

- 1 已知: R 是集合 A 上的关系, 证明: $S = I_A \cup R \cup R^{-1}$ 是集合 A 上的相容关系.
- 2 已知: R 是集合 A 上的偏序关系, $B \subseteq A$. 求证: $R \cap (B \times B)$ 是 B 上的偏序关系.
- 3 已知: R_1 和 R_2 是非空集合上的等价关系, 判断下列关系是否是 A 上的等价关系. 是, 请证明. 否, 请举出反例.

1. $(A \times A) - R_1$

2. R_1^2

3. $R_1 - R_2$

- 4 已知:

$$M_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

求 $r(R)$, $s(R)$, $t(R)$.

- 5 下列哪个函数是满射的? ($f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$)

A. $f(m, n) = m + n$

B. $f(m, n) = m - n$

C. $f(m, n) = |m| - |n|$

D. $f(m, n) = m^2 + n^2$

E. $f(m, n) = m^2 - n^2$

- 6 对下面的每个函数 f , 回答以下问题:

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty), f(x) = 2^x, S = [1, 2]$

2. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = 2n + 1, S = \{2, 3\}$

3. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = |x|, S = \{0, 2\}$

4. $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}, f(n) = \langle n, n + 1 \rangle, S = \langle 2, 2 \rangle$

5. $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1], f(x) = \frac{2x+1}{4}, S = [0, \frac{1}{2}]$

- f 是否是单射、满射、或是双射的? 如果是双射的, 写出 f^{-1} .
- 写出 f 的象 $f[\text{dom}(f)]$ 和 f 在 S 上的原象 $f^{-1}[S]$.
- 关系 $R = \{\langle x, y \rangle | x, y \in \text{dom}(f) \wedge f(x) = f(y)\}$ 是一个在 $\text{dom}(f)$ 上的等价关系. 求 R .

7 已知 $f, g \in A_B$, 且 $f \cap g \neq \phi$ 。那么

1. $f \cap g$ 是函数吗?

2. $f \cup g$ 是函数吗?

如果是, 请证明。如果不是, 给出反例。