作业15参考答案

23.

$$P(A)=\{\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$$
$$P(A)\times A=\{\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}\times\{a,b\}$$
$$=\{\langle\varnothing,a\rangle,\langle\varnothing,b\rangle,\langle\{a\},a\rangle,\langle\{a\},b\rangle,\langle\{b\},a\rangle,\langle\{b\},b\rangle,\langle\{a,b\},a\rangle,\langle\{a,b\},b\rangle\}$$

24.

（2）不成立.

例如，$A=\{1\},B=\{2\},C=\{3\},D=\{4\}$

$(A\cup B)\times(C\cup D)=\{\langle 1,3\rangle,\langle 1,4\rangle,\langle 2,3\rangle,\langle 2,4\rangle\}$

$(A\times C)\cup(B\times D)=\{\langle 1,3\rangle,\langle 2,4\rangle\}$

27.

解：设 A、B、C 分别表示足球队、篮球队和排球队成员的集合. 则有

$|A|=38,|B|=15,|C|=20,|A\cup B\cup C|=58,|A\cap B\cap C|=3$

同时参加（包括同时参加三个队）两个队的人数为：

$$\begin{aligned}&|A\cap B|+|A\cap C|+|B\cap C|-2|A\cap B\cap C|\\&=|A|+|B|+|C|-|A\cup B\cup C|-|A\cap B\cap C|\\&=38+15+20-58-3\\&=12\end{aligned}$$

同时参加（不包括同时参加三个队）两个队的人数为：

$$\begin{aligned}&|A\cap B|+|A\cap C|+|B\cap C|-3|A\cap B\cap C|\\&=|A|+|B|+|C|-|A\cup B\cup C|-2|A\cap B\cap C|\\&=38+15+20-58-6\\&=9\end{aligned}$$

29. 证：由空集存在公理可知$\varnothing$是集合，再由幂集公理知$P(\varnothing)=\{\varnothing\}$是集合，令集合$t=\{\varnothing\}$，定义谓词公式$P(x,y)$为$P(\varnothing,A)$ T，则t和$P(x,y)$满足替换公理的前提，由替换公理可得存在由A组成的集合$\{A\}$。□

31.

证明： 利用反证法，假设存在由所有单元素集合组成的集合，设其为 A，由无序对集合存在公理可知 $\{A\}$ 为集合，同理可知 $\{A,\{A\}\}$ 为集合，设其为 B，有 $A\in B$，$A\in\{A\}$，则 $\{A\}\cap B\neq\Phi$，同理，有 $\{A\}\in A$，$\{A\}\in B$，$A\cap B\neq\Phi$，显然与正则公理矛盾，所以前提不成立，即不存在由所有单元素集合组成的集合.

34. 因为$0\in\{0,1,\{1\}\}$且$1\in\{0,1,\{1\}\}$，所以$\{0,1,\{1\}\}$是传递集合。

因为$0\notin\{1\},\{1\}\notin 0, 0\neq\{1\}$，所以$\{0,1,\{1\}\}$无三歧性。