1 设其中有 n_1 个度为 1 的结点,则有:

$$n = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

由树的定义,边数满足:

$$m = n - 1$$

由边数与点度和的关系:

$$2m = \sum_{i=1}^{k} i n_i$$

综上解得

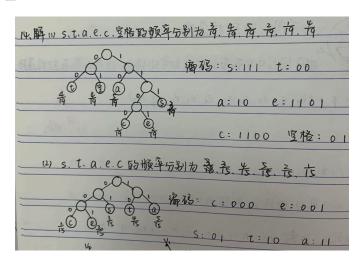
$$n_1 = \sum_{i=2}^{k} (i-2)n_i + 2$$

2 证明: W.L.O.G. 假设树中一最长道路 P 的端点 u 非树叶,则:

$$d(u) \leq 2$$

则端点 u 至少有两个邻点,设为 p, q. 若 p, q 均在道路 P 上,则 p, q, u 三点间存在回路,与树的性质矛盾;若 p, q 中有一点不在道路 P 上,则与最长道路性质矛盾。故树中最长道路的端点必为树叶。

3 注:此题应写出构建 Huffman 的过程。此题的另一种理解是(1)问不计算空格,(2)问计算空格,亦合理。



4 注:此题应注明所使用的算法和简要过程。边 v_4v_8 换成 v_1v_4 亦可。

