

姓名 _____ 学号 _____ 成绩 _____

一. (12 分) 单项选择题

1. 若集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{a, b, \{a, b\}\}$, 则_____
 - A. $A \in B$, 但 $A \not\subset B$
 - B. $A \subset B$, 且 $A \in B$
 - C. $A \subset B$, 但 $A \notin B$
 - D. $A \not\subset B$, 且 $A \notin B$
2. 假设集合 $A \subseteq B$, C 是任意一个集合, 则以下_____不一定成立
 - A. $C \times A \subseteq C \times B$
 - B. $\cap A \subseteq \cap B$
 - C. $C \cap A \subseteq C \cap B$
 - D. $A - B \subseteq B - A$
3. 设集合 $A = \{a\}$, 下式不成立的是_____
 - A. $\{a\} \in PP(A)$
 - B. $\{\emptyset\} \subseteq PP(A)$
 - C. $\{\emptyset, \{a\}\} \in PP(A)$
 - D. $\{\emptyset, \{a\}\} \subseteq PP(A)$
4. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 上的二元关系 $R = \{\langle a, b \rangle \mid a, b \in A \wedge a + b = 8\}$, 则 R 具有的性质为_____
 - A. 自反的
 - B. 对称的
 - C. 对称和传递的
 - D. 反自反和传递的
5. 如果 R_1 和 R_2 是 A 上的自反关系, 则 $R_1 \cup R_2, R_1 \cap R_2, R_1 - R_2$ 中自反关系有_____个
 - A. 0
 - B. 1
 - C. 2
 - D. 3
6. $f \circ g \circ h$ 是双射, 那么一定有_____
 - A. f 是单射, h 是满射
 - B. g 是满射, h 是单射
 - C. f 是满射, h 是单射
 - D. f 是单射, g 是单射

二. (12 分) 填空题

1. 设集合 $A = \{\{1\}, \{2\}, 1, 2\}$, $B = \{1, 2, \{1, 2\}\}$, 则 $A \oplus B =$ _____

2. A, B 为集合, 化简 $A \cup ((B - A) - B) =$ _____

3. 设集合 $A = \{a, b, c\}$, A 上的二元关系

$$R = \{\langle a, b \rangle, \langle c, a \rangle\}, S = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle c, c \rangle\}$$

则 $(R \circ S)^{-1} =$ _____

4. 关系 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle\}$, 则 $st(R)$ 为_____ (其中 $s(R)$ 为 R 的对称闭包, $t(R)$ 为 R 的传递闭包)

5. 设集合 $A = \{1, 2\}, B = \{a, b\}$, 那么集合 A 到 B 的双射函数是_____

6. 设 f, g, h 是实数集上的函数, $f(x) = x^2 + x, g(x) = x + 4, h(x) = \frac{x}{3}$, 则 $h \circ f \circ g =$ _____

三. (5 分) 证明: $(A \oplus B) \times C = (A \times C) \oplus (B \times C)$

四. (5 分) 求 1 到 250 之间能被 2、3、5 中任何一个整除的整数的个数。

- 五. (5 分) 设 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $\leq_A = I_A \cup \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle a, e \rangle, \langle b, e \rangle, \langle c, e \rangle, \langle d, e \rangle\}$, 给出 $\langle A, \leq_A \rangle$ 的哈斯图, 并指出极小元、极大元、最小元、最大元、下界、上界、下确界、上确界。

- 六. (5 分) 设 $A = \{1, 2, \dots, 20\}$, $R = \{\langle x, y \rangle \mid x, y \in A \wedge x \equiv y \pmod{5}\}$ 。证明 R 是 A 上的等价关系, 并求商集 A/R 。

- 七. (6 分) 若非空集合 A 上的二元关系 R 和 S 是偏序关系, 试证明: $R \cap S$ 也是 A 上的偏序关系。