

作业10参考答案

3.

- (7) $(\exists x)P(x) \rightarrow Q(x)$ 非合式公式
 (8) $P(a) \rightarrow Q(b)$
 有 $(\exists x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$
 (9) $(\exists y)P(a, y)$ 中 y 与 a 有关
 $P(a, b)$ 并非对任一 b 都成立
 $P(a, b)$ 不能推出 $(\forall x)P(x, b)$
 $P(b, b)$ 不能推出 $(\forall x)P(x, x)$
 (10) $\neg(\exists x)(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \Rightarrow \neg((\exists x)\neg P(x) \wedge (\exists x)\neg Q(x))$ 不成立
 (11) $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$ 前提
 $(\exists x)P(x)$ 前提
 有 $P(c)$
 有 $P(c) \rightarrow Q(c)$
 $Q(c)$
 $(\exists x)Q(x)$ 分离
 (12) $P(x) \rightarrow Q(x)$
 有 $\neg Q(x) \rightarrow \neg P(x)$

5. (1)

(1) 推理规则法:

- | | |
|---|----------|
| ① $(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$ | 前提 |
| ② $(\forall x)(Q(x) \rightarrow \neg R(x))$ | 前提 |
| ③ $P(x) \vee Q(x)$ | ① 全称量词消去 |
| ④ $Q(x) \rightarrow \neg R(x)$ | ② 全称量词消去 |
| ⑤ $\neg Q(x) \rightarrow P(x)$ | ③ 置换 |
| ⑥ $R(x) \rightarrow \neg Q(x)$ | ④ 置换 |
| ⑦ $R(x) \rightarrow P(x)$ | ⑤⑥ 三段论 |
| ⑧ $(\exists x)(R(x) \rightarrow P(x))$ | ⑦ 存在量词引入 |

归结法:

建立子句集 $\{P(x) \vee Q(x), \neg Q(x) \vee \neg R(x), R(x), \neg P(x)\}$

- | | |
|------------------------------|-------|
| ① $P(x) \vee Q(x)$ | |
| ② $\neg Q(x) \vee \neg R(x)$ | |
| ③ $R(x)$ | |
| ④ $\neg P(x)$ | |
| ⑤ $Q(x)$ | ①④ 归结 |
| ⑥ $\neg Q(x)$ | ②③ 归结 |
| ⑦ \square | ⑤⑥ 归结 |

(2)

(2) 推理规则法:

- | | |
|---|----------|
| ① $(\forall x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x))$ | 前提 |
| ② $(\forall x)\neg Q(x)$ | 前提 |
| ③ $\neg P(x) \rightarrow Q(x)$ | ① 全称量词消去 |
| ④ $\neg Q(x)$ | ② 全称量词消去 |
| ⑤ $\neg Q(x) \rightarrow P(x)$ | ③ 置换 |
| ⑥ $P(x)$ | ④⑤ 分离 |
| ⑦ $(\forall x)P(x)$ | ⑥ 全称量词引入 |
| ⑧ $P(a)$ | ⑦ 全称量词消去 |

归结法:

建立子句集 $\{P(x) \vee Q(x), \neg Q(x), \neg P(a)\}$

- | | |
|--------------------|-------|
| ① $P(x) \vee Q(x)$ | |
| ② $\neg Q(x)$ | |
| ③ $\neg P(a)$ | |
| ④ $Q(a)$ | ①③ 归结 |
| ⑤ \square | ②④ 归结 |

(3)

(3) 推理规则法:

- | | |
|---|----------|
| ① $(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$ | 前提 |
| ② $(\forall x)(Q(x) \rightarrow \neg R(x))$ | 前提 |
| ③ $(\forall x)R(x)$ | 前提 |
| ④ $P(x) \vee Q(x)$ | ① 全称量词消去 |
| ⑤ $Q(x) \rightarrow \neg R(x)$ | ② 全称量词消去 |
| ⑥ $R(x)$ | ③ 全称量词消去 |
| ⑦ $\neg Q(x) \rightarrow P(x)$ | ④ 置换 |
| ⑧ $R(x) \rightarrow \neg Q(x)$ | ⑤ 置换 |
| ⑨ $R(x) \rightarrow P(x)$ | ⑦⑧ 三段论 |
| ⑩ $P(x)$ | ⑥⑨ 分离 |
| ⑪ $(\forall x)P(x)$ | ⑩ 全称量词引入 |

归结法:

建立子句集 $\{P(x) \vee Q(x), \neg Q(x) \vee \neg R(x), R(x), \neg P(a)\}$

- | | |
|------------------------------|-------|
| ① $P(x) \vee Q(x)$ | |
| ② $\neg Q(x) \vee \neg R(x)$ | |
| ③ $R(x)$ | |
| ④ $\neg P(a)$ | |
| ⑤ $Q(a)$ | ①④ 归结 |
| ⑥ $\neg R(a)$ | ②⑤ 归结 |
| ⑦ \square | ③⑥ 归结 |

(4)

(4) $P(x)$: x 是学生, $Q(x)$: x 是本科生, $R(x)$: x 是研究生, $S(x)$: x 是高校生
即证

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x) \vee R(x)) \wedge (\exists x)(P(x) \wedge S(x)) \wedge (\neg R(\text{John}) \wedge S(\text{John})) \\ \Rightarrow P(\text{John}) \rightarrow Q(\text{John})$$

推理规则法:

- | | |
|--|----------|
| ① $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x) \vee R(x))$ | 前提 |
| ② $\neg R(\text{John})$ | 前提 |
| ③ $P(x) \rightarrow Q(x) \vee R(x)$ | ① 全称量词消去 |
| ④ $P(\text{John})$ | 附加前提引入 |
| ⑤ $Q(\text{John}) \vee R(\text{John})$ | ③④ 分离 |
| ⑥ $Q(\text{John})$ | ②⑤ 分离 |
| ⑦ $P(\text{John}) \rightarrow Q(\text{John})$ | 条件证明规则 |

归结法:

建立子句集

$$\left\{ \begin{array}{l} \neg P(x) \vee (Q(x) \vee R(x)), P(a), S(a), \\ \neg R(\text{John}), S(\text{John}), P(\text{John}), \neg Q(\text{John}) \end{array} \right\}$$

- ① $\neg P(x) \vee (Q(x) \vee R(x))$
- ② $P(a)$
- ③ $S(a)$
- ④ $\neg R(\text{John})$
- ⑤ $S(\text{John})$
- ⑥ $P(\text{John})$

$$\textcircled{7} \neg Q(\text{John})$$

$$\textcircled{8} (Q(\text{John}) \vee R(\text{John}))$$

①⑥ 归结

$$\textcircled{9} Q(\text{John})$$

④⑧ 归结

$$\textcircled{10} \square$$

⑦⑨ 归结