



$$w = \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i x_i.$$

Dual problem :  $\downarrow$

$$D(\alpha) = \frac{1}{2} \| \underline{w} \|_2^2 + \sum_{i=1}^n \alpha_i (1 - y_i w^T x_i).$$

$$= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i x_i \right)^T \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i x_i \right) + \sum_{i=1}^n \alpha_i - \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i x_i \right)^T \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i x_i \right)$$

$$= \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i x_i \right)^T \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i x_i \right)$$

$$= \sum_{i=1}^n \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \alpha_i \alpha_j (y_i y_j x_i^T x_j).$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n. \quad \mathbf{1}_n = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n.$$

$$K_{ij} = y_i y_j \cdot x_i^T x_j.$$

$$= \alpha^T \mathbf{I}_n - \frac{1}{2} \alpha^T \mathbf{K} \alpha, \quad \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

$$\left( \sum_{i,j=1}^n \alpha_i \alpha_j K_{ij} = \alpha^T \mathbf{K} \alpha. \right)$$

$$K_{ij} = (y_i x_i)^T (y_j x_j).$$