

- STAGE CERFACS 2019 -

Développement d'une condition aux limites pour la simulation numérique d'écoulements en turbomachine

JÉRÔME DABAS

Tuteur Nicolas Odier

école —
normale —
supérieure —
paris — saclay —



CENTRE EUROPÉEN DE RECHERCHE ET DE FORMATION AVANCÉE EN [CALCUL SCIENTIFIQUE](#)

Table des matières

1	Introduction	8
1.1	Introduction aux turbomachines	8
2	Méthodes numériques pour la simulation des écoulements turbulents	11
2.1	Les approches numériques pour la simulation des écoulements turbulents .	11
2.1.1	Direct Numerical Simulation : DNS	12
2.1.2	Large Eddy Simulation : LES	12
2.1.3	Reynolds Averaged Navier-Stokes : RANS	13
2.2	Le code de simulation AVBP	14
2.3	Les conditions aux limites pour les simulations LES de turbomachines . . .	15
2.4	La méthode NSCBC	16
3	Une condition aux limites non réfléchissante en débit et enthalpie totale	20
3.1	Objectifs	20
3.2	Hypothèses	21
4	Dérivation, implémentation et validation de la méthode NSCBC pour γ constant	22
4.1	Formalisme mathématique	22
4.2	Implémentation et validation de la condition aux limites	24
4.2.1	cas-test : Convergence de l'enthalpie totale et du débit	25
4.2.2	cas-test : Convergence de l'angle	26
4.2.3	cas-test : Evaluation du coefficient de réflexion acoustique	26
4.2.4	cas-test : Injection de turbulence	27
5	Dérivation, implémentation et validation de la méthode NSCBC pour γ variable	28
5.1	Formalisme mathématique	28
5.2	Implémentation et validation de la condition aux limites	30
5.2.1	cas-test : Convergence de l'enthalpie totale et du débit	30
5.2.2	cas-test : Convergence de l'angle	30
5.2.3	cas-test : Convergence des espèces chimiques	30
5.2.4	cas-test : Evaluation du coefficient de réflexion acoustique	31
5.2.5	cas-test : Injection de turbulence	31
6	La configuration FACTOR	31
6.1	Convergence <code>inlet_relax_rho</code> <code>inlet_ht_y</code>	32
6.2	Comparaison entre les conditions limites	32
7	Conclusion	34
	Appendices	37

A	Cas-tests	37
B	Résultats γ constant	39
C	Résultats γ variable	44
D	Configuration FACTOR	50

Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement Nicolas ODIER, mon tuteur de stage, pour m'avoir guidé pendant ces trois mois de stage. Merci pour l'attention toute particulière qu'il a portée à mon travail et la disponibilité dont il a fait preuve à mon égard afin de m'aider à avancer.

Je remercie aussi Thierry POINSOT, Laurent GICQUEL, Florent DUCHAINE et Jérôme DOMBARD pour leur regard bienveillant sur mon travail et l'aide qu'ils m'ont apportée pendant ce stage.

Mes remerciements vont aussi à Lionel CHENG et Benjamin MARTIN pour leurs conseils précieux et les astuces qu'ils ont partagées avec moi lors de ce stage. De manière générale, merci à tous les doctorants qui m'ont aidé et ont pris sur leur temps pour répondre à mes questions.

Enfin, un grand merci aux stagiaires présents avec moi, en particulier, Romain THEULE, mon collègue de bureau, qui m'a supporté pendant près de deux mois et Gabriel RAMIREZ, pour son expertise en Python.

Préambule

Présentation du CERFACS

Le CERFACS, Centre Européen de Recherche et de Formation Avancée en Calcul Scientifique, est un centre de recherche fondamentale et appliquée spécialisé dans la modélisation et la simulation numérique. Créé en 1987, il est une société civile depuis 1996. Le CERFACS traite d'une part des problèmes de recherche dans les secteurs clés des transports, de l'énergie et de la météorologie. Il est d'autre part centre de formation avancée : il accueille en effet jeunes chercheurs, doctorants et stagiaires, et propose des formations dans ses champs de compétence.

Le CERFACS possède sept actionnaires - Airbus, CNES, EDF, Météo-France, ONERA, SAFRAN et TOTAL - ainsi que des partenaires tels que le CNRS, l'Irit (Institut de Recherche en Informatique de Toulouse), le CEA et l'Inria. Les actionnaires forment un Conseil de Gérance qui dirige le CERFACS. S'y ajoute le Conseil Scientifique qui émet des recommandations.

Le CERFACS est constitué de quatre équipes : Algorithmes parallèles (ALGO), Aviation et environnement (AE), Mécanique des fluides numérique (CFD) et Modélisation du climat et de son changement global (GLOBC).

L'équipe CFD qui m'a accueilli développe des codes et des solveurs pour la mécanique des fluides, tels que le code AVBP.

Nomenclature

$W_{echange}^{i \rightarrow j}$	travail échangé entre i et j positif si i fournit du travail à j par défaut j est le fluide
$Q_{echange}^{i \rightarrow j}$	transfert thermique entre i et j positif si i fournit de l'énergie thermique à j par défaut j est le fluide
u_i	composante du vecteur vitesse dans la direction x_i
u, v, w	composantes du vecteur vitesse dans le repère de l'INLET
$n, t1, t2$	le repère de l'INLET, n la normale à l'Inlet
e_c	énergie cinétique massique
c	vitesse du son
P, T, ρ	grandeurs thermodynamiques d'un écoulement pression, température et masse volumique
P_t, T_t, H_t, E_t	grandeurs thermodynamiques totales d'un écoulement pression totale, température totale enthalpie totale massique et énergie totale massique
C_p, C_v	coefficients thermiques à pression constante, à volume constant
γ, r	indice adiabatique et constante des gaz parfaits
ρ_k, M_k	masse volumique et molaire de l'espèce chimique k
Y_k	fraction massique de l'espèce chimique k
$C_{p,k}, C_{v,k}$	coefficients thermiques de l'espèce chimique k
γ_k, r_k	indice adiabatique et constante spécifique de l'espèce chimique k
τ_{ij}	composante i, j du tenseur des efforts visqueux

$Q_r, \dot{\omega}_T, S$	termes sources radiatifs, chimiques et LODI
$\dot{\omega}_k$	terme source de l'espèce chimique k
δ_{ij}	symbole de kronecker
$J_{j,k}, q_j$	composantes j des vecteurs flux flux de diffusion de l'espèce chimique k, flux thermique
Re, U, D, μ	nombre de Reynolds et grandeurs caractéristiques vitesse, longueur, viscosité dynamique
V	vecteurs des primitives de Navier-Stokes
W	pseudo vecteur propre des primitives de Navier-stokes diagonalisées
L	vecteur des amplitudes d'onde
L_+	amplitude d'onde de vitesse de propagation $u + c$
L_-	amplitude d'onde de vitesse de propagation $u - c$
L_{t1}	amplitude d'onde liée à w de vitesse de propagation u
L_{t2}	amplitude d'onde liée à v de vitesse de propagation u
L_s	amplitude de l'onde d'entropie de vitesse de propagation u
L_k	amplitude de l'onde d'entropie de l'espèce chimique k

1 Introduction

1.1 Introduction aux turbomachines

Une turbomachine est un appareil qui réalise un transfert entre l'énergie de rotation d'un arbre et l'écoulement continu d'un fluide par l'intermédiaire de rangées de pales en rotation formant un rotor. On distingue différents types de turbomachines en fonction du sens du transfert d'énergie entre le fluide et le rotor :

- Si le rotor transmet de l'énergie au fluide, on parle de compresseur.
- Si le rotor reçoit de l'énergie du fluide, on parle de turbine.

Les turbomachines peuvent être utilisées pour différents types d'applications parmi lesquelles on trouve :

- La production d'énergie avec, par exemple, les turbines à gaz ou les turbines hydrauliques.
- La propulsion avec, par exemple, les turbopropulseurs, les turbofans et les turbo-réacteurs.

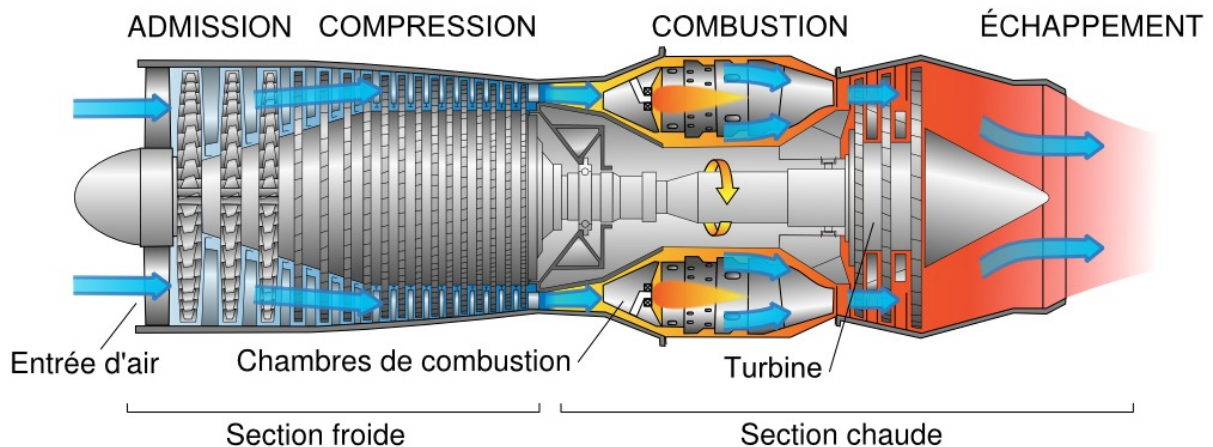


FIGURE 1 – Fonctionnement d'un turboréacteur

Dans le cadre de la propulsion aéronautique, les turbomachines utilisées, turbopropulseurs, turbofans et turboréacteurs, possèdent une architecture similaire à celle de la figure 1, composée d'un compresseur, d'une chambre de combustion et d'une turbine. Dans un cas idéal, en notant $W_{\text{échange}}$ le travail des forces non pressantes et $Q_{\text{échange}}$ les échanges thermiques, le comportement de ces turbomachines est le suivant :

- Le compresseur fournit de l'énergie au fluide sous forme de travail sans transfert thermique : $W_{\text{échange}}^{\text{compresseur} \rightarrow \text{fluide}} > 0$ et $Q_{\text{échange}} = 0$
- La chambre de combustion fournit de l'énergie au fluide sous forme de transfert thermique sans travail : $W_{\text{échange}}^{\text{chambre_combustion} \rightarrow \text{fluide}} = 0$ et $Q_{\text{échange}} > 0$

- La turbine récupère une partie de l'énergie du fluide sous forme de travail sans transfert thermique : $W_{echange}^{turbine \rightarrow fluide} < 0$ et $Q_{echange} = 0$

Les travaux $W_{echange}$ et les transferts thermiques $Q_{echange}$ évoqués précédemment sont liés à la variation d'énergie par le premier principe de la thermodynamique appliqué aux turbomachines qui s'énonce comme suit

$$\Delta H_t = W_{echange} + Q_{echange}$$

ΔH_t est la variation d'enthalpie totale H_t . H_t est la somme de l'enthalpie H et de l'énergie cinétique e_c . L'enthalpie H correspond à une énergie interne, et est liée à une élévation de température dT :

$$dH = C_p dT$$

C_p est le coefficient thermique à pression constante $C_p = \frac{\partial H}{\partial T}$. On peut écrire une relation similaire pour l'enthalpie totale :

$$dH_t = C_p dT_t$$

On définit ainsi implicitement la température totale T_t . Dans le cadre où C_p est indépendant de T_t ,

$$\Delta H_t = C_p \Delta T_t$$

L'ensemble des transformations thermodynamiques que le fluide subit dans le compresseur, la chambre de combustion et la turbine peut être représenté à l'aide de la température totale précédemment définie dans un diagramme température totale-entropie par le cycle de Brayton (Fig. 2). Dans un cas idéal, le fluide subit les transformations suivantes :

- une transformation isentropique dans le compresseur, 1 – 2 sur la figure 2
- une transformation isobare dans la chambre de combustion, 2 – 3 sur la figure 2
- une transformation isentropique dans la turbine, 3 – 4 sur la figure 2

L'énergie libérée par le fluide lors de la transformation 3 – 4 est en partie transmise au compresseur. La partie restante est utilisée pour la propulsion. Dans le cas idéal, l'énergie transmise au compresseur correspond à l'énergie fournie par le compresseur au fluide : $W_{echange}^{compresseur \rightarrow fluide} = W_{echange}^{turbine \rightarrow compresseur}$. En supposant C_p indépendant de T_t , le premier principe appliqué à la turbine et au compresseur, où $Q_{echange} = 0$, donne $\Delta T_{t,1-2} = \Delta T_{t,turbine \rightarrow compresseur}$. La variation de température disponible pour la propulsion correspond donc à la variation de température 3 – 4 à laquelle on a ajouté la variation de température 1 – 2, $\Delta T_{t,disponible} = \Delta T_{t,3-4} + \Delta T_{t,1-2}$ avec $\Delta T_{t,3-4} < 0$. L'énergie disponible pour la propulsion peut être calculée à partir de cette variation de température disponible : $W_{disponible} = C_p \Delta T_{t,disponible}$.

Sur la figure 2 est aussi représenté un cycle réel 1 – 2' – 3' – 4'. Les principales différences entre le cycle idéal et le cycle réel se situent au niveau des isentropiques. En effet dans le cycle réel les transformations 1 – 2' et 3' – 4' créent de l'entropie. Cela entraîne, pour le compresseur, une augmentation de la variation de température nécessaire pour comprimer

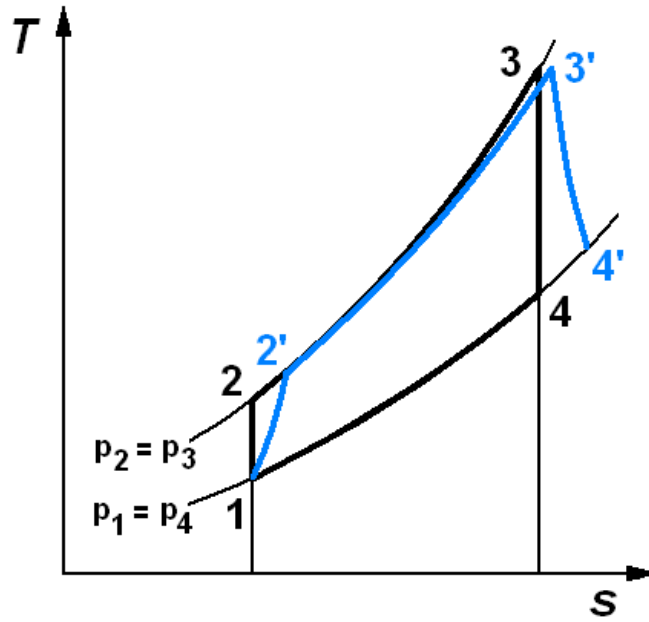


FIGURE 2 – Cycle de Brayton

le fluide entre 1 – 2 et 1 – 2'. En revanche, cela entraîne pour la turbine une diminution de la variation de température lors de la détente. Il y a donc une diminution de la température disponible pour la propulsion et donc de l'énergie disponible.

Des notions de rendement - isentropique ou polytropique - peuvent être définies à partir des considérations précédentes. Pour le compresseur on définit le rendement $\eta|_{is} = \frac{\Delta H_{t, isentropique}}{\Delta H_t}$ pour la turbine $\eta|_{is} = \frac{\Delta H_t}{\Delta H_{t, isentropique}}$.

La notion de rendement d'une turbomachine est étroitement liée à sa production de particules fines et de gaz à effet de serre. En effet moins le rendement est bon, plus la consommation de carburant et donc l'émission de polluants est importante. Il est donc nécessaire de comprendre quels sont les phénomènes qui entraînent des pertes énergétiques dans le cycle de la turbomachine afin de pouvoir réduire leurs impacts sur son fonctionnement. Dans une turbomachine, les pertes énergétiques d'un écoulement sont liées en grande partie à des phénomènes turbulents (une définition de la turbulence est proposée en section. 2.1). Pour mieux comprendre ces phénomènes, une piste est de simuler numériquement la turbomachine. Il existe plusieurs méthodes pour simuler des écoulements turbulents dans des turbomachines. Ces méthodes sont présentées dans la section suivante.

2 Méthodes numériques pour la simulation des écoulements turbulents

2.1 Les approches numériques pour la simulation des écoulements turbulents

La turbulence est difficile à définir précisément (Lesieur[8] et Pope[13]). Cependant, ce phénomène peut être caractérisé par un transfert d'énergie des grandes échelles de l'écoulement vers les petites. Le phénomène de turbulence est :

- non linéaire, chaotique et non prévisible
- fortement dépendant des conditions aux limites et des conditions initiales

La conséquence de la turbulence dans un écoulement est la présence, sur une vaste étendue d'échelles, de structures physiques déterminantes pour les propriétés de cet écoulement. L'énergie de ces structures est représentée sur la figure 3 en fonction de leur nombre d'ondes. On parle de cascade d'énergie.

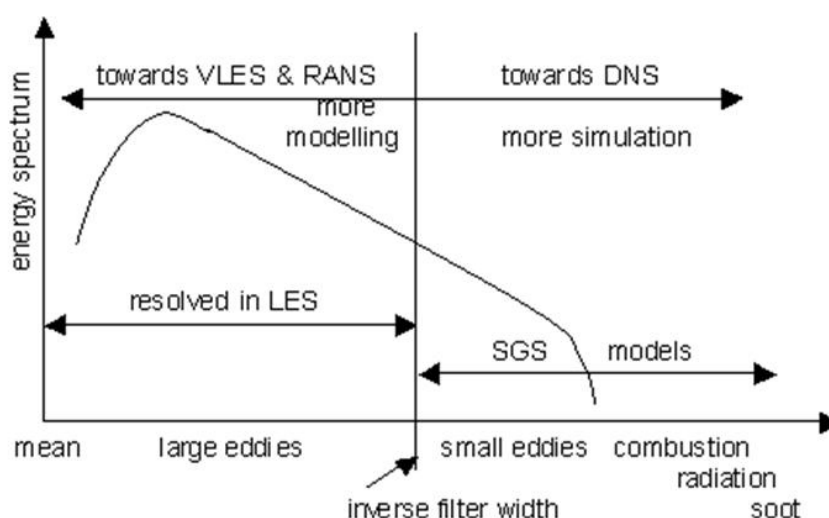


FIGURE 3 – Modélisations des écoulements turbulents

Dans le cadre de l'étude de la turbulence, un nombre adimensionné communément utilisé est le nombre de Reynolds. Noté R_e , ce nombre permet de déterminer le caractère laminaire ou turbulent d'un écoulement. On le définit comme suit :

$$R_e = \frac{\rho U D}{\mu}$$

où ρ est la masse volumique du fluide, U la vitesse de l'écoulement, D la dimension caractéristique de l'écoulement et μ la viscosité dynamique du fluide. Usuellement, on considère

que la turbulence apparaît quand $R_e \gg 2.10^3$.

Simuler des écoulements turbulents s'avère complexe de part la nature même de la turbulence. Il existe trois approches principales : *Direct Numerical Simulation* (DNS), *Large Eddy Simulation* (LES) et *Reynolds Averaged Navier Stokes* (RANS) (Fig. 3). Ces approches sont détaillées respectivement dans les sections 2.1.1, 2.1.2 et 2.1.3. La précision et le coût de calcul de la simulation varient en fonction des approches. Plus une approche est précise, plus son coût de calcul est élevé. En effet, plus l'échelle des phénomènes que l'on cherche à résoudre est petite, plus le maillage du domaine de simulation doit être fin et plus le nombre de noeuds N_{nodes} du maillage est important.

Dans le milieu industriel, le choix de l'approche est un compromis entre la précision souhaitée et le coût de calcul. Les impératifs en terme de diminution de la pollution sonore et d'émission de polluants poussent les industriels à se tourner vers les LES. C'est cette approche qui est mise en œuvre dans le code de simulation AVBP développé au CERFACS. Ce code est présenté dans la section 2.2.

2.1.1 Direct Numerical Simulation : DNS

L'approche DNS consiste à résoudre toutes les échelles de l'écoulement, elle est donc très précise mais possède un coût de calcul très élevé. On estime le nombre de noeuds N_{nodes} nécessaires à la simulation de la manière suivante : $N_{nodes} \propto (0.1R_e)^{\frac{9}{4}}$. Pour un compresseur où le nombre de Reynolds est de l'ordre de 5.10^6 , le nombre de noeuds est $N = 37.10^{11,25}$. La DNS possède un coût de calcul trop important pour être envisageable dans le milieu industriel. Ces simulations demeurent de l'ordre du domaine académique.

2.1.2 Large Eddy Simulation : LES

La simulation aux grandes échelles LES, modifie les équations de Navier-Stokes pour ne prendre en compte que certaines échelles de l'écoulement. Les équations de Navier-Stokes sont filtrées et seules les échelles supérieures à la dimension du filtre sont résolues (Fig. 3). Les mailles du domaine de simulation peuvent ainsi être de même dimension que le filtre. Filtrer les petites échelles de turbulences permet donc l'utilisation d'un maillage plus grossier que pour une DNS. Les LES sont ainsi moins coûteuses. Les échelles inférieures à la dimension du filtre doivent en revanche être modélisées par un modèle de sous-maille, SGS en anglais pour *Sub-Grid Scales*, ce qui entraîne une perte de précision dans la simulation. Les LES s'avèrent cependant être efficaces pour transporter les écoulements tourbillonnaires et les ondes acoustiques (Fig. 4).

Dans le milieu industriel, cette approche est utilisée depuis environ une décennie pour la simulation des chambres de combustion où les nombres de Reynolds sont relativement faibles, et elle commence à être envisagée pour la simulation des turbines et des compresseurs. En effet, elle permet d'étudier les phénomènes acoustiques et les émissions de polluants qui



FIGURE 4 – Simulation LES de l'écoulement autour d'une pale ls89[18]

sont au coeur du développement des turbomachines actuelles. Elle nécessite tout de même d'importantes capacités de calcul et est de ce fait aujourd'hui encore essentiellement utilisée dans le monde académique.

2.1.3 Reynolds Averaged Navier-Stokes : RANS

L'approche RANS est une approche statistique. Elle modifie les équations de Navier-Stokes pour ne prendre en compte que la moyenne spatiale et temporelle de l'écoulement. Les équations de Navier-Stokes sont moyennées en espace et en temps et seules les moyennes spatiales et temporelles des variables sont résolues. L'activité turbulente n'est donc pas résolue mais entièrement modélisée par des équations dites de fermeture. Cela permet d'utiliser un maillage bien plus grossier que pour les simulations LES et DNS et de réduire ainsi fortement le coût de calcul par rapport à ces deux approches. Les fluctuations autour des valeurs moyennes doivent en revanche être modélisées, ce qui entraîne une perte importante d'information. Une simulation RANS ne peut par définition pas rendre compte du caractère instationnaire d'un écoulement. Elle ne peut donc pas transporter les écoulements tourbillonnaires et les ondes acoustiques qui sont des phénomènes instationnaires (Fig. 5).

Dans le milieu industriel, cette approche est la plus utilisée du fait de son faible coût de calcul. Elle permet d'étudier avec une bonne précision les points de fonctionnement nominal d'une turbomachine et ses performances.

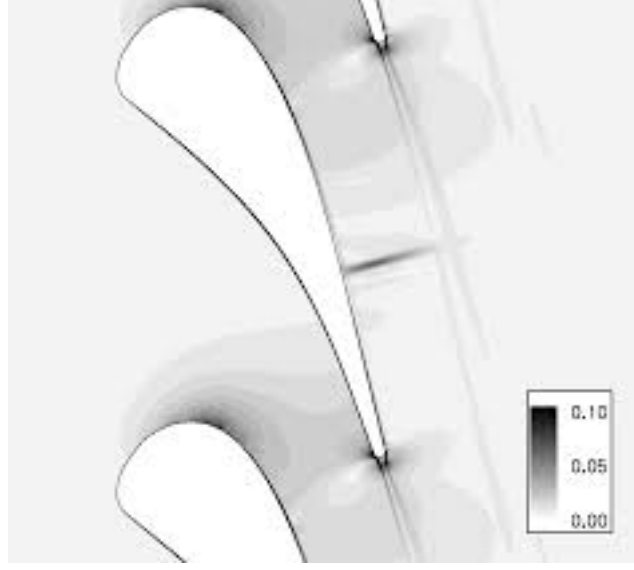


FIGURE 5 – Simulation RANS de l'écoulement autour d'une pale ls89[18]

2.2 Le code de simulation AVBP

AVBP est un code de mécanique des fluides qui résout les équations de Navier-Stokes compressibles et instationnaires (1) à (3) sur des maillages non structurés et hybrides. L'équation (1) correspond à la conservation de la masse et des espèces, l'équation (2) à la conservation de la quantité de mouvement, et l'équation (3) à la conservation de l'énergie.

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_k u_j) = -\frac{\rho}{\rho x_j}[J_{j,k}] + \dot{w}_k \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j}[P \delta_{ij} - \tau_{ij}] \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho E_t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho E_t u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j}[u_i(P \delta_{ij} - \tau_{ij}) + q_j] + \dot{w}_T + Q_r \quad (3)$$

Le code AVBP est massivement parallèle, c'est à dire qu'il peut être exécuté sur de nombreux processeurs travaillant en même temps. Il autorise l'utilisation de plusieurs types de schémas numériques, parmi lesquels on trouve les deux schémas suivants :

- Un schéma de Lax Wendroff (LW) [7], d'ordre 2 en espace et en temps, qui utilise le formalisme des volumes finis
- Un schéma *Two Steps Taylor Galerkin* (TTGC) [2], d'ordre 3 en espace et en temps, qui utilise le formalisme des éléments et des volumes finis

Pour résoudre les écoulements, AVBP utilise le formalisme des simulations aux grandes échelles LES (Section. 2.1). Les termes non résolus sont modélisés à l'aide d'un modèle de sous-maille SGS tel que les modèles Smagorinsky [16], *Wall-Adapting Local Eddy-viscosity*

(WALE) [9] et sigma [10]. AVBP est un code de combustion. Il permet de résoudre des écoulements réactifs à l'aide de modèles de chimie réduite. Il permet de plus de combiner les approches d'Euler et de Lagrange pour résoudre des écoulements diphasiques. Enfin AVBP possède un module dédié à la simulation des turbomachines, turboAVBP [17]. Ce module permet de gérer le couplage entre une partie fixe, le stator, et des parties mobiles, les rotors, et autorise ainsi la simulation de compresseurs et de turbines.

La simulation des turbomachines avec le module turboAVBP requiert la définition de conditions aux limites adaptées à l'étude de ces dernières. De plus, ces conditions doivent être compatibles avec le formalisme LES. Ces deux points sont traités dans la Section. 2.3 et la Section. 2.4 de ce rapport.

2.3 Les conditions aux limites pour les simulations LES de turbomachines

Les simulations LES sont compressibles et instationnaires. Des phénomènes acoustiques peuvent donc apparaître dans le domaine de simulation. Les ondes acoustiques doivent pouvoir sortir du domaine lorsqu'elles rencontrent les conditions limites en entrée (inlet) ou en sortie (outlet). Elles doivent pouvoir être évacuées sans être réfléchies vers l'intérieur du domaine. En effet, ces réflexions polluent et faussent les prédictions des écoulements et peuvent même conduire à des dépassements de capacité. Il est donc nécessaire que les conditions aux limites soient non réfléchissantes pour les ondes acoustiques.

Pour ce faire Poinso et Lele [12] introduisent le formalisme des *Navier-Stokes Characteristic Boundary Condition* (NSCBC) qui est présenté dans la section 2.4. Il est utilisé dans le code AVBP pour imposer des conditions aux limites non réfléchissantes à l'entrée comme à la sortie du domaine de simulation.

Ces conditions aux limites doivent aussi être adaptées au domaine des turbomachines. Une caractérisation classique des conditions aux limites consiste à imposer les grandeurs suivantes :

- Pour l'entrée, la pression totale et la température totale sont utilisées pour décrire l'état de l'écoulement. La variation de température totale est en effet directement liée à la variation d'enthalpie totale (Section. 1.1) si C_p est indépendant de T . Elle est ainsi représentative du travail et des échanges thermiques qui ont lieu entre l'entrée et la sortie d'une turbomachine. La variation de pression totale traduit, quant à elle, les pertes énergétiques liées à la création d'entropie. De façon pratique, la pression totale peut aussi être obtenue dans le domaine expérimental à l'aide de tube Pitot.
- Pour la sortie, la pression statique est utilisée pour décrire les conditions thermodynamiques en sortie de la turbomachine.

Dans le contexte industriel, la chambre de combustion, le compresseur et la turbine sont conçus dans des bureaux d'étude différents, relativement indépendants. Cependant, ces "organes" sont fortement couplés. Pour simuler le couplage entre la chambre de combustion et la turbine, des profils moyens de température totale et de pression totale sont extraits en sortie de chambre de combustion (Plan 40) pour être transmis à l'entrée de la turbine qui est étudiée dans un autre bureau d'étude.

L'influence sur la prédiction de l'écoulement de cette méthode de couplage entre chambre de combustion et turbine a récemment été étudiée par Duchaine et al. [3]. Les résultats ont montré l'impact important des conditions limites sur le champ de température dans la turbine. Le rôle crucial que jouent les conditions limites dans le couplage des deux "organes" a amené le CERFACS à repenser la définition classique des conditions aux limites en température totale et débit, et à imposer plutôt les paramètres suivants :

- L'enthalpie totale qui correspond directement au travail et à l'échange de chaleur dans l'écoulement. La température totale ne peut plus être utilisée car son lien avec l'enthalpie totale n'est plus évident. Pour le calcul des pertes entropiques, la pression totale peut être déduite de l'enthalpie totale.
- Le débit massique qui est une grandeur qui se conserve dans la turbomachine. Il est aussi utilisé dans le calcul des pertes entropiques pour pondérer les moyennes des grandeurs thermodynamiques.

Une condition aux limites non réfléchissantes pour l'acoustique et imposant l'enthalpie totale et le débit semble être adaptée à l'entrée d'une turbine. Pour réaliser une telle condition dans AVBP, il est nécessaire d'appliquer le formalisme NSCBC pour les grandeurs que l'on veut imposer.

2.4 La méthode NSCBC

La méthode des conditions aux limites caractéristiques pour les équations de Navier-Stokes a été introduite par Poinot et Lele [12]. L'objectif de cette méthode est d'imposer des conditions aux limites non-réfléchissantes pour toute grandeur d'intérêt à fixer, (X_i). La stratégie proposée consiste à écrire les équations de Navier-Stokes (Section. 2.2) sous la forme d'un système d'ondes (Fig. 6).

Travailler dans le domaine des ondes, ou domaine des caractéristiques, permet de contrôler ce qui est imposé d'un point de vue acoustique. Il est en effet possible, dans ce domaine, de fixer les amplitudes des ondes. Pour passer dans le domaine des ondes, des changements de variables successifs sont appliqués aux équations de Navier-Stokes, ainsi que des simplifications liées aux hypothèses *Locally One Dimensional Inviscid* (LODI). Les opérations appliquées aux équations de Navier-Stokes sont schématisées dans la figure 7 et succinctement détaillées dans la suite de cette section. Les détails des calculs effectués sont accessibles dans Poinot et Lele [12] ainsi que dans la thèse de Porta [14].

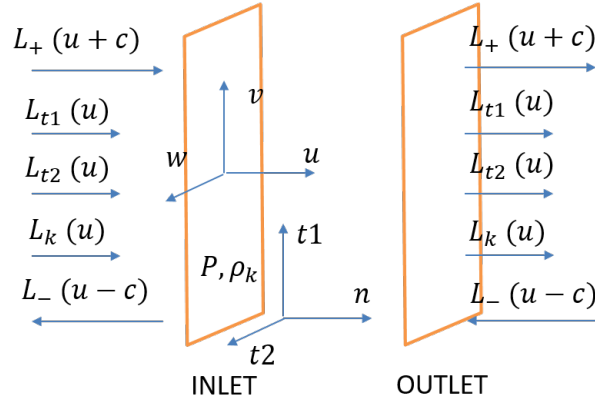


FIGURE 6 – Amplitudes d'onde

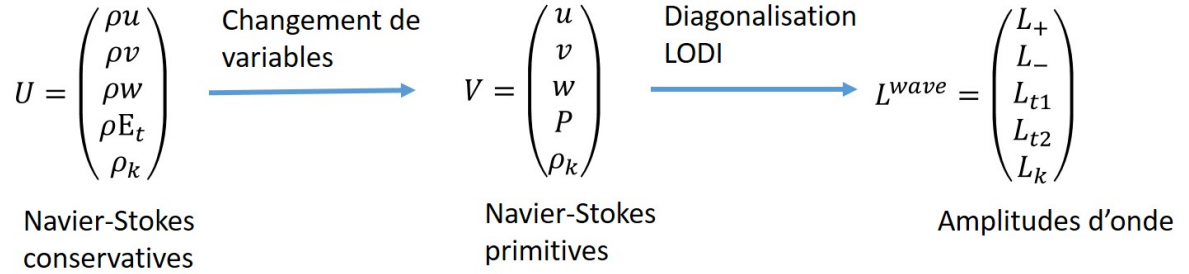


FIGURE 7 – Méthode pour passer dans le domaine des ondes

La première étape consiste à écrire les équations conservatives de Navier-Stokes en utilisant les variables primitives exprimées dans le repère de la surface sur laquelle on applique la condition limite. On utilise ainsi les variables primitives suivantes $V = (u, v, w, P, \rho_k)^t$, où u, v, w sont les composantes du vecteur vitesse, P et ρ_k sont respectivement la pression et la masse volumique de l'espèce chimique k . On effectue le changement de variables à l'aide des relations géométriques et thermodynamiques qui existent entre les U et V . On obtient l'équation suivante :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + N \frac{\partial V}{\partial n} = S \quad (4)$$

n représente la normale à la surface de la condition limite. S est un terme constitué des termes source de l'équation de Navier-Stokes ainsi que des dérivées spatiales qui ne sont pas normales à la surface limite. On diagonalise la matrice N . On applique les hypothèse LODI : l'écoulement est considéré comme localement 1D et les termes visqueux sont négligés. S est ainsi supposé nul, ce qui permet d'aboutir au formalisme suivant (5) :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + D \frac{\partial W}{\partial n} = 0 \quad (5)$$

D est ici une matrice diagonale. Cette réécriture des équations de Navier-Stokes peut être vue comme une pseudo-équation d'onde. En effet les pseudo-caractéristiques obtenues sont les mêmes que celles résultant d'une équation de d'Alembert. Ainsi, en considérant l'écriture précédente (5) ainsi qu'une valeur propre de D , λ_i , on a la caractéristique suivante : $x + \lambda_i t = 0$.

Cependant l'écriture précédente (5) est un abus de notation. En effet la dérivée spatiale et la dérivée temporelle de W sont en réalité des combinaisons linéaires de dérivées spatiales et temporelles qui peuvent être écrites comme suit :

$$\frac{\partial W}{\partial t} = R \frac{\partial V}{\partial t} \quad (6)$$

$$\frac{\partial W}{\partial n} = R \frac{\partial V}{\partial n} \quad (7)$$

R est la matrice de passage permettant la diagonalisation de la matrice N . Les caractéristiques évoquées précédemment peuvent être obtenues après linéarisation de la matrice R .

On pose $(L_+, L_-, L_{t1}, L_{t2}, L_k)^t = D \frac{\partial W}{\partial n}$. Cette égalité donne les relations suivantes :

$$L_+ = (u + c) \left(\frac{\partial u}{\partial n} + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial P}{\partial n} \right) \quad (8)$$

$$L_- = (u - c) \left(-\frac{\partial u}{\partial n} + \frac{1}{\rho c} \frac{\partial P}{\partial n} \right) \quad (9)$$

$$L_{t1} = u \frac{\partial v}{\partial n} \quad (10)$$

$$L_{t2} = u \frac{\partial w}{\partial n} \quad (11)$$

$$L_k = u \left(\frac{\partial \rho_k}{\partial n} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial n} \right) \quad (12)$$

Le vecteur des amplitudes d'ondes $L = (L_+, L_-, L_{t1}, L_{t2}, L_k)^t$ est représenté sur la (Fig. 6). L_+ est l'amplitude de l'onde acoustique qui se propage à la vitesse $u + c$, L_- l'amplitude de l'onde acoustique qui se propage à la vitesse $u - c$. L_{t1} et L_{t2} sont les amplitudes des ondes transverses qui se propagent à la vitesse u . Ces deux ondes permettent de donner une direction transverse à l'écoulement. L_k correspond à l'onde d'entropie de l'espèce chimique k qui se propage à la vitesse u . On peut enfin noter $L_s = \sum_{k=1}^n L_k$, l'onde d'entropie de vitesse de propagation u qui correspond à l'advection d'un point chaud. D'après les équations (5), (6), après une inversion de système linéaire, on peut aussi déterminer les dérivées temporelles des primitives en fonction des amplitudes d'onde. On peut ainsi écrire les relations suivantes (13) à (17) qui sont appelées équations LODI (*Locally One Dimensional Inviscid*) et qui constituent les équations élémentaires du formalisme NSCBC.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2}(L_+ - L_-) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + L_{t1} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + L_{t2} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\rho c}{2}(L_+ + L_-) = 0 \quad (16)$$

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + L_k + \frac{\rho_k}{2c}(L_+ + L_-) = 0 \quad (17)$$

Les LODI constituent le lien direct entre les amplitudes d'onde et les dérivées temporelles des variables primitives, elles permettent de déterminer la relation entre la dérivée temporelle de n'importe quelle grandeur X_i que l'on veut imposer et les amplitudes d'onde que l'on veut contrôler. Pour imposer une condition aux limites non réfléchissante en X_i , la méthode NSCBC propose de procéder de la manière suivante.

Pour ne pas avoir de réflexion acoustique, il suffit d'imposer que les ondes entrants dans le domaine ne dépendent pas des ondes sortants du domaine. C'est à dire que les amplitudes des ondes entrantes ne doivent pas dépendre des amplitudes des ondes sortantes. Dans le cadre d'une condition pour l'inlet, $(L_+, L_{t1}, L_{t2}, L_k)^t$ ne doit pas dépendre de L_- . Poinso et Guezennec [4] proposent donc de fixer $L_- = 0$.

En revanche, une condition aux limites imposée de la sorte ne permet pas de fixer correctement les valeurs des grandeurs d'intérêt. Par exemple si l'on veut imposer la pression, l'équation (16) où $L_- = 0$ donne $\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\rho c}{2}L_+$. La pression peut donc évoluer temporellement. On ne peut pas non plus imposer $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$, car cela correspond à un comportement parfaitement réfléchissant : $L_+ = -L_-$.

Pour résoudre ce problème, Rudy et Strikwerda [15] ainsi que Poinso et Lele [12] proposent d'utiliser une relaxation de la forme suivante :

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \sigma_{X_i}(X_i^{target} - X_i), \sigma_{X_i} > 0 \quad (18)$$

σ_{X_i} est un paramètre fixé par l'utilisateur appelé coefficient de relaxation. Plus il est élevé, moins les valeurs dérivent de la cible visée X_i^{target} , mais plus la réflexion acoustique est grande.

Enfin, Poinso et Guezennec [4] proposent le formalisme des *Vortical Flow Characteristic Boundary Condition* (VFCBC) pour injecter de la turbulence dans les NSCBC. Une condition NSCBC turbulente peut être obtenue en ajoutant au vecteur des amplitudes

d'onde NSCBC $(L_+, L_{t1}, L_{t2}, L_k)^t$ des amplitudes d'ondes turbulentes $(-\frac{\partial u'}{\partial t}, -\frac{\partial v'}{\partial t}, -\frac{\partial w'}{\partial t}, 0)^t$. u', v', w' forment la turbulence synthétique proposée par Kraichnan [6].

Les amplitudes d'onde déterminées par la méthode NSCBC servent ensuite au calcul d'un vecteur des variables conservatives corrigées qui est imposé à la surface de la condition limite. Le passage des amplitudes d'onde aux variables conservatives est obtenu en appliquant les opérations inverses à celles utilisées pour passer dans le domaine des caractéristiques. Le passage des amplitudes d'onde L aux primitives peut être obtenue à l'aide des équations (5), (6) :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -R^{-1}DL$$

On utilise de même les transformation inverse entre conservatives et primitives pour obtenir les dérivées temporelles des conservatives.

3 Une condition aux limites non réfléchissante en débit et enthalpie totale

3.1 Objectifs

L'objectif de ce stage est d'assurer le couplage entre une chambre de combustion et une turbine dans le cadre d'une simulation aux grandes échelles de turbomachine. La réalisation de cette objectif passe par de développement d'une condition aux limites permettant d'imposer l'enthalpie totale et le débit sans réflexion acoustique. De plus cette condition aux limites doit pouvoir permettre d'injecter de la turbulence dans l'écoulement. Elle doit être formalisée, implémentée dans AVBP et validée. En d'autres termes les objectifs sont les suivants :

- Comprendre le formalisme des conditions limites non réfléchissantes NSBC utilisé dans le code AVBP.
- Définir correctement le débit et l'enthalpie totale en sortie d'une chambre de combustion. Choisir les bonnes hypothèses pour calculer ces grandeurs.
- Appliquer la méthode NSCBC aux grandeurs précédentes afin d'obtenir le formalisme d'une condition limite non réfléchissante imposant l'enthalpie totale et le débit.
- Comprendre l'implémentation des conditions aux limites dans le code AVBP. Prendre en main le langage fortran. Repérer où et comment les variables sont définies.
- Implémenter la condition non réfléchissante en enthalpie totale et débit `inlet__relax__rhoun__ht__y` dans le code AVBP.
- Valider le bon fonctionnement de la condition limite. Vérifier la convergence de l'enthalpie totale et du débit vers des valeurs fixées. Calculer l'évolution du coefficient de réflexion en fonction du coefficient de relaxation. Vérifier l'ajout de turbulence.
- Comparer, sur une configuration mono secteur d'une turbine, la condition limite en pression totale et température totale avec la nouvelle condition limite.

3.2 Hypothèses

Le travail qui est développé dans ce rapport s'appuie sur la méthode NSCBC et s'inscrit donc dans le cadre des hypothèses LODI. L'écoulement est ainsi supposé localement unidimensionnel et non visqueux à l'entrée de la turbine. Ces hypothèses ne sont pas discutées dans ce rapport.

En revanche, une attention particulière est apportée aux hypothèses qui permettent de définir les grandeurs que l'on veut imposer à l'entrée de la turbine. Définir correctement ces grandeurs fait partie des objectifs du stage (Section. 3.1) et conduit aux développements de deux conditions limites différentes (Section. 4) et (Section. 5).

La condition limite que l'on se propose d'implémenter dans le code AVBP fixe l'enthalpie totale, le débit, les fractions massiques des espèces chimiques et la direction du vecteur vitesse à l'entrée de la turbine. Le débit, les fractions massiques et la direction du vecteur vitesse ne posent pas de problème de définition.

- La définition du débit utilisé dans la condition limite est un débit surfacique : $q = \rho u$.
- Les fractions massiques sont définies de la manière suivante : $Y_k = \frac{\rho_k}{\rho}$ où ρ_k est la masse volumique de l'espèce chimique k et ρ la somme des masses volumiques des espèces chimiques.
- Le vecteur vitesse est défini par ses projections sur $t1$, $t2$ et n .

En revanche, l'enthalpie totale peut être définie de manière différente en fonction du type d'écoulement que le considère. En effet l'enthalpie totale est définie de manière différentielle comme suit $dH_t = C_p dT + de_c$. Si on l'intègre par rapport à la température, on obtient : $H_t(T) = \int_0^T C_p dT + H_t(0) + e_c$. A l'entrée d'une turbine, l'écoulement n'est pas réactif, on a donc $H_t(0) = 0$. On peut écrire $H_t(T) = \int_0^T C_p dT + e_c$. En remplaçant C_p par son expression en fonction de l'indice adiabatique γ , $C_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1}$, on peut écrire :

$$H_t(T) = r \int_0^T \frac{\gamma}{\gamma - 1} dT + e_c$$

A partir de cette définition, on peut proposer plusieurs hypothèses qui conduisent à une définition différente de H_t :

- On peut considérer γ indépendant de T . C'est cette hypothèse qui est utilisée dans Odier et al [11]. On a ainsi la définition de H_t suivante :

$$H_t = \frac{\gamma r T}{\gamma - 1} + e_c$$

On peut de plus faire l'hypothèse que γ est indépendant des espèces chimiques, ce qui est par exemple vrai dans le cadre d'un écoulement avec un seul gaz.

- On peut considérer à l'inverse que γ dépend des espèces et de la température. On

peut ainsi écrire :

$$H_t = \sum_{k=1}^n y_k \int_0^T C_{p,k}(T) dT + e_c$$

La première formulation de l'enthalpie totale a l'avantage d'être simple. Cependant les hypothèses qui y mènent sont fortes et peuvent être inappropriées pour décrire l'écoulement à l'entrée d'une turbine. C'est pourquoi les deux définitions sont utilisées, celle à γ constant dans la section 4 et celle à γ variable dans la section 5.

4 Dérivation, implémentation et validation de la méthode NSCBC pour γ constant

4.1 Formalisme mathématique

On applique la méthode NSCBC (Section. 2.4) en supposant γ indépendant de la température et des espèces chimiques. On définit les relations suivantes :

$$\beta = \gamma - 1 \quad (19)$$

$$\rho = \sum_{k=1}^n \rho_k \quad (20)$$

$$y_k = \frac{\rho_k}{\rho} \quad (21)$$

$$r = \sum_{k=1}^n y_k r_k \quad (22)$$

$$C_p = \frac{\gamma r}{\beta} \quad (23)$$

$$T = \frac{P}{\rho r} \quad (24)$$

$$c^2 = \gamma r T \quad (25)$$

$$e_c = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \quad (26)$$

$$H_t = C_p T + e_c \quad (27)$$

$$q = \rho u \quad (28)$$

A l'aide des LODI, (13) à (17), on peut calculer les dérivées temporelles des grandeurs précédentes. Ce travail a été effectué pour certaines de ces grandeurs dans la thèse de Porta [14]. De cette thèse, on retient les relations suivantes pour les grandeurs (21), (22), (24), (26), (28) :

$$\frac{\partial y_k}{\partial t} = \frac{1}{\rho}(y_k L_s - L_k) \quad (29)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{1}{\rho}(r L_s - \sum_{k=1}^n r_k L_k) \quad (30)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\beta T}{2c}(L_+ + L_-) + \frac{T}{\rho r} \sum_{k=1}^n r_k L_k \quad (31)$$

$$\frac{\partial e_c}{\partial t} = -\frac{u}{2}(L_+ - L_-) - v L_{t1} - w L_{t2} \quad (32)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -u L_s - L_+ \frac{\rho}{2} \left(\frac{u}{c} + 1 \right) - L_- \frac{\rho}{2} \left(\frac{u}{c} - 1 \right) \quad (33)$$

A l'aide des équations (23) et (30), on calcule la dérivée temporelle de C_p

$$\frac{\partial C_p}{\partial t} = \frac{\gamma}{\beta} \frac{\partial r}{\partial t} \quad (34)$$

$$\frac{\partial C_p}{\partial t} = \frac{\gamma}{\beta} \frac{1}{\rho} (r L_s - \sum_{k=1}^n r_k L_k) \quad (35)$$

$$\frac{\partial C_p}{\partial t} = \frac{C_p}{\rho} L_s - \frac{C_p}{\rho} \sum_{k=1}^n r_k L_k \quad (36)$$

On peut ensuite calculer la dérivée temporelle de l'enthalpie totale H_t (27) avec les équations (23), (31), (32) et (36). On obtient :

$$\frac{\partial H_t}{\partial t} = C_p \frac{\partial T}{\partial t} + T \frac{\partial C_p}{\partial t} + \frac{\partial e_c}{\partial t} \quad (37)$$

$$\frac{\partial H_t}{\partial t} = L_s \frac{C_p T}{\rho} - L_+ \left(\frac{\beta C_p T}{2c} + \frac{u}{2} \right) - L_- \left(\frac{\beta C_p T}{2c} - \frac{u}{2} \right) - v L_{t1} - w L_{t2} \quad (38)$$

On cherche à déterminer $(L_+, L_{t1}, L_{t2}, L_k)^t$ en fonction de $(\frac{\partial v}{\partial t}, \frac{\partial w}{\partial t}, \frac{\partial H}{\partial t}, \frac{\partial q}{\partial t}, \frac{\partial y_k}{\partial t})$ de sorte que chaque amplitude d'onde soit indépendante de L_- . Pour cela on impose $L_- = 0$ dans les équations (14), (15), (29), (33), (38). De plus on pose les notations suivantes :

$$F1 = u \quad (39)$$

$$F2 = \frac{C_p T}{\rho} \quad (40)$$

$$F3 = v L_{t1} + w L_{t2} \quad (41)$$

$$F4 = \frac{\beta C_p T}{2c} + \frac{u}{2} \quad (42)$$

$$F5 = \frac{\rho}{2} \left(\frac{u}{c} + 1 \right) \quad (43)$$

On obtient le système suivant :

$$L_{t1} = -\frac{\partial v}{\partial t} \quad (44)$$

$$L_{t2} = -\frac{\partial w}{\partial t} \quad (45)$$

$$\frac{\partial H_t}{\partial t} - L_s F2 + L_+ F4 + F3 = 0 \quad (46)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + L_s F1 + L_+ F5 = 0 \quad (47)$$

$$L_k = y_k L_s - \rho \frac{\partial y_k}{\partial t} \quad (48)$$

On peut combiner les équations de la sorte $F1 \times (46) + F2 \times (47)$. On obtient ainsi les expressions suivantes pour L_+ et L_s :

$$L_+ = -\frac{F1 \frac{\partial H_t}{\partial t} + F2 \frac{\partial q}{\partial t} + F1 F3}{F1 F4 + F2 F5} \quad (49)$$

$$L_s = -\frac{1}{F1} \left(\frac{\partial q}{\partial t} + L_+ F5 \right) \quad (50)$$

Les équations (44), (45), (48), (49), (50) donnent l'expression des amplitudes des ondes à imposer à l'entrée du domaine de calcul pour imposer l'enthalpie totale et le débit cible. Ces expressions sont ensuite implémentées dans le code AVBP, puis validées à l'aide de différents cas-tests (Section. 4.2).

4.2 Implémentation et validation de la condition aux limites

Dans AVBP, les conditions aux limites sont codées en Fortran 90. La condition aux limites formalisée dans la section précédente est implémentée dans une routine portant le nom `inlet_relax_rho_u_h_t_y.f90`. Les ondes sont calculées sous la forme d'un vecteur appelés *strength* [1]. Le lien entre le vecteur *strength* et le vecteur des amplitudes d'onde L est le suivant : $strength = -L\Delta t$, où Δt est le pas de temps de l'itération.

Pour l'entrée d'un domaine de simulation, le vecteur des primitives calculé à l'instant t sert à déterminer le vecteur *strength* selon les équations (44), (45), (48), (49), (50). Les amplitudes d'onde servent ensuite au calcul des primitives pour l'instant $t + \Delta t$.

Une fois le calcul du vecteur *strength* implémenté dans le code, une série de simulations de cas-tests est nécessaire pour vérifier le bon comportement de la condition. Les cas-tests utilisés dans ce rapport sont identiques à ceux utilisés pour valider la condition en pression et température totale [11].

4.2.1 cas-test : Convergence de l'enthalpie totale et du débit

Ce cas-test permet de vérifier si la condition limite impose bien les valeurs de l'enthalpie totale et du débit. Les paramètres de ce cas-test sont représentés (Fig. 8) et détaillés comme suit :

- le domaine de simulation est un carré de $0,1m * 0,1m$
- Les valeurs des grandeurs en entrée sont :

$$H_t = 283293 J.kg^{-1}, q = 217 kg.m^{-2}.s^{-1}$$

- Les valeurs des grandeurs en sortie sont :

$$P = 71000 Pa$$

- Le coefficient de relaxation en entrée est :

$$\sigma_{INLET} = 10^5$$

- Le coefficient de relaxation de en sortie est :

$$\sigma_{INLET} = 10^3$$

- Les conditions initiales sont :

$$u = 10 m.s^{-1}, T = 281 K, P = 98803 Pa$$

Dans ce cas-test, on impose une solution initiale éloignée de la solution convergée théorique. Ici, les surfaces latérales sont périodiques, la solution théorique finale est donc une solution homogène pour l'enthalpie totale, le débit et la pression. Les valeurs de convergence sont fixées par les conditions aux limites en entrée et en sortie. Les valeurs, fournis par la probe située en entrée, permettent de tracer les courbes des figures 14 et 15. Sur ces courbes, le débit converge vers la valeur souhaitée, tandis que l'enthalpie converge vers une valeur inférieure à la valeur souhaitée. Cet écart entre la valeur cible et la valeur réel est directement liée à la définition que l'on a choisie pour l'enthalpie. En effet, la probe relève les valeurs de l'enthalpie totale pour un γ dépendant de la température, $H_t = \int_0^T C_p dT + e_c$, tandis que l'enthalpie est fixé par la condition limite pour un γ constant, $H_t = C_p T + e_c$. Par ailleurs, la courbe de pression (Fig. 13) montre que l'on atteint bien en entrée la pression fixée en sortie. Cela laisse penser que l'état théorique homogène est atteint.

La condition limite permet bien d'atteindre une solution convergée pour l'enthalpie totale, le débit et la pression. Cependant pour l'enthalpie, la définition utilisée dans la condition limite n'est pas la même que celle calculée par AVBP. En effet, AVBP résout Navier-Stokes avec γ variable.

4.2.2 cas-test : Convergence de l'angle

Ce cas-test permet de vérifier si la condition limite impose bien les valeurs de la direction du vecteur vitesse. Les paramètres de ce cas-test sont représentés (Fig. 9) en annexe et détaillés comme suit :

- le domaine de simulation est un carré de $0,1m * 0,1m$
- Les valeurs des grandeurs en entrée sont :

$$H_t = 283293 J.kg^{-1}, q = 217 kg.m^{-2}.s^{-1}, angle = 15 \text{ deg}$$

- Les valeurs des grandeurs en sortie sont :

$$P = 71000 Pa$$

- Le coefficient de relaxation en entrée sont :

$$\sigma_{INLET} = 10^5$$

- Le coefficient de relaxation en sortie sont :

$$\sigma_{OUTLET} = 10^3$$

- Les conditions initiales sont :

$$u = 10 m.s^{-1}, T = 281 K, P = 98803 Pa$$

Ce cas-test fonctionne sur le même principe que le précédent. La probe en entrée nous donne accès à la vitesse u et v , on peut obtenir l'angle en utilisant la relation suivante : $angle = atan2(v, u)$. On obtient, pour l'angle, la courbe de la figure 16). Sur cette courbe, la valeur converge bien vers la valeur cible. Par ailleurs les autres grandeurs d'intérêt convergent vers les mêmes valeurs que celles du premier cas-test.

La condition limite permet donc d'atteindre une solution convergente, cohérente avec le cas-test 1 et avec la valeur fixée pour l'angle.

4.2.3 cas-test : Evaluation du coefficient de réflexion acoustique

Ce cas-test permet de calculer le coefficient de réflexion défini comme le rapport entre l'amplitude de l'onde réfléchie L_+ et celle de l'onde incidente L_- pour un point de fonctionnement donné. Les paramètres de ce cas-test sont représentés (Fig. 11) en annexe et détaillés comme suit :

- le domaine de simulation est un carré de $0,1m * 0,1m$
- Les valeurs des grandeurs en entrée sont :

$$H_t = 283293 J.kg^{-1}, q = 217 kg.m^{-2}.s^{-1}$$

- Les valeurs des grandeurs en sortie sont :

$$P = 71000Pa$$

- Le coefficient de relaxation en entrée sont :

$$\sigma_{INLET} = [0, 10^2, 5.10^2, 10^3, 10^5]$$

- Le coefficient de relaxation en sortie sont :

$$\sigma_{OUTLET} = 10^3$$

- Les conditions initiales sont convergées avec ajout d'une onde :

$$u = 225m.s^{-1}, T = 255K, P = 71000Pa$$

$$wave(u - c) : x_0 = 0,075m, A = 0,001Pa, \sigma = 0,01$$

Dans ce cas-test, on part de la solution convergée du cas-test (Section. 4.2.1). On ajoute une onde de vitesse de propagation $u - c$ à la distance x_0 de l'entrée. La perturbation est représentée par une Gaussienne centrée autour de x_0 , d'écart type σ et d'amplitude A . On effectue plusieurs simulations en modifiant le coefficient de relaxation de la condition limite d'entrée. Les courbes des figures 17 et 18 montrent l'augmentation du coefficient de réflexion avec celle du coefficient de relaxation et surtout que la réflexion acoustique est nulle pour une relaxation nulle. A l'aide de l'outil Xwave d'AVBP, on peut calculer le coefficient de réflexion pour chaque fréquence de l'onde. On peut en déduire le coefficient de réflexion maximal qui est représenté en fonction du coefficient de relaxation sur la figure 19. Ce coefficient reste inférieur à 0.2 pour des coefficients de relaxation allant jusqu'à 10^5 .

Les résultats de ce cas-test montrent que la condition limite permet bien d'évacuer les ondes acoustiques.

4.2.4 cas-test : Injection de turbulence

Ce cas-test permet de vérifier si la condition limite impose correctement la turbulence souhaitée. Les paramètres de ce cas-test sont représentés (Fig. 12) en annexe et détaillés comme suit :

- le domaine de simulation est un canal de $0,1mm * 0,1mm * 0,4mm$
- Les valeurs des grandeurs en entrée sont :

$$H_t = 305000J.kg^{-1}, q = 114kg.m^{-2}.s^{-1}$$

$$\lambda = 0,140mm, U_{rms} = 3m.s^{-1}, N_{modes} = 1000$$

- Les valeurs des grandeurs en sortie sont :

$$P = 101300Pa$$

- Le coefficient de relaxation en entrée sont :

$$\sigma_{INLET} = 10^5$$

- Le coefficient de relaxation en sortie sont :

$$\sigma_{OUTLET} = 5.10^2$$

- La condition initiale est une solution convergée pour l'inlet en pression totale et température totale.

Dans ce cas-test, on impose à l'inlet une turbulence caractérisée par son échelle intégrale avec un nombre d'échelles spatiales représentées N_{modes} . La valeur efficace de la turbulence est fixée à U_{rms} . La figure 20 montre l'évolution des structures turbulentes qui transfèrent de l'énergie des grandes structures vers les petites. Le critère Q permet de définir les structures turbulentes, il compare les contraintes de cisaillement et les rotations locales (Hunt et al [5]). Les différentes probes permettent d'évaluer l'échelle intégrale de la turbulence $L_{turb}(x)$ en différents points du canal évalué comme Pope ([13]) :

$$L_{turb}(x) = u \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{u'(t)u'(t-\tau)}{u_{rms}^2} dt d\tau$$

Dans cette équation, u' représente la fluctuation de u par rapport à la valeur moyenne. Sur la figure 21, la valeur de L_{turb} en entrée est proche de la valeur cible $L_{turb}^{target} = \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}} = 5,6.10^{-5}$. L_{turb} augmente en accord avec la théorie dans la majeure partie du canal à l'exception de la zone située à l'entrée de l'écoulement. La turbulence met ainsi du temps pour s'établir correctement dans le canal. L_{turb} est en réalité calculée sur un support temporel borné d'étendue T_i . L'évolution convergée de L_{turb} en fonction de T_i étant bruitée, on calcule $L_{turb} = moy_{T_i}(L_{turb}(T_i))$ et pour mesurer la dispersion on calcule l'écart type des $L_{turb}(T_i)$ qui est représenté sur la figure 22.

La condition limite parvient à imposer une bonne échelle intégrale de turbulence en entrée mais la turbulence met du temps avant de s'établir correctement dans le canal.

5 Dérivation, implémentation et validation de la méthode NSCBC pour γ variable

5.1 Formalisme mathématique

On applique maintenant la méthode NSCBC (Section. 2.4) pour γ dépendant du temps et des espèces. Si l'on considère que γ est variable, la définition de l'enthalpie (27) n'est plus la même. Les équations de la section 4 qui concernent l'enthalpie doivent être modifiées. Les équations concernant les autres grandeurs d'intérêt restent, quant à elles, identiques. On définit l'enthalpie et les grandeurs qui lui sont liées comme suit :

$$H_t = \sum_{k=1}^n y_k \int_0^T C_{p,k}(T) dT + e_c \quad (51)$$

$$C_p = \sum_{k=1}^n y_k C_{p,k}(T) \quad (52)$$

On différencie l'expression de l'enthalpie précédente (51) pour obtenir l'expression suivante :

$$\frac{\partial H_t}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t} \sum_{k=1}^n y_k C_{p,k}(T) + \sum_{k=1}^n \frac{\partial y_k}{\partial t} \int_0^T C_{p,k}(T) dT + \frac{\partial e_c}{\partial t} \quad (53)$$

A l'aide des équations (52), (31), on peut écrire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} \sum_{k=1}^n y_k C_{p,k}(T) = -\frac{\beta C_p T}{2c} (L_+ + L_-) + \frac{C_p T}{\rho r} \sum_{k=1}^n r_k L_k \quad (54)$$

On injecte les équations (48) et (22) dans (54) pour obtenir :

$$\frac{C_p T}{\rho r} \sum_{k=1}^n r_k L_k = L_s \frac{C_p T}{\rho} - \sum_{k=1}^n \frac{\partial y_k}{\partial t} \frac{C_p T r_k}{r} \quad (55)$$

On injecte (32), (55) dans (53) afin d'obtenir l'équation liée à l'enthalpie totale avec $L_- = 0$.

$$\frac{\partial H_t}{\partial t} - L_s F2 + L_+ F4 + F3 + \sum_{k=1}^n \frac{\partial y_k}{\partial t} \left(\frac{C_p T r_k}{r} - \int_0^T C_{p,k}(T) dT \right) = 0 \quad (56)$$

On utilise la combinaison suivante $F1 \times (56) + F2 \times (47)$ pour déterminer L_+ . De plus on pose la notation suivante :

$$F3' = F3 + \sum_{k=1}^n \frac{\partial y_k}{\partial t} \left(\frac{C_p T r_k}{r} - \int_0^T C_{p,k}(T) dT \right) = 0 \quad (57)$$

On obtient ainsi l'équation suivante :

$$L_+ = -\frac{F1 \frac{\partial H_t}{\partial t} + F2 \frac{\partial q}{\partial t} + F1 F3'}{F1 F4 + F2 F5} \quad (58)$$

Les équations (44), (45), (48), (50) restent vraies et permettent avec (58) de déterminer les amplitudes d'ondes à imposer à l'entrée du domaine de calcul

5.2 Implémentation et validation de la condition aux limites

L'implémentation est réalisée de manière identique à celle de la condition aux limites en enthalpie pour γ constant. Les mêmes cas-tests sont réalisés pour valider le bon fonctionnement de la condition limite. On ajoute un test pour vérifier la convergence des espèces chimiques.

5.2.1 cas-test : Convergence de l'enthalpie totale et du débit

Ce test est identique à celui de la section. 4.2.1. Les courbes des figures 23 à 25 montrent la bonne convergence des valeurs de l'enthalpie totale, du débit et de la pression. Contrairement à la section. 4.2.1, la cible de l'enthalpie totale est bien atteinte. Ainsi la condition limite permet d'atteindre une solution convergée qui correspond à la solution théorique.

5.2.2 cas-test : Convergence de l'angle

Ce test est identique à celui de la section. 4.2.2. La figure 26 montre la convergence de l'angle vers la valeur cible. Les résultats sur la pression, l'enthalpie totale et le débit sont cohérents avec le cas-test précédent. La condition limite permet donc de fixer correctement l'angle.

5.2.3 cas-test : Convergence des espèces chimiques

Ce cas-test permet de vérifier si la condition limite impose bien les valeurs des fractions massiques des espèces. Les paramètres de ce cas-test sont représentés (Fig. 10) en annexe et détaillés comme suit :

- le domaine de simulation est un carré de $0,1m * 0,1m$
- Les valeurs des grandeurs en entrée sont :

$$H_t = 283293 J.kg^{-1}, q = 217 kg.m^{-2}.s^{-1}$$

- Les valeurs des grandeurs en sortie sont :

$$P = 71000 Pa$$

- Le coefficient de relaxation en entrée sont :

$$\sigma_{INLET} = 10^5$$

- Le coefficient de relaxation en sortie sont :

$$\sigma_{OUTLET} = 10^3$$

- Les conditions initiales sont :

$$u = 10 m.s^{-1}, T = 281 K = 98803 Pa$$

Dans ce cas-test, comme dans les deux cas-tests de convergence précédents, on vérifie qu'à partir d'une solution initiale éloignée de la condition limite, on parvient à retrouver la valeur cible après quelques itérations. La figure 27 montre la bonne convergence des espèces vers les valeurs cibles. La condition limite permet donc bien de fixer les fractions massiques des espèces.

5.2.4 cas-test : Evaluation du coefficient de réflexion acoustique

Ce test est identique à celui de la section 4.2.3. La condition initiale utilisée est la solution convergée du cas-test (Section. 5.2.1). Les figures 28 à 30 montrent la capacité de la condition limite à ne pas être réfléchissante.

5.2.5 cas-test : Injection de turbulence

Ce test est identique à celui de la section 4.2.4. Les figures 31 à 33 révèlent les mêmes problèmes que la section 4.2.4 pour l'établissement de la turbulence, bien que les résultats semblent meilleurs pour cette condition limite que pour celle à γ constant. La condition limite permet donc de fixer correctement la valeur de l'échelle de turbulence en entrée mais la turbulence met du temps à s'établir dans la canal.

6 La configuration FACTOR

Afin de comparer la condition aux limites imposant l'enthalpie totale et le débit et celle imposant la pression totale, et la température totale, on utilise la configuration académique FACTOR, dont la turbine est représentée Figure 34. La configuration FACTOR est une configuration mono-secteur -la périodicité de la configuration est de 18 deg- constituée d'une pseudo chambre de combustion et d'une turbine à un étage -un seul rotor-.

Cette configuration permet de simuler un système complet {chambre de combustion + turbine} et ainsi d'étudier le couplage entre les deux "organes" de ce système et notamment l'influence de la méthode de couplage chambre/turbine utilisée dans l'industrie. On rappelle que cette méthode permet de simuler le fonctionnement d'une turbine seule en imposant en entrée de celle-ci des profils 1D extraits de solutions instantanées en sortie de chambre de combustion - Plan 40.

La comparaison entre `inlet_relax_pt_tt_y` qui impose la pression totale et la température totale et `inlet_relax_rho_u_h_t_y` qui impose le débit et l'enthalpie totale est effectuée sur la turbine de la configuration FACTOR. Les profils 1D des grandeurs imposées sont obtenues à partir de solutions instantanées du plan 40 de la configuration obtenues à partir de simulations du système complet antérieures à mon stage. Les trois simulations suivantes sont réalisées.

- La pression totale et la température totale sont imposées avec des valeurs cibles calculées en supposant l'indice adiabatique γ constant

- La pression totale et la température totale sont imposées avec des valeurs cibles calculées pour γ variable
- L'enthalpie totale et le débit sont imposés avec des valeurs cibles calculées pour γ variable

La comparaison de ces trois simulations permet d'étudier l'influence des grandeurs imposées à l'entrée de la turbine sur les propriétés de l'écoulement.

6.1 Convergence `inlet_relax_rho_h_t_y`

Avant d'effectuer toute comparaison entre conditions aux limites, il convient dans un premier temps de vérifier que la condition aux limites `inlet_relax_rho_h_t_y` permet bien d'imposer les valeurs cibles des profils 1D. Sur les Figures 35 à 39, on remarque qu'à l'entrée de la turbine, les valeurs sont les mêmes entre la solution issue de la simulation LES et les valeurs des cibles imposées pour la simulation.

On remarque sur les Figures 38 et 39 que les valeurs cibles qui imposent la direction du vecteur vitesse ne sont pas indépendantes de la position angulaire contrairement à ce à quoi l'on pourrait s'attendre en imposant des profil 1D. Cette dépendance des profils à la position angulaire est liée à la dépendance angulaire des composantes de la direction du vecteur vitesse dans le repère cartésien de la simulation.

La simulation semblent valider la capacité de l' `inlet_relax_rho_h_t_y` à imposer les valeurs des grandeurs d'intérêt. La validation du fonctionnement de l'`inlet_relax_pt_tt_y` a déjà été réalisé par Odier et al [11].

6.2 Comparaison entre les conditions limites

Pour comparer les conditions limites, on peut commencer par étudier la grandeur caractéristique de convergence des simulations : l'énergie cinétique moyenne. On remarque sur la Figure 40 que l'énergie cinétique moyenne est plus importante pour la simulation qui utilise l'`inlet_relax_rho_h_t_y` que pour les simulations qui utilisent l'`inlet_relax_pt_tt_y`

Pour mieux comprendre cette différence, on peut étudier les grandeurs caractéristiques de l'écoulement au niveau du plan 40 de la turbine (Figures 41 à 48) . On peut faire, à partir de ces figures, les constatations suivantes.

- Sur les Figures 42 à 48, on remarque que les grandeurs représentées ne forment pas des profils 1D lorsqu'elles ne sont pas directement imposées par la condition limite. Les profils 1D sont, pour ces grandeurs, perturbés selon des positions angulaires qui correspondent aux positions des pales du distributeur haute pression situé en entrée de turbines. Ces perturbations sont liées à l'effet potentiel (Fig 49) qui correspond

à une modification du champ de pression dans un écoulement, en amont d'une pale située dans cet écoulement.

- Sur les Figures 42, 44 et 43, on remarque que les valeurs moyennes du débit, de la pression et de la pression totale semblent différentes entre les conditions limites **inlet_relax_rho** et **inlet_relax_pt**, alors que sur les figures 46, 45 et 41, la température, la température totale et l'enthalpie totale ont des valeurs identiques.

Les constatations précédentes nous permettent d'émettre des hypothèses sur l'impact des deux conditions limites sur les propriétés de l'écoulement. Les deux conditions permettent de fixer correctement la température, la température totale et l'enthalpie totale. En revanche, la gestion de l'effet potentiel par ces deux conditions affecte de manière différente le débit, la pression et la pression totale à l'entrée de l'écoulement :

- L'**inlet_relax_rho** impose la bonne valeur du débit totale sans prendre en compte l'influence de l'effet potentiel sur le champ de débit surfacique en entrée de la turbine ce qui entraîne une augmentation des valeurs moyennes de la pression et de la pression totale par rapport aux valeurs réelles attendues dans la turbine.
- L'**inlet_relax_pt** impose la bonne valeur de pression totale sans prendre en compte l'influence de l'effet potentiel sur le champ de cette grandeur. Cela entraîne une diminution du débit totale par rapport à la valeur réelle.

L'**inlet_relax_rho** et l'**inlet_relax_pt** n'imposent donc pas la même valeur de débit (Fig 50). Les différences d'énergie cinétique moyenne observées Figure 40 sont liées à l'écart entre les débits imposés. Les deux conditions n'imposent pas de fait le même point de fonctionnement à la turbine. Les points de fonctionnements imposés par les conditions limites sont représentés sur les Figures 51 à 58. Les courbes y représentent les valeurs 0D des grandeurs caractéristiques selon des plans caractéristiques de la turbine. On constate que le débit (Fig 52) est différent dans toute la turbine pour les deux conditions limites utilisées. A l'entrée de la turbine, les différences entre les conditions limites se situent au niveau de la pression (Fig 56) et de la pression totale (Fig 55) alors qu'en sortie, elles se situent au niveau la température (Fig 58), la température totale (Fig 57) et l'enthalpie totale (Fig 51). La variation de pression totale et d'enthalpie totale est donc plus grande pour l'**inlet_relax_rho** que pour l'**inlet_relax_pt** ce qui suggère que les pertes entropiques et les échanges entre la turbine et le fluide sont plus importants pour l'**inlet_relax_rho**.

La différence entre les points de fonctionnement imposés par les deux conditions limites montre tout l'intérêt de posséder une condition aux limites qui impose le débit et l'enthalpie totale. En effet, cette condition limite permet de fixer correctement le point de fonctionnement -le débit- souhaitée dans la turbine. L'étude de la configuration FACTOR démontre tout de même la limite de la méthode de couplage avec des plans 1D. En effet, cette dernière ne permet pas de fixer correctement toutes les propriétés de l'écoulement à l'entrée de la turbine.

7 Conclusion

Le travail effectué pendant ce stage s'inscrit dans les recherches menées au CERFACS sur le couplage entre une chambre de combustion et une turbine. A l'heure actuelle, ce couplage est réalisé de la façon suivante : des champs instantanés sont extraits à la sortie du calcul de la chambre. Ces champs instantanés permettent la construction de profils 1D de pression totale, température totale, espèces et direction. Ces profils 1D sont ensuite imposés à l'entrée de la turbine, au travers d'une condition limite non réfléchissante pour l'acoustique. Le CERFACS a cependant exprimé le besoin d'imposer l'enthalpie totale et le débit en entrée de turbine.

Pour répondre à ce besoin, nous avons pendant ce stage développé, implémenté dans le code de simulation AVBP du CERFACS et validé une condition aux limites non réfléchissante pour l'acoustique qui impose l'enthalpie totale et le débit en entrée d'une turbine dans le cadre des simulations aux grandes échelles. Nous avons utilisé la méthode NSCBC définie par Poinso et Lele ([12]) qui passent les équations de Navier-Stokes dans le domaine des amplitudes d'ondes.

Nous avons tout d'abord dérivé cette méthode dans l'hypothèse simplificatrice d'un γ indépendant de la température et des espèces chimiques. La condition aux limites ainsi obtenue a été implémentée dans le code AVBP sous la forme d'une routine Fortran 90 qui définit les amplitudes d'ondes à imposer pour fixer les valeurs de l'enthalpie totale et du débit sans réflexion acoustique. Nous avons validé le bon fonctionnement de cette condition limite par l'intermédiaire de cas-tests. Ces cas-tests ont permis de vérifier que la condition aux limites imposait bien les valeurs de l'enthalpie totale, du débit et de la direction de la vitesse. Ils ont aussi permis de quantifier la réflexion acoustique de la condition limite et de vérifier sa capacité à évacuer les ondes acoustiques. Enfin, ils ont permis de vérifier sa capacité à imposer de la turbulence. Les cas-tests réalisés ont permis de mettre en avant des différences entre l'enthalpie totale calculée à γ constant et l'enthalpie totale réelle, celle calculée par AVBP.

Ce constat nous a amené à prendre en compte les variations de γ . Une nouvelle condition aux limites a donc été développée avec un coefficient adiabatique γ dépendant de la température et des espèces chimiques. Nous avons implémenté et validé cette nouvelle condition aux limites de la même manière que la condition à γ constant. Un cas-test qui vérifie que la condition aux limites impose bien les fractions massiques des espèces chimiques a été ajouté pour valider le bon fonctionnement de cette condition. Nous avons enfin comparé, sur la configuration académique FACTOR constituée d'une chambre de combustion et d'une turbine, la condition limite imposant la pression totale et la température totale avec la condition imposant l'enthalpie totale et le débit. Nous avons pu mettre en avant l'inadéquation des impacts de ces conditions aux limites sur les propriétés de l'écoulement.

Références

- [1] IMFT CERFACS. The avbp handbook, 2008.
- [2] Olivier Colin and Michael Rudgyard. Development of high-order taylor–galerkin schemes for les. *Journal of Computational Physics*, 162(2) :338–371, 2000.
- [3] F Duchaine, J Dombard, LYM Gicquel, and C Koupper. On the importance of inlet boundary conditions for aerothermal predictions of turbine stages with large eddy simulation. *Computers & Fluids*, 154 :60–73, 2017.
- [4] Nicolas Guézennec and Thierry Poinso. Acoustically nonreflecting and reflecting boundary conditions for vorticity injection in compressible solvers. *AIAA journal*, 47(7) :1709–1722, 2009.
- [5] J Hunt, A Wray, and P Moin. 1988. eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. In *Proc. CTR Summer Program*, pages 193–208.
- [6] Robert H Kraichnan. Diffusion by a random velocity field. *The physics of fluids*, 13(1) :22–31, 1970.
- [7] Peter Lax and Burton Wendroff. Systems of conservation laws. *Communications on Pure and Applied mathematics*, 13(2) :217–237, 1960.
- [8] Marcel Lesieur. *Turbulence in Fluids (Edition 2013)*. EDP sciences, 2014.
- [9] Franck Nicoud and Frédéric Ducros. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, turbulence and Combustion*, 62(3) :183–200, 1999.
- [10] Franck Nicoud, Hubert Baya Toda, Olivier Cabrit, Sanjeeb Bose, and Jungil Lee. Using singular values to build a subgrid-scale model for large eddy simulations. *Physics of Fluids*, 23(8) :085106, 2011.
- [11] Nicolas Odier, Marlène Sanjosé, Laurent Gicquel, Thierry Poinso, Stéphane Moreau, and Florent Duchaine. A characteristic inlet boundary condition for compressible, turbulent, multispecies turbomachinery flows. *Computers & Fluids*, 178 :41–55, 2019.
- [12] T. Poinso and S. K. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics*, pages 104–129, July 1992.
- [13] Stephen B Pope. *Turbulent flows*, 2000.
- [14] Mauro Porta. Développement, vérification et validation des outils les pour l’étude du bruit de combustion et de l’interaction combustion/acoustique/turbulence-th. *These d’Université, INP Toulouse*, 2007.
- [15] David H Rudy and John C Strikwerda. A nonreflecting outflow boundary condition for subsonic navier-stokes calculations. *Journal of Computational Physics*, 36(1) :55–70, 1980.
- [16] Joseph Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations : I. the basic experiment. *Monthly weather review*, 91(3) :99–164, 1963.

- [17] Gaofeng Wang, Florent Duchaine, Dimitrios Papadogiannis, Ignacio Duran, Stéphane Moreau, and Laurent YM Gicquel. An overset grid method for large eddy simulation of turbomachinery stages. *Journal of Computational Physics*, 274 :333–355, 2014.
- [18] Gaofeng Wang, Dimitrios Papadogiannis, Florent Duchaine, Nicolas Gourdain, and Laurent YM Gicquel. Towards massively parallel large eddy simulation of turbine stages. In *ASME Turbo Expo 2013 : Turbine Technical Conference and Exposition*, pages V06CT42A021–V06CT42A021. American Society of Mechanical Engineers, 2013.

A Cas-tests

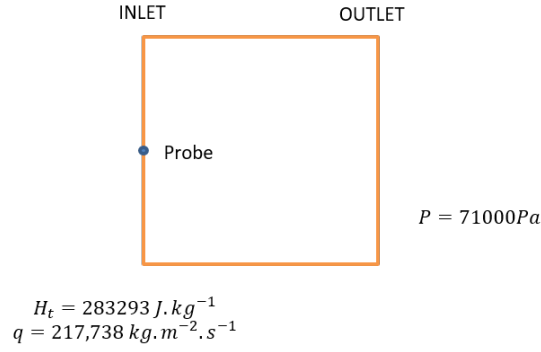


FIGURE 8 – paramètres cas-test enthalpie totale et débit, l'écoulement s'effectue de gauche à droite

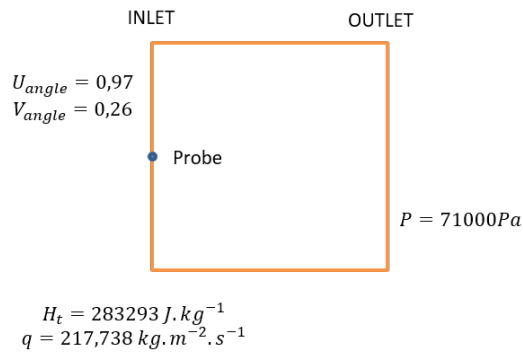


FIGURE 9 – paramètres cas-test angle, l'écoulement s'effectue de gauche à droite

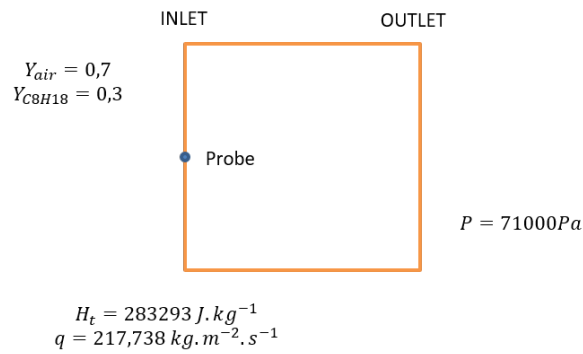


FIGURE 10 – paramètres cas-test espèces chimiques, l'écoulement s'effectue de gauche à droite

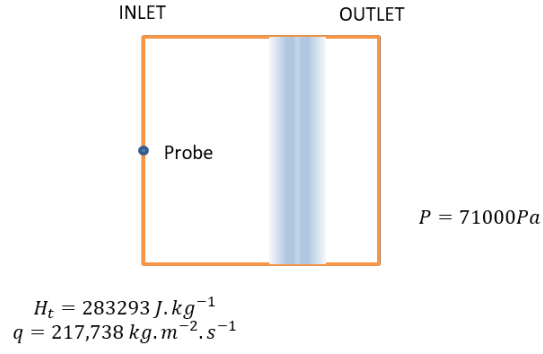


FIGURE 11 – paramètres cas-test réflexion acoustique, l'écoulement s'effectue de gauche à droite

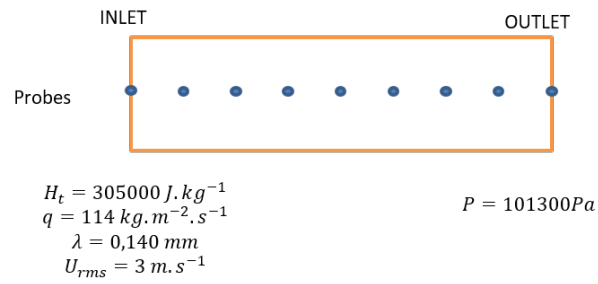


FIGURE 12 – paramètres cas-test turbulence, l'écoulement s'effectue de gauche à droite

B Résultats γ constant

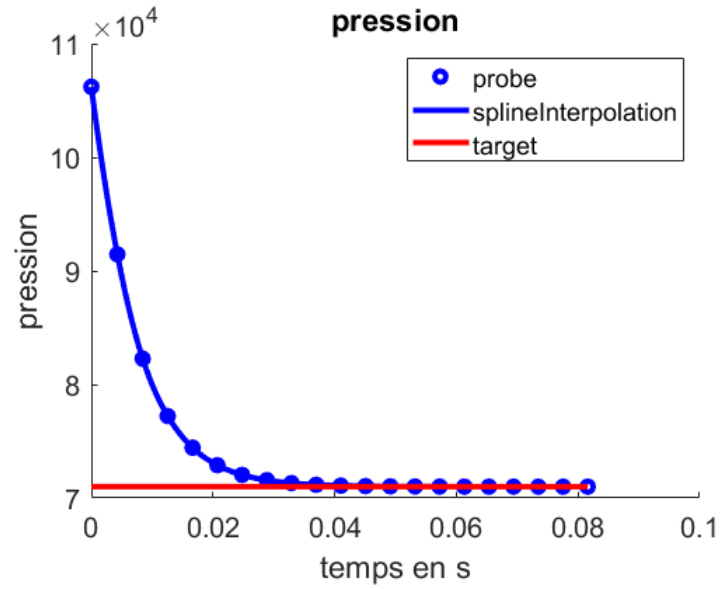


FIGURE 13 – Convergence de la pression

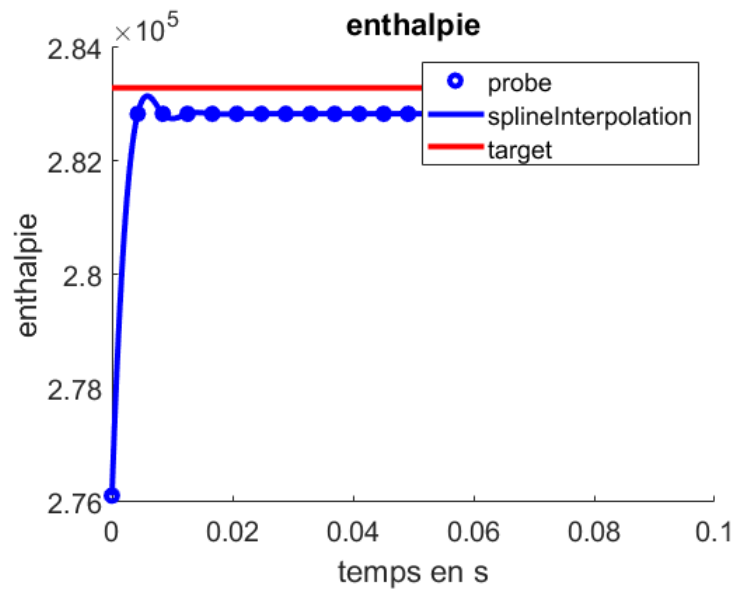


FIGURE 14 – Convergence de l'enthalpie

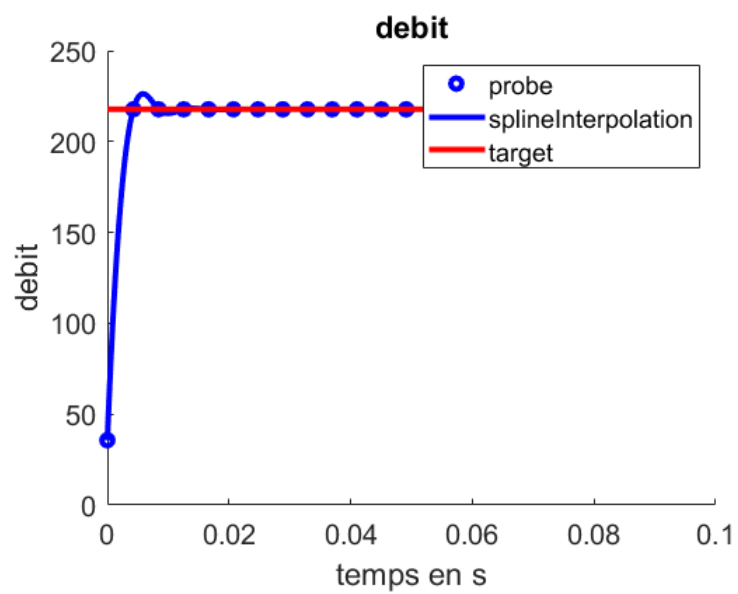


FIGURE 15 – Convergence de débit

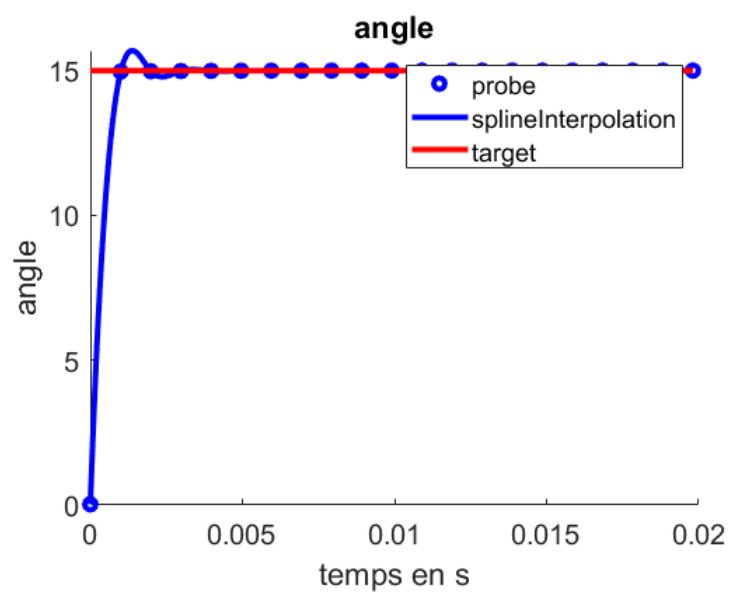


FIGURE 16 – Convergence de l'angle

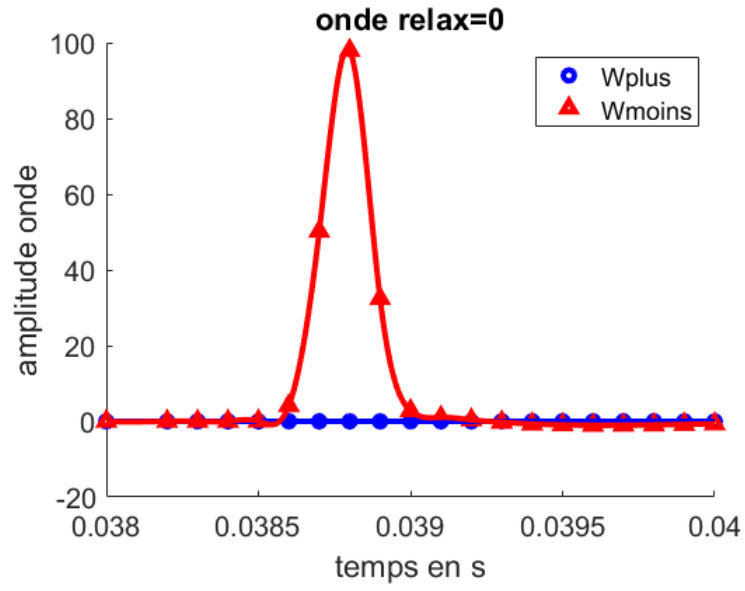


FIGURE 17 – Ondes pour une relax $\sigma_{INLET} = 0$

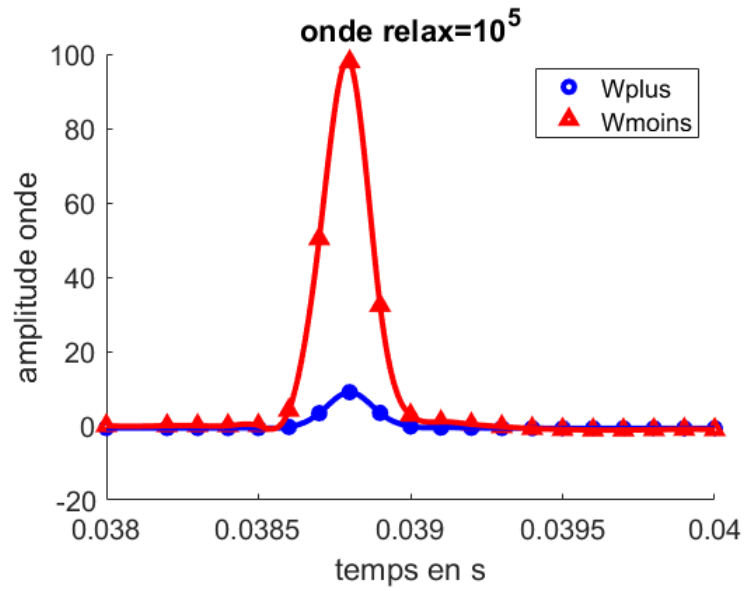


FIGURE 18 – Ondes pour une relax $\sigma_{INLET} = 10^5$

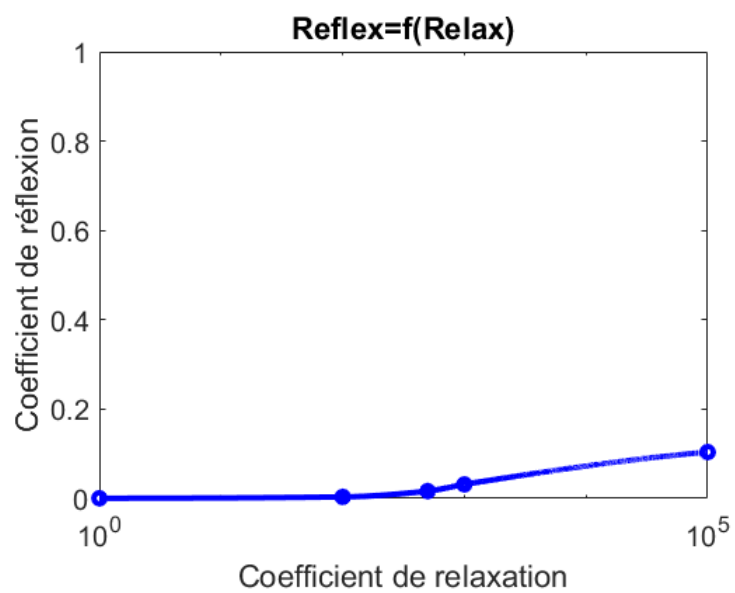


FIGURE 19 – Evolution de la réflexion en fonction de la relaxation

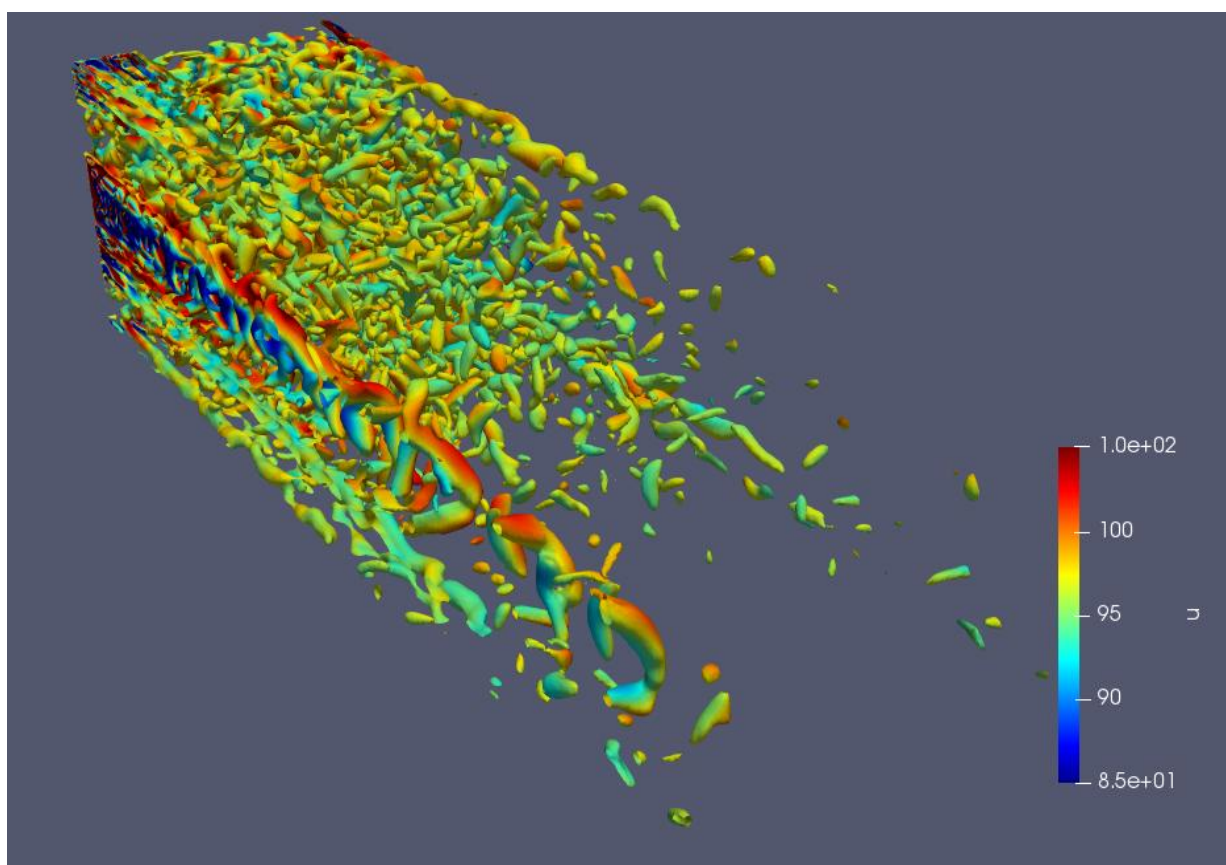


FIGURE 20 – Iso-surfaces de critère Q , $Q_{crit} = 10^{10}$

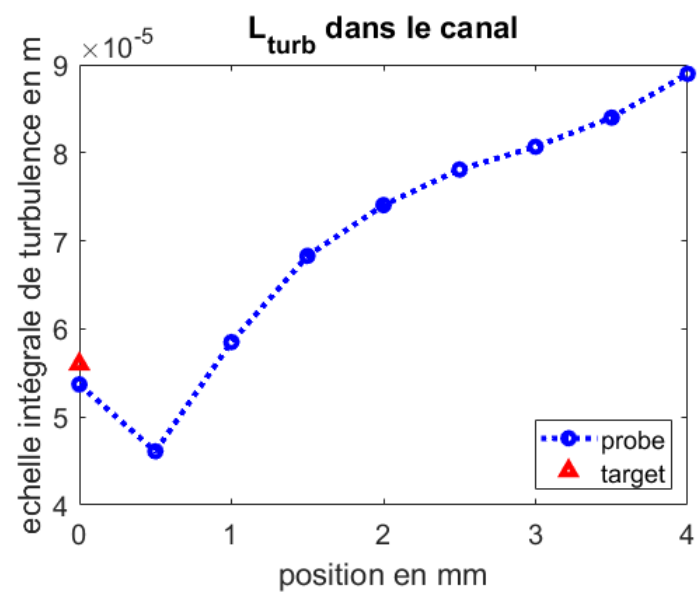


FIGURE 21 – Evolution de l'échelle intégrale de turbulence dans le canal

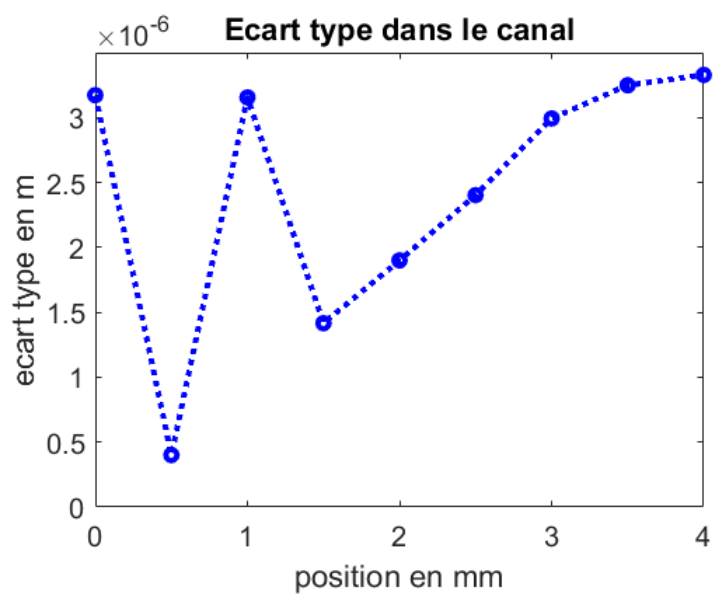


FIGURE 22 – Evolution de l'écart-type dans le canal

C Résultats γ variable

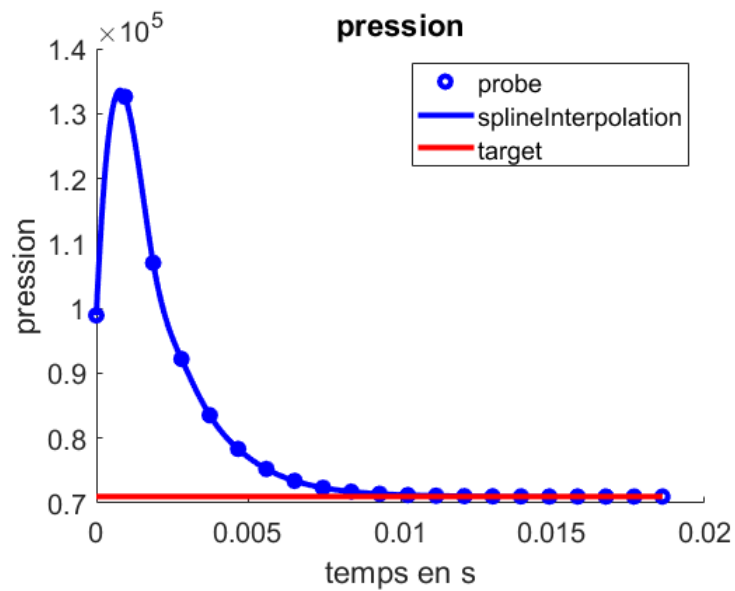


FIGURE 23 – Convergence de la pression

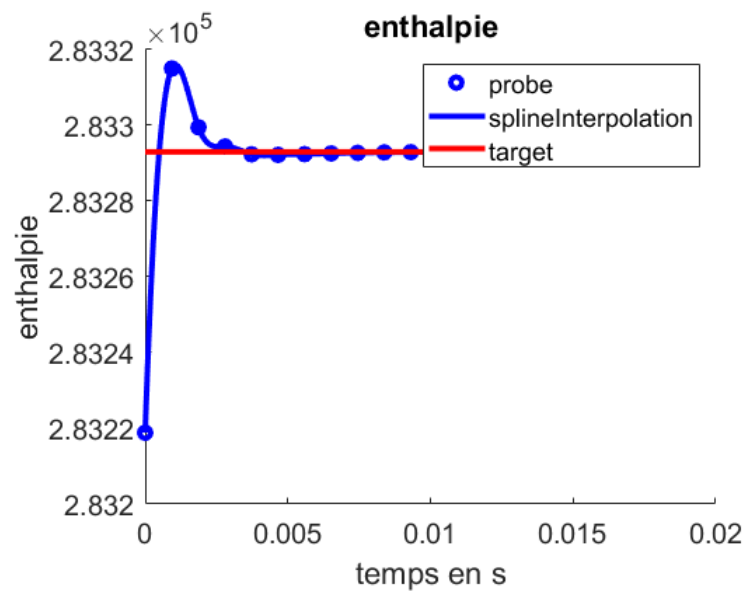


FIGURE 24 – Convergence de l'enthalpie

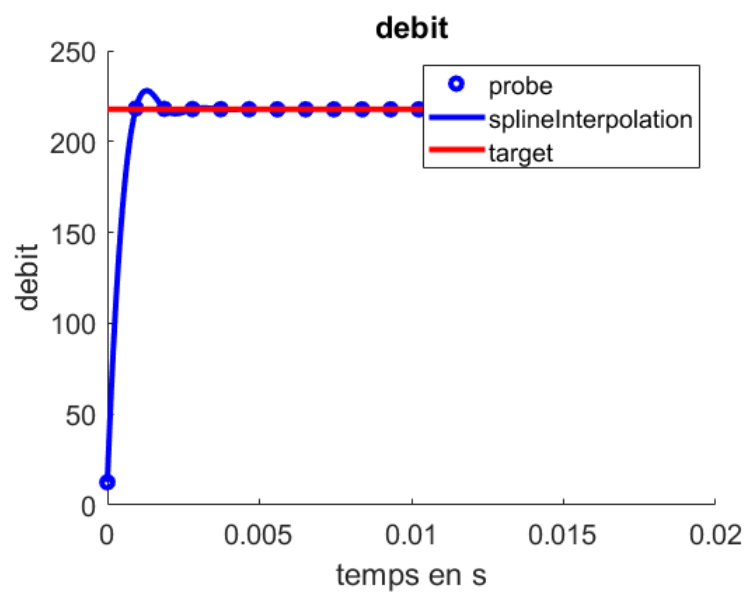


FIGURE 25 – Convergence de débit

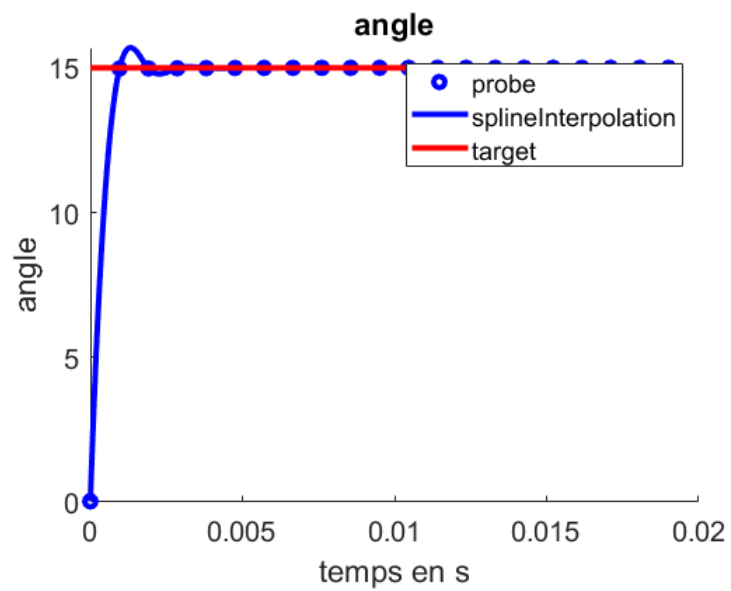


FIGURE 26 – Convergence de l'angle

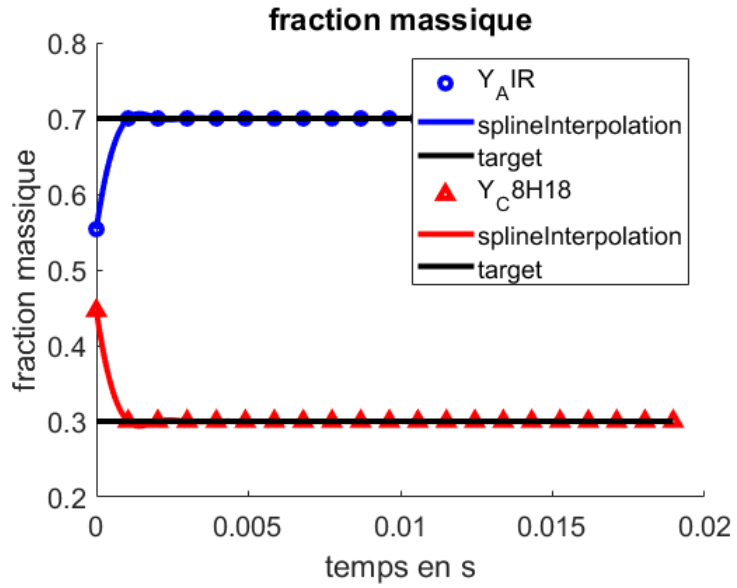


FIGURE 27 – Convergence de la fraction massique des espèces

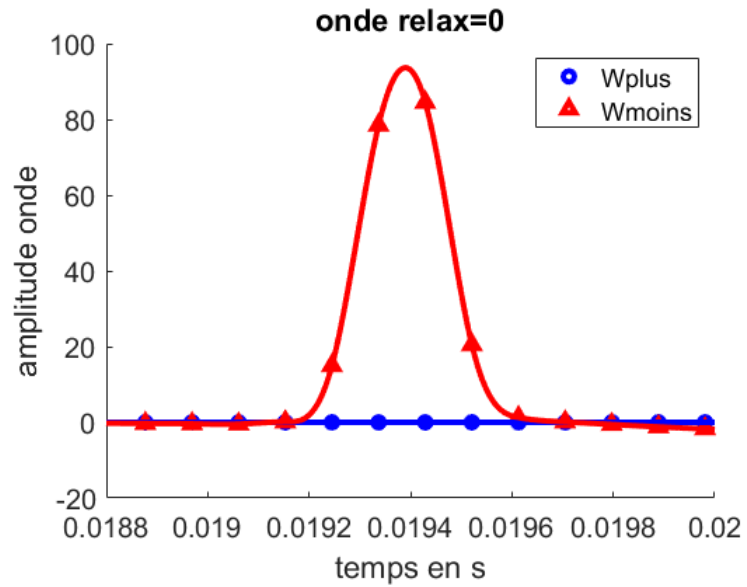


FIGURE 28 – Ondes pour une relax $\sigma_{INLET} = 0$

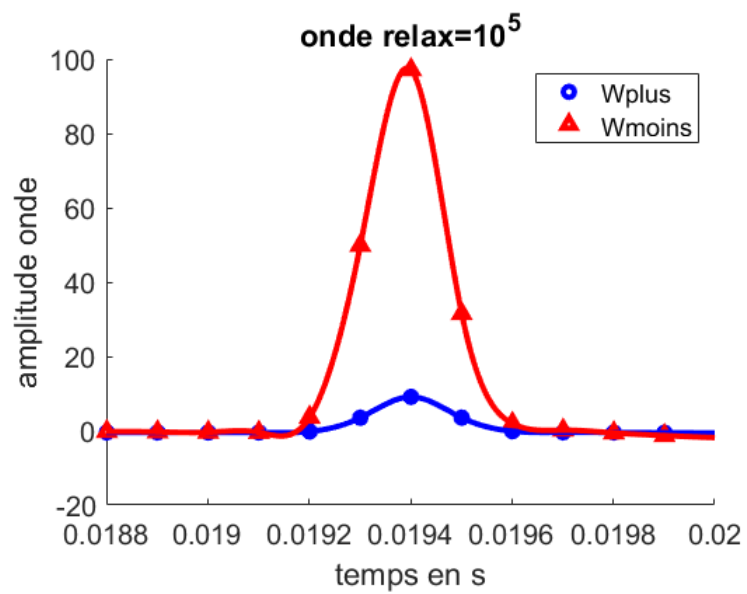


FIGURE 29 – Ondes pour une relax $\sigma_{INLET} = 10^5$

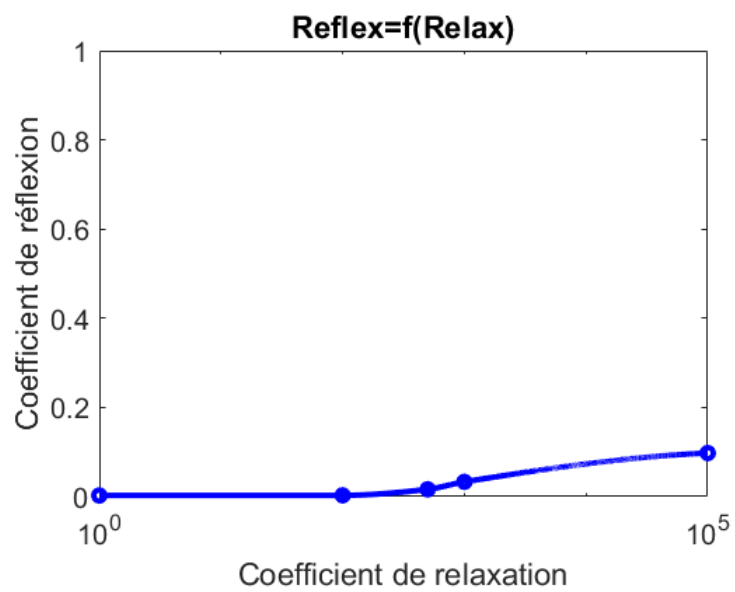


FIGURE 30 – Evolution de la réflexion en fonction de la relaxation

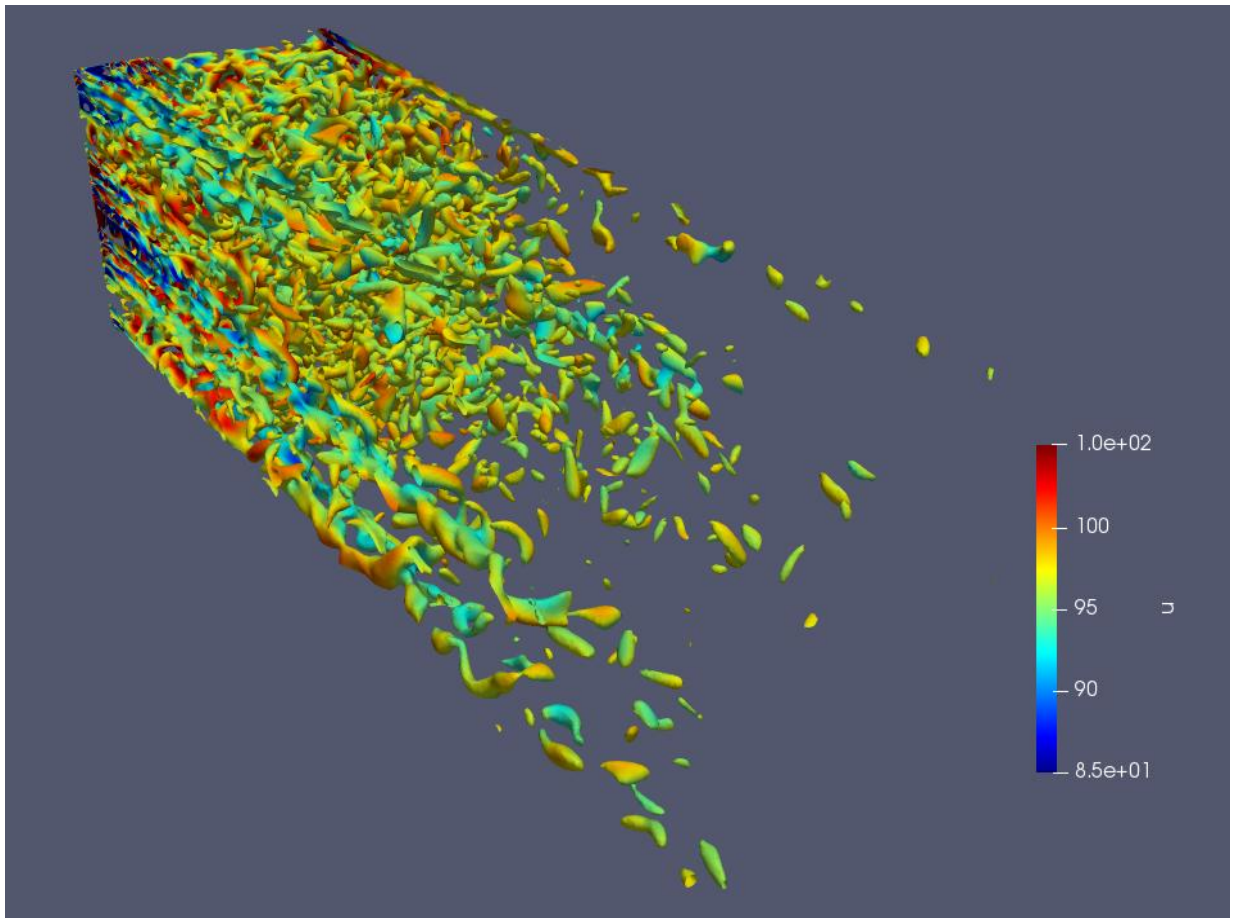


FIGURE 31 – Iso-surfaces de critère Q , $Q_{crit} = 10^{10}$

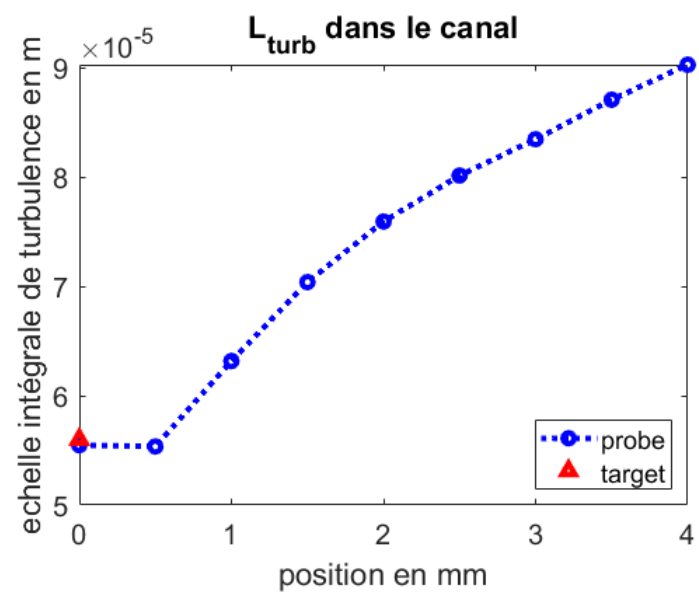


FIGURE 32 – Evolution de l'échelle intégrale de turbulence dans le canal

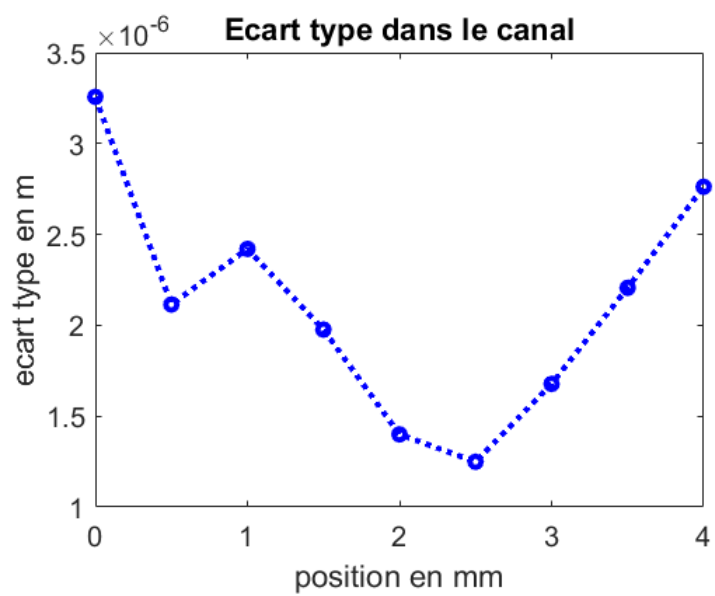


FIGURE 33 – Evolution de l'écart-type dans le canal

D Configuration FACTOR

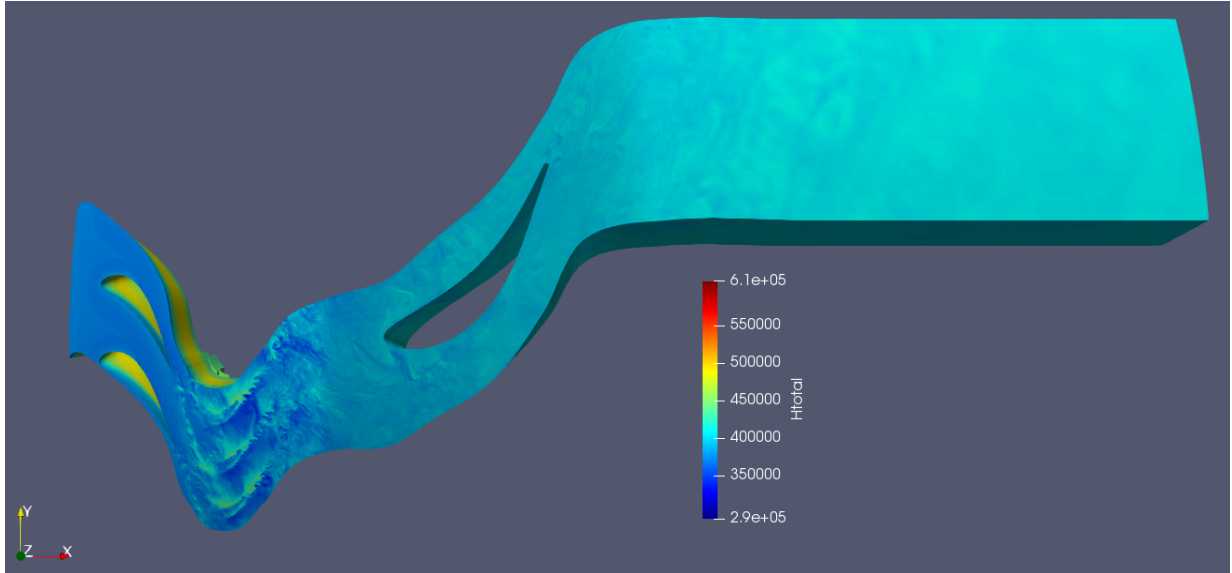


FIGURE 34 – Configuration FACTOR : Turbine seule, entrée à gauche

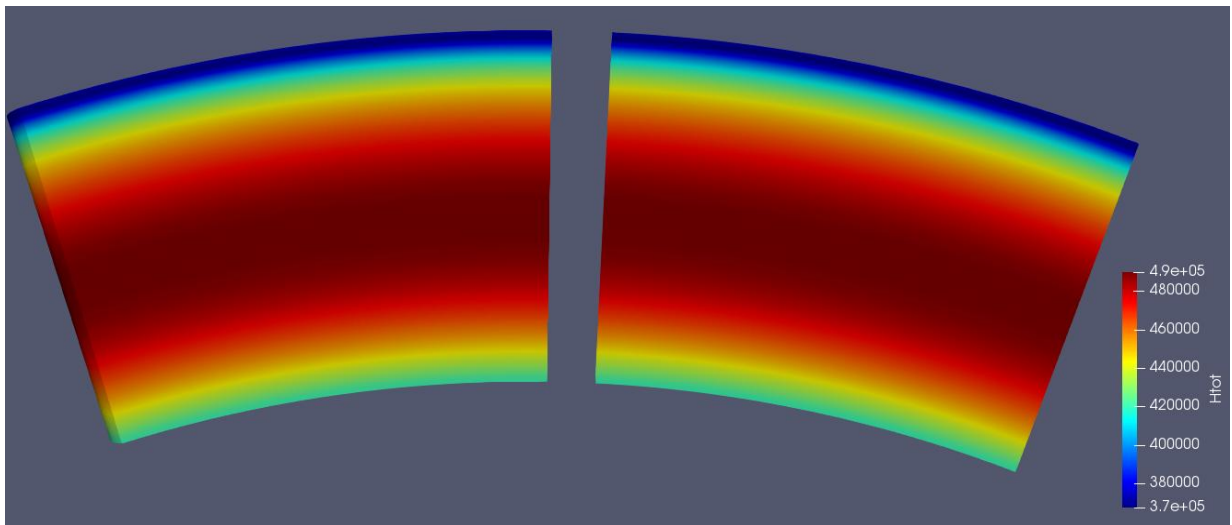


FIGURE 35 – Enthalpie totale en entrée : solution instantanée (à gauche), valeur cible (à droite)

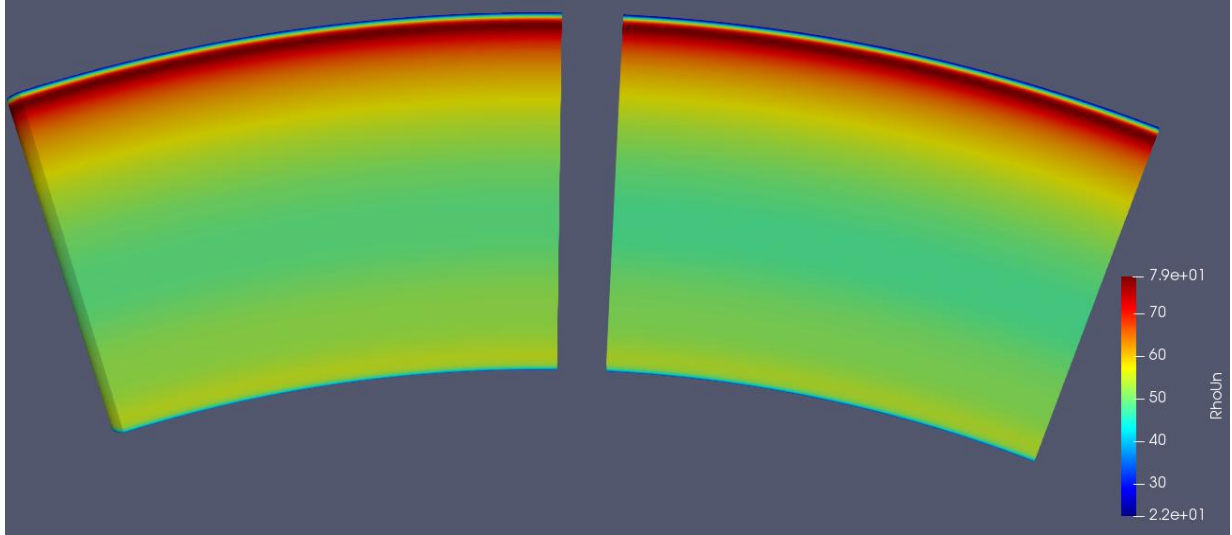


FIGURE 36 – Débit en entrée : solution instantanée (à gauche), valeur cible (à droite)

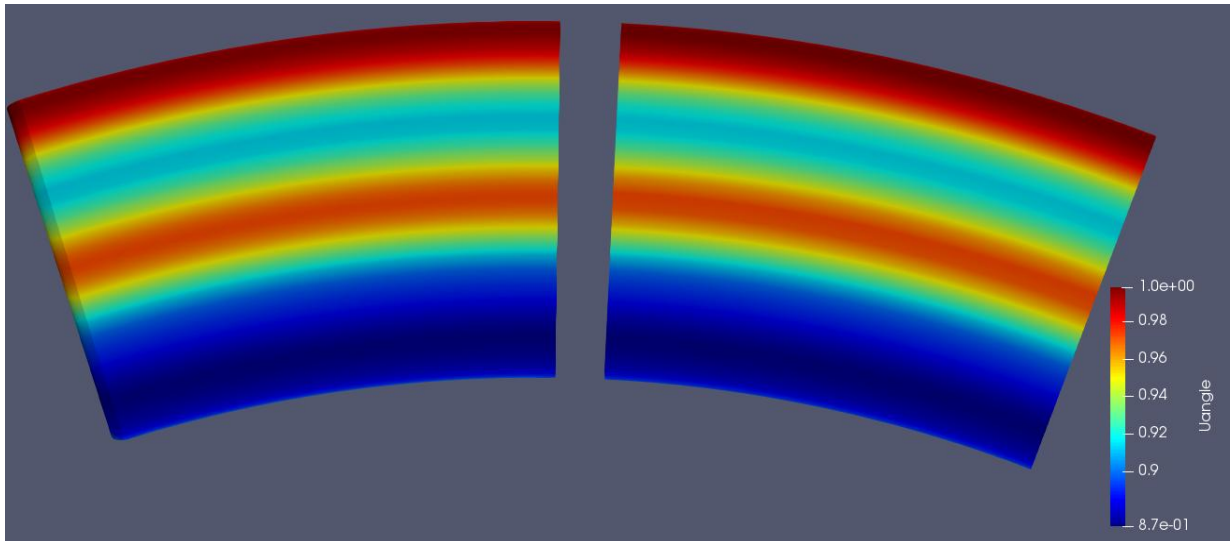


FIGURE 37 – U_{angle} en entrée : solution instantanée (à gauche), valeur cible (à droite)

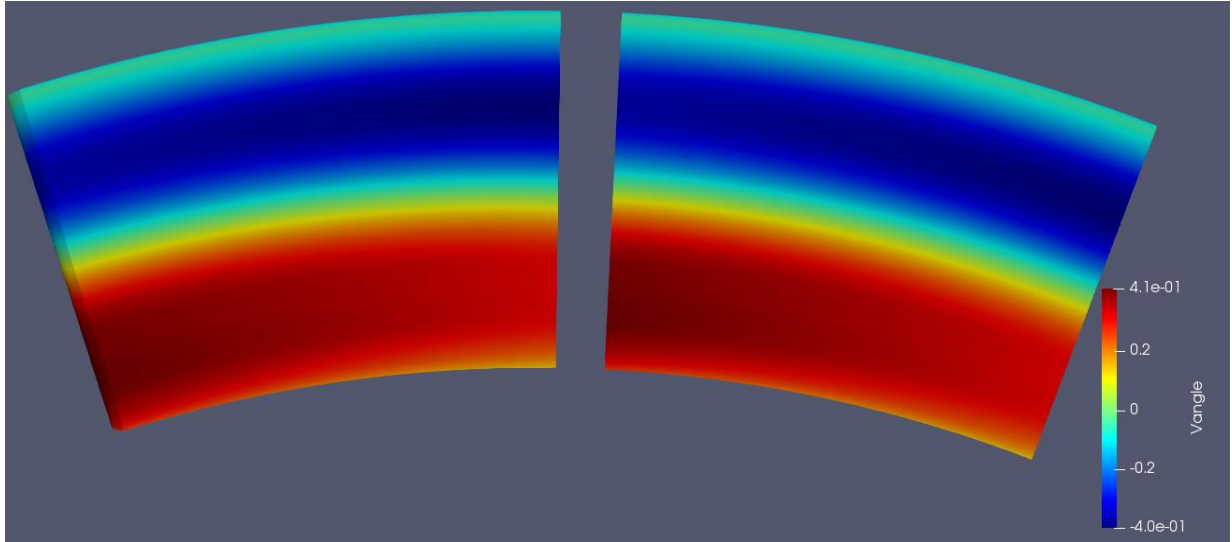


FIGURE 38 – V_{angle} en entrée : solution instantanée (à gauche), valeur cible (à droite)

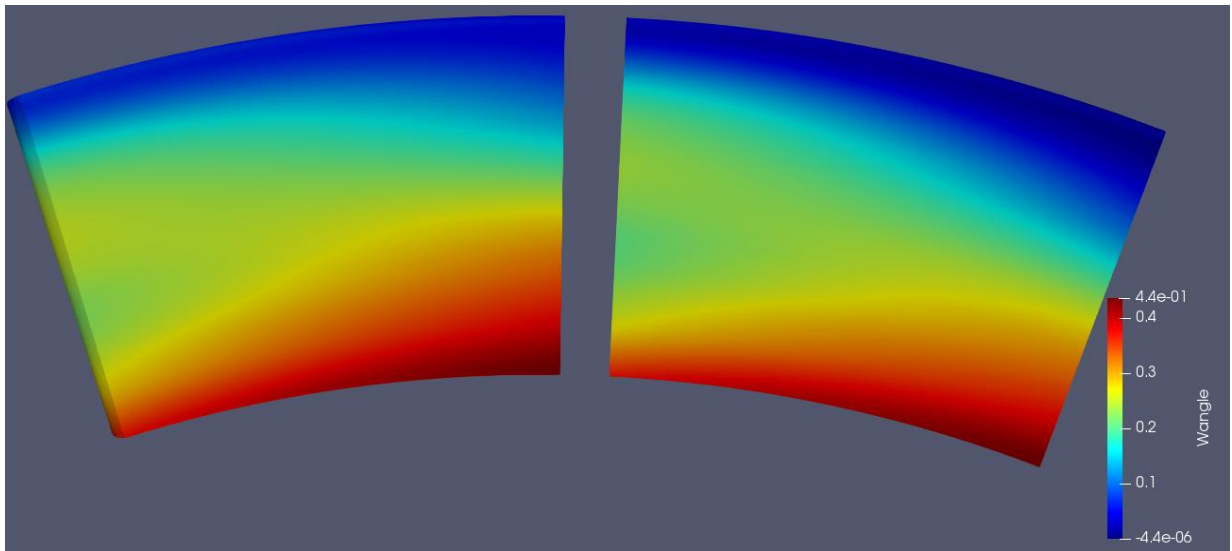


FIGURE 39 – W_{angle} en entrée : solution instantanée (à gauche), valeur cible (à droite)

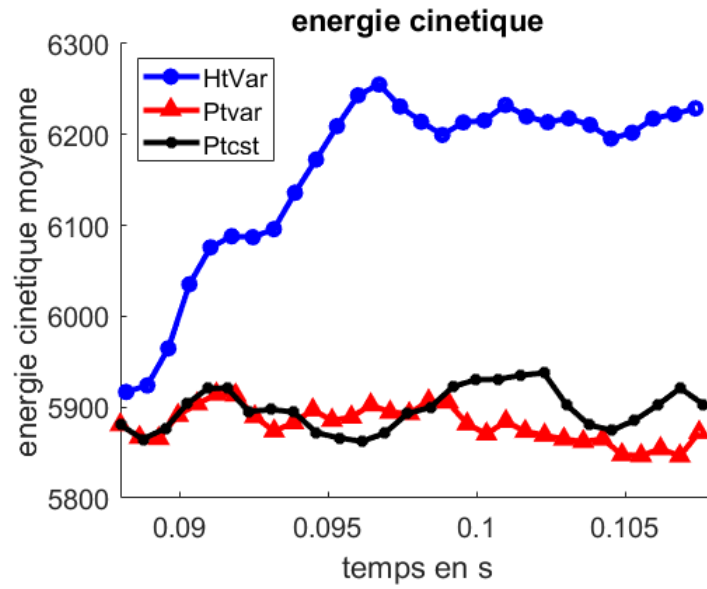


FIGURE 40 – Convergence de l'énergie cinétique moyenne

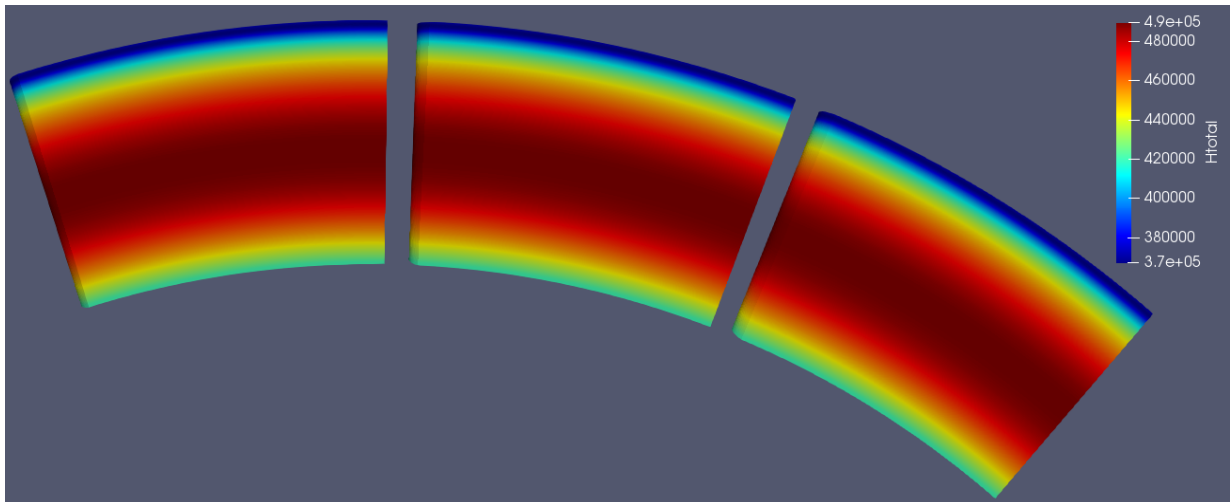


FIGURE 41 – Enthalpie totale en entrée : **inlet_relax_rhoun_ht** (à gauche), **inlet_relax_pt_tt_cst** (au milieu), **inlet_relax_pt_tt_var** (à droite)

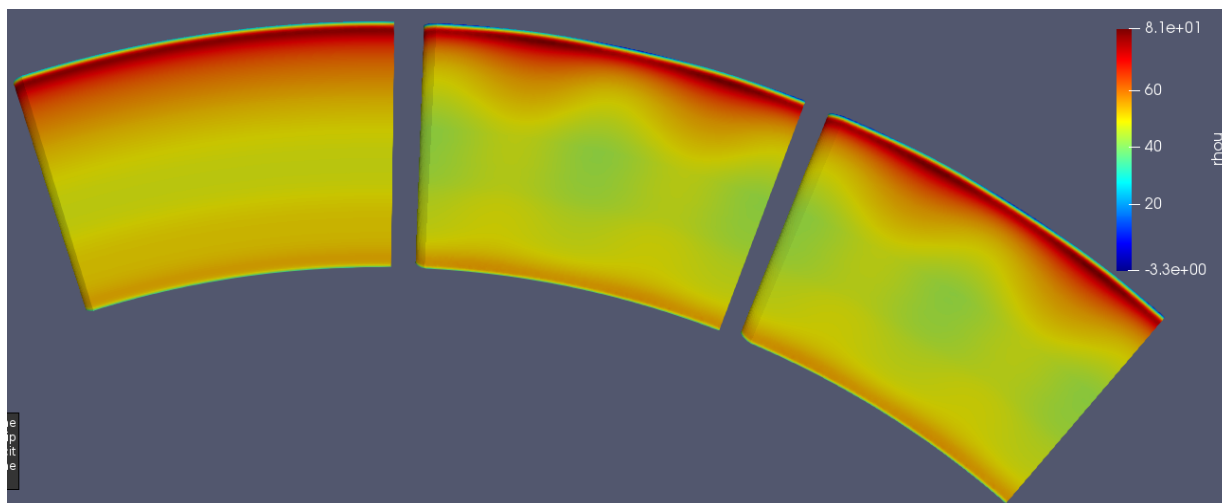


FIGURE 42 – Débit en entrée : `inlet_relax_rhoun_ht` (à gauche), `inlet_relax_pt_tt_cst` (au milieu), `inlet_relax_pt_tt_var` (à droite)

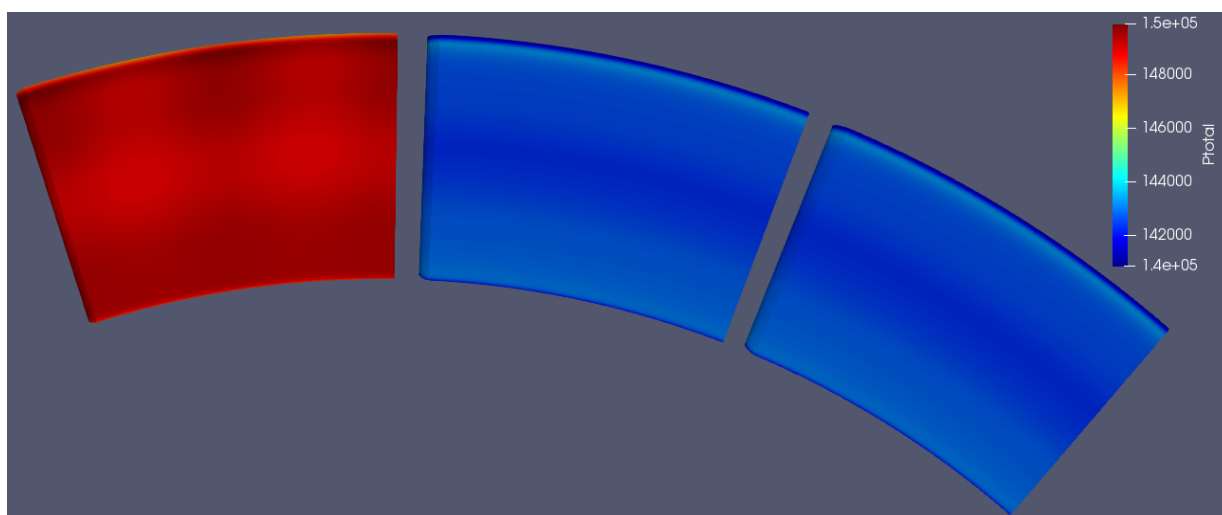


FIGURE 43 – Pression totale en entrée : `inlet_relax_rhoun_ht` (à gauche), `inlet_relax_pt_tt_cst` (au milieu), `inlet_relax_pt_tt_var` (à droite)

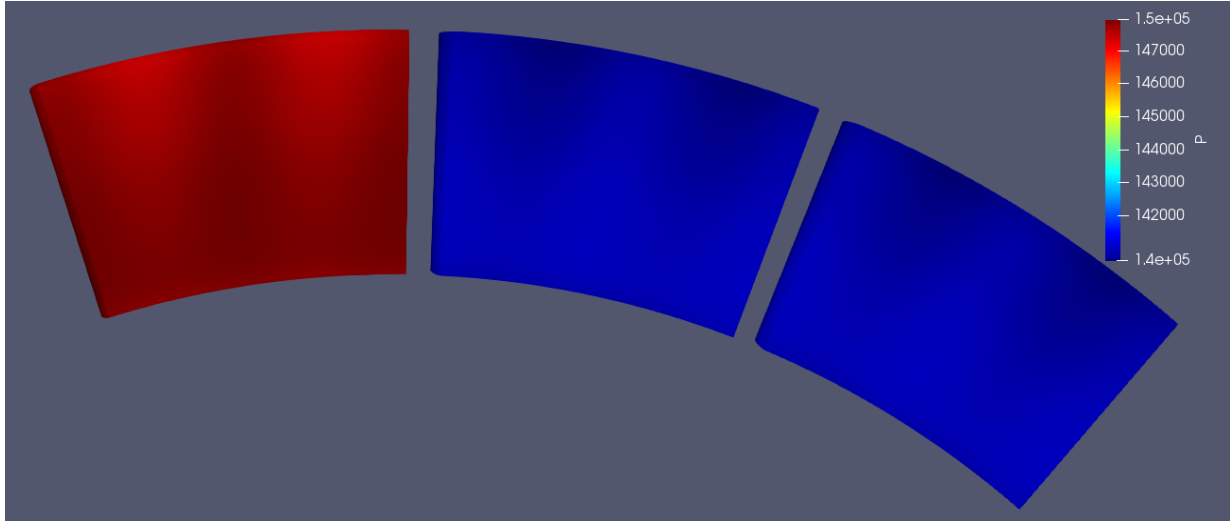


FIGURE 44 – Pression statique en entrée : **inlet_relax_rhoun_ht** (à gauche), **inlet_relax_pt_tt_cst** (au milieu), **inlet_relax_pt_tt_var** (à droite)

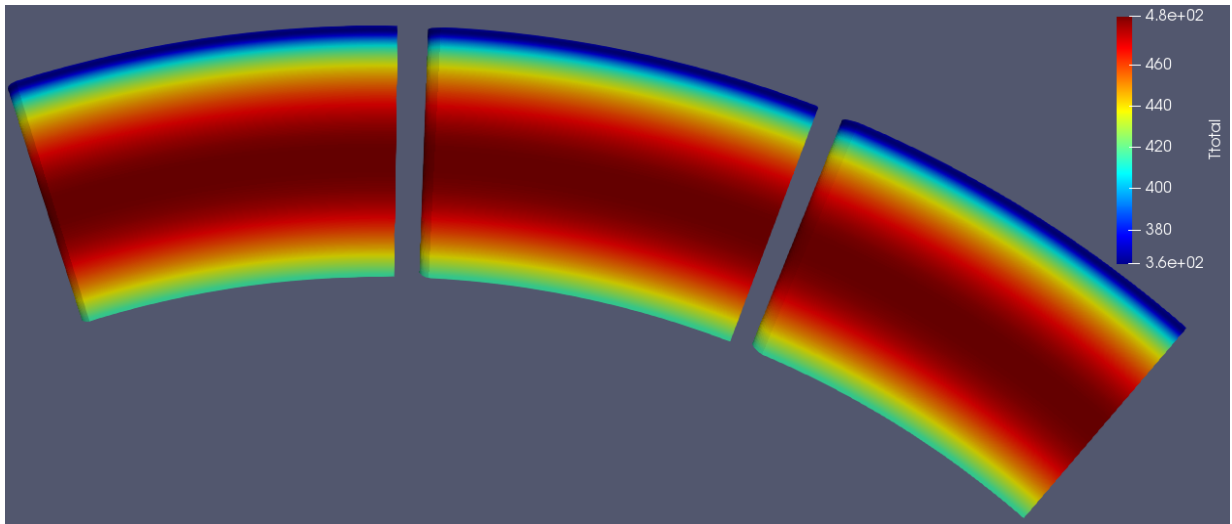


FIGURE 45 – Température totale en entrée : **inlet_relax_rhoun_ht** (à gauche), **inlet_relax_pt_tt_cst** (au milieu), **inlet_relax_pt_tt_var** (à droite)

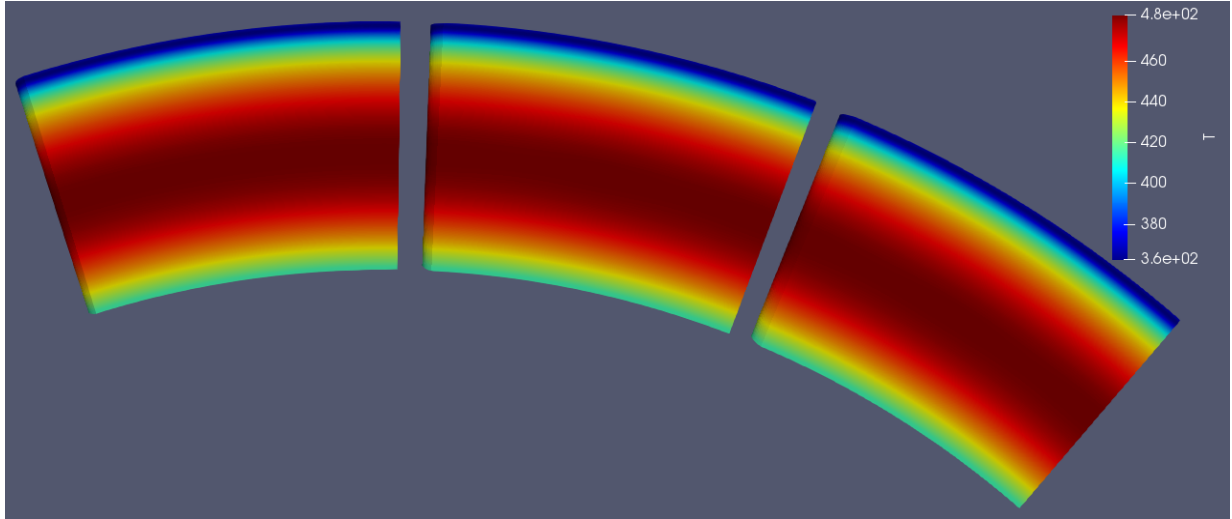


FIGURE 46 – Température statique en entrée : `inlet_relax_rhoun_ht` (à gauche), `inlet_relax_pt_tt_cst` (au milieu), `inlet_relax_pt_tt_var` (à droite)

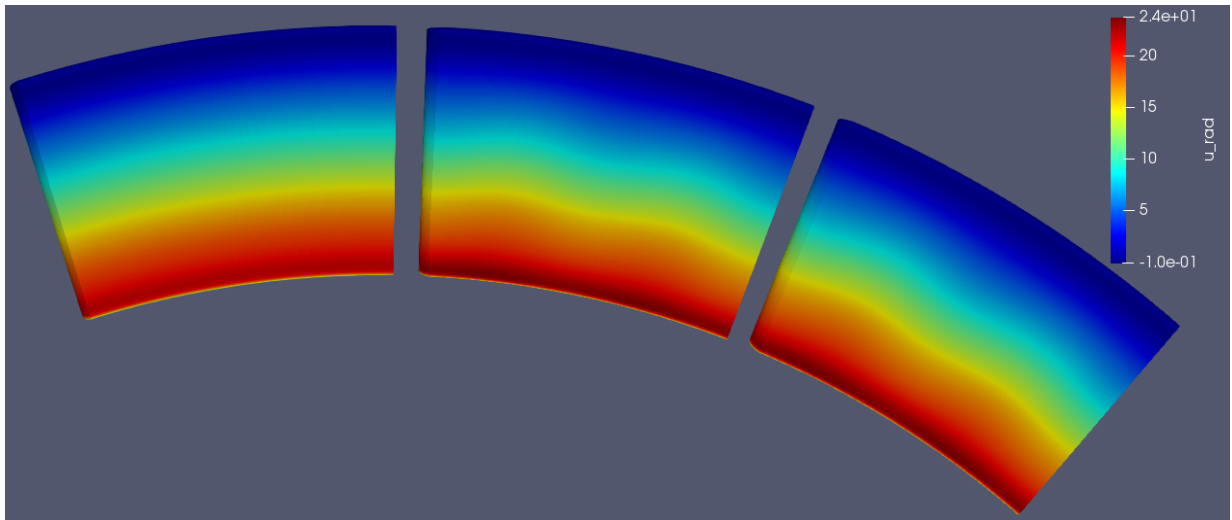


FIGURE 47 – Vitesse radiale en entrée : `inlet_relax_rhoun_ht` (à gauche), `inlet_relax_pt_tt_cst` (au milieu), `inlet_relax_pt_tt_var` (à droite)

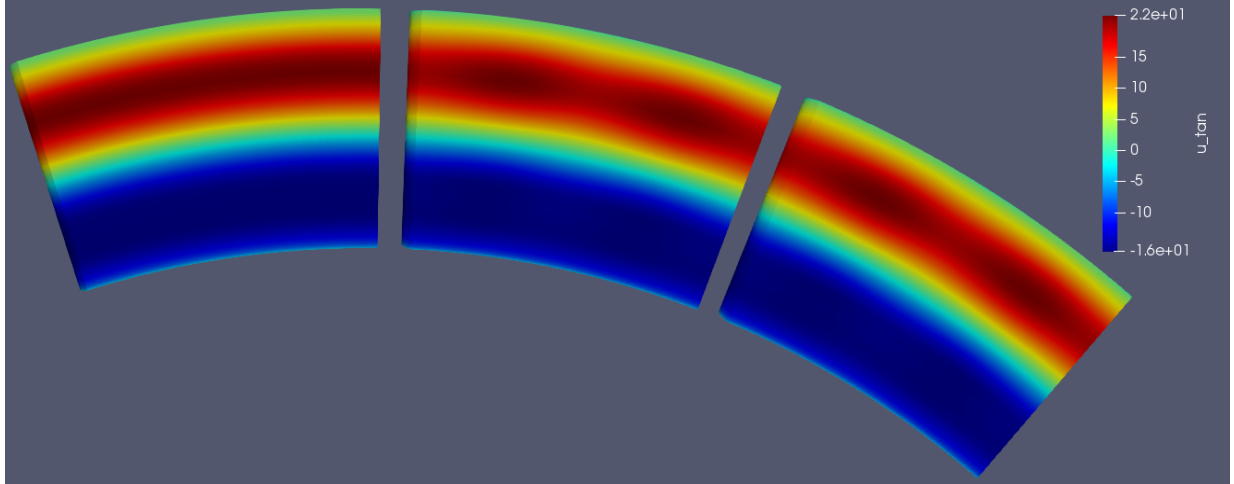


FIGURE 48 – Vitesse tangentielle en entrée : **inlet_relax_rhoun_ht** (à gauche), **inlet_relax_pt_tt_cst** (au milieu), **inlet_relax_pt_tt_var** (à droite)

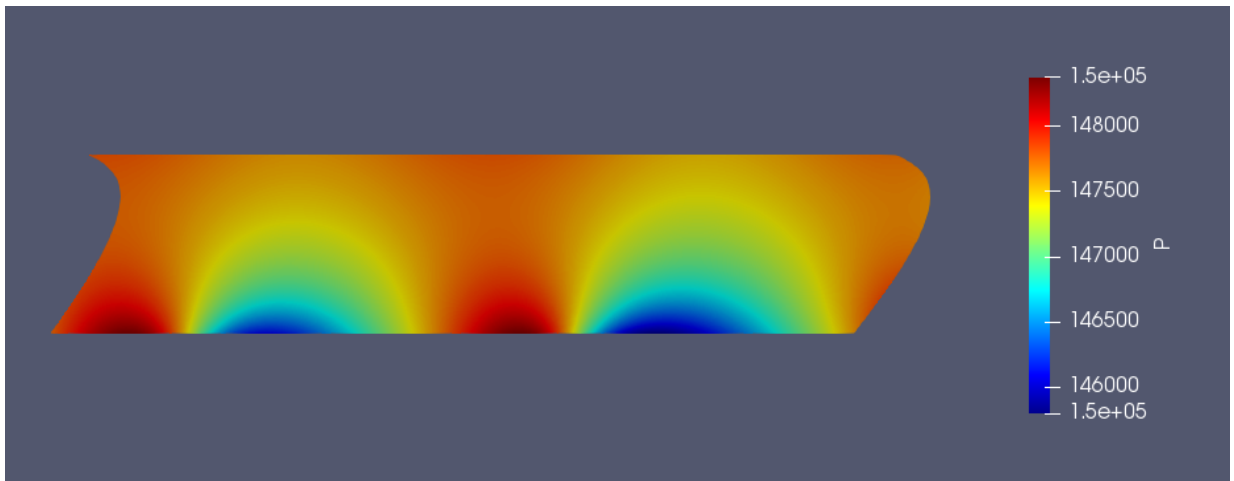


FIGURE 49 – Effet potentiel en pression, entrée en haut

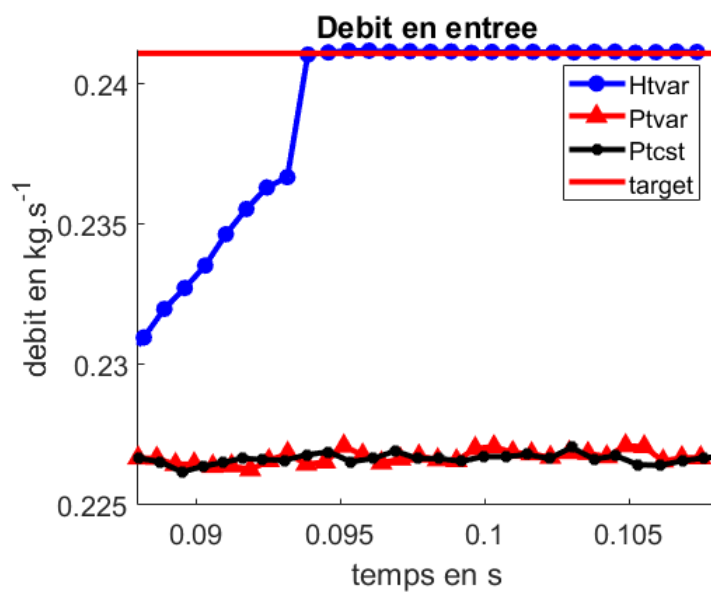


FIGURE 50 – Convergence du débit en entrée

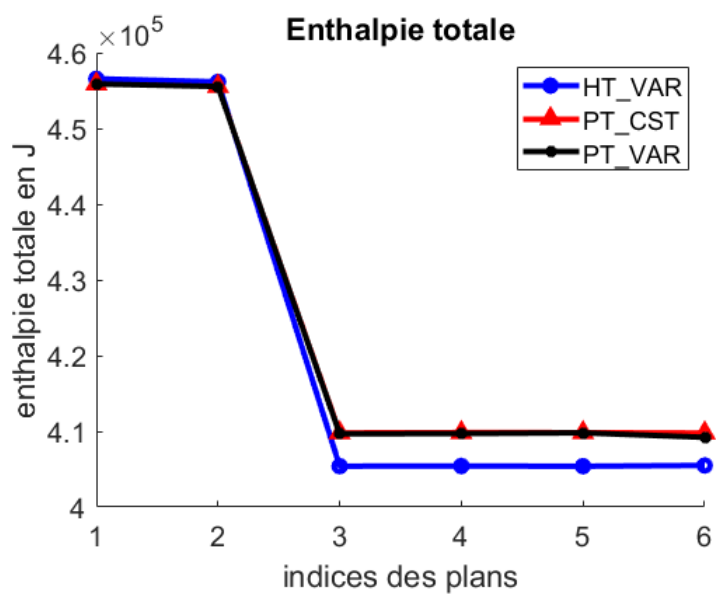


FIGURE 51 – Point de fonctionnement de FACTOR en enthalpie totale

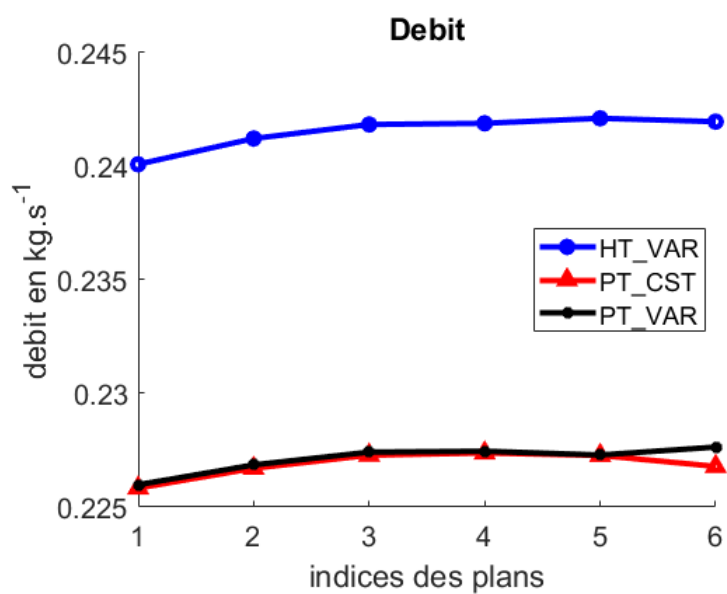


FIGURE 52 – Point de fonctionnement de FACTOR en débit

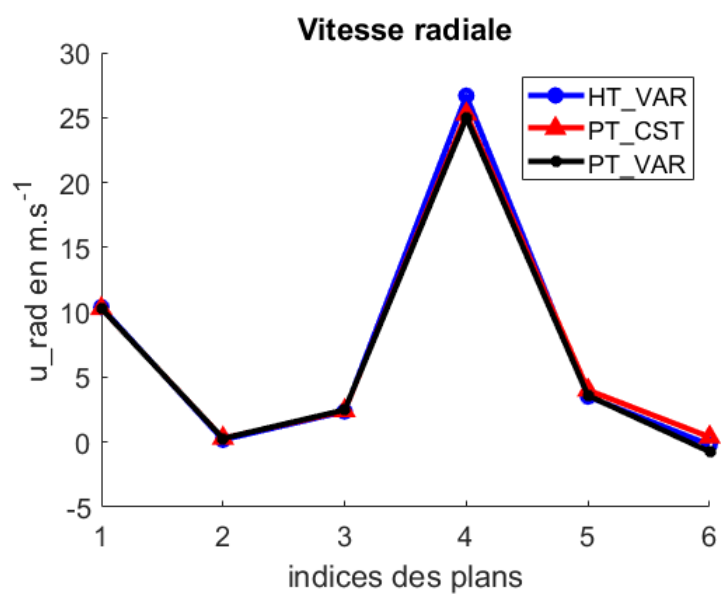


FIGURE 53 – Point de fonctionnement de FACTOR en vitesse radiale

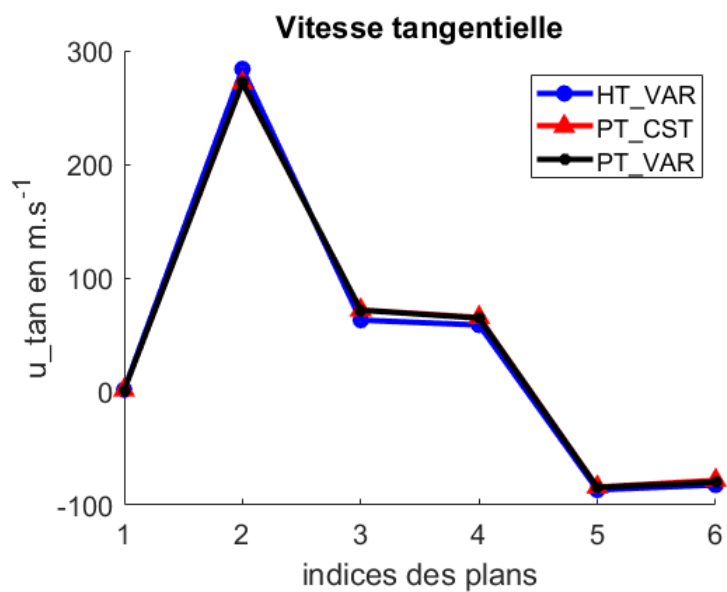


FIGURE 54 – Point de fonctionnement de FACTOR en vitesse tangentielle

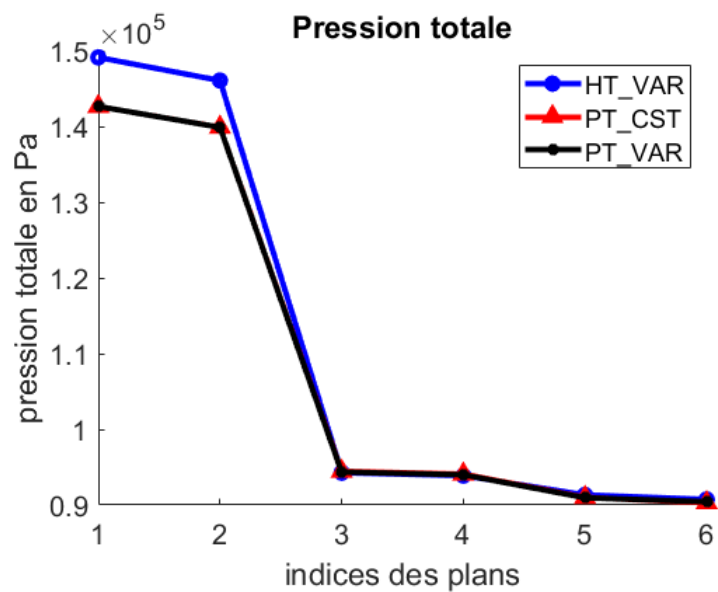


FIGURE 55 – Point de fonctionnement de FACTOR en pression totale

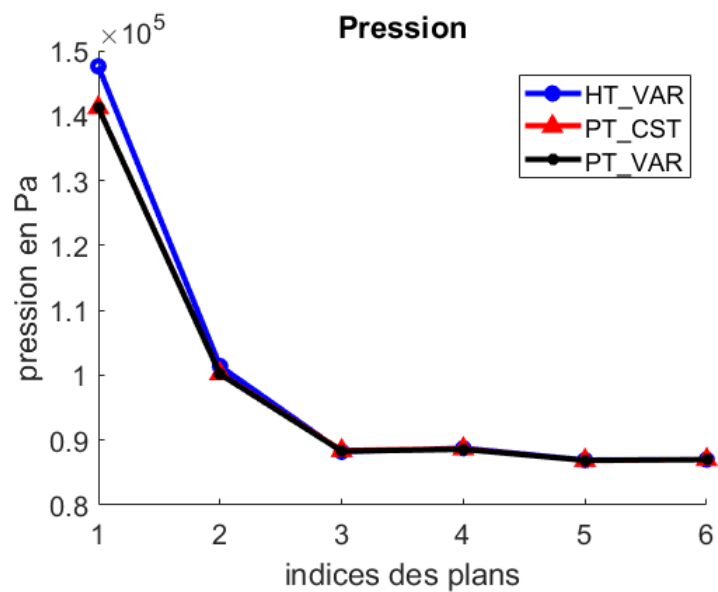


FIGURE 56 – Point de fonctionnement de FACTOR en pression statique

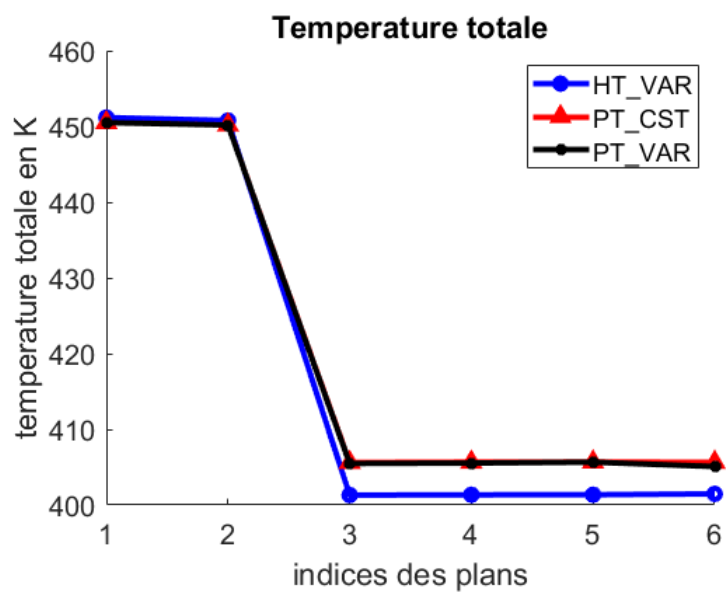


FIGURE 57 – Point de fonctionnement de FACTOR en température totale

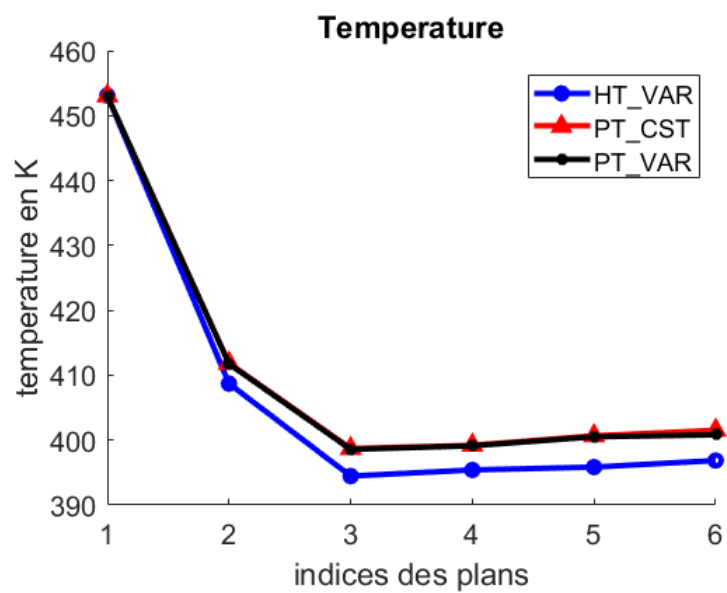


FIGURE 58 – Point de fonctionnement de FACTOR en température