
1 指出下列谓词公式中的量词及其辖域, 指出各自由变元和约束变元, 并回答它们是否是合式公式:

- (1) $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \wedge R$ (R 为命题常项)
- (2) $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\exists x)S(x) \rightarrow T(x)$
- (3) $P(x) \rightarrow ((\forall y)(\exists x)(P(x) \wedge B(x, y)) \rightarrow P(x))$

2 用谓词公式将下列语句形式化:

- (1) 高斯是数学家, 但不是文学家。
- (2) 没有一个奇数是偶数。
- (3) 一个数既是偶数又是质数, 当且仅当该数为2。
- (4) 发亮的东西不都是金子。
- (5) 如果一个人不相信其他所有人, 那么他也就不可能得到其他人的信任。
- (6) 谁要是游戏人生, 他就一事无成; 谁不能主宰自己, 他就是一个奴隶。(歌德)

3 证明

- (1) $(\exists x)P(x) \rightarrow (\forall x)Q(x) \Rightarrow (\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$
- (2) $(\exists x)(\exists y)(P(x) \rightarrow Q(y)) = (\forall x)P(x) \rightarrow (\exists y)Q(y)$
- (3) $(\forall x)(\forall y)(P(x) \rightarrow Q(y)) = (\exists x)P(x) \rightarrow (\forall y)Q(y)$

4 求下列各式的前束范式及Skolem标准形(只含 \forall):

- (1) $\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)Q(y))$
- (2) $\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)Q(y))$
- (3) $(\forall x)(\forall y)((\exists z)P(x, y, z) \leftrightarrow (\exists z)Q(x, y, z))$
- (4) $(\exists x)(\neg(\exists y)P(x, y) \rightarrow ((\exists z)Q(z) \rightarrow R(x)))$

5 证明下列命题推得的结论有效：

- (1) 只要今天天气不好，就一定有考生不能提前进入考场；当且仅当所有考生提前进入考场，考试才能准时进行。故若考试准时进行，那么天气就好。
- (2) 凡15的倍数都是3的倍数，凡15的倍数都是5的倍数，所以有些5的倍数是3的倍数。