2024-2025 学年度春季

课程名称：《自动控制原理（一）》
第4讲 控制系统的结构图-Part 1

课程学时：共56学时

课程性质：专业基础课

学生对象： 自动化2305班（26人）

授课教师：刘骁康

课程目标：掌握自动控制的基本原理、控制系统的建模、性能分析和综合设计方法

回顾

■ 第2讲 控制系统的微分方程

$$a_n\frac{d^n c(t)}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}c(t)}{dt^{n-1}}+\cdots\ldots+a_1\frac{dc(t)}{dt}+a_0c(t)$$
$$=b_m\frac{d^m r(t)}{dt^m}+b_{m-1}\frac{d^{m-1}r(t)}{dt^{m-1}}+\cdots\ldots+b_1\frac{dr(t)}{dt}+b_0r(t)$$

■ 第3讲 控制系统的传递函数

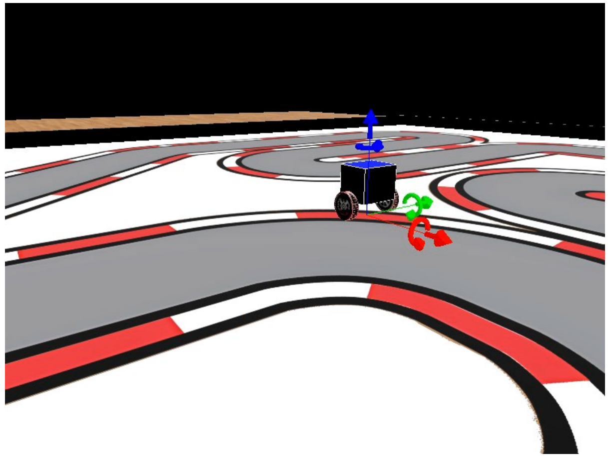
- 传递函数的定义
- 传递函数的性质
- 传递函数的求解

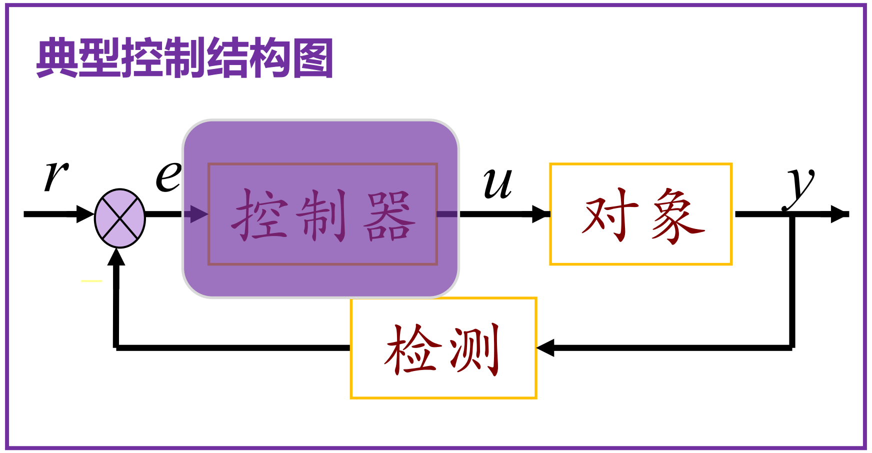
$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_0}$$

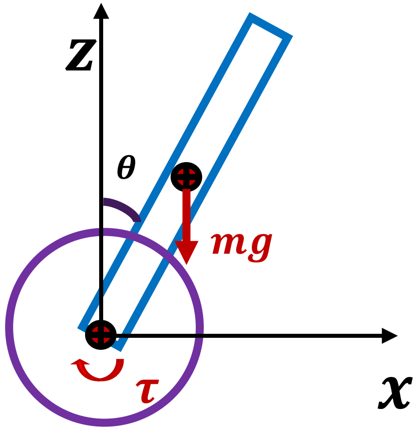
1. 零初始状态下响应+系统输入信号→传递函数
2. 非零初始状态下响应+系统输入信号→传递函数

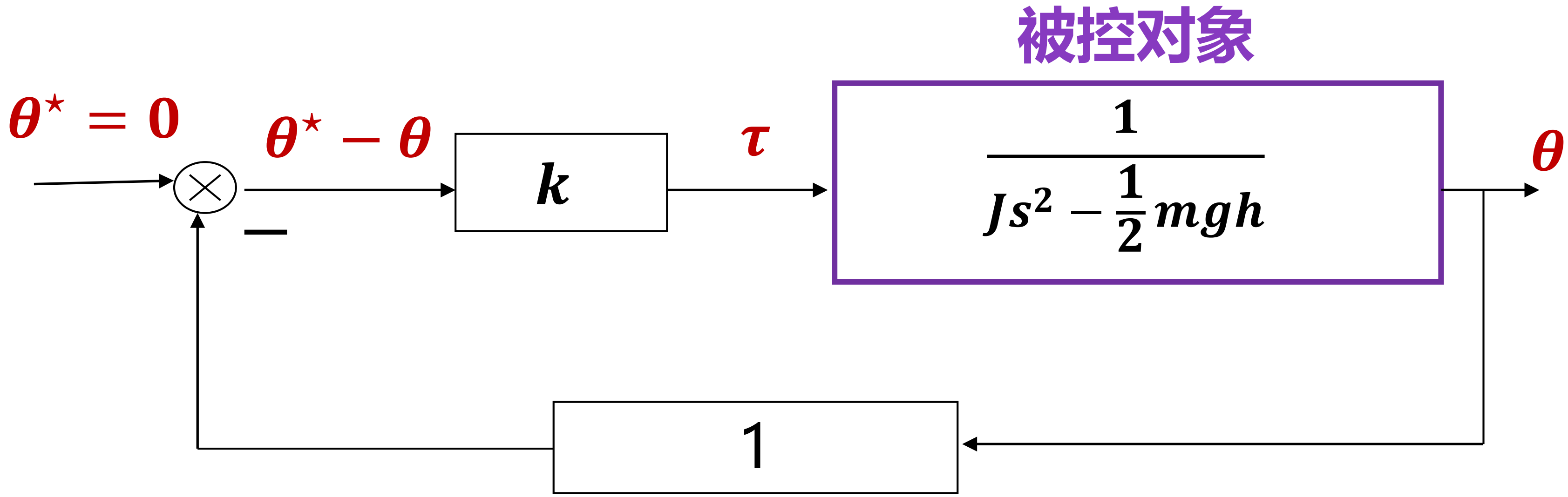
回顾

■ 案例：轮式机器人平衡系统的改进方案









导入

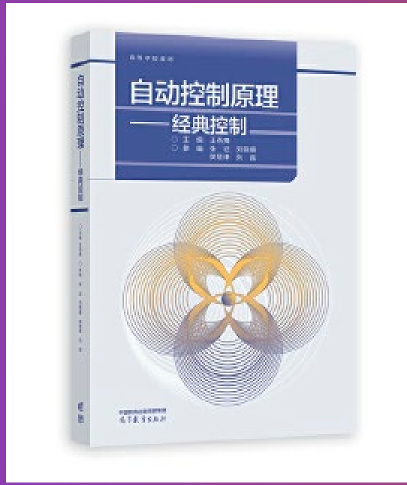
什么叫结构图?

由具有一定函数关系的环节组成的，并标明信号流向的系统的方框图，称为系统的结构图。它是每个元件的功能和信号流向的图解表示。

结构图又称为方框图、方块图等。

为何引入结构图?

	连接关系	定量关系	
		内部变量间	输入输出间
原理图	√		
微分方程模型			√
传递函数			√
结构图	√	√	可化简得到



第二章：控制系统的数学模型

第4讲 控制系统的结构图-Part1

Transfer Function of Control System

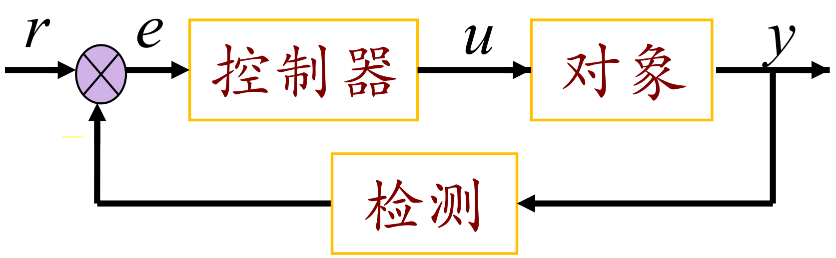
本讲内容

一、典型环节的传递函数

二、结构图的绘制与特点

三、结构图的等效变换

典型控制结构图



一、典型环节的传递函数

◆ 传递函数的时间常数形式：

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=K\frac{s^{l}(\tau_1 s+1)(\tau_2^2 s^2+2\zeta_2\tau_2 s+1)\cdots(\tau_{m'}s+1)}{s^{v}(T_1 s+1)(T_2^2 s^2+2\zeta_2' T_2 s+1)\cdots(T_{n'}s+1)}$$

K、τ_i、ζ_i、T_j、ζ'_j为常数。非负整数l和v不同时非零。

✓比例环节

✓(理想)微分环节

✓(理想)一阶微分环节

✓(理想)二阶微分环节

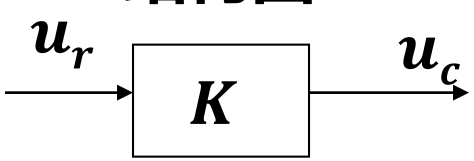
✓积分环节

✓惯性环节

✓振荡环节(二阶环节)

一、典型环节的传递函数

【环节1】比例环节

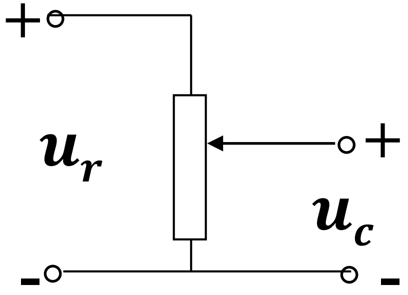
微分方程	传递函数	结构图
$c(t) = Kr(t)$	$G(s) = K$	

特点与性质

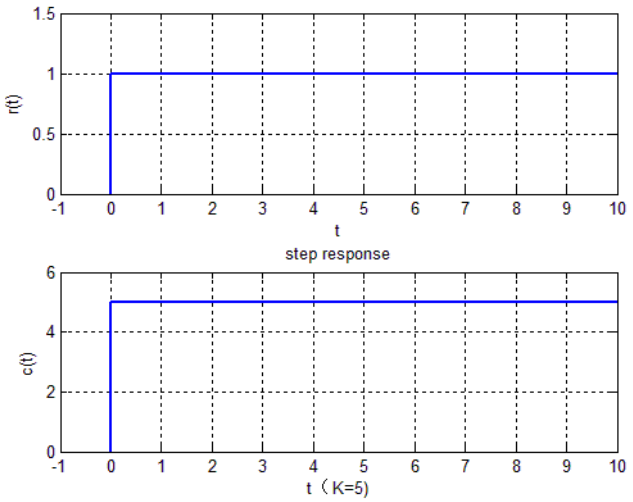
- K为比例系数。
- 又称无惯性环节或放大环节。
- 既无零点、又无极点。
- 比例环节输出与输入成正比，

不失真也不滞后。

实例: 电位器



$$G(s) = \frac{U_c}{U_r} = K$$



单位阶跃响应曲线

一、典型环节的传递函数

【环节2】积分环节

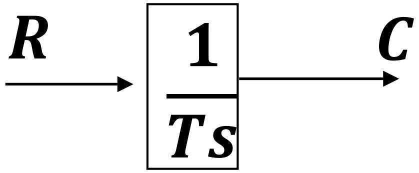
微分方程

$$T\frac{dc(t)}{dt}=r(t)$$

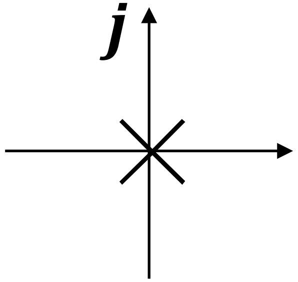
传递函数

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{1}{Ts}$$

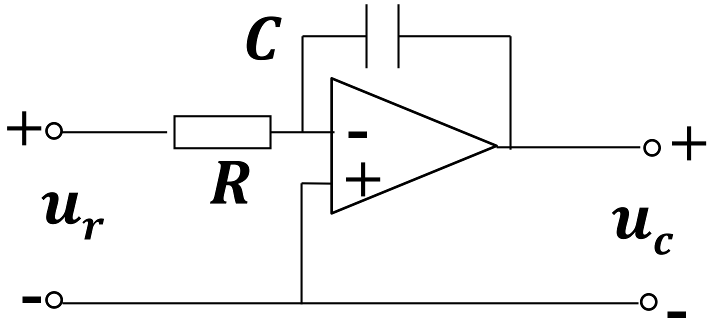
结构图



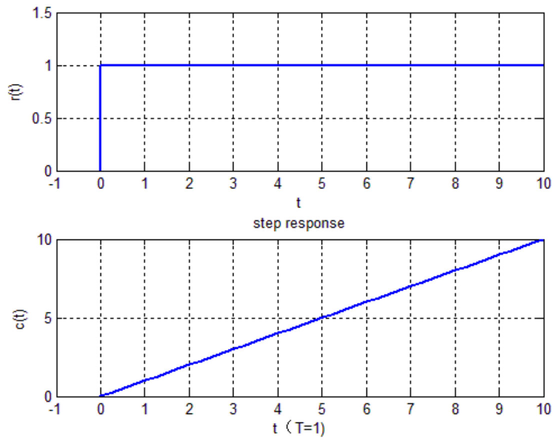
零极点分布图



实例： 运算放大器



$$G(s)=\frac{U_c(s)}{U_r(s)}=\frac{-1}{RCs}$$



单位阶跃响应曲线

特点与性质

- T为积分时间常数。
- 积分环节无零点。
- 性质：积分环节有记忆功能

一、典型环节的传递函数

【环节3】惯性环节

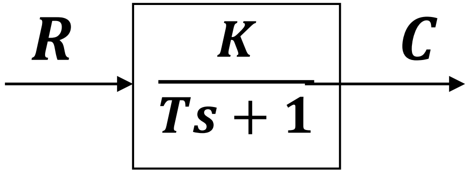
微分方程

$$T\frac{dc(t)}{dt}+c(t)=Kr(t)$$

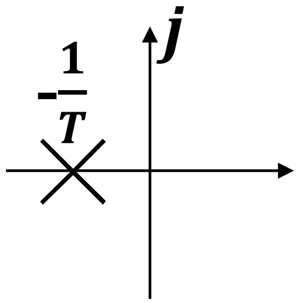
传递函数

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K}{Ts+1}$$

结构图



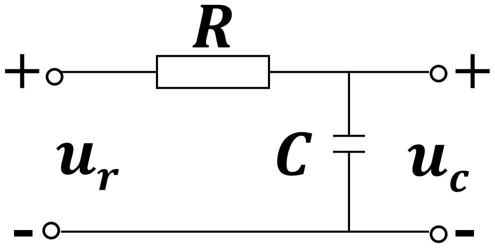
零极点分布图



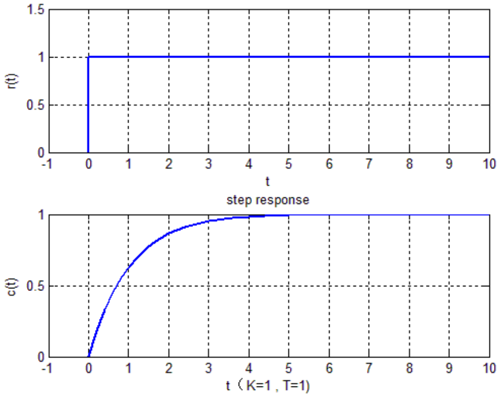
特点与性质

- T为时间常数
- K为放大系数(比例系数)
- 惯性环节无零点
- 当系统输入有阶跃变化时，系统输出按单调指数规律上升。

实例： RC电路



$$G(s)=\frac{U_c}{U_r}=\frac{1}{RCs+1}$$



单位阶跃响应曲线

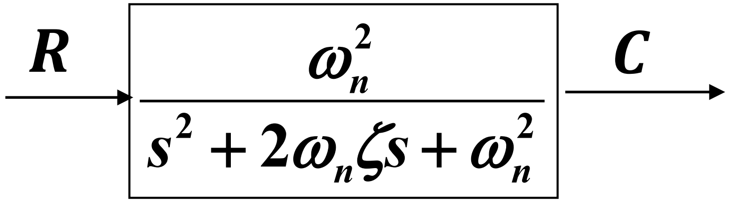
一、典型环节的传递函数

【环节4】震荡环节（二阶惯性环节）

微分方程 $T^2\dfrac{d^2c(t)}{dt^2}+2T\zeta\dfrac{dc(t)}{dt}+c(t)=r(t)$

传递函数 $G(s)=\dfrac{1}{T^2s^2+2T\zeta s+1}=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\omega_n\zeta s+\omega_n^2}$

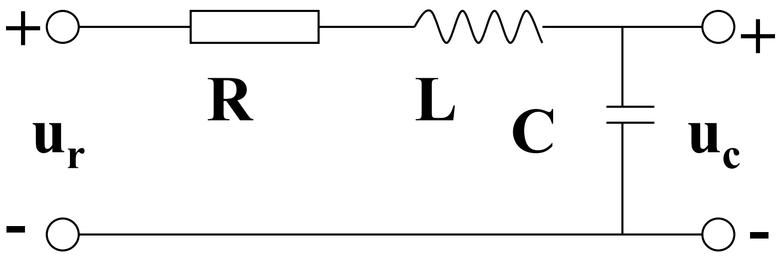
结构图



特点与性质

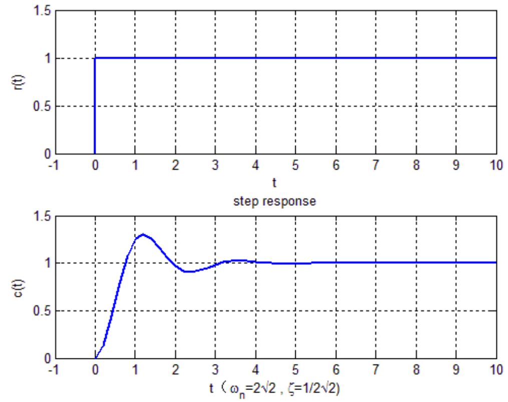
- T为时间常数
- ω_n为无阻尼自然振荡频率
- ζ为阻尼比

实例：RLC电路。



$$G(s)=\frac{U_c(s)}{U_r(s)}=\frac{1}{LCs^2+RCs+1}$$

$\zeta<1$



单位阶跃响应曲线

一、典型环节的传递函数

【环节5】微分环节（理想）

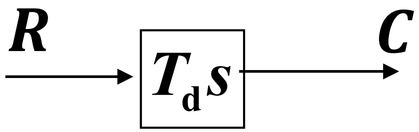
微分方程

$$c(t)=T_d\frac{dr(t)}{dt}$$

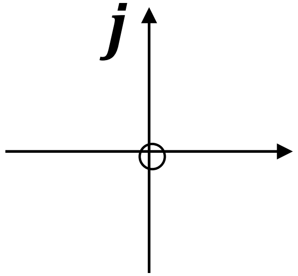
传递函数

$$G(s)=T_ds$$

结构图

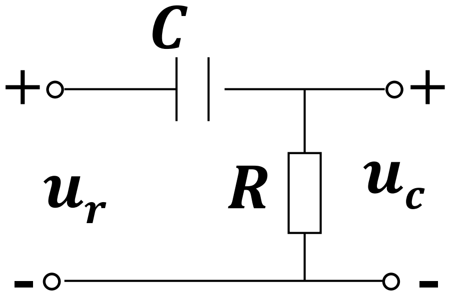


零极点分布图



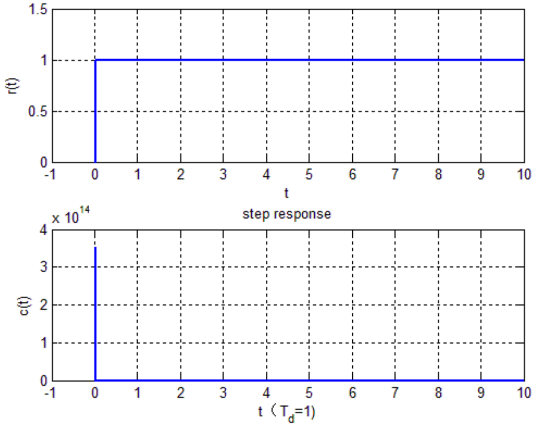
特点与性质

- 微分环节无极点
- 对单位阶跃函数，微分环节的输出为脉冲函数
- 输出与输入的一阶导数成正比，能预示输入信号的变化趋势，常用来改善控制系统的动态性能



$$G(s)=\frac{U_c(s)}{U_r(s)}=\frac{RCs}{RCs+1}$$

(当$RC<<1$时$G(s)=RCs$)



单位阶跃响应曲线

一、典型环节的传递函数

【环节6】一阶微分环节(理想)

微分方程

$$c(t)=\tau\frac{dr(t)}{dt}+r(t)$$

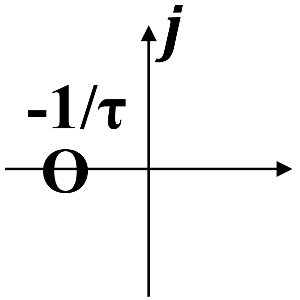
传递函数

$$G(s)=\tau s+1$$

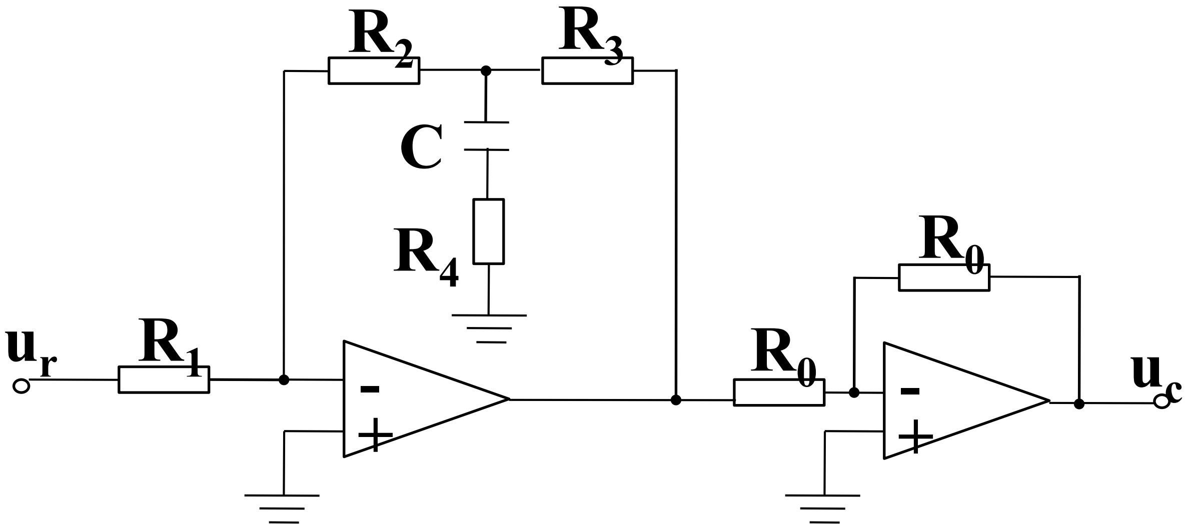
结构图

$$R \longrightarrow \boxed{\tau s+1} \longrightarrow C$$

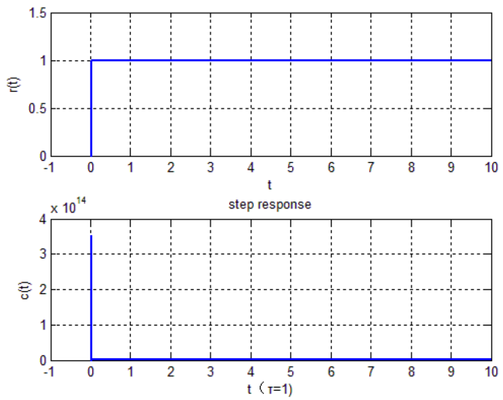
零极点分布图



- τ为时间常数



$$G(s)=\frac{U_c(s)}{U_r(s)}=\frac{R_2+R_3}{R_1}+\frac{R_2R_3Cs}{R_1(R_4Cs+1)}$$



单位阶跃响应曲线

当R_4C<<1时近似为比例微分环节。

一、典型环节的传递函数

【环节7】二阶微分环节(理想)

微分方程

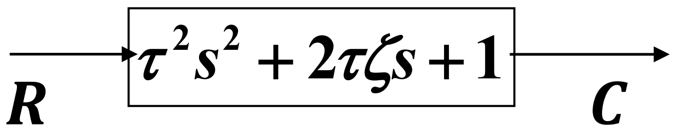
$$c(t)=\tau^2\frac{d^2r(t)}{dt^2}+2\tau\zeta\frac{dr(t)}{dt}+r(t)$$

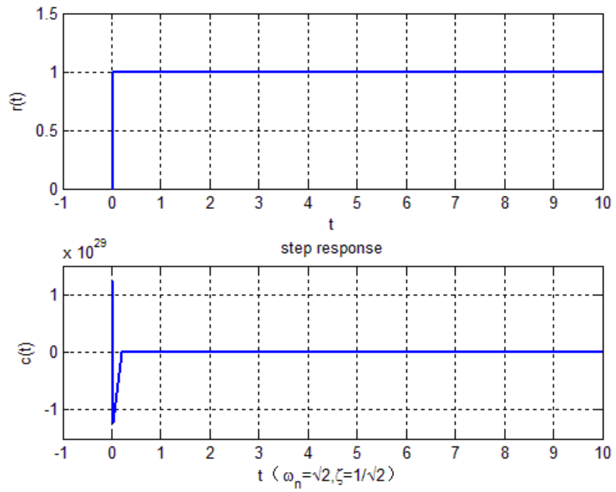
传递函数

$$G(s)=\tau^2s^2+2\tau\zeta s+1$$

- τ为时间常数。
- ζ为阻尼比。

结构图





单位阶跃响应曲线

一、典型环节的传递函数

【环节8】延迟环节

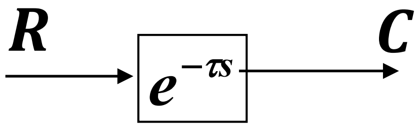
微分方程

$$c(t)=r(t-\tau)$$

传递函数

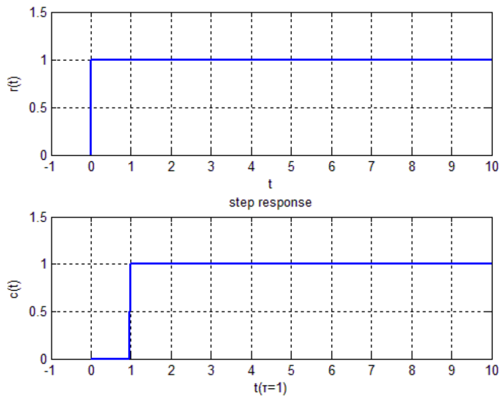
$$G(s)=e^{-\tau s}$$

结构图



特点与性质

- τ叫做延滞时间，又称死区时间
- 具有延滞环节的系统叫做延滞系统
- 延滞环节将输入延迟τ时间后才输出
- 系统中存在延滞环节时，对系统的稳定性不利



单位阶跃响应曲线

二、结构图的绘制与特点

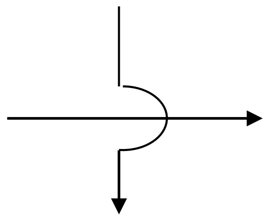
?如何绘制结构图?

步骤如下：

1. 确定系统的输入量和输出量
2. 建立原始的微分方程和代数方程
3. 对原始方程进行拉氏变换，并作出相应的子方块图
4. 置系统的输入变量于左端，输出变量于右端
5. 按系统中各变量的传递顺序，依次将各子方块图连接起来。

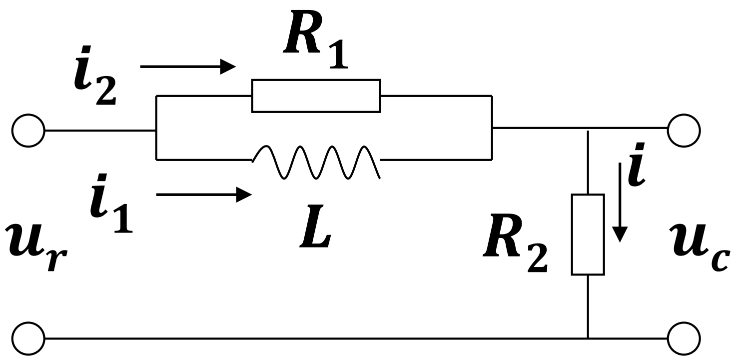
☻注：从输入到输出一级一级列方程，方便作图。

☻注：如果两条信号线没有引出点的关系，但又无法避免的相交，则应如下作图：



二、结构图的绘制与特点

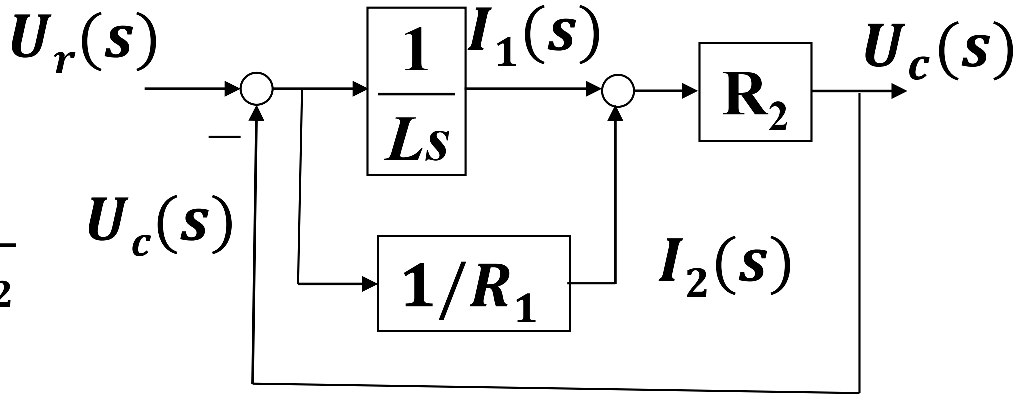
例2.1：绘制电路系统的结构图



$$\frac{U_r(s)-U_c(s)}{Ls}=I_1(s) \qquad I_1(s)+I_2(s)=I(s)$$

$$\frac{U_r(s)-U_c(s)}{R_1}=I_2(s) \qquad I(s)R_2=U_c(s)$$

结构图

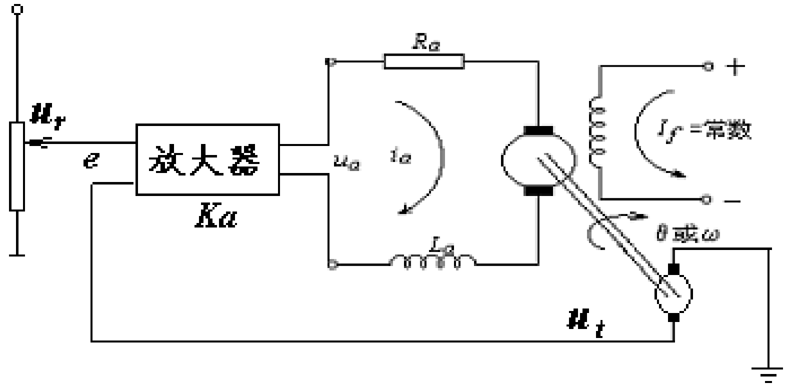


则系统的传递函数

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)}=\frac{\left(\frac{1}{Ls}+\frac{1}{R_1}\right)R_2}{1+\left(\frac{1}{Ls}+\frac{1}{R_1}\right)R_2}=\frac{LR_2s+R_1R_2}{L(R_1+R_2)s+R_1R_2}$$

二、结构图的绘制与特点

例2.2：直流电机反馈系统



直流电机反馈系统。系统输出为ω，系统输入为u_r。

【解】◆1 按信号传递顺序来绘制：

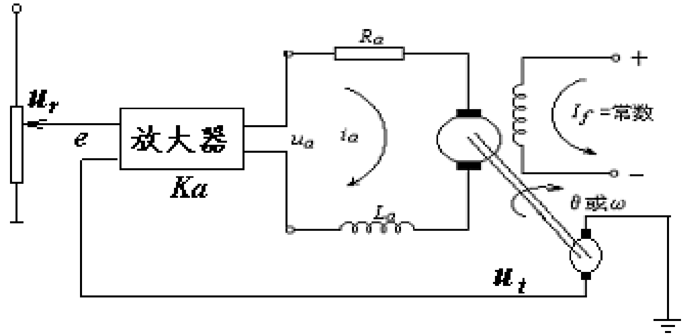
- **比较器** $e = u_r - u_t$ $\qquad E(s) = U_r(s) - U_t(s)$
- **放大器** $u_a = K_a e$ $\qquad U_a(s) = K_a E(s)$
- **直流电机** $L_a \dfrac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + R_a i_a + E_b = u_a$ $\qquad I_a(s) = \dfrac{U_a(s) - E_b(s)}{(L_a s + R_a)}$

$E_b = K_b \omega \qquad M_m = C_m i_a \qquad E_b(s) = K_b \Omega(s) \qquad M_m(s) = C_m I_a(s)$

$J \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} + M_L = M_m \qquad \Omega(s) = \dfrac{M_m(s) - M_L(s)}{Js}$

- **测速发电机** $u_t = K_t \omega$ $\qquad U_t(s) = K_t \Omega(s)$

二、结构图的绘制与特点



例2.2：直流电机反馈系统

◆1 按信号传递顺序来绘制

$$E(s)=U_r(s)-U_t(s)$$

$$U_a(s)=K_aE(s)$$

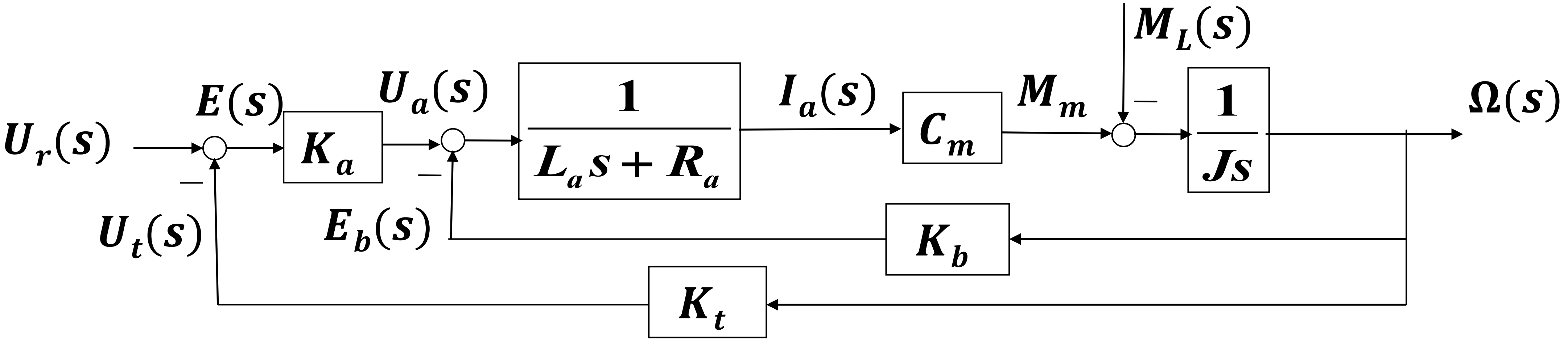
$$I_a(s)=\frac{U_a(s)-E_b(s)}{(L_as+R_a)}$$

$$E_b(s)=K_b\Omega(s) \qquad M_m(s)=C_mI_a(s)$$

$$\Omega(s)=\frac{M_m(s)-M_L(s)}{Js}$$

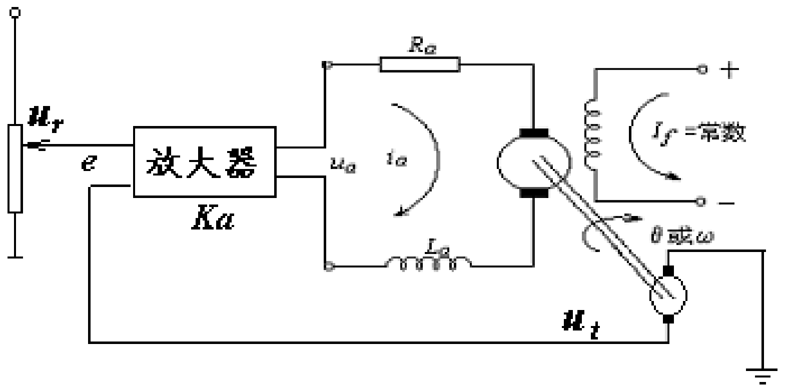
$$U_t(s)=K_t\Omega(s)$$

输入在左端，输出在右端，按照各变量的传递顺序，依次绘图。



二、结构图的绘制与特点

例2.2：直流电机反馈系统



◆2 **按元器件来绘制：**

- **比较器** $e = u_r - u_t$ $\qquad E(s) = U_r(s) - U_t(s)$
- **放大器** $u_a = K_a e$ $\qquad U_a(s) = K_a E(s)$
- **直流电机**

$$T_a T_m \frac{\mathrm{d}^2\omega}{\mathrm{d}t^2} + T_m \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} + \omega = K_m u_a - \frac{T_m}{J} M_L - \frac{T_a T_m}{J} \frac{\mathrm{d}M_L}{\mathrm{d}t}$$

$$\Omega(s) = \frac{K_m}{T_a T_m s^2 + T_m s + 1} U_a(s) + \frac{-T_m(1+T_a s)}{J(T_a T_m s^2 + T_m s + 1)} M_L(s)$$

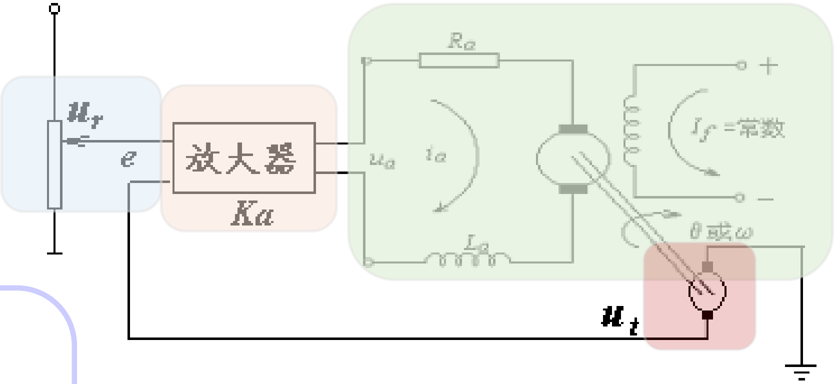
$$\Omega(s) = G_r(s) U_a(s) + G_d(s) M_L(s)$$

- **测速发电机** $u_t = K_t \omega$ $\qquad U_t(s) = K_t \Omega(s)$

二、结构图的绘制与特点

例2.2：直流电机反馈系统

◆2 按元器件来绘制：



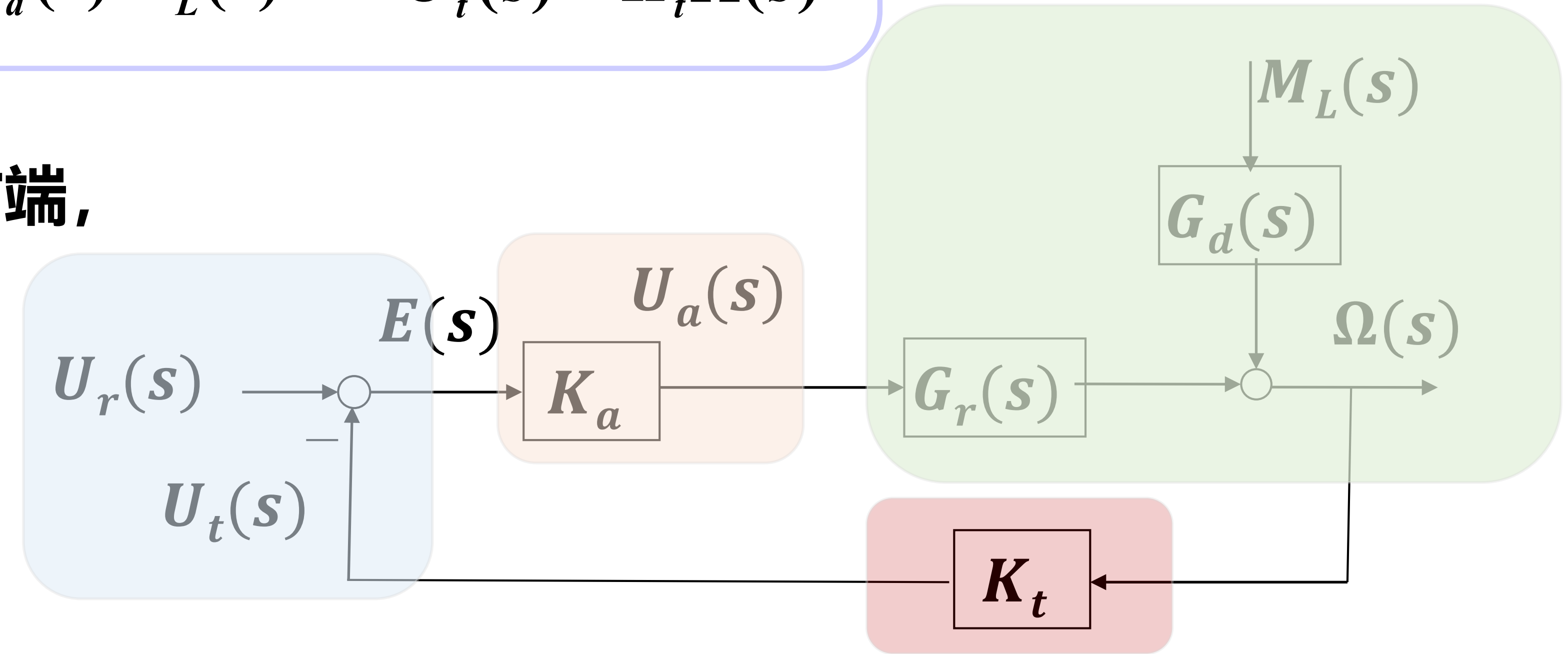
$$E(s)=U_r(s)-U_t(s)$$

$$U_a(s)=K_aE(s)$$

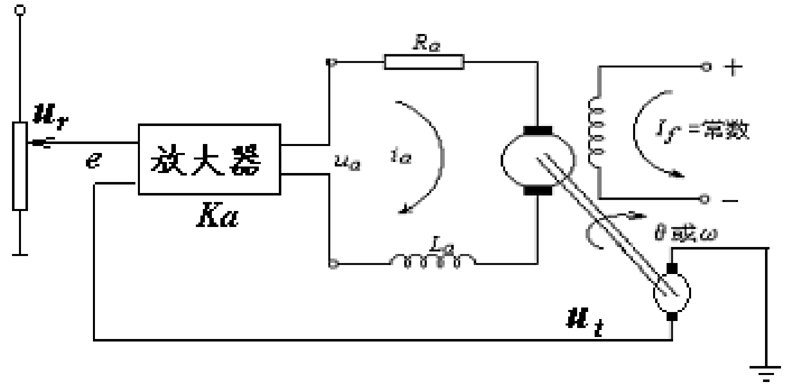
$$\Omega(s)=G_r(s)U_a(s)+G_d(s)M_L(s)$$

$$U_t(s)=K_t\Omega(s)$$

输入在左端，输出在右端，
绘制结构图：



二、结构图的绘制与特点



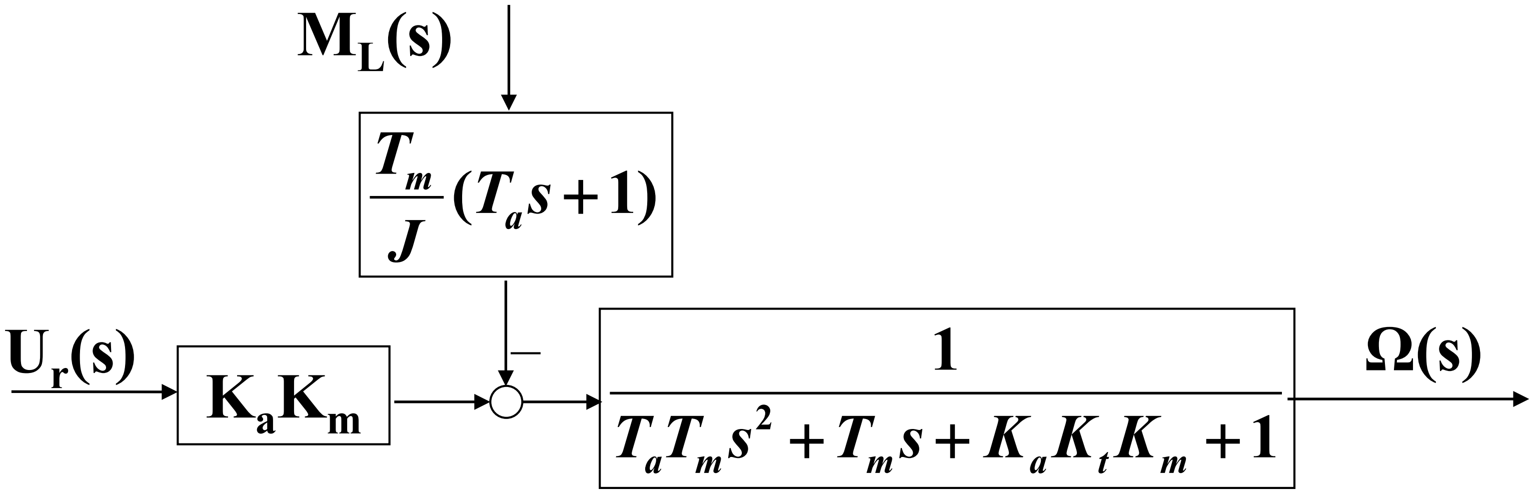
例2.2：直流电机反馈系统

◆3 直接由微分方程模型来绘制结构图：

$$T_aT_m\frac{d^2\omega}{dt^2}+T_m\frac{d\omega}{dt}+(1+K_aK_tK_m)\omega=K_aK_mu_r-\frac{T_aT_m}{J}\frac{dM_L}{dt}-\frac{T_m}{J}M_L$$

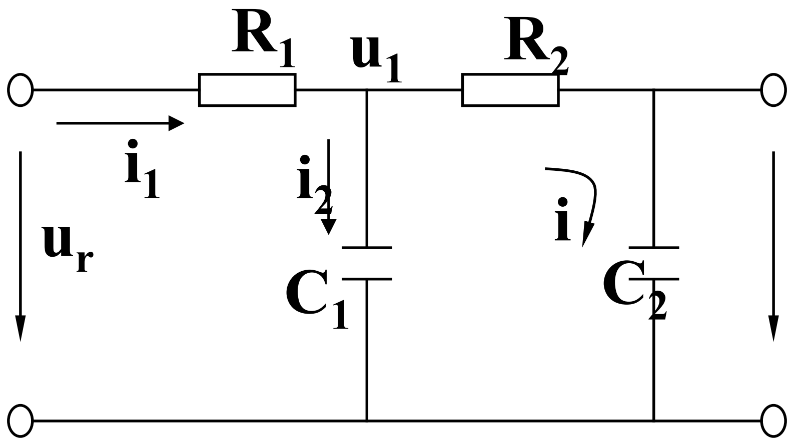
$$(T_aT_ms^2+T_ms+K_aK_tK_m+1)\Omega(s)=K_aK_mU_r(s)-(\frac{T_aT_m}{J}s+\frac{T_m}{J})M_L(s)$$

$$\Omega(s)=\frac{1}{[T_aT_ms^2+T_ms+K_aK_tK_m+1]}[K_aK_mU_r(s)-\frac{T_m}{J}(T_as+1)M_L(s)]$$



二、结构图的绘制与特点

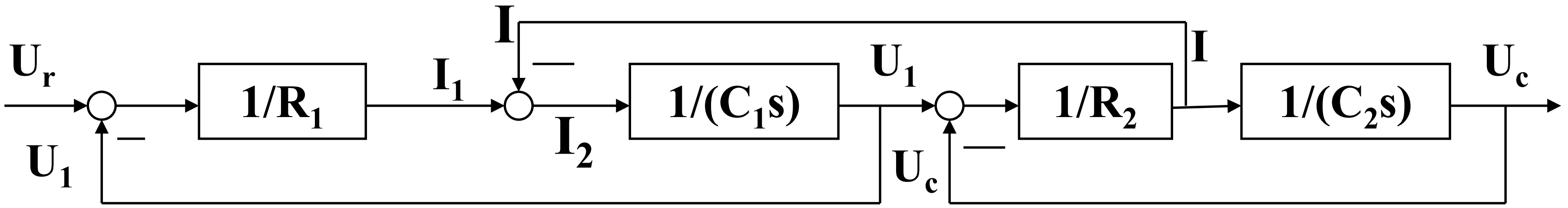
【测试】试画出右测电路系统的结构图



$$\frac{U_r(s)-U_1(s)}{R_1}=I_1(s) \qquad I_1(s)-I(s)=I_2(s)$$

$$I_2(s)/(C_1s)=U_1(s) \qquad \frac{U_1(s)-U_c(s)}{R_2}=I(s) \qquad I(s)/(C_2s)=U_c(s)$$

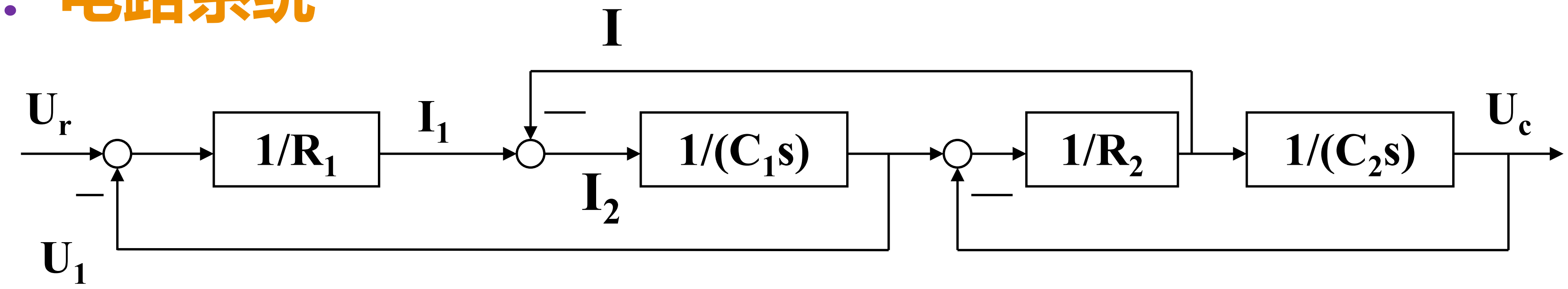
系统的方块图



根据各元件和信号传递的顺序画出方块图，可以省去建立系统微分方程的消去中间变量的过程，但由该结构图不便于求系统的传递函数。

二、结构图的绘制与特点

例2.3：电路系统



系统结构图

$$\frac{U_r(s)-U_1(s)}{R_1}=I_1(s)$$

$$I_1(s)-I(s)=I_2(s)$$

$$I_2(s)/(C_1s)=U_1(s)$$

$$\frac{U_1(s)-U_c(s)}{R_2}=I(s)$$

$$I(s)/(C_2s)=U_c(s)$$

代数

运算法

$$G(s)=\frac{U_0}{U_r}=\frac{1}{R_1R_2C_1C_2s^2+(R_1C_1+R_2C_2+R_1C_2)s+1}$$

二、结构图的绘制与特点

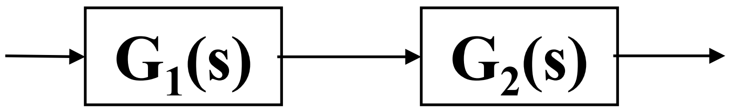
?结构图有什么特点?

- 结构图是方块图与微分方程（传函）的结合。一方面它直观反映了整个系统的原理结构，另一方面对系统进行了精确的定量描述（每个信号线上的信号均可确定地计算出来）。
- 能描述整个系统各元部件之间的内在联系和零初始条件下的动态性能，但不能反映非零条件下的动态性能。
- 对同一系统，在确定了输入与输出后，其结构图具有非唯一性，简化也具有非唯一性。但得到的系统传递函数是确定唯一的。
- 结构图中方块≠实际元部件，因为方框可代表多个元件的组合，甚至整个系统。
- 由结构图可进一步计算整个系统的传递函数。

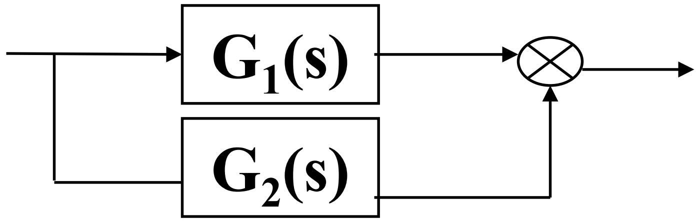
二、结构图的绘制与特点

◆ 结构图的基本连接方式：三种。

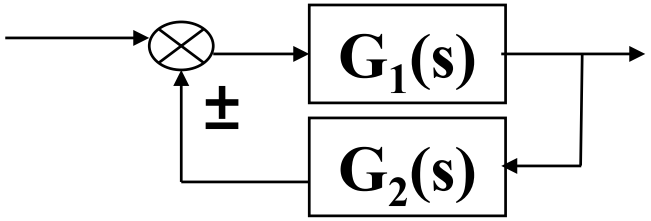
▪ **串联**：方框与方框首尾相连，前一方框的输出为后一个的输入。



▪ **并联**：几个方框具有同一个输入，而各方框输出的总的输出。代数和为



▪ **反馈**：前一方框的输出为另一方框的输入，得到的输出再返回作用于前一方框的输入端。



• **前向通路**：从输入到输出的信号通路；其传递函数$G_1(s)$为**前向通路传递函数**；

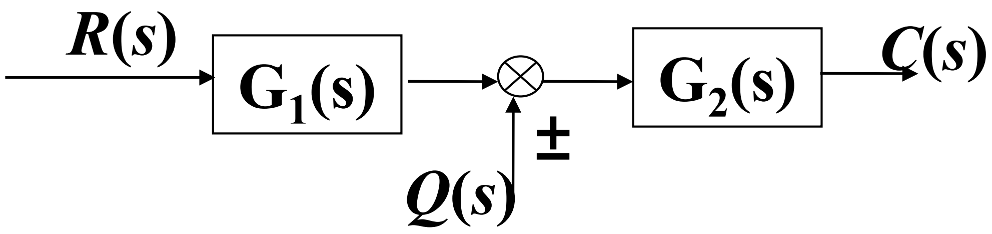
• **反馈通路**：从输出反送到输入的信号通路；其传递函数$G_2(s)$为**反馈通路传递函数**。

• 对于负反馈，当$G_2(s)=1$时，称为单位反馈。

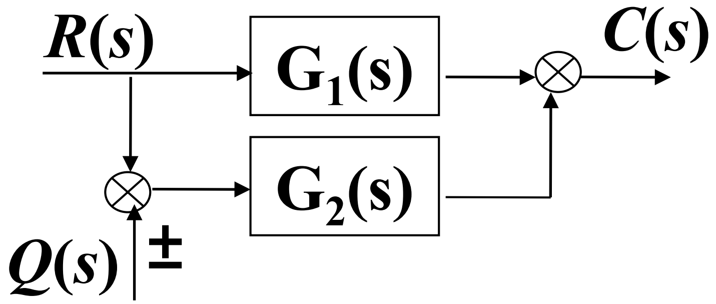
三、结构图等效变换的基本法则

【测试】结构图的连接关系

下图$G_1(s)$和$G_2(s)$是不是串联连接?



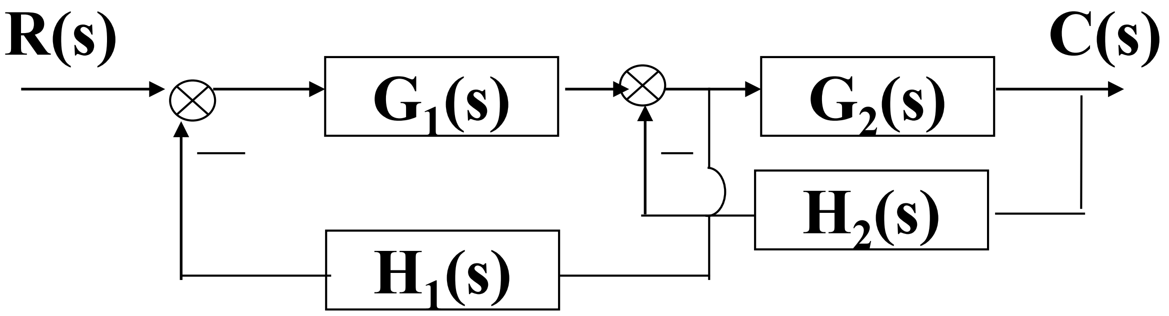
下图$G_1(s)$和$G_2(s)$是不是并联连接?



三、结构图等效变换的基本法则

【测试】结构图的连接关系

下图$G_1(s)$和$H_1(s)$、$G_2(s)$和$H_2(s)$是不是反馈连接?



三、结构图等效变换的基本法则

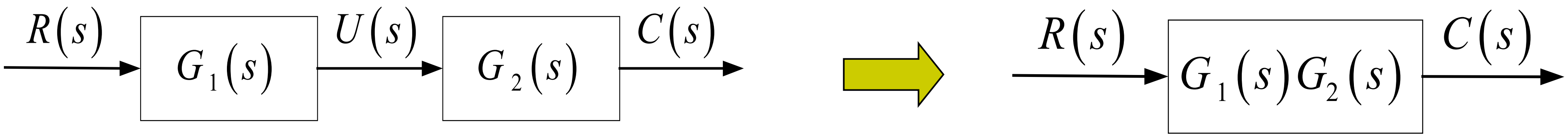
重点

- 方块图的变换原则
  - 等效原则：对方块图的任一部分进行变换时，变换前后输入输出的数学关系保持不变。
- 等效变换的方法
  - 串联连接
  - 并联连接
  - 反馈连接
  - 综合点的移动
  - 引出点的移动

三、结构图等效变换的基本法则

重点

【法则1】串联连接的等效变换



$$U(s) = G_1(s)R(s)$$

$$C(s) = G_2(s)U(s)$$

$$C(s) = G_1(s)G_2(s)R(s) = G(s)R(s)$$

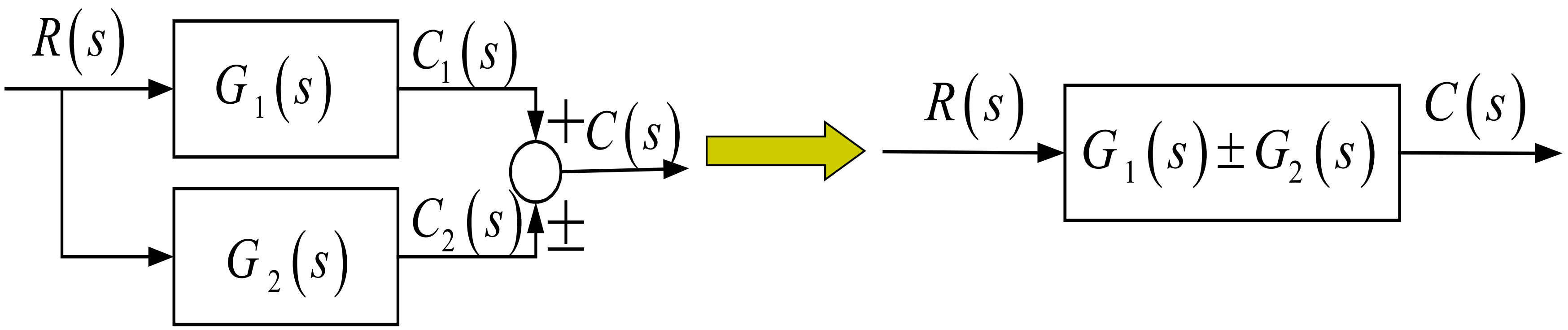
$$G(s) = G_1(s)G_2(s)$$

- n个传递函数依次串联的等效传递函数，等于n个传递函数的乘积。

三、结构图等效变换的基本法则

重点

【法则2】并联连接的等效变换



$$C_1(s)=G_1(s)R(s) \qquad C_2(s)=G_2(s)R(s)$$

$$C(s)=C_1(s)\pm C_2(s)=[G_1(s)\pm G_2(s)]R(s)$$

$$G(s)=G_1(s)\pm G_2(s)$$

- **n个传递函数并联的等效传递函数，等于n个传递函数的代数和。**

三、结构图等效变换的基本法则

重点

【法则3】反馈连接的等效变换

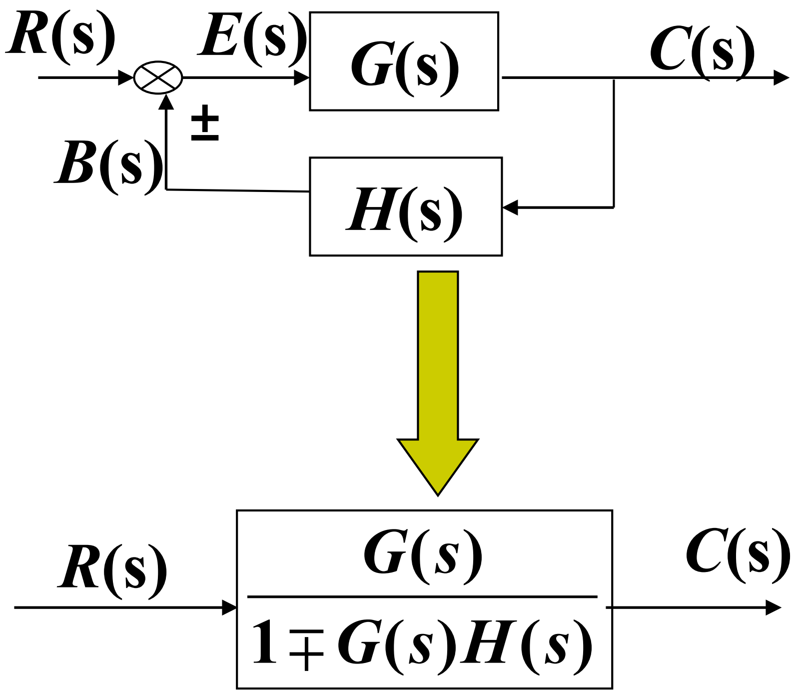
$G(s)$称为前向通路传递函数，
$H(s)$称为反馈通路传递函数。

$$E(s) = R(s) \pm B(s) \qquad C(s) = G(s)E(s)$$

$$B(s) = H(s)C(s)$$

$$C(s) = G(s)[R(s) \pm H(s)C(s)]$$

$$G_B(s) = \Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}$$



注意：减号对应于正反馈

$G_B(s)$称为闭环传递函数。

✓反馈通路传递函数$H(s) = 1$时闭环系统称为单位反馈系统。

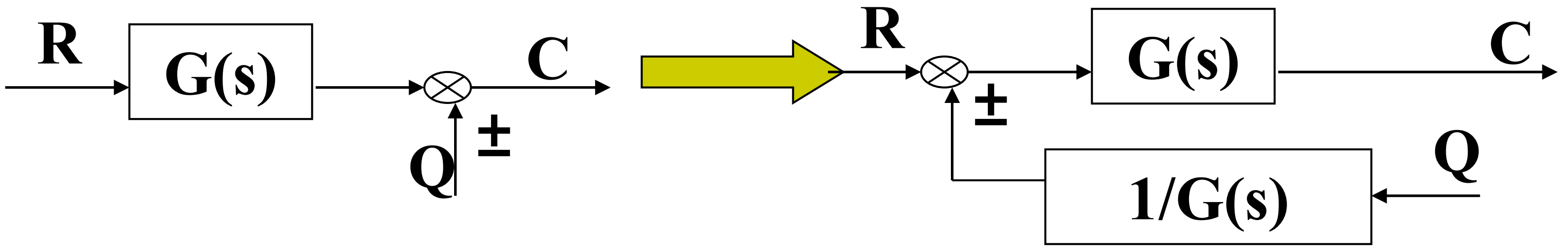
重点

【法则4】综合点的前后移动

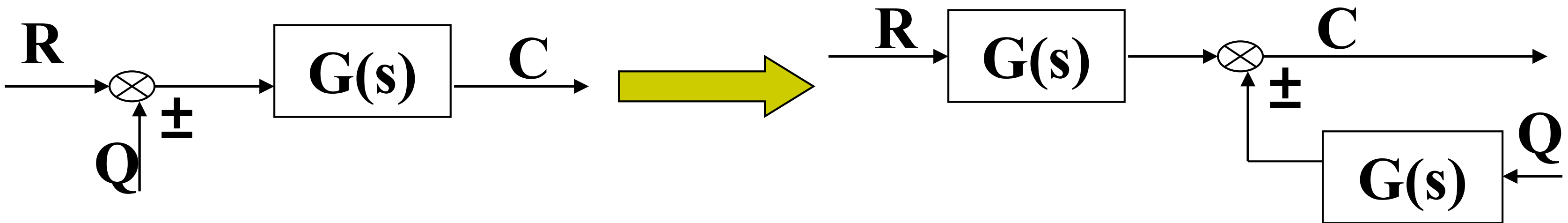
综合点**前移**在移动的支路上**除以**综合点跨越模块的传递函数。

综合点**后移**在移动的支路上**乘以**综合点跨越模块的传递函数。

☻注: 前移后移是相对信号流向而言，顺着信号流向为后移。



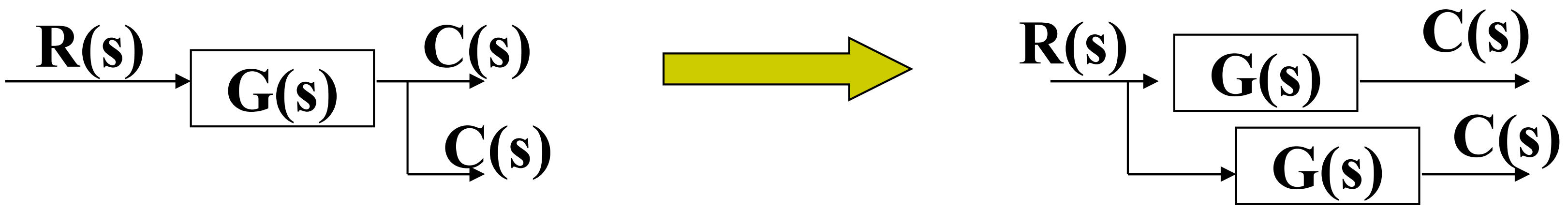
$$C(s)=G(s)R(s)\pm Q(s)=G(s)\left[R(s)\pm Q(s)/G(s)\right]$$

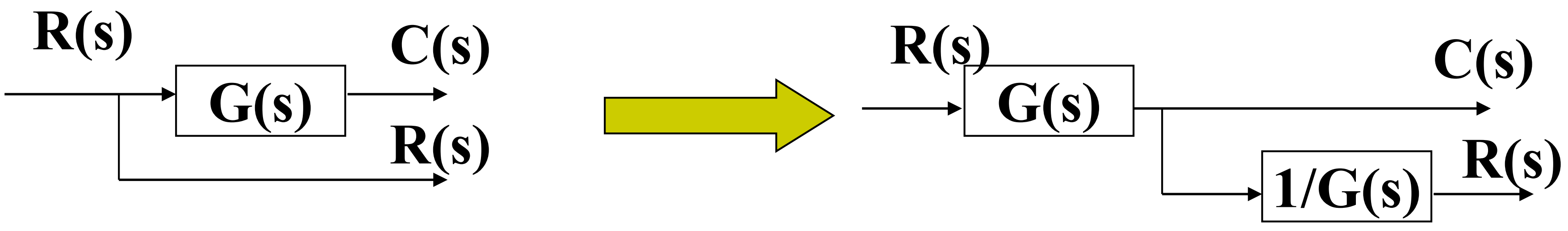


三、结构图等效变换的基本法则

重点

【法则5】引出点的前后移动



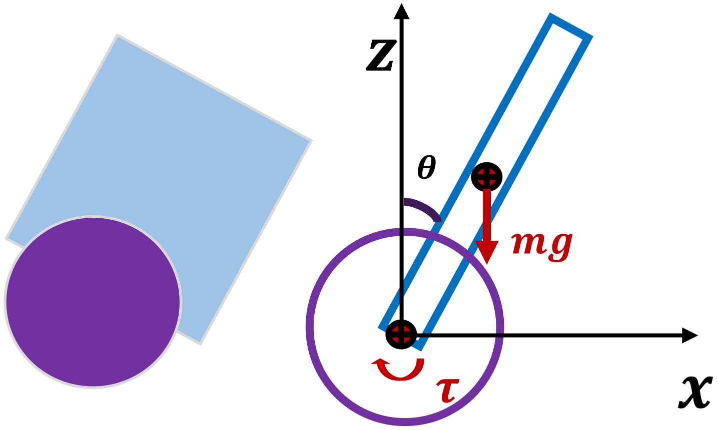


引出点后移，在移动的支路上除以引出点跨越的模块传递函数。

引出点前移，在移动的支路上乘以引出点跨越的模块传递函数。

三、结构图等效变换的基本法则

【测试】轮式机器人平衡控制改进方法的结构图

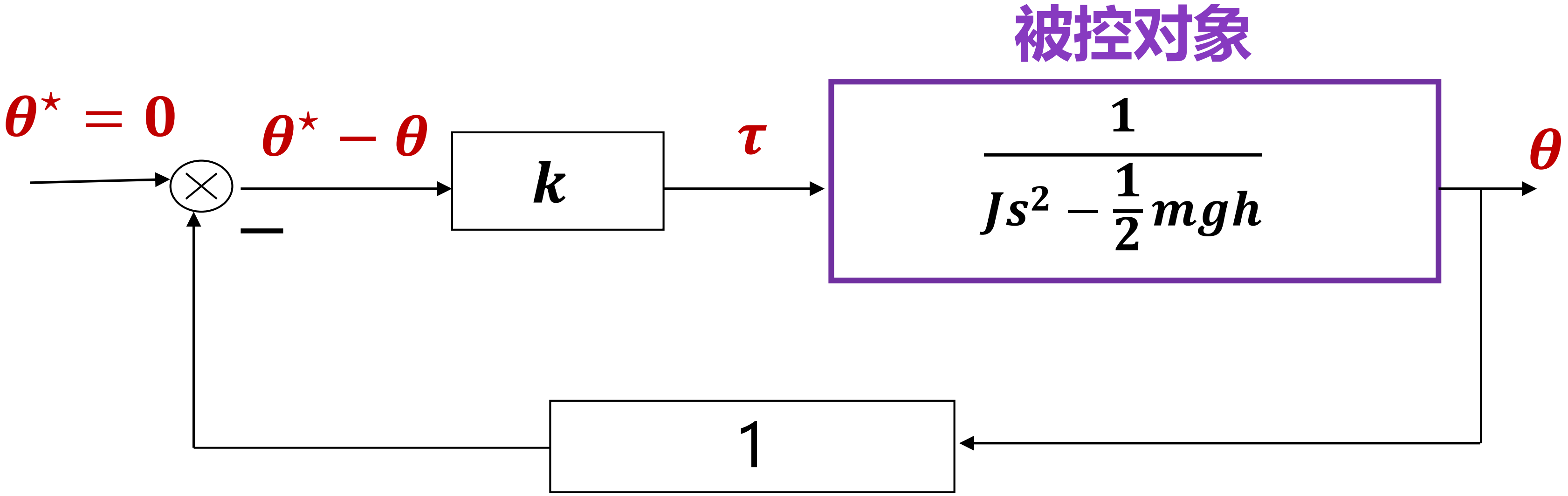


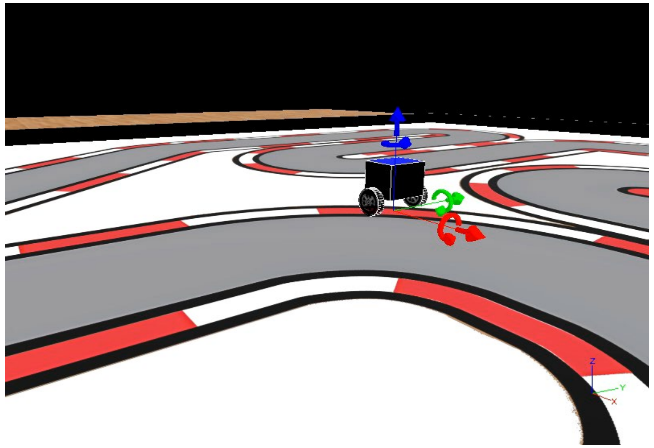
$$J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}=\frac{1}{2}mgh\theta+\tau$$

其中俯仰角为θ, 机器人主体质量为m, 高度为h转动惯量为J

机器人主体受到重力的转矩和电机作用的转矩τ

设计控制量$\tau=f(\theta^{\star}-\theta)=k*(-\theta)$

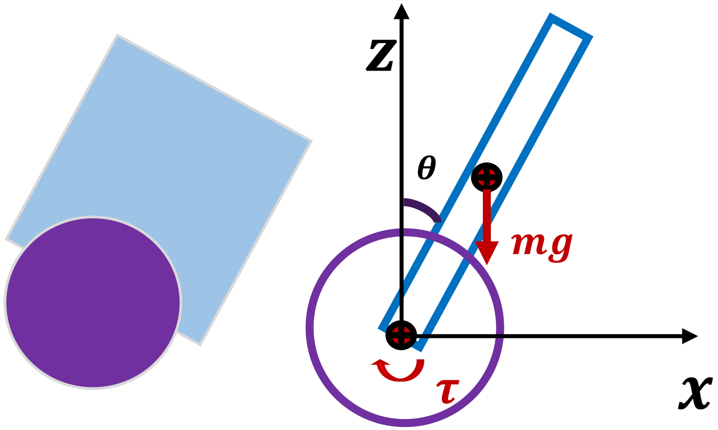




三、结构图等效变换的基本法则

【测试】轮式机器人平衡控制改进方法的结构图

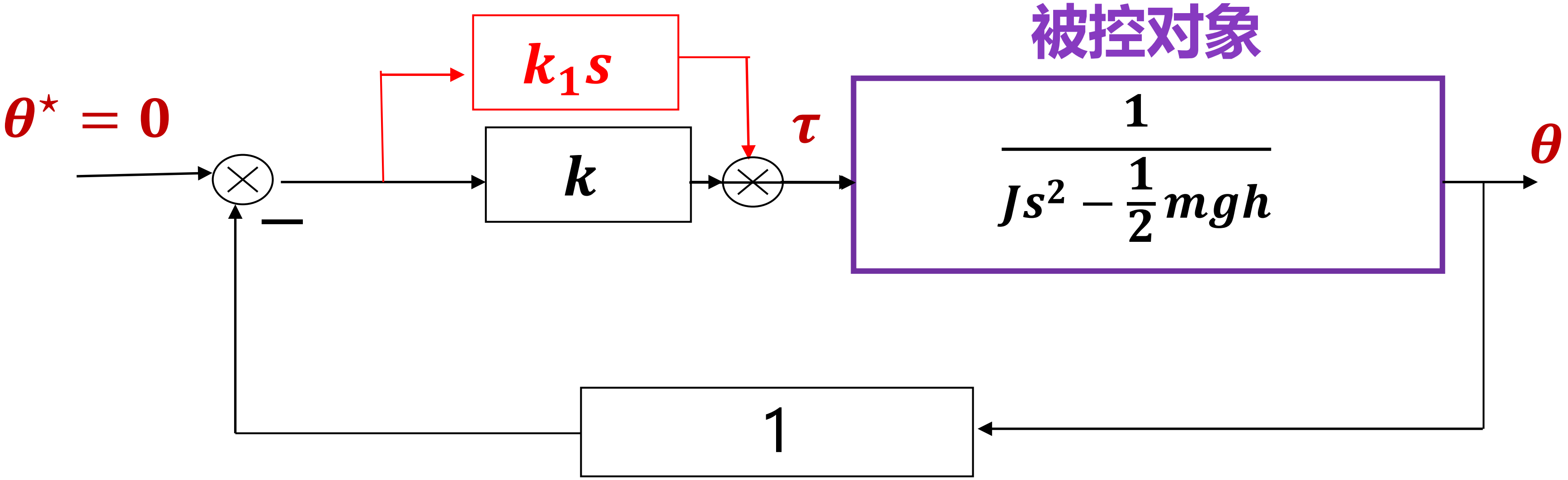
$$J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}=\frac{1}{2}mgh\theta+\tau$$

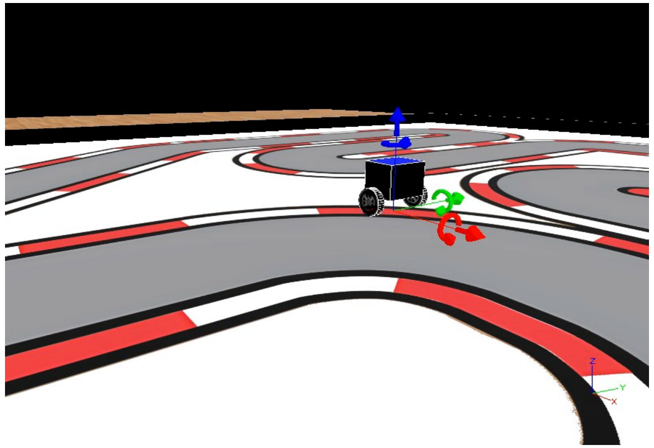


其中俯仰角为θ, 机器人主体质量为m, 高度为h转动惯量为J

机器人主体受到重力的转矩和电机作用的转矩τ

设计控制量$\tau=-k\theta-k_1\dot{\theta}$





试写出传递函数

小结

- **控制系统的结构图：**
  - 典型环节：微分方程、传递函数、结构图、零极点分布图
  - 结构图的绘制：3种方法
  - 结构图的等效变换法则：5个法则
- **作业：**
  - 参考书 2.7
  - 请各组出一道结构图化简的题目。