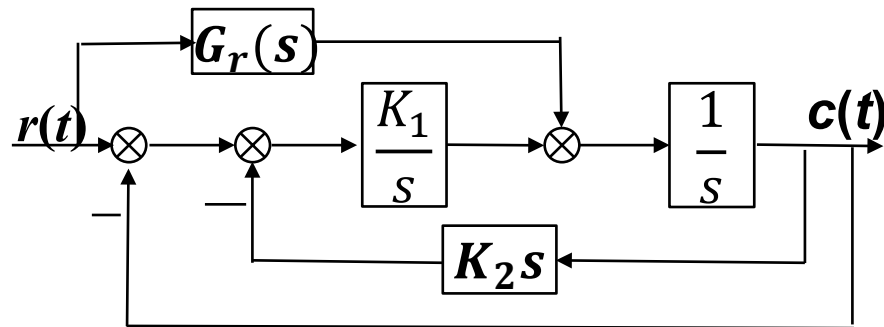
【解】 (3) $\Phi_{er}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1 + \frac{K_1 K_2}{s} - \frac{1}{s} G_r(s)}{1 + \frac{K_1 K_2}{s} + \frac{K_1}{s^2}}$

令 $\Phi_{er}(s) = 0$, 则 $1 + \frac{K_1 K_2}{s} - \frac{1}{s} G_r(s) = 0$

, 因此 $G_r(s) = s + K_1 K_2$ 。由 $e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \Phi_{er}(s) \frac{a}{s^2}$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s + K_1 K_2 - G_r(s)}{s^2 + K_1 K_2 s + K_1} a = \frac{K_1 K_2 - G_r(s)}{K_1} a = 0$$

得 $G_r(s) = K_1 K_2$ 为所求。



二、系统辨识

【例2.1】某三阶闭环控制系统，

(1)若阶跃输入响应具有欠阻尼特性，且 $10\% < \sigma_p < 20\%$ ， $t_s < 0.6(s)$ ($\Delta = 5\%$)。

确定主导极点的区域；

(2)若系统为单位反馈，且 $t_s = 0.6(s)$ ， $\sigma_p = 20\%$ ，为该系统找到一个合适的前向通道传递函数 $G(s)$ 。

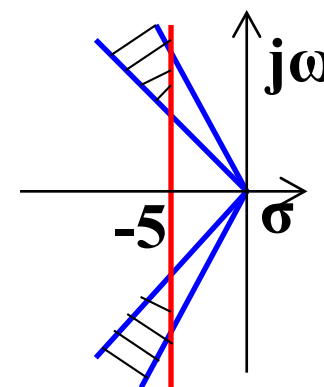
【解】(1)由 $t_s < 0.6$ 得 $\zeta\omega_n > 5$ 。

由 $10\% < \sigma_p < 20\%$ 得 $0.4562 < \zeta < 0.5913$ ，

则特征根的相角 $53.77^\circ < \theta < 62.89^\circ$ 。

复根总是共轭成对出现，因此，相角的范围也包括对称部分。

主导极点区域见阴影部分，不包括阴影的边界。



二、系统辨识

【例2.1】某三阶闭环控制系统，

(1)若阶跃输入响应具有欠阻尼特性，且 $10\% < \sigma_p < 20\%$ ， $t_s < 0.6(s)$ ($\Delta = 5\%$)。

确定主导极点的区域；

(2)若系统为单位反馈，且 $t_s = 0.6(s)$ ， $\sigma_p = 20\%$ ，为该系统找到一个合适的前向通道传递函数 $G(s)$ 。

【解】(2) $t_s = 0.6$ ， $\sigma_p = 20\%$ ，则 $\zeta\omega_n = 5$ ， $\zeta = 0.4562$ ， $\omega_n = 10.96$

? 增加什么条件
可以确定K

主导极点对应因式为 $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 10s + 120.12$

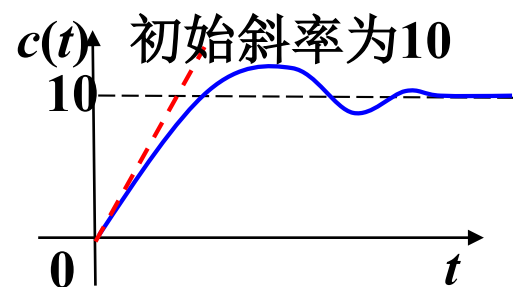
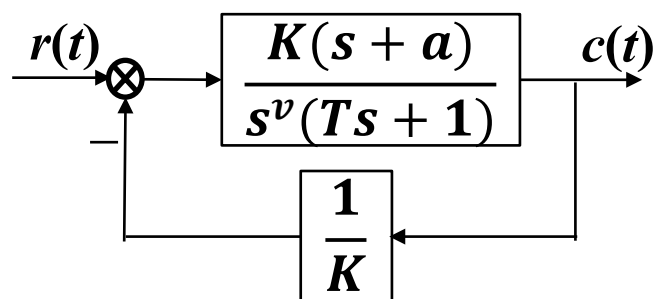
由于 $\zeta\omega_n = 5$ ，为保证主导极点地位，取 $p_3 = -52$ ，

则可行的闭环传递函数为 $G_B(s) = \frac{6246K}{(s^2 + 10s + 120.12)(s + 52)}$ ，

单位反馈，则 $G(s) = \frac{G_B(s)}{1 - G_B(s)} = \frac{6246K}{(s^2 + 10s + 120.12)(s + 52) - 6246K}$ 。

二、系统辨识

【例2.2】已知结构图及单位阶跃响应。单位速度下 $e_{ss} = 0.1$ ，确定参数。



【解】闭环传递函数为 $G_B(s) = \frac{K(s+a)}{Ts^{v+1} + s^v + s + a}$ ，

稳定则不缺项，因此 $v = 0, 1, 2$ 。

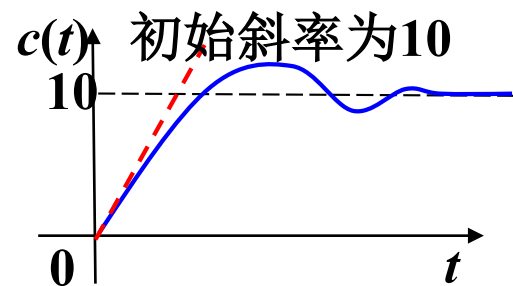
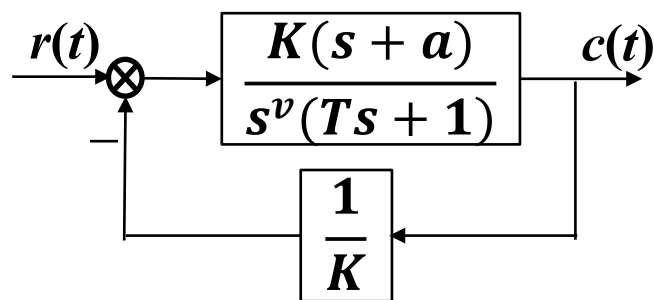
单位阶跃响应稳态值10，则闭环放大系数 $K_B = K = 10$ 。

开环传递函数 $G_K(s) = \frac{s+a}{s^v(Ts+1)}$ ，

单位速度下 $e_{ss} = \frac{1}{K_v} = 0.1$ ，因此 $v = 1$ 。由 $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{s+a}{s^v(Ts+1)}$ ，因此 $a = 10$ 。

二、系统辨识

【例2.2】已知结构图及单位阶跃响应。单位速度下 $e_{ss} = 0.1$ ，确定参数。



【解】 $K = 10$ 。 $v = 1$ 。 $a = 10$ 。

单位阶跃响应的初始斜率，由初值定理，

$$\dot{c}(t)|_{t=0} = \lim_{s \rightarrow \infty} s L(\dot{c}(t)) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 C(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \frac{K(s+a)}{T s^{v+1} + s^v + s + a} \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{10(1 + \frac{10}{s})}{T + 2\frac{1}{s} + \frac{10}{s^2}} = \frac{10}{T} = 10,$$

因此 $T = 1$ 。综上，系统的参数 $v = 1$ ， $K = 10$ ， $a = 10$ ， $T = 1$ 。

三、习题课讲解

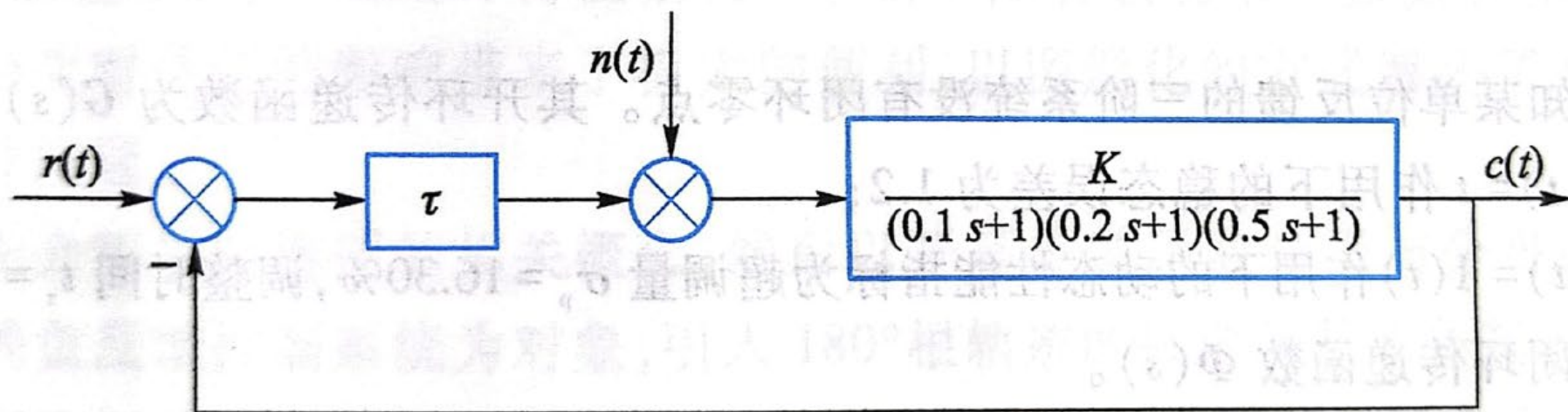
3.3 单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.25s+1)}$, 要求闭环系统全部特征根实部均小于-1, 确定 K 的取值范围。

三、习题课讲解

✓ 3.5 设题图 3-1(a)所示系统的单位阶跃响应曲线如题图 3-1(b)所示,试确定参数 K_1 、 K_2 、 a 的值。

三、习题课讲解

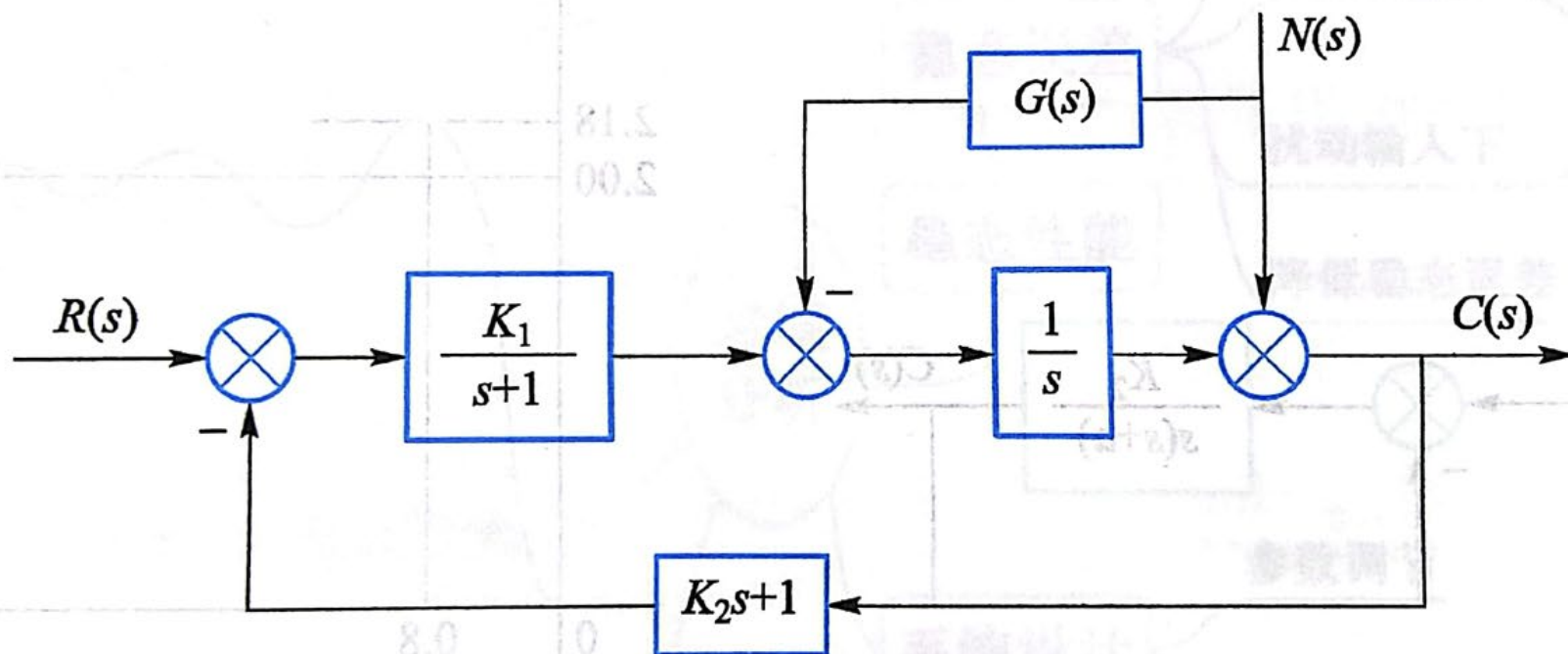
3.8 已知系统结构图如题图 3-3 所示,有用输入 $r(t) = 1(t)$,扰动输入 $n(t) = 1(t)$ 。讨论参数 K 和 τ 对系统的有用输入稳态误差和扰动输入稳态误差的影响。



题图 3-3 习题 3.8 的控制系统结构图

三、习题课讲解

3.10 已知某控制系统结构图如题图 3-5 所示, 试设计 $G(s)$, 使之在扰动作用下无稳态误差。



题图 3-5 习题 3.10 的控制系统结构图

三、习题课讲解

✓ 3.12 已知某单位反馈的三阶系统没有闭环零点。其开环传递函数为 $G(s)$, 要求:

(1) 在 $r(t) = t$ 作用下的稳态误差为 1.2;

(2) 在 $r(t) = 1(t)$ 作用下的动态性能指标为超调量 $\sigma_p = 16.30\%$, 调整时间 $t_s = 6 \text{ s}$ ($\Delta = 5\%$)。

求系统的闭环传递函数 $\Phi(s)$ 。