



计算机视觉与模式识别 (CVPR)

课程实验——相机标定

西安交通大学人工智能学院

辅导教师：姚慧敏 办公室：科学馆347

Email: hmyao267@mail.xjtu.edu.cn

目录

- 一. 实验目的
- 二. 实验环境与器材
- 三. 实验原理
- 四. 实验步骤及要求
- 五. 实验报告

一、实验目的

1. 掌握针孔相机成像原理，了解相机的内外参数与畸变参数；
2. 掌握张氏相机标定方法的基本原理与标定过程；
3. 熟悉相机标定编程工具，完成实验任务要求。

二、实验环境与器材（1/4）

- 实验环境：编程语言不限

- Matlab:

Camera Calibration Toolbox for Matlab

网址: http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/

- Python、c++: opencv

`cv2.findChessboardCorners`

`cv2.calibrateCamera`



二、实验环境与器材（2/4）

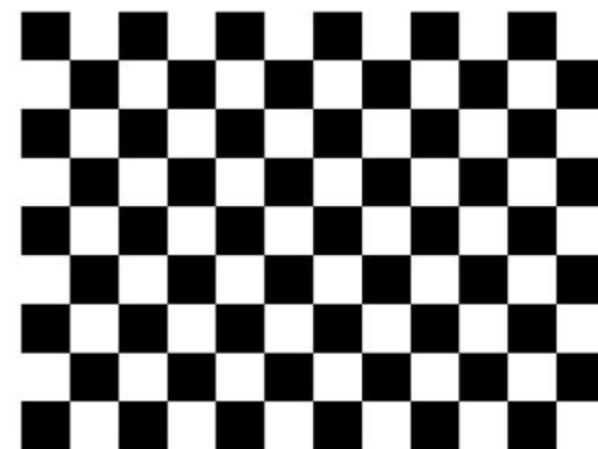
- 实验器材：计算机、定焦相机、平面棋盘格



工业相机



镜头



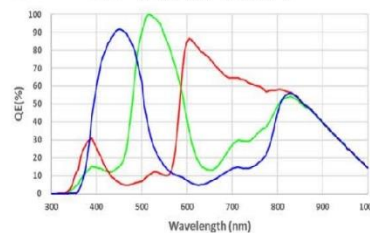
标定板

环境 与 器材 (3/4)

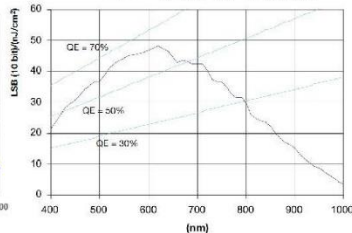
型号: WP-US200 / WP-US200M, 200 万像素相机

相机型号	WP-US200 彩色	WP-US200M 黑白
传感器型号	TBD	
快门类型	卷帘快门	
传感器尺寸	1/1.8 英寸 (7.2mm x 5.4mm)	
像元尺寸	3.8 微米	
曝光时间	57μs ~ 1 秒 16ms	
分辨率/帧率	1920 X 1080 (MAX) 92 帧/秒 任意尺寸 ROI	
信噪比	39db	41db
光谱响应	390~650nm	390~1050nm
ADC 精度	10Bit	
触发方式	硬件触发 / 软件触发	
输出图像格式	Raw8、Raw12 (原始图像) BayerGB8、BayerGB12 Mono8、Mono12	
拍照支持格式	RAW、BMP、JPEG、PNG	
外形尺寸	29×29×29mm (不包含镜头座)	
重量	< 45 克	
镜头接口	C 接口	
执行标准	CE、GenICam、USB3.0 Vision、IP30、RoHS	

WP-US200 光谱响应曲线图

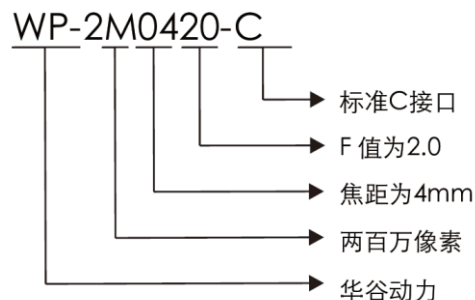


WP-US200M 光谱响应曲线图



序号	型号	焦距 (mm)	光圈范围	工作距离 (mm)	滤镜安装	畸变	重量 (g)	搭配芯片	视场角度 (水平 * 垂直 * 对角)		
1	WP-2M0420-C	4	2.0~16	100-∞	M30.5*P0.5	<1.6%	82	1/1.8"	84.4°	68.6°	97.2°
								1/2.5"	71.4°	56.3°	83.7°
								1/3"	62.2°	48.6°	74.0°
2	WP-2M0620-C	6	2.0~16	100-∞	M27*P0.5	<1.2%	62	1/1.8"	60.0°	47.3°	71.8°
								1/2.5"	49.0°	37.4°	59.2°
								1/3"	42.4°	32.1°	51.5°
3	WP-2M0814-C	8	1.4~16	100-∞	M27*P0.5	<0.8%	78	1/1.8"	47.5°	36.9°	57.8°
								1/2.5"	38.3°	29.0°	46.8°
								1/3"	33.8°	24.7°	41.0°
								2/3"	55.4°	47.1°	68.6°
4	WP-2M1214-C	12	1.4~16	100-∞	M27*P0.5	<0.9%	57	1/1.8"	34.2°	26.2°	42.2°
								1/2.5"	27.4°	20.4°	33.7°
								1/3"	23.0°	17.3°	28.6°
								2/3"	40.1°	33.7°	50.7°
5	WP-2M1614-C	16	1.4~16	100-∞	M27*P0.5	<0.8%	46	1/1.8"	26.2°	20.0°	32.5°
								1/2.5"	20.8°	15.7°	25.9°
								1/3"	17.6°	13.3°	21.9°
								2/3"	30.8°	25.8°	39.4°

命名规则



F 值表示镜头的最大光圈

搭配原则：小尺寸靶面的 CCD 可使用对应规格更大的镜头，反之则不行。

二、实验环境与器材（4/4）

相机型号

规格参数	WP-US130M	WP-US200M	WP-UT030M	WP-UT050M	WP-UT130M
传感器尺寸	1/2.7英寸	1/1.8英寸	1/4英寸	1/3.6英寸	1/2英寸
像元尺寸	4.0um	3.8um	4.8um	4.8um	4.8um
分辨率	1280×1024	1920×1080	640×480	800×600	1280×1024
帧率	213 f/s	92 f/s	815 f/s	545 f/s	210 f/s

镜头型号

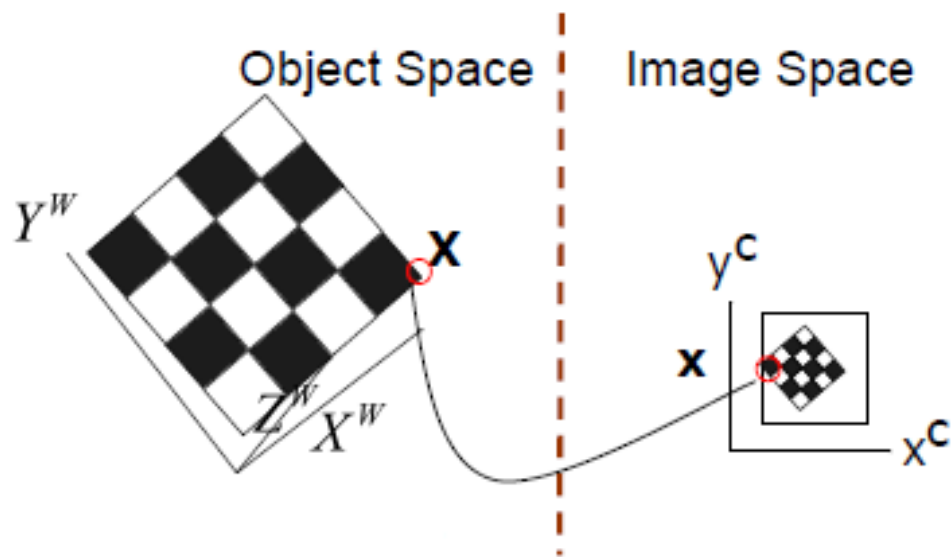
规格参数	WP-2M0420-C	WP-2M0620-C	WP-2M0814-C	WP-2M1214-C	WP-2M1614-C
焦距	4mm	6mm	8mm	12mm	16mm
支持的最大相机靶面	1/2英寸	1/2英寸	2/3英寸	2/3英寸	2/3英寸

棋盘格：1) 30mm, 9×12 2) 35mm, 9×12 3) 45mm, 9×12

三、实验原理 (1/4)

张氏标定法:

ICCV Zhang' 99: "Flexible Calibration by Viewing a Plane From Unknown Orientations"



$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \equiv K \begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix} \mathbf{X}_w = K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$= K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

三、实验原理 (2/4)

从单应矩阵H中估计相机内参和外参：

$$K = \begin{bmatrix} s_x & \alpha & t_u \\ 0 & s_y & t_v \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = [h_1 \quad h_2 \quad h_3] = \lambda K [r_1 \quad r_2 \quad t] \Rightarrow \begin{cases} h_1^T K^{-T} K^{-1} h_2 = 0 \\ h_1^T K^{-T} K^{-1} h_1 = h_2^T K^{-T} K^{-1} h_2 \end{cases} \Rightarrow Vb = \vec{0}$$

$$r_1 = \frac{1}{\lambda} K^{-1} h_1, \quad r_2 = \frac{1}{\lambda} K^{-1} h_2, \quad r_3 = r_1 \times r_2, \quad t = \frac{1}{\lambda} K^{-1} h_3$$

求解相机的畸变参数——径向畸变

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= x + x \left[k_1 (x^2 + y^2) + k_2 (x^2 + y^2)^2 + k_3 (x^2 + y^2)^3 \right] \\ \tilde{y} &= y + y \left[k_1 (x^2 + y^2) + k_2 (x^2 + y^2)^2 + k_3 (x^2 + y^2)^3 \right] \end{aligned} \quad \begin{cases} x = u - u_0 \\ y = v - v_0 \end{cases}$$

三、实验原理 (3/4)

求解相机的畸变参数——径向畸变

$$\begin{bmatrix} (u-u_0)(x^2+y^2) & (u-u_0)(x^2+y^2)^2 \\ (v-v_0)(x^2+y^2) & (v-v_0)(x^2+y^2)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{u}-u \\ \tilde{v}-v \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \equiv H \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{k} = (D^T D)^{-1} D^T d$$

求解相机的畸变参数——切向畸变

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= x + \left[2p_1xy + p_2(r^2 + 2x^2) \right] \\ \tilde{y} &= y + \left[p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2xy \right] \end{aligned}$$

$$\vec{p} = (D_p^T D_p)^{-1} D_p^T d$$

三、实验原理（4/4）

非线性最小二乘法——Levenberg-Marquardt-LM优化

$$S(K, \vec{k}, \vec{p}, R, t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left\| x_{ij} - f(K, \vec{k}, \vec{p}, R_i, t_i, X_j) \right\|^2$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial \beta_1} & \frac{\partial y_1}{\partial \beta_2} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial \beta_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial \beta_1} & \frac{\partial y_2}{\partial \beta_2} & \cdots & \frac{\partial y_2}{\partial \beta_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial \beta_1} & \frac{\partial y_m}{\partial \beta_2} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial \beta_n} \end{bmatrix}$$

目标函数： $S(\beta) = \sum_{i=1}^m \|y_i - f(x_i, \beta)\|^2$

使S最小时：

$$(J^T J) \delta = J^T [\vec{y} - F(\beta)]$$

一阶Jacobi矩阵近似： $f(x_i, \beta + \delta) \approx f(x_i, \beta) + J_i \delta$

加入阻尼系数，得到：

目标函数S的周边信息： $S(\beta + \delta) \approx \|\vec{y} - F(\beta) - J\delta\|^2$

$$(J^T J + \lambda I) \delta = J^T [\vec{y} - F(\beta)]$$

阻尼因子 λ 大时，接近最速下降法； λ 小时，接近高斯-牛顿法，收敛快。

四、实验步骤及要求 (1/6)

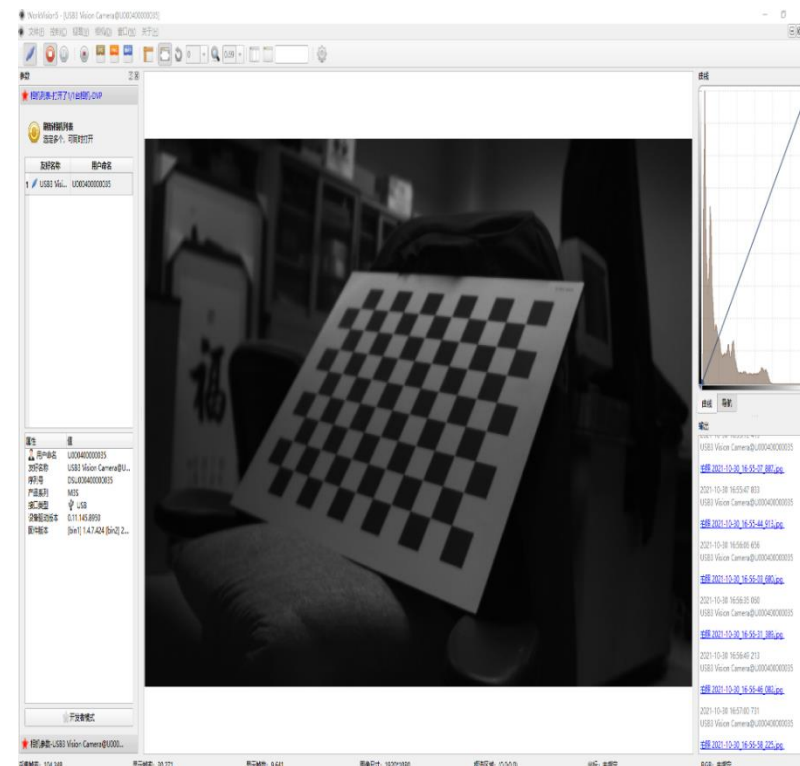
1. 安装相机驱动，采集若干棋盘格图片

📁 UT and GE_DriverV2.1.6

📁 WorkVision5_driver (WP-UFV-US-GS-UC)

🖼️ UT and GE_DriverV2.1.6

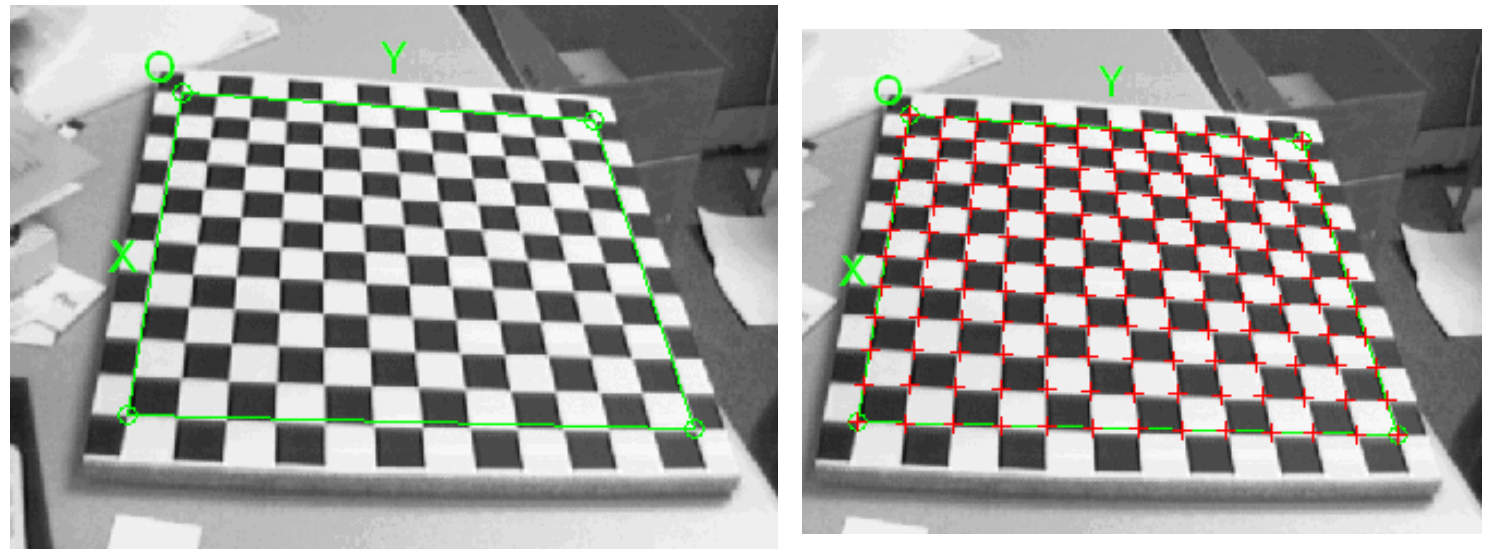
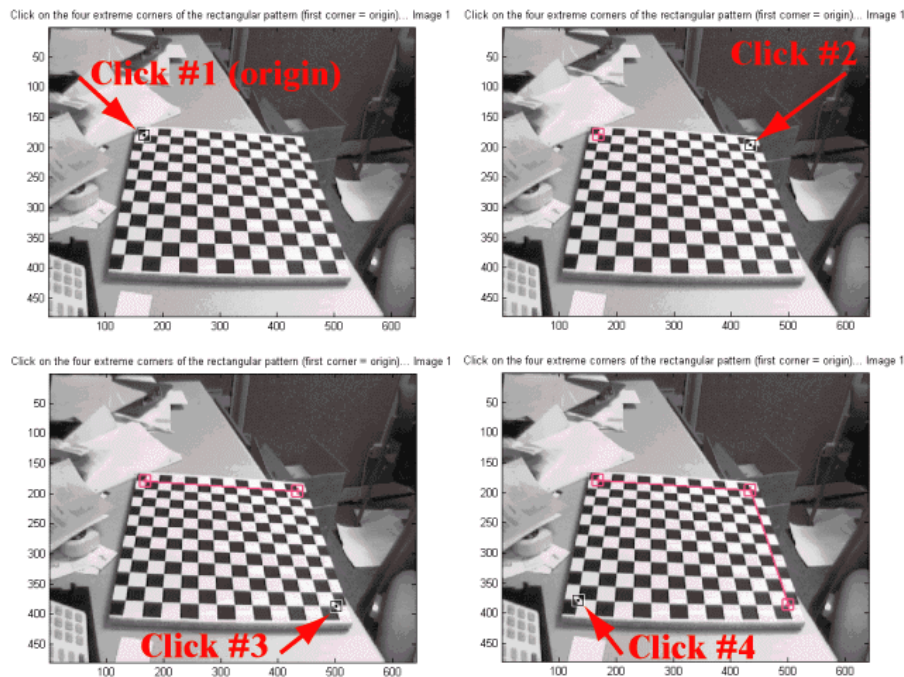
🖼️ WorkVision5_driver (WP-UFV-US-GS-UC)



要求： 采集10张以上棋盘格不同位姿的图片；

四、实验步骤及要求 (2/6) **calib.m**

2. 棋盘格角点检测



角点——像素坐标(u,v): x_1, x_2, \dots ; 世界坐标($x,y,0$): X_1, X_2, \dots

要求: 1) 观测参数对角点检测的影响; 2) 注意角点检测的数量和准确率;

四、实验步骤及要求 (3/6)

3. 求解单应性矩阵——compute_homography.m



function [H,Hnorm,inv_Hnorm] = compute_homography(m,M)

INPUT: m: homogeneous coordinates in the image plane (3xN matrix)

M: homogeneous coordinates in the plane in 3D (3xN matrix)

OUTPUT: H: Homography matrix (3x3 homogeneous matrix)

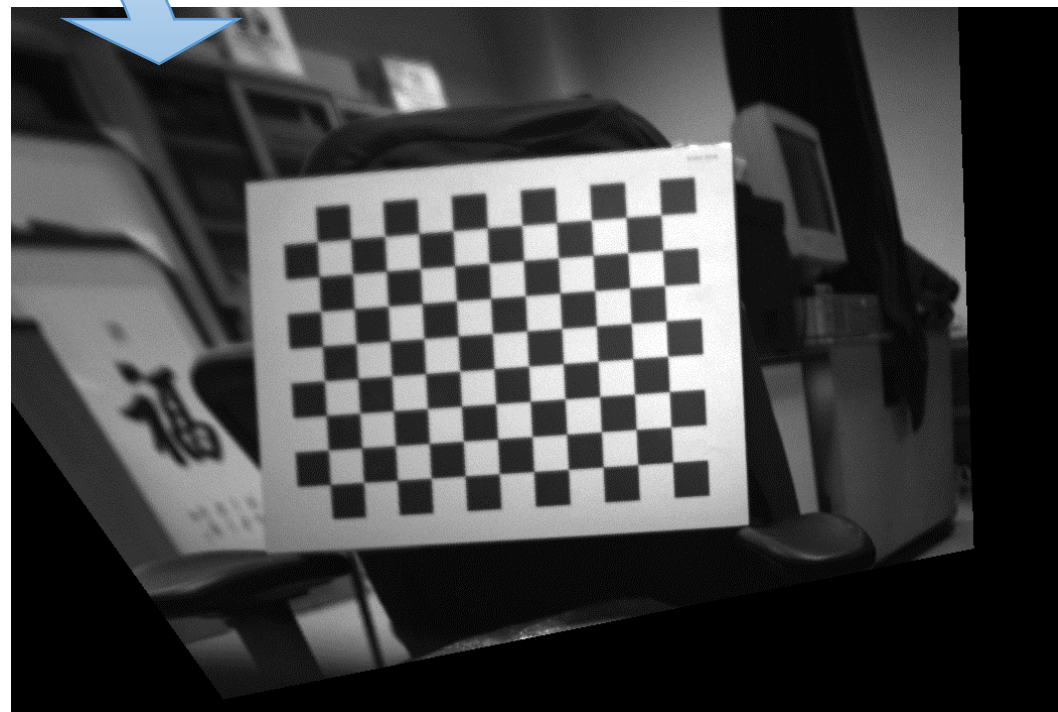
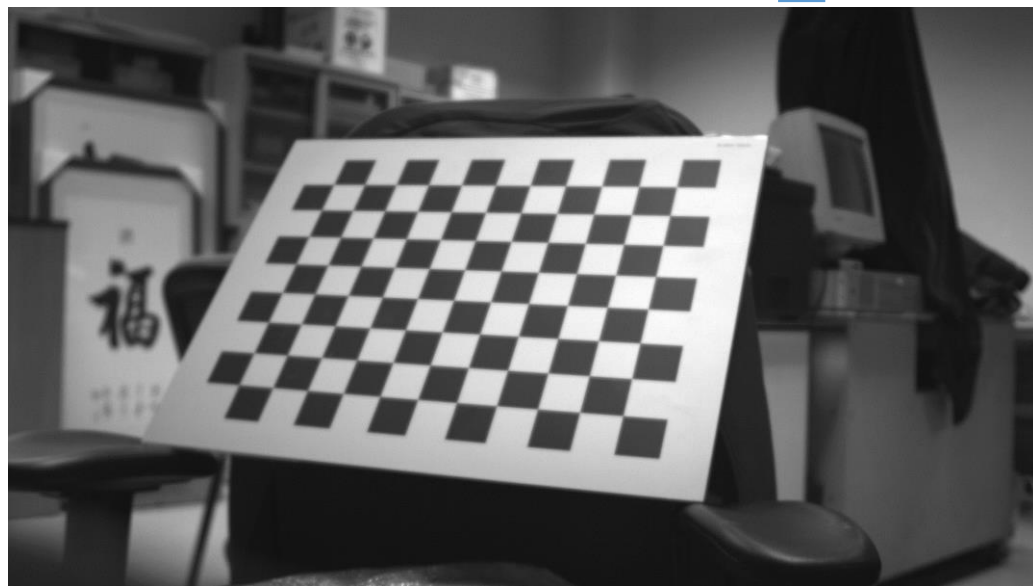
Hnorm: Normalization matrix used on the points before homography computation
(useful for numerical stability is points in pixel coordinates)

inv_Hnorm: The inverse of Hnorm

四、实验步骤及要求 (4/6)

3. 求解单应性矩阵——实验要求

$\text{Inv}(H)$



四、实验步骤及要求 (5/6)

4. 估计理想无畸变的情况下，相机的内参和外参。

1) 初始化内参: `init_intrinsic_param.m`

要求: 1)运行代码，计算出初始化的内参矩阵;

2)指出该代码中理想无畸变情况下，内参的约束条件;

2) 计算外参: `comp_ext_calib.m` 计算外参的主函数，对所有图像计算外参

`compute_extrinsic_init.m` 计算每幅图外参矩阵的初值

`compute_extrinsic_refine.m` 对初始外参矩阵进行优化

四、实验步骤及要求 (6/6)

5. 用LM优化算法，优化估计，提升精度

优化代码： go_calib_optim_iter.m

重投影函数： project_points2.m

要求： 1)了解Jacobi矩阵的计算过程以及参数的优化过程；
2)解释五个畸变参数的含义；
3)调整阻尼因子，观察收敛速度(或迭代次数)；
4)利用校正后的参数，wrap棋盘格图片，分析结果；
5)(选做)修改代码估计相机的倾斜因子alpha和畸变参数k(5)；

五、实验报告

1. 两周之内提交
2. 页数：纸质版4~6页，电子版不限
将采集的图片和实验报告打包提交到网盘
每组至少提交一份实验报告、注明小组人员及分工
3. 实验报告内容：
注明相机、镜头型号，棋盘格规格
以实验要求、结果及分析为主
分析标定误差形成的原因



西安交通大学

XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

人工智能与机器人研究所

Institute of Artificial Intelligence and Robotics



谢谢！