

1

P 表示今天很冷, Q 表示正在下雪.

(1) 将下列命题符号化:

如果正在下雪, 那么今天很冷.

今天很冷当且仅当正在下雪.

正在下雪的必要条件是今天很冷.

(2) 用自然语句叙述下列公式:

$\neg(P \wedge Q), \neg P \vee \neg Q, P \rightarrow Q, \neg P \vee Q, \neg\neg P, \neg P \setminus Q.$

解:

(1) $Q \rightarrow P$

$P \leftrightarrow Q$

$Q \rightarrow P$

(2) 今天不是既很冷又下雪.

今天不很冷或者没有下雪.

如果今天很冷, 那么正在下雪.

今天不很冷或者正在下雪.

今天并非不很冷.

今天不是很冷当且仅当正在下雪.

注意: “或”与“异或”是有区别的.

2 形式化下列命题:

- 如果苹果不见了, 要么是张三吃的, 要么是李四吃的.
- 张三会回家, 除非下雨了.
- 除非你陪着我或者帮我叫车, 否则我就不走了.
- 如果你走了, 我就会留下.

答:

- p: 苹果不见了 q: 张三吃了苹果 r: 李四吃了苹果

$$\neg p \rightarrow (q \oplus r)$$

- p: 下雨了 q: 张三回家

$$\neg p \rightarrow q$$

- p: 你陪着我 q: 你帮我叫车 r: 我走

$$(p \vee q) \leftrightarrow r$$

- p: 你走 q: 我留下

$$p \rightarrow q$$

3 判断下列语句是否是命题，若是命题请将其形式化：

- (1) $a+b$
- (2) $x>0$
- (3) “请进！”
- (4) 所有的人都是要死的，但有人不怕死。
- (5) 我明天或后天去苏州。
- (6) 我明天或后天去苏州的说法是谣传。
- (7) 我明天或后天去北京或天津。
- (8) 如果买不到飞机票，我哪儿也不去。
- (9) 只要他出门，他必买书，不管他余款多不多。
- (10) 除非你陪伴我或代我雇辆车，否则我不去。
- (11) 只要充分考虑一切论证，就可得到可靠见解；必须充分考虑一切论证，才能得到可靠见解。
- (12) 如果只有懂得希腊文才能了解柏拉图，那么我不了解柏拉图。
- (13) 不管你和他去不去，我去。
- (14) 侈而惰者贫，而力而俭者富。（韩非：《韩非子·显学》）
- (15) 骐骥一跃，不能十步；弩马十驾，功在不舍；锲而舍之，朽木不折；锲而不舍，金石可镂。（荀况：《荀子·劝学》）

答案：

- (1) $a+b$ 不是命题
- (2) $x>0$ 不是命题 (x 是变元)
- (3) “请进!” 不是命题
- (4) 所有的人都是要死的, 但有人不怕死。 是命题
可表示为 $p \wedge \neg q$, 其中 p : 所有的人都是要死的, q : 所有的人都怕死
- (5) 我明天或后天去苏州。 是命题
可表示为 $p \vee q$, 其中 p : 我明天去苏州; q : 我后天去苏州
- (6) 我明天或后天去苏州的说法是谣传。 是命题
可表示为 $\neg (p \vee q)$, 其中 p 、 q 同 (5)
- (7) 我明天或后天去北京或天津。 是命题
可表示为 $p \vee q \vee r \vee s$, 其中 p : 我明天去北京, q : 我明天去天津, r : 我后天去北京, s : 我后天去天津
- (8) 如果买不到飞机票, 我哪儿也不去。 是命题
可表示为 $\neg p \rightarrow \neg q$, 其中, p : 我买到飞机票, q : 我出去
- (9) 只要他出门, 他必买书, 不管他余款多不多。 是命题
可表示为 $(p \wedge q \rightarrow r) \wedge (\neg p \wedge q \rightarrow r)$ 或 $q \rightarrow r$, 其中 p : 他余款多, q : 他出门, r : 他买书
- (10) 除非你陪伴我或代我雇辆车子, 否则我不去。 是命题
可表示为 $(p \vee q) \leftrightarrow r$, 其中 p : 你陪伴我, q : 你代我雇车, r : 我去
- (11) 只要充分考虑一切论证, 就可得到可靠见解; 必须充分考虑一切论证, 才能得到可靠见解。 是命题
可表示为 $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ 或 $p \leftrightarrow q$, 其中 p : 你充分考虑了一切论证, q : 你得到了可靠见解
- (12) 如果只有懂得希腊文才能了解柏拉图, 那么我不了解柏拉图。 是命题
可表示为 $(q \rightarrow p) \rightarrow \neg q$, 其中 p : 我懂得希腊文, q : 我了解柏拉图
- (13) 不管你和他去不去, 我去。 是命题
可表示为 $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\neg p \rightarrow r) \wedge (\neg q \rightarrow r)$ 或 r , 其中 p : 你去, q : 他去, r : 我去
- (14) 侈而惰者贫, 而力而俭者富。(韩非:《韩非子•显学》) 是命题
可表示为 $((p \wedge q) \rightarrow r) \wedge ((\neg p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r)$, 其中 p : 你奢侈, q : 你懒惰, r : 你贫困
- (15) 骐骥一跃, 不能十步; 弩马十驾, 功在不舍; 锲而舍之, 朽木不折; 锲而不舍, 金石可镂。(荀况:《荀子•劝学》) 是命题
可表示为 $(p \rightarrow \neg q) \wedge (s \rightarrow r) \wedge (m \wedge \neg n \rightarrow \neg o) \wedge (m \wedge \neg n \rightarrow v)$, 其中 p : 骐骥一跃, q : 骐骥一跃十步, r : 弩马行千里, s : 弩马不断奔跑, m : 你雕刻, n : 你放弃, o : 将朽木折断, v : 金石可雕刻

4.下面那一项是正确的

- A 一个命题公式要么是永真式，要么是永假式
- B 一个命题公式要么是永真式，要么是可满足式
- C 一个命题公式要么是可满足式，要么是永假式
- D 一个命题公式要么是永假式，要么是不可满足式

C

5.

A 国有两种人，一种只说真话，一种只说假话。你来到 A 国想要前往 B 城，在一个二叉路口不知道应该向左走还是向右走。守卫路口的卫兵只允许你问一个问题，而且他只答“是”或“否”。你应该怎么发问才能知道要向左走还是向右走呢？

答案：

设p：你是说真话的；q：我应当向右走

你应当问： $p \leftrightarrow q$ ？

当回答“是（真）”，你选择向右走；当回答“不（假）”时，你选择向左走。因为

$p \leftrightarrow q$ 真，当且仅当p真且q真（士兵说真话且应当向右走）

或p假且q假（士兵说假话且应当向左走）

$p \leftrightarrow q$ 假，当且仅当p真且q假（士兵说真话且应当向左走）

或p假且q假（士兵说假话且应当向右走）