

# 圆柱形波导平面波模型高频局限性分析 (以 $D = 29.5\text{ mm}$ 为例)

May 16, 2025

## Abstract

本文针对直径  $D = 29.5\text{ mm}$  的理想刚性圆柱形波导，系统地分析了一维平面波声学模型在高频应用时的局限性。首先，通过经典声学理论推导高阶模态截止频率公式，指出首个非平面模态 ( $\psi_{11}$ ) 的理论截止频率约  $6.9\text{ kHz}$ 。随后利用 Python (SciPy、Matplotlib) 开展数值验证并可视化模态形状。结果表明当频率高于  $6.9\text{ kHz}$  时，波导内声场出现明显三维效应，一维平面波假设失效。本研究为宽带语音分析及声道高频建模提供参考。

## Contents

|     |             |   |
|-----|-------------|---|
| 1   | 引言          | 2 |
| 2   | 圆柱波导声学理论    | 2 |
| 2.1 | 主要物理量与符号    | 2 |
| 2.2 | 截止频率公式      | 2 |
| 3   | Python 数值验证 | 2 |
| 4   | 有限长圆管传递函数示例 | 2 |
| 5   | 结论与展望       | 3 |

# 1 引言

近年来……（此处可补充背景，略）。

## 2 圆柱波导声学理论

### 2.1 主要物理量与符号

表 1 列出了后续推导涉及的参数。

| Table 1: 主要物理参数与符号定义 |                                   |                                  |
|----------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 符号                   | 定义                                | 典型值 / 单位                         |
| $c$                  | 空气声速 ( $T = 26.5^\circ\text{C}$ ) | $\approx 347.1 \text{ m s}^{-1}$ |
| $D$                  | 圆管直径                              | 29.5 mm                          |
| $R$                  | 半径 $= D/2$                        | 14.75 mm                         |
| $k$                  | 波数 $2\pi f/c$                     | —                                |
| $m, n$               | 模态阶数（径向 / 角向）                     | 0, 1, …                          |
| $f_{c,mn}$           | $(m, n)$ 截止频率                     | Hz                               |

### 2.2 截止频率公式

……（保留公式推导，可从旧文档复制）。

## 3 Python 数值验证

使用脚本 `multimode_circle.py` 计算了 20 kHz 内所有可传播模态的截止频率，结果见表 2。

| Table 2: 部分高阶模态截止频率 ( $D = 29.5 \text{ mm}$ ) |             |            |                   |
|---|-------------|------------|-------------------|
| 模态  | $\psi_{mn}$ | $\mu_{mn}$ | $f_c / \text{Hz}$ |
|   | $\psi_{00}$ | 0          | 0                 |
|   | $\psi_{11}$ | 1.841      | 6 894             |
|   | $\psi_{21}$ | 3.054      | 11 436            |

## 4 有限长圆管传递函数示例

脚本 `tube_transfer_compare.py` 计算了两种端面边界（Hard-Hard 与 Hard-Zero）的传递函数，图 2 给出幅度与相位对比。

幅值差异说明 ……（简述原因）。

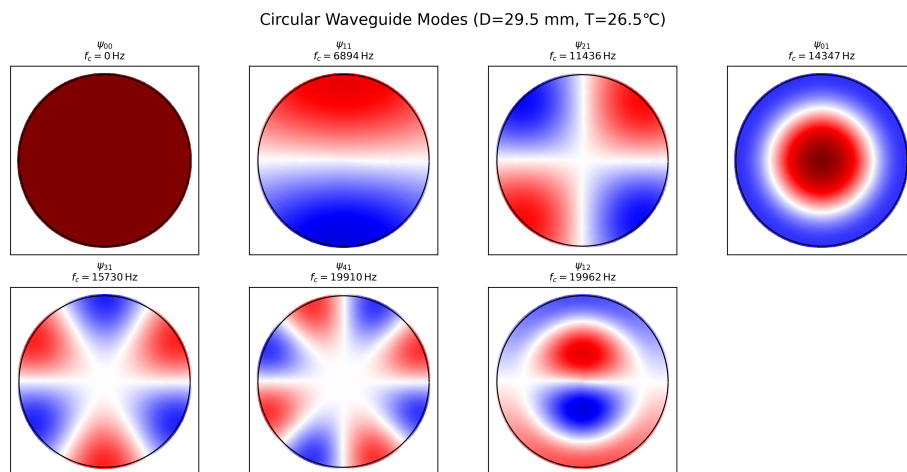


Figure 1: 圆管部分模态声压分布示例

## 5 结论与展望

... ..

## 参考文献

1. P.M. Morse and K.U. Ingard, *Theoretical Acoustics*. Princeton, 1968.
2. N.H. Fletcher and T.D. Rossing, *The Physics of Musical Instruments*. Springer, 1998.

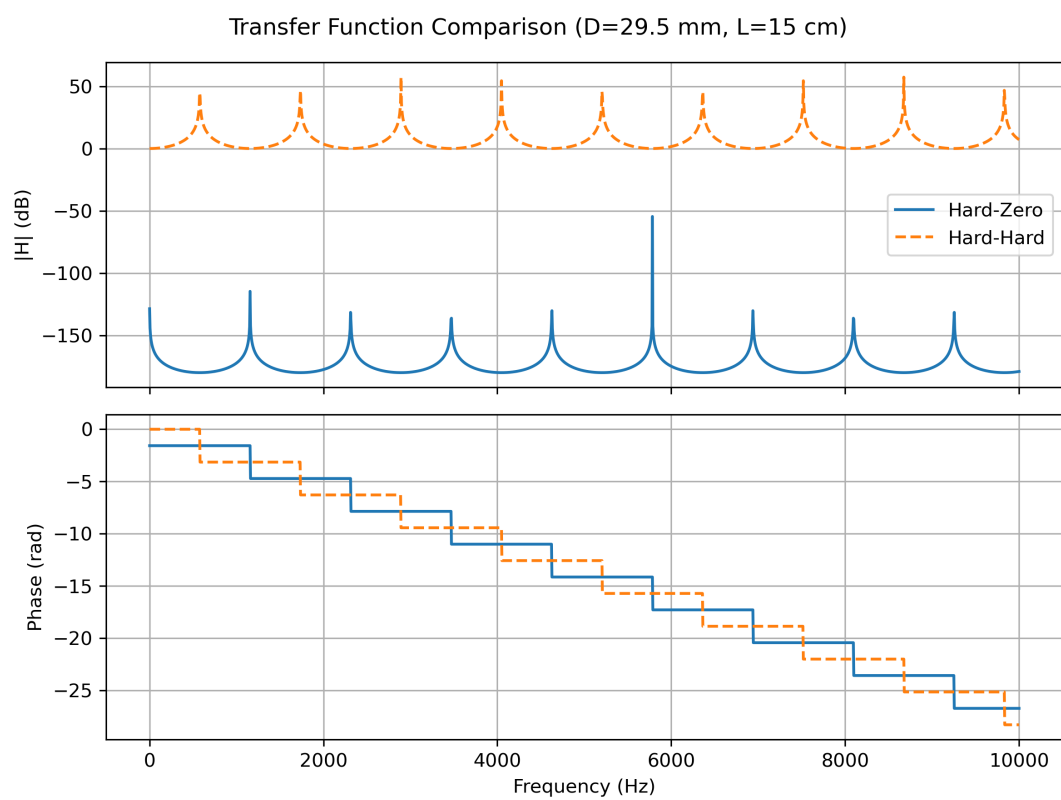


Figure 2: 传递函数对比 ( $D = 29.5$  mm,  $L = 15$  cm)