姓名____________________ 学号____________________ 成绩__________

1 不定项选择题 (每题 3 分)

注：全部选对得 3 分，少选且正确得 1 分，错选不得分

1. 下面不是永假式的是BDE(注：$\oplus$ 为异或)
   (A) $(\boldsymbol{p} \oplus \boldsymbol{q}) \wedge (\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q})$
   (B) $(\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}) \to \boldsymbol{T}$
   (C) $\neg(\boldsymbol{p} \vee \boldsymbol{q}) \wedge (\boldsymbol{q} \vee \boldsymbol{p})$
   (D) $\boldsymbol{p} \vee \neg \boldsymbol{p}$
   (E) $\boldsymbol{p} \oplus \neg \boldsymbol{p}$

2. 下列集合中，是完备集的是ABD
   (A) $\{\neg, \wedge\}$
   (B) $\{\neg, \to\}$
   (C) $\{\neg, \leftrightarrow\}$
   (D) $\{\uparrow\}$
   (E) $\{\wedge, \vee\}$

3. 下列等值式不正确的是C
   (A) $\neg(\forall x)A = (\exists x)\neg A$
   (B) $(\forall x)(B \to A(x)) = B \to (\forall x)A(x)$
   (C) $(\exists x)(A(x) \wedge B(x)) = (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$
   (D) $(\forall x)(\forall y)(A(x) \to B(y) = (\exists x)A(x) \to (\forall y)B(y)$
   (E) $\neg(\exists x)(\exists y)(F(x) \wedge F(y) \wedge \neg G(x,y)) = (\forall x)(\forall y)(F(x) \wedge F(y) \to G(x,y))$ (P71)

4. 定义如下命题：
   i. $F(x)$: x 是女性
   ii. $S(x)$: x 是学生
   iii. $K(x,y)$: x 认识 y

   则对命题“Jack 认识每一个女生”的正确的形式化为BCD
   (A) $\forall x(K(\text{Jack}, x) \to F(x) \wedge S(x))$
   (B) $\neg\exists x(F(x) \wedge S(x) \wedge \neg K(\text{Jack}, x))$
   (C) $\forall x(\neg F(x) \vee \neg S(x) \vee K(\text{Jack}, x))$
   (D) $\forall x((F(x) \wedge S(x)) \to K(\text{Jack}, x))$
   (E) $\neg\exists x(F(x) \wedge S(x) \wedge K(\text{Jack}, x))$

5. 设 $B(x,y)$ 表示命题："y 是 x 的朋友". 下列选项哪个表示了命题："每一个人都有且仅有一个朋友" CE

(A) $\forall x\exists y\forall z((B(x,y)\land B(x,z))\to(y=z))$

(B) $\forall x\exists y\exists z(((x\neq y)\to B(x,y))\land((x\neq z)\to\neg B(x,z)))$

(C) $\forall x\exists y(B(x,y)\land\forall z((z\neq y)\to\neg B(x,z)))$

(D) $\exists x\forall y(B(x,y)\land\forall z((z\neq y)\to\neg B(x,z)))$

(E) $\forall x\exists y\forall z((B(x,y)\land(B(x,z)\to(y=z))))$

2 填空题（每题 2 分）

1. 设 p,r 为真命题，q,s 为假命题，则复合命题 $(p\to q)\leftrightarrow(\neg r\to s)$ 的真值为 F

2. 公式 $P\land(F\lor(\neg P\land Q))$ 的对偶式为 $P\lor(T\land(\neg P\lor Q))$

3. 将 $\neg p\land(\neg q\land r)$ 化成等值的并且仅含 $\uparrow$ 联结词的公式为

   $((p\uparrow p)\uparrow(((q\uparrow q)\uparrow r)\uparrow((q\uparrow q)\uparrow r)))\uparrow((p\uparrow p)\uparrow(((q\uparrow q)\uparrow r)\uparrow((q\uparrow q)\uparrow r)))$

4. 已知命题公式 $G=\neg(P\to Q)\land R$, 则 G 的主析取范式是 $P\land\neg Q\land R$ 或 $\bigvee_5$

5. $\forall x((\exists yP(x,y)\to\forall yR(y))\to(\exists zQ(z)\to S(x)))$ 的 Skolem 标准形 (仅保留全称量词的前束形) 是

   $\forall x\forall z((P(x,f(x))\land\neg R(g(x)))\lor\neg Q(z)\lor S(x))$

3 解答题（每题 5 分）

1. 已知：$\{\neg p\land q, r\to p, \neg r\to s, s\to t\}$, 求证：$t$

证明：

1.	$\neg p\land q$	Primise
2.	$r\to p$	Primise
3.	$\neg r\to s$	Primise
4.	$s\to t$	Primise
5.	$\neg p$	Simplification, 1
6.	$\neg r$	Modus Tollens, 5, 2
7.	s	Modus Ponens, 6, 3
8.	t	Modus Ponens, 7, 4

……………………………………………………………………5 分

2. 证明：$(\neg(P\to Q)\to\neg(R\lor S))\land((Q\land\neg P)\to\neg R)\land R\Rightarrow(P\leftrightarrow Q)$

证明： 运用反证法证明：

建立子句集 $S=\{\neg(P\to Q)\to\neg(R\lor S),((Q\land\neg P)\to\neg R),R,\neg(P\leftrightarrow Q)\}$ ……………………1 分

证明过程

(1) $\neg(P\leftrightarrow Q)$

(2) $((Q \wedge \neg P) \to \neg R)$

(3) R

(4) $\neg(P \to Q) \to \neg(R \vee S)$

(5) $(Q \to P) \to \neg(P \to Q)$ (1)

(6) $R \to \neg(Q \wedge \neg P)$ (2)

(7) $\neg(Q \wedge \neg P)$ (3)(6)

(8) $Q \to P$ (7)

(9) $\neg P \to Q$ (8)

(10) $\neg(R \vee S)$ (4)(8)

(11) $\neg R$

(12) 矛盾 (3)(11)

得出矛盾，证毕。……………………………………………………………………5 分

3. 证明：$(\forall x(W(x) \to Q(x))) \wedge (\exists x(R(x) \wedge S(x))) \wedge (\forall x(R(x) \wedge \neg Q(x))) \Rightarrow \exists x(S(x) \wedge \neg W(x))$

证明：

(1) $\forall x(W(x) \to Q(x))$

(2) $\exists x(R(x) \wedge S(x))$

(3) $\forall x(R(x) \wedge \neg Q(x))$

(4) $W(x) \to Q(x)$ (1) 全称量词消去

(5) $R(a) \wedge S(a)$ (2) 存在量词消去

(6) $R(x) \wedge \neg Q(x)$ (3) 存在量词消去

(7) $\neg Q(x) \to \neg W(x)$ (4)

(8) $\neg Q(x)$ (6)

(9) $\neg W(x)$ (7)(8)

(10) $S(a)$ (5)

(11) $S(a) \wedge \neg W(x)$ (9)(10)

(12) $\exists x(S(x) \wedge \neg W(x)$ (11) 存在量词引入

……………………………………………………………………5 分

4. 任何人如果他喜欢美术，他就不喜欢体育。每个人或喜欢体育，或喜欢音乐，有的人不喜欢音乐，因而有的人不喜欢美术。

要求：将自然语言形式化，用谓词逻辑表达上述已知条件，再证明。

答： 自然语言形式化：$P(x)$：x 喜欢美术；$Q(x)$：x 喜欢体育；$R(x)$：x 喜欢音乐。论域：人。待证命题：$\exists x(P(x))$。……………………………………………………………………1 分

谓词逻辑表达已知条件：

已知：

(1) $\forall x(P(x) \to \neg Q(x))$

(2) $\forall x(Q(x) \wedge R(x))$

(3) $\exists x(\neg R(x))$

....2 分 证明：

(4) $\neg R(a)$ (3)

(5) $Q(a) \wedge R(a)$ (2)

(6) $Q(a)$ (4)(5)

(7) $P(a) \to \neg Q(a)$ (1)

(8) $\neg P(a)$ (6)(7)

(9) $\exists x(P(x))$

得证。..5 分

5. 张三说李四在说谎，李四说王五在说谎，王五说张三和李四都在说谎。问张三、李四、王五三人，到底谁在说真话，谁说假话?

要求：将自然语言形式化，用命题逻辑表达上述推理前提，再运用推理演算求解。

答： 自然语言形式化：P：张三说真话；Q：李四说真话；R：王五说真话 ....1 分

已知：

(1) $P \leftrightarrow \neg Q$

(2) $Q \leftrightarrow \neg R$

(3) $R \leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$

....2 分

则

(4) $\neg P \leftrightarrow Q$ （摩根律）

(5) $R \leftrightarrow (Q \wedge \neg Q)$ (3)(4)

(6) $R = F$ (5)

(7) $Q = T$ (6)

(8) $P = F$ (7)

....4 分

综上，张三、王五说假话，李四说真话。..5 分