2024-2025 学年度春季

课程名称：《自动控制原理（一）》

第12讲 控制系统的稳态性能

课程学时：共56学时

课程性质：专业基础课

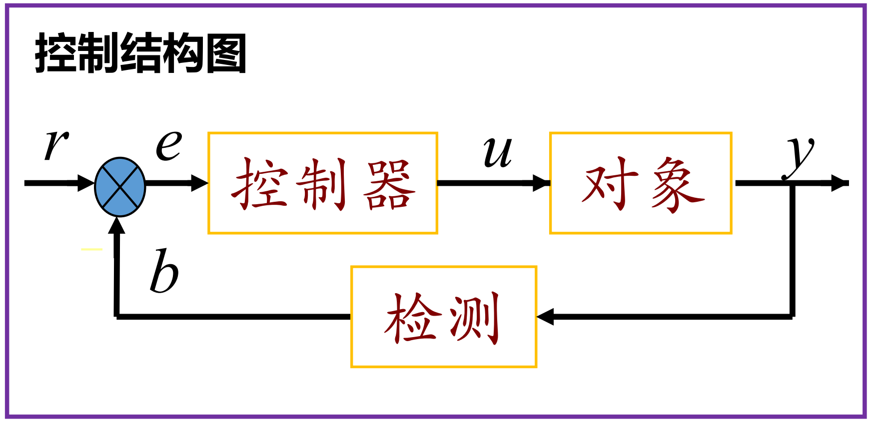
学生对象： 自动化2305班(32人)

授课教师：刘骁康

课程目标：掌握自动控制的基本原理、控制系统的建模、性能分析和综合设计方法

回顾-11讲

【误差】对图示典型控制系统，其误差$e(t)$是参考输入信号$r(t)$和反馈信号$b(t)$的差值，即 $e(t)=r(t)-b(t)$。



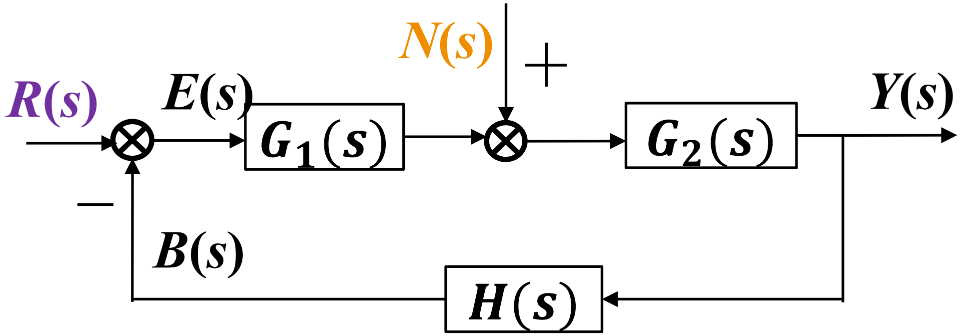
时域：$e_{ss}=\lim\limits_{t\to\infty} e(t)=\lim\limits_{t\to\infty}[r(t)-b(t)]$。

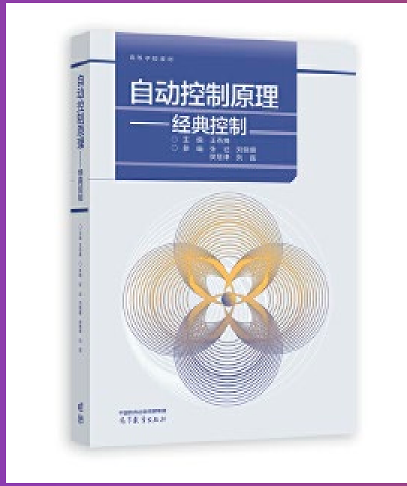
S域：$e_{ss}=\lim\limits_{t\to\infty} e(t)=\lim\limits_{s\to 0} sE(s)$

【扰动下稳态误差】

$$E(s)=\Phi_{er}(s)R(s)+\Phi_{en}(s)N(s)$$

$$=\frac{R(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}+\frac{-G_2(s)H(s)N(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$





第三章：控制系统的时域分析

第12讲 控制系统的稳态误差-Part 2

Steady Stability Analysis of Control Systems-Part 2

本讲内容

一、静态误差系数法

二、动态误差系数法

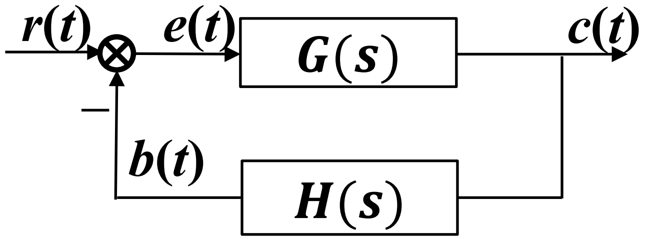
三、降低稳态误差的途径

一、静态误差系数法

重点

对主反馈到输入端的系统，由于误差传递函数与开环传递函数之间满足：

$$\Phi_{er}(s)=\frac{1}{1+G(s)H(s)}$$



因此稳态误差取决于开环传递函数和输入信号。

设系统的开环传递函数

$$G(s)H(s)=\frac{K(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)\cdots(\tau_m s+1)}{s^{v}(T_1 s+1)(T_2 s+1)\cdots(T_{n-N} s+1)}$$

K：开环放大系数（开环增益），v：积分环节的个数。v又称为控制系统的无差度。

用开环传递函数所含积分环节的个数v来规定控制系统的型别。

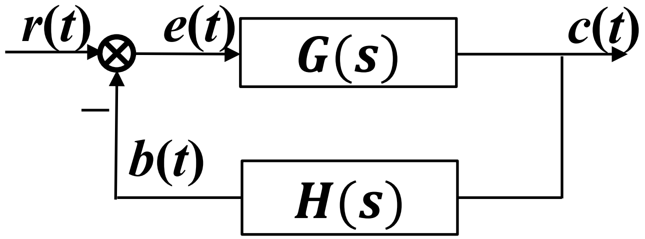
开环传递函数有v个积分环节的系统定义为v型系统。

v=0为0型系统，v=1为I型系统，v=2为II型系统

一、静态误差系数法

重点

$$G(s)H(s)=\frac{K(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)\cdots(\tau_m s+1)}{s^v(T_1 s+1)(T_2 s+1)\cdots(T_{n-N}s+1)}$$



- **1、单位阶跃输入**$R(s)=\frac{1}{s}$，

稳态误差$e_{ss}=\lim\limits_{s\to0}s\,\Phi_{er}(s)R(s)=\lim\limits_{s\to0}\frac{1}{1+G(s)H(s)}=\frac{1}{1+\lim\limits_{s\to0}G(s)H(s)}$

定义稳态位置误差系数$K_p=\lim\limits_{s\to0}G(s)H(s)=G(0)H(0)$，

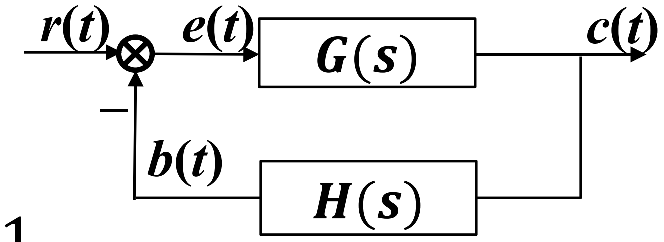
则$e_{ss}=\frac{1}{1+K_p}$。

- **对0型系统**，$K_p=K$，$e_{ss}=\frac{1}{1+K}$，**为有差系统。增大**K**可减小**e_{ss}。
- **对I型及以上系统**，$K_p=\infty$，$e_{ss}=0$，**为无差系统。**

一、静态误差系数法

重点

$$G(s)H(s)=\frac{K(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)\cdots(\tau_m s+1)}{s^v(T_1 s+1)(T_2 s+1)\cdots(T_{n-N} s+1)}$$



◆ 2、单位斜坡输入$R(s)=\frac{1}{s^2}$，稳态误差

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0} s\,\Phi_{er}(s)R(s)=\lim_{s\to 0}\frac{1}{s+sG(s)H(s)}=\lim_{s\to 0}\frac{1}{sG(s)H(s)}。$$

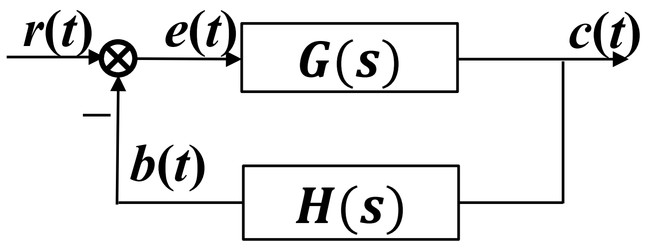
定义**稳态速度误差系数**$K_v=\lim\limits_{s\to 0} s\,G(s)H(s)$，则$e_{ss}=\frac{1}{K_v}$。

- 对0型系统，$K_v=0$，$e_{ss}=\infty$，即无法跟踪等速度输入
- 对I型系统，$K_v=K$，$e_{ss}=1/K$， K越大，e_{ss}越小。有差系统。
- 对II型及以上系统，$K_v=\infty$，$e_{ss}=0$。无差系统。

一、静态误差系数法

重点

$$G(s)H(s)=\frac{K(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)\cdots(\tau_m s+1)}{s^v(T_1 s+1)(T_2 s+1)\cdots(T_{n-N} s+1)}$$



◆ 3、单位抛物线输入$R(s)=\frac{1}{s^3}$，

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0} s\,\Phi_{er}(s)R(s)=\lim_{s\to 0}\frac{1}{s^2+s^2G(s)H(s)}=\lim_{s\to 0}\frac{1}{s^2G(s)H(s)},$$

定义稳态加速度误差系数$K_a=\lim_{s\to 0} s^2\,G(s)H(s)$，

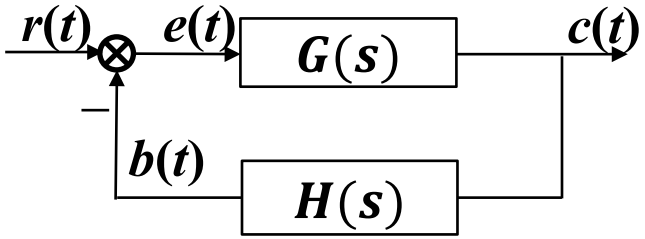
则$e_{ss}=\frac{1}{K_a}$。

- **对0型或I型系统**，$K_a=0$，$e_{ss}=\infty$，**无法跟踪。**
- **对II型系统**$K_a=K$，$e_{ss}=1/K$，K**越大**e_{ss}**越小。有差系统。**
- **对III型或以上系统**$K_a=\infty$，$e_{ss}=0$。**无差系统。**

一、静态误差系数法

重点

$$G(s)H(s)=\frac{K(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)\cdots(\tau_m s+1)}{s^v(T_1 s+1)(T_2 s+1)\cdots(T_{n-N} s+1)}$$



【方法2】对主反馈到输入端的系统，用静态误差系数法。

对输入$r(t)=a_1+a_2t+a_3t^2$**，**

则稳态误差$e_{ss}=a_1\frac{1}{1+K_p}+a_2\frac{1}{K_v}+2a_3\frac{1}{K_a}$。

系统型别	静态误差系数			稳态误差		
	K_p	K_v	K_a	$r(t)=1(t)$	$r(t)=t$	$r(t)=t^2/2$
0型	K	0	0	$1/(1+K)$	∞	∞
I型	∞	K	0	0	$1/K$	∞
II型	∞	∞	K	0	0	$1/K$

一、静态误差系数法

重点

【方法2】对主反馈到输入端的系统，用静态误差系数法。

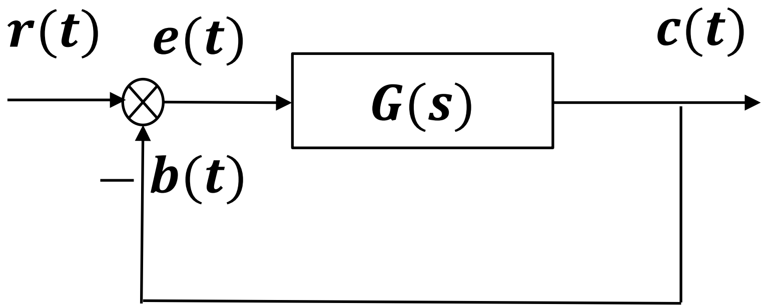
系统型别	静态误差系数			稳态误差		
	K_p	K_v	K_a	$r(t)=1(t)$	$r(t)=t$	$r(t)=t^2/2$
0型	K	0	0	$1/(1+K)$	∞	∞
I型	∞	K	0	0	$1/K$	∞
II型	∞	∞	K	0	0	$1/K$

- 只适用于主反馈到输入端、标准误差定义、有用输入下的稳态误差的求解。
- K是开环放大系数，而非闭环的。
- 无差系统在动态过程中并不是无差。
- 要减小稳态误差，可增加开环总增益K或积分环节数v，但可能会影响动态性能或稳定性，一般$v\le 2$。

一、静态误差系数法

重点

【例1.1】两系统结构图如图，$G(s)$分别为$G_1(s)=\frac{10}{s(s+2)}$，$G_2(s)=\frac{10(s+1)}{s^2(s+2)}$，求$r(t)=4+6t+3t^2$时两系统的稳态误差。



【解】开环传递函数即

$$G_1(s)=\frac{5}{s(0.5s+1)}, \quad G_2(s)=\frac{5(s+1)}{s^2(0.5s+1)}。$$

第一个系统为I型系统，则$K_p=\infty$，$K_v=K$，$K_a=0$，

则稳态误差$e_{ss1}=\frac{4}{1+K_p}+\frac{6}{K_v}+\frac{6}{K_a}=\infty$，

第二个系统为II型系统，则$K_p=\infty$，$K_v=\infty$，$K_a=K=5$，

则稳态误差$e_{ss2}=\frac{6}{K}=1.2$。

?? 解题结束?

两系统闭环特征方程分别为$s^2+2s+10=0$和$s^3+2s^2+10s+10=0$，均稳定。

一、静态误差系数法

重点

【例1.2】已知单位反馈系统的闭环传递函数为$G_B(s)=\frac{5s+200}{0.01s^3+0.502s^2+6s+200}$，求输入为$r(t)=5+20t$时系统的稳态误差。

【解】系统的闭环特征方程为$0.01s^3+0.502s^2+6s+200=0$，易知系统是稳定的。

求开环传递函数

$$G_K(s)=\frac{G_B(s)}{1-G_B(s)}=\frac{5s+200}{0.01s^3+0.502s^2+s}=\frac{200(0.025s+1)}{s(0.01s^2+0.502s+1)},$$

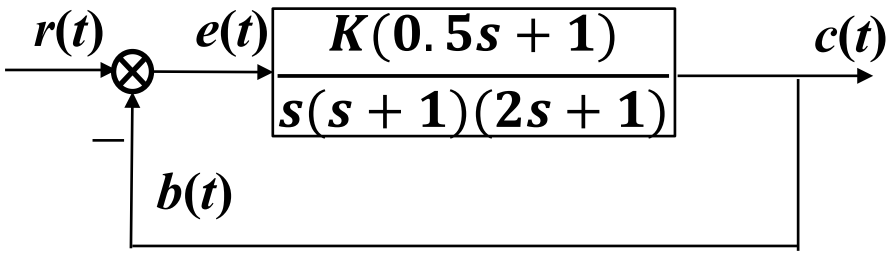
I型系统，$K_p=\infty$，$K_v=K=200$，

稳态误差$e_{ss}=\frac{5}{1+K_p}+\frac{20}{K_v}=0.1$。

一、静态误差系数法

重点

【测试】判断使系统在$r(t)=10+5t$输入作用下稳态误差$e_{ss}<1$的参数K的取值范围。



【解】稳态误差：开环传递函数为

$$G(s)=\frac{K(0.5s+1)}{s(s+1)(2s+1)},$$

I型系统，$K_p=\infty$，$K_v=K$，

则稳态误差$e_{ss}=\frac{10}{1+K_p}+\frac{5}{K_v}=\frac{5}{K}$。要使$\frac{5}{K}<1$，需使$K>5$。

稳定性：闭环特征方程$2s^3+3s^2+(1+0.5K)s+K=0$，

要系统稳定，需使$\begin{cases} K>0, \\ 3(1+0.5K)>2K, \end{cases}$ 即$0<K<6$。

综合可得$5<K<6$。

◆结论：稳态误差与K成反比， K越大，稳态误差越小。但K的增大受到稳定性的限制。

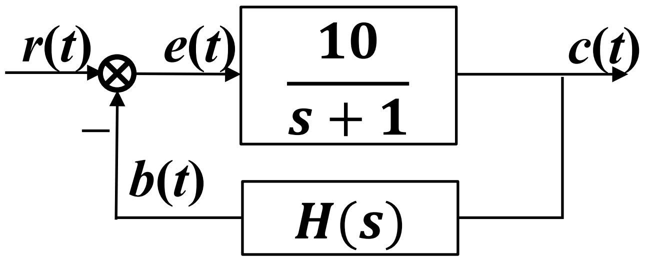
?要使该系统的稳态误差小于0.5，参数会如何?

不可能!

一、静态误差系数法

重点

【例1.4】已知系统结构图如图。定义误差为$E(s)=\frac{1}{H(s)}R(s)-C(s)$，分别求出$H(s)=1$和$H(s)=0.1$时的阶跃响应稳态误差。



【解】闭环系统均稳定。

当$H(s)=1$时$E(s)=R(s)-C(s)$，

为0型系统，则$e_{ss}=\frac{1}{1+K}=\frac{1}{11}=0.091$

当$H(s)=0.1$时误差的定义是非标准定义，需用终值定理来求。

$$E(s)=10R(s)-C(s)=10R(s)-\frac{G}{1+GH}R(s)=\frac{10(s+1)}{s+2}R(s),$$

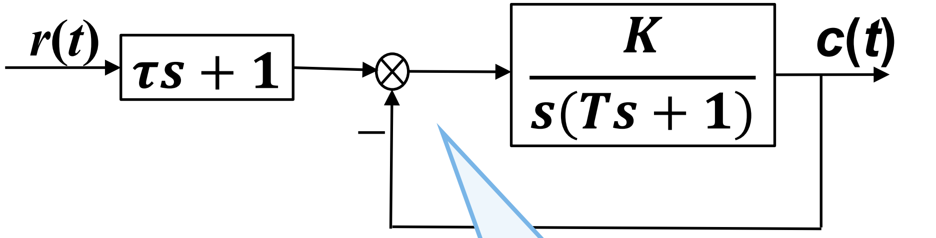
则$e_{ss}=\lim\limits_{s\to 0}s\,E(s)=\lim\limits_{s\to 0}s\frac{10(s+1)}{s+2}\frac{1}{s}=5$

注：非标准误差定义，不能用静态误差系数法来求。

一、静态误差系数法

重点

【测试】结构图如图，K、T为正常数。误差定义为$E(s)=R(s)-C(s)$，选择τ使在斜坡输入$r(t)=at$作用下稳态误差为零.



能否等效变换成主反馈到输入?

?误差传递函数=1/(1+开环传函)?

由$C(s)=\frac{K(\tau s+1)}{Ts^2+s+K}\cdot R(s)$，

则$E(s)=R(s)-C(s)=\left[1-\frac{K(\tau s+1)}{Ts^2+s+K}\right]R(s)=\frac{Ts^2+(1-K\tau)s}{Ts^2+s+K}R(s)$

误差传递函数≠1/(1+开环传函)，不能用静态误差系数法。

由终值定理得

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}s\,E(s)=\lim_{s\to 0}s\cdot\frac{Ts^2+(1-K\tau)s}{Ts^2+s+K}\cdot\frac{a}{s^2}=\lim_{s\to 0}\frac{(1-K\tau)a}{K}$$

要使稳态误差为零，需令$1-K\tau=0$，即选择$\tau=\frac{1}{K}$时可使稳态误差为零。

二、动态误差系数法

定义 $C_i = \frac{1}{i!}\Phi_{er}^{(i)}(0), i = 0,1,2,\cdots$，**为动态误差系数。**

C_0**为动态位置误差系数，**C_1**为动态速度误差系数，**C_2**为动态加速度误差系数。则**

$$\Phi_{er}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{M(s)}{N(s)} = C_0 + C_1 s + C_2 s^2 + \cdots + C_l s^l + \cdots,$$

$$e_{ss}(t) = C_0 r(t) + C_1 \dot{r}(t) + \cdots + C_l r^{(l)}(t) + \cdots。$$

稳态误差$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e_{ss}(t)$。

求动态误差系数有两种方法：

- **定义法**
- **长除法（整式除法）**

二、动态误差系数法

【例2.1】某主反馈到输入端的控制系统开环传递函数为$G(s)H(s)=\frac{10}{s(s+1)}$**，讨论**$r(t)=R_0+R_1t+R_2t^2$**时误差变化规律，并求出稳态误差。**

【解】闭环特征方程为$s^2+s+10=0$**，易知系统稳定。**

$$\Phi_e(s)=\frac{1}{1+G(s)H(s)}=\frac{s^2+s}{s^2+s+10},$$

$$\begin{array}{r} 0.1s+0.09s^2-0.019s^3 \\ 10+s+s^2\ \big)\ s+s^2 \\ -)\,s+0.1s^2+0.1s^3 \\ \hline 0.9s^2-0.1s^3 \\ -)\,0.9s^2+0.09s^3+0.09s^4 \\ \hline -0.19s^3-0.09s^4 \end{array}$$

得$\Phi_e(s)=0.1s+0.09s^2-0.019s^3+\cdots$,

则动态误差系数

$C_0=0$，$C_1=0.1$，$C_2=0.09$，$C_3=-0.019$，

由于$\dot r(t)=R_1+2R_2t$，$\ddot r(t)=2R_2$，$\dddot r(t)=0$，

则$e_{ss}(t)=C_0r(t)+C_1\dot r(t)+\cdots+C_lr^{(l)}(t)$

$=0.1(R_1+2R_2t)+0.09\times 2R_2=0.2R_2t+0.1R_1+0.18R_2$。

令$e(t)$的指数衰减项=0

误差以固定斜率增长到无穷大。$e_{ss}=\infty$。

二、动态误差系数法

对主反馈到输入端的系统，若开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{K(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)\cdots(\tau_m s+1)}{s^v(T_1 s+1)(T_2 s+1)\cdots(T_{n-N}s+1)}=\frac{K}{s^v}G'(s),$$

则$\Phi_e(s)=\frac{1}{1+G(s)H(s)}=\frac{s^v}{s^v+KG'(s)}=C_0+C_1 s+C_2 s^2+\cdots,$

- **对0型系统，** $C_0=\Phi_e(0)=\frac{1}{G(0)H(0)+1}=\frac{1}{1+K_p},$
- **对I型系统，** $\Phi_e(s)=\frac{s}{s+KG'(s)}$， $C_0=0$， $C_1=\dot{\Phi}_e(0)=\frac{1}{K_v},$
- **对II型系统，** $\Phi_e(s)=\frac{s^2}{s^2+KG'(s)}$， $C_0=C_1=0$， $C_2=\frac{1}{2}\ddot{\Phi}_e(0)=\frac{1}{K_a}$。

二、动态误差系数法

$$\Phi_{er}(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{M(s)}{N(s)}=C_0+C_1s+C_2s^2+\cdots+C_ls^l+\cdots,$$

$e_{ss}(t)=C_0r(t)+C_1\dot{r}(t)+\cdots+C_lr^{(l)}(t)+\cdots$。**稳态误差** $e_{ss}=\lim_{t\to\infty}e_{ss}(t)$

利用动态误差系数法:

- ✓ **条件：** $s=0$ **处误差传递函数各阶导数均存在。 （如系统稳定，则不存在0极点）**
- ✓ **可以反映误差随时间的变化规律，**
- ✓ **可研究输入信号几乎为任意时间函数时系统的稳态误差，**
- ✓ **可研究$E(s)$在S右半平面不解析时系统的稳态误差。**

❗ **动态误差系数是与误差传递函数相联系的，静态误差系数则是与开环传递函数相联系的。**

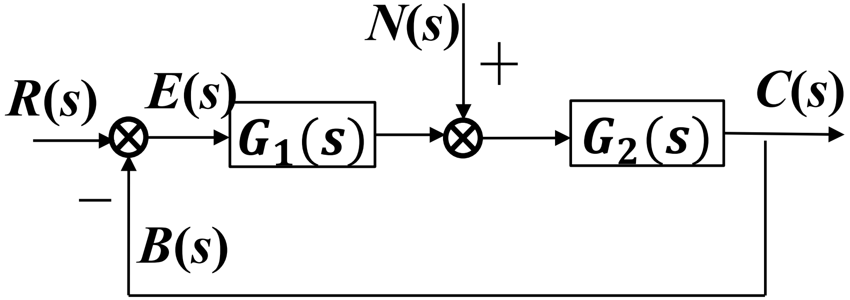
三、降低稳态误差的途径

【例3.1】某结构图如图，$T_1, T_2, K_1, K_2 > 0$。$r(t)=1(t)$，$n(t)=1(t)$。求稳态误差。

$$G_1(s)=\frac{K_1}{1+T_1 s},\quad G_2(s)=\frac{K_2}{s(1+T_2 s)}$$

【解】闭环特征方程$T_1T_2s^3+(T_1+T_2)s^2+s+K_1K_2=0$，若要系统稳定，

需$T_1+T_2>T_1T_2K_1K_2$。



有用输入作用下的误差传递函数为 $G_{er}(s)=\dfrac{1}{1+G_1(s)G_2(s)}$

$$e_{ssr}=\lim_{s\to0}\frac{s\cdot R(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}=\lim_{s\to0}\frac{s^2(1+T_1s)(1+T_2s)}{s(1+T_1s)(1+T_2s)+K_1K_2}\cdot\frac{1}{s}=0,$$

扰动输入作用下的误差传递函数为$G_{en}(s)=-\dfrac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}$,

$$e_{ssn}=\lim_{s\to0}\frac{-sG_2(s)\cdot N(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}=\lim_{s\to0}\frac{-s\cdot K_2(1+T_1s)}{s(1+T_1s)(1+T_2s)+K_1K_2}\cdot\frac{1}{s}=-\frac{1}{K_1},$$

则$e_{ss}=e_{ssr}+e_{ssn}=-\dfrac{1}{K_1}$

?如何降低稳态误差？

三、降低稳态误差的途径

【例3.1(续)】某结构图如图，$T_1, T_2, K_1, K_2 > 0$。$r(t) = 1(t)$，$n(t) = 1(t)$。求稳态误差。

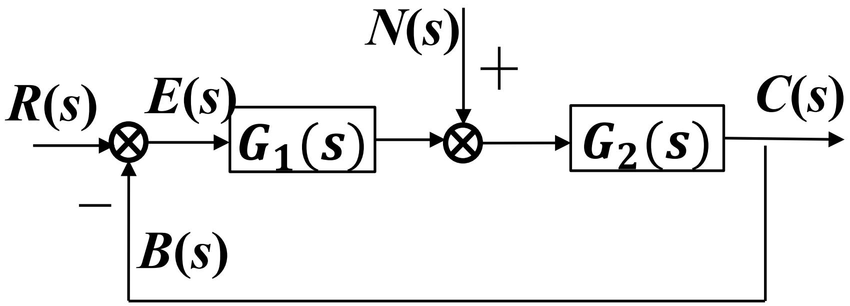
$$G_1(s) = \frac{K_1}{(1+T_1 s)s}, \quad G_2(s) = \frac{K_2}{(1+T_2 s)}$$

【解】有用输入作用下的稳态误差不变，仍然是$e_{ssr} = 0$。

扰动输入作用下的稳态误差

$$e_{ssn} = \lim_{s\to 0} \frac{-sG_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} N(s)$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{-s^2 K_1(1+T_2 s)}{s(1+T_1 s)(1+T_2 s)+K_1 K_2} \cdot \frac{1}{s} = 0,$$



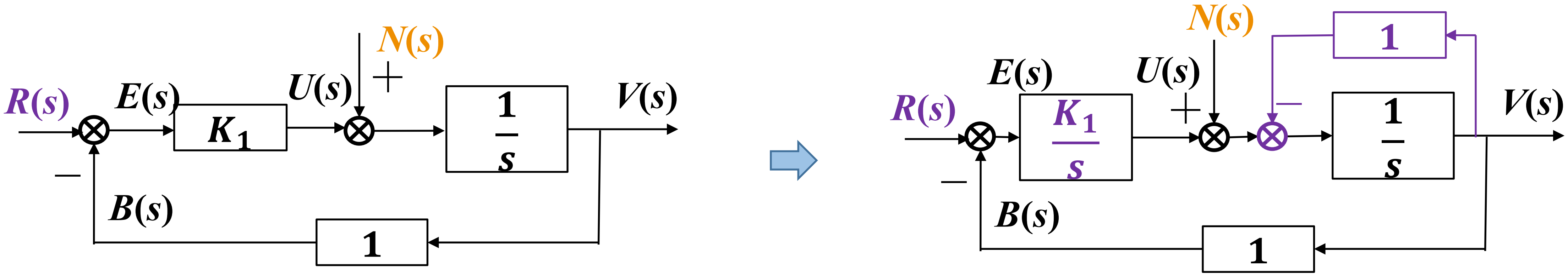
系统总的稳态误差为$e_{ss} = e_{ssr} + e_{ssn} = 0$

【结论1】要减小扰动引起的稳态误差，有两种途径，

增大在扰动作用点以前的前向通道中的放大系数; 在扰动作用点以前引入积分环节。

三、降低稳态误差的途径

【案例】设车辆的动力学为$\dot{v}(t) = u(t)$车辆初始速度为0 (m/s)，拟控制车辆以30 (m/s)的速度定速巡航。如何设计控制器，消除稳态误差？



三、降低稳态误差的途径

- 增大系统开环放大系数可以增强系统对参考输入的跟随能力。加大扰动作用点之前的前向通路增益，可以减小稳态误差。

但过大的增益会使系统失去稳定，或使动态性能恶化。

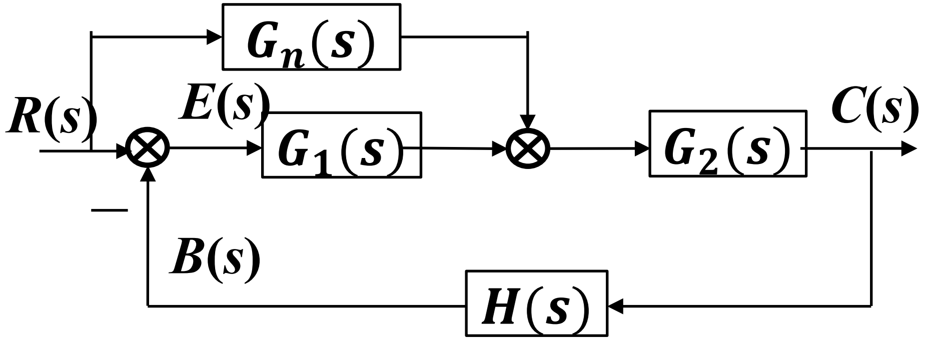
因此增益的选择应在稳定性、稳态精度和动态性能之间权衡。

- 在扰动作用点之前的前向通路中引入积分环节，可以消除系统在特定输入信号形式和特定扰动作用形式下的稳态误差。

但是增加前向通道中的积分环节会导致系统稳定性的降低。

三、降低稳态误差的途径

□ 对输入顺馈的复合控制



$$\Phi_{er}(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1-G_n(s)G_2(s)H(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)},$$

取$G_n(s)=\dfrac{1}{G_2(s)H(s)}$,

可消除由任意形式参考输入引起的误差，称为对误差的全补偿。

? $G_n(s)=\dfrac{1}{G_2(s)H(s)}$的可行性如何?

通常$G_2(s)H(s)$的分子阶次比分母阶次低，导致$G_n(s)$的分子阶次比分母阶次高，不易实现。

因此需要具体问题具体分析，设计误差的部分补偿。常用的补偿装置结构包括：

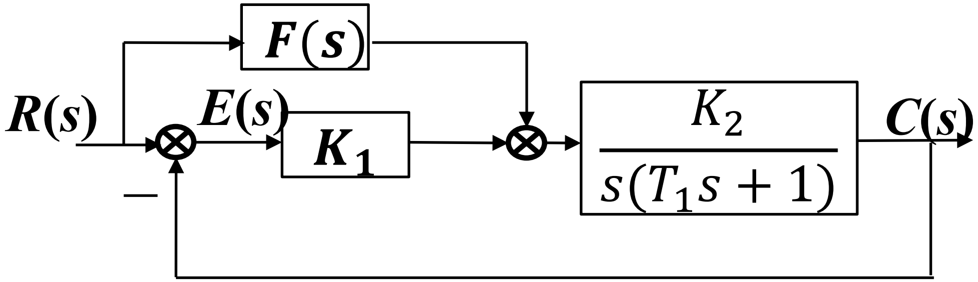
阶跃输入的补偿$G_n(s)=\lambda_0$,

斜坡输入的补偿$G_n(s)=\lambda_1 s+\lambda_0$,

三、降低稳态误差的途径

【例3.2】某结构图如图，$K_1=5$，$K_2=0.2$，$T_1=0.2$，前馈环节$F(s)=\frac{as^2+bs}{T_2s+1}$，$T_2=1$。误差定义如图。要使单位加速度输入下稳态误差为0，确定a,b。

【解】系统的闭环传递函数



$$\boldsymbol{\Phi(s)=\frac{K_1K_2(T_2s+1)+K_2(as^2+bs)}{(T_2s+1)(T_1s^2+s+K_1K_2)}},$$

显然闭环系统稳定。

全补偿时$F(s)=\frac{s(T_1s+1)}{K_2}$

$E(s)=R(s)C(s)=(1-\Phi(s))R(s)$，

由终值定理$e_{ss}=\lim\limits_{s\to0}s\,E(s)=\lim\limits_{s\to0}s\frac{T_1T_2s^3+(T_1+T_2-K_2a)s^2+(1-K_2b)s}{(T_2s+1)(T_1s^2+s+K_1K_2)}\frac{1}{s^3}$

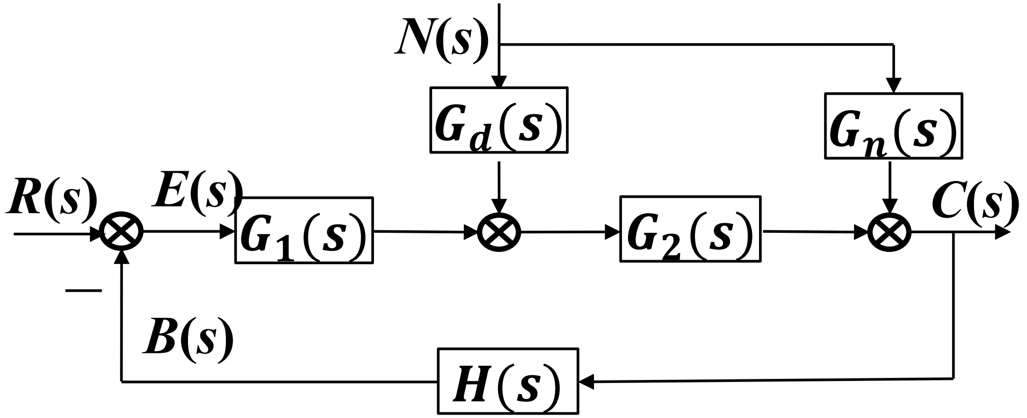
$=\lim\limits_{s\to0}s\frac{T_1T_2+[(T_1+T_2-K_2a)s^2+(1-K_2b)s]/s^3}{(T_2s+1)(T_1s^2+s+K_1K_2)}$,

要使稳态误差为0，应使$T_1+T_2-K_2a=0$，$1-K_2b=0$，解得$a=6$，$b=5$。

三、降低稳态误差的途径

□ 对扰动顺馈的复合控制

$$\Phi_{en}(s)=\frac{E(s)}{N(s)}=-\frac{G_n(s)+G_2(s)G_d(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}H(s),$$



【法1】取$G_n(s)=-G_2(s)G_d(s)$，可消除任意形式的扰动引起的误差，也是全补偿。

?$G_n(s)$的可行性如何?

如果不易实现，则

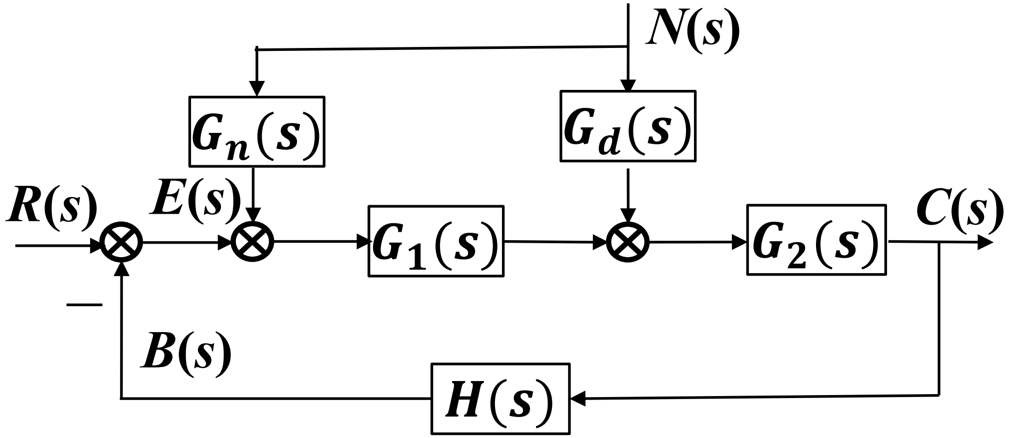
【法2】由 $e_{ssn}=\lim\limits_{s\to 0}(-s\frac{G_n(s)+G_2(s)G_d(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}H(s)N(s))$,

若$\lim\limits_{s\to 0}G_2(s)G_d(s)$极限存在，取$G_n(s)=-\lim\limits_{s\to 0}G_2(s)G_d(s)$,

可提高系统的型别，消除某些特定类型的扰动引起的误差。

三、降低稳态误差的途径

【例3.3】已知$G_1(s)=\frac{K_1}{T_1s+1}$，$G_2(s)=\frac{K_2}{s(T_2s+1)}$，$G_d(s)=K_3$，$H(s)=1$。设计$G_n(s)$使阶跃形式的扰动$N(s)$对稳态性能无影响。



【解】 $\Phi_{en}(s)=\frac{E(s)}{N(s)}=-\frac{K_1K_2G_n(s)+K_2K_3(T_1s+1)}{s(T_1s+1)(T_2s+1)+K_1K_2}$，

法1：要使$N(s)$对稳态性能无影响，令

$$G_n(s)=-\frac{K_3(T_1s+1)}{K_1}$$

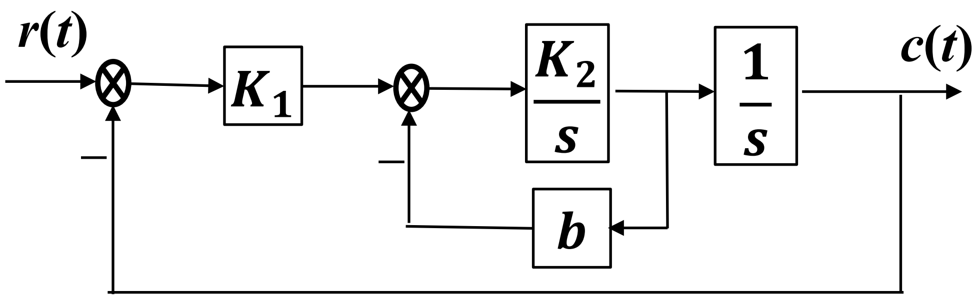
此时，无论哪种形式的扰动，均对系统的稳态性能无影响。

法2：对于$N(s)=\frac{a}{s}$，由$e_{ssn}=\lim_{s\to0}\big(s\Phi_{en}(s)N(s)\big)=\lim_{s\to0}\left(-s\frac{K_1K_2G_n(s)+K_2K_3(T_1s+1)}{s(T_1s+1)(T_2s+1)+K_1K_2}\frac{a}{s}\right)$，

若$G_n(s)=-\frac{K_3}{K_1}$，则$e_{ssn}=\lim_{s\to0}\left(-s\frac{K_2K_3T_1s}{s(T_1s+1)(T_2s+1)+K_1K_2}\frac{a}{s}\right)=0$。

三、降低稳态误差的途径

【例3.4】$K_1, K_2 > 0$，b为非负常数。分析b对系统的稳定性、阶跃响应动态性能、单位斜坡响应的稳态误差的影响。



【解】系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{K_1K_2}{s^2 + K_2bs + K_1K_2}$$

1、稳定性：系统的闭环特征方程为$s^2 + K_2bs + K_1K_2 = 0$，当$b > 0$时系统稳定。

局部反馈补充了缺项

2、动态性能：由$\omega_n^2 = K_1K_2$，$2\zeta\omega_n = K_2b$可知，b的变化不会影响自然振荡角频率ω_n，只影响阻尼比。

则b减小，ζ减少，t_r和t_p减小，σ_p和t_s增大。

3、稳态误差：开环传递函数$G(s) = \frac{K_1K_2}{s(s+K_2b)}$，

开环增益$K = \frac{K_1}{b}$，单位斜坡输入下$e_{ss} = \frac{1}{K} = \frac{b}{K_1}$，则$b$减小，稳态误差减少。

小结

- 控制系统的稳态性能分析：
  - 概念：稳态误差（系统实际输出值与希望输出值之间的最终偏差）
  - 计算：1 静态误差系数法； 2 动态误差系数法
  - 改善：4种改善方法
- 作业：
  - 作业3.12