

1 不定项选择题 (每题 3 分)

1. 下面不是永假式的是 (注: \oplus 为异或)

- (A) $(p \oplus q) \wedge (p \wedge q)$
- (B) $(p \wedge q) \rightarrow T$
- (C) $\neg(p \vee q) \wedge (q \vee p)$
- (D) $p \vee \neg p$
- (E) $p \oplus \neg p$

2. 下列集合中, 是完备集的是

- (A) $\{\neg, \wedge\}$
- (B) $\{\neg, \rightarrow\}$
- (C) $\{\neg, \leftrightarrow\}$
- (D) $\{\uparrow\}$
- (E) $\{\wedge, \vee\}$

3. 下列等值式不正确的是

- (A) $\neg(\forall x)A = (\exists x)\neg A$
- (B) $(\forall x)(B \rightarrow A(x)) = B \rightarrow (\forall x)A(x)$
- (C) $(\exists x)(A(x) \wedge B(x)) = (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$
- (D) $(\forall x)(\forall y)(A(x) \rightarrow B(y)) = (\exists x)A(x) \rightarrow (\forall y)B(y)$
- (E) $\neg(\exists x)(\exists y)(F(x) \wedge F(y) \wedge \neg G(x, y)) = (\forall x)(\forall y)(F(x) \wedge F(y) \rightarrow G(x, y))$

4. 定义如下命题:

- i. $F(x)$: x 是女性
- ii. $S(x)$: x 是学生
- iii. $K(x, y)$: x 认识 y

则对命题 “Jack 认识每一个女生” 的正确形式化为

- (A) $\forall x(K(\text{Jack}, x) \rightarrow F(x) \wedge S(x))$
- (B) $\neg \exists x(F(x) \wedge S(x) \wedge \neg K(\text{Jack}, x))$
- (C) $\forall x(\neg F(x) \vee \neg S(x) \vee K(\text{Jack}, x))$
- (D) $\forall x((F(x) \wedge S(x)) \rightarrow K(\text{Jack}, x))$
- (E) $\neg \exists x(F(x) \wedge S(x) \wedge K(\text{Jack}, x))$

5. 设 $B(x, y)$ 表示命题: “ y 是 x 的朋友”. 下列选项哪个表示了命题: “每一个人都有一且仅有一个朋友”

- (A) $\forall x \exists y \forall z ((B(x, y) \wedge B(x, z)) \rightarrow (y = z))$
 (B) $\forall x \exists y \exists z (((x \neq y) \rightarrow B(x, y)) \wedge ((x \neq z) \rightarrow \neg B(x, z)))$
 (C) $\forall x \exists y (B(x, y) \wedge \forall z ((z \neq y) \rightarrow \neg B(x, z)))$
 (D) $\exists x \forall y (B(x, y) \wedge \forall z ((z \neq y) \rightarrow \neg B(x, z)))$
 (E) $\forall x \exists y \forall z ((B(x, y) \wedge (B(x, z) \rightarrow (y = z))))$

2 填空题（每题 2 分）

1. 设 p, r 为真命题, q, s 为假命题, 则复合命题 $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg r \rightarrow s)$ 的真值为 _____
2. 公式 $P \wedge (F \vee (\neg P \wedge Q))$ 的对偶式为 _____
3. 将 $\neg p \wedge (\neg q \wedge r)$ 化成等值的并且仅含 \uparrow 联结词的公式为 _____
4. 已知命题公式 $G = \neg(P \rightarrow Q) \wedge R$, 则 G 的主析取范式是 _____
5. $\forall x((\exists y P(x, y) \rightarrow \forall y R(y)) \rightarrow (\exists z Q(z) \rightarrow S(x)))$ 的 Skolem 标准形 (仅保留全称量词的前束形) 是 _____

3 解答题（每题 5 分）

1. 已知: $\{\neg p \wedge q, r \rightarrow p, \neg r \rightarrow s, s \rightarrow t\}$, 求证: t
2. 证明: $(\neg(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(R \vee S)) \wedge ((Q \wedge \neg P) \rightarrow \neg R) \wedge R \Rightarrow (P \leftrightarrow Q)$

3. 证明: $(\forall x(W(x) \rightarrow Q(x))) \wedge (\exists x(R(x) \wedge S(x))) \wedge (\forall x(R(x) \wedge \neg Q(x))) \Rightarrow \exists x(S(x) \wedge \neg W(x))$

4. 任何人如果他喜欢美术, 他就不喜欢体育。每个人或喜欢体育, 或喜欢音乐, 有的人不喜欢音乐, 因而有的人不喜欢美术。

要求: 将自然语言形式化, 用谓词逻辑表达上述已知条件, 再证明。

5. 张三说李四在说谎, 李四说王五在说谎, 王五说张三和李四都在说谎。问张三、李四、王五三人, 到底谁在说真话, 谁说假话?

要求: 将自然语言形式化, 用命题逻辑表达上述推理前提, 再运用推理演算求解。