姓名____________________ 学号____________________ 成绩__________

1 不定项选择题 (每题 3 分)

1. 下面不是永假式的是 (注：$\oplus$ 为异或）
   (A) $(\boldsymbol{p} \oplus \boldsymbol{q}) \wedge (\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q})$
   (B) $(\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}) \to \boldsymbol{T}$
   (C) $\neg(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}) \wedge (\boldsymbol{q} \vee \boldsymbol{p})$
   (D) $\boldsymbol{p} \vee \neg \boldsymbol{p}$
   (E) $\boldsymbol{p} \oplus \neg \boldsymbol{p}$
2. 下列集合中，是完备集的是
   (A) $\{\neg, \wedge\}$
   (B) $\{\neg, \to\}$
   (C) $\{\neg, \leftrightarrow\}$
   (D) $\{\uparrow\}$
   (E) $\{\wedge, \vee\}$
3. 下列等值式不正确的是
   (A) $\neg(\forall x)A = (\exists x)\neg A$
   (B) $(\forall x)(B \to A(x)) = B \to (\forall x)A(x)$
   (C) $(\exists x)(A(x) \wedge B(x)) = (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$
   (D) $(\forall x)(\forall y)(A(x) \to B(y) = (\exists x)A(x) \to (\forall y)B(y)$
   (E) $\neg(\exists x)(\exists y)(F(x) \wedge F(y) \wedge \neg G(x, y)) = (\forall x)(\forall y)(F(x) \wedge F(y) \to G(x, y))$
4. 定义如下命题：
   i. $F(x)$: x 是女性
   ii. $S(x)$: x 是学生
   iii. $K(x, y)$: x 认识 y

   则对命题 “Jack 认识每一个女生” 的正确的形式化为
   (A) $\forall x(K(\text{Jack}, x) \to F(x) \wedge S(x))$
   (B) $\neg\exists x(F(x) \wedge S(x) \wedge \neg K(\text{Jack}, x))$
   (C) $\forall x(\neg F(x) \vee \neg S(x) \vee K(\text{Jack}, x))$
   (D) $\forall x((F(x) \wedge S(x)) \to K(\text{Jack}, x))$
   (E) $\neg\exists x(F(x) \wedge S(x) \wedge K(\text{Jack}, x))$
5. 设 $B(x, y)$ 表示命题：“y 是 x 的朋友”. 下列选项哪个表示了命题：“每一个人都有且仅有一个朋友”

(A) $\forall x\exists y\forall z((B(x,y)\wedge B(x,z))\to(y=z))$

(B) $\forall x\exists y\exists z(((x\neq y)\to B(x,y))\wedge((x\neq z)\to\neg B(x,z)))$

(C) $\forall x\exists y(B(x,y)\wedge\forall z((z\neq y)\to\neg B(x,z)))$

(D) $\exists x\forall y(B(x,y)\wedge\forall z((z\neq y)\to\neg B(x,z)))$

(E) $\forall x\exists y\forall z((B(x,y)\wedge(B(x,z)\to(y=z))))$

2 填空题（每题 2 分）

1. 设 p,r 为真命题，q,s 为假命题，则复合命题 $(p\to q)\leftrightarrow(\neg r\to s)$ 的真值为
2. 公式 $P\wedge(F\vee(\neg P\wedge Q))$ 的对偶式为 ____
3. 将 $\neg p\wedge(\neg q\wedge r)$ 化成等值的并且仅含 $\uparrow$ 联结词的公式为 ____
4. 已知命题公式 $G=\neg(P\to Q)\wedge R$, 则 G 的主析取范式是 ____
5. $\forall x((\exists yP(x,y)\to\forall yR(y))\to(\exists zQ(z)\to S(x)))$ 的 Skolem 标准形 (仅保留全称量词的前束形) 是 ____

3 解答题（每题 5 分）

1. 已知：$\{\neg p\wedge q, r\to p, \neg r\to s, s\to t\}$, 求证：$t$

2. 证明：$(\neg(P\to Q)\to\neg(R\vee S))\wedge((Q\wedge\neg P)\to\neg R)\wedge R\Rightarrow(P\leftrightarrow Q)$

3. 证明：$(\forall x(W(x) \to Q(x))) \wedge (\exists x(R(x) \wedge S(x))) \wedge (\forall x(R(x) \wedge \neg Q(x))) \Rightarrow \exists x(S(x) \wedge \neg W(x))$

4. 任何人如果他喜欢美术，他就不喜欢体育。每个人或喜欢体育，或喜欢音乐，有的人不喜欢音乐，因而有的人不喜欢美术。

   要求：将自然语言形式化，用谓词逻辑表达上述已知条件，再证明。

5. 张三说李四在说谎，李四说王五在说谎，王五说张三和李四都在说谎。问张三、李四、王五三人，到底谁在说真话，谁说假话?

   要求：将自然语言形式化，用命题逻辑表达上述推理前提，再运用推理演算求解。