# 第四章-确定性推理

* 前面讨论了知识及其表示的有关问题，这样就可把知识用某种模式表示出来存储到计算机中去。-----拥有知识
* 但是，为使计算机具有智能，仅仅使它拥有知识还是不够的，还必须使它具有思维能力，即能运用知识进行推理，求解问题。-----思维能力
* 因此，关于推理及其方法的研究就成为人工智能的一个重要研究课题。
* 目前，人们已经对推理进行了比较多的研究，提出了多种可在计算机上实现的推理方法，其中经典逻辑推理是最先提出的一种。
* 经典逻辑推理是根据经典逻辑(命题逻辑及一阶谓词逻辑)的逻辑规则进行的一种推理，又称为机械—自动定理证明(mechanical-automatic theorem proving)，主要推理方法有自然演绎推理、归结演绎推理及与／或形演绎推理等。
* 由于这种推理是基于经典逻辑的，其真值只有“真”和“假”两种，因此它是一种精确推理，或称为**确定性推理。**
* **确定性推理与非确定性推理相关论文**
* 吴国全，魏峻，黄涛. 基于非确定性推理的网构软件服务质量动态评估方法． 《 软件学报 》 ， 2008
* 黄文虎，纪常伟. 基于故障树模型的智能诊断的确定性推理． 《 机械强度 》 ， 1995
* 张师超. 非确定性推理的几个问题． 《 计算机工程 》 ， 1992
* 陈小玉等. 基于专家系统的不确定性推理机的研究与实现． 《 制造业自动化 》 ， 2011
* 刘慧敏，陈小玉. 专家系统开发平台不确定性推理机的研究与实现． 《 南阳理工学院学报 》 ， 2010

目录

[第四章-确定性推理 1](#_Toc15512601)

[4.1推理中的一般问题 1](#_Toc15512602)

[4.1.1推理的分类 1](#_Toc15512603)

[4.1.2推理中的策略——控制策略 4](#_Toc15512604)

[4.1.3模式匹配 5](#_Toc15512605)

[4.1.4冲突消解策略 7](#_Toc15512606)

[4.2、自然演绎推理 7](#_Toc15512607)

[4.3、归结演绎推理 9](#_Toc15512608)

[4.4、与/或形演绎推理 16](#_Toc15512609)

## 4.1推理中的一般问题

* 推理
  + 推理是按照某种策略由已知判断推出另一判断（新判断）的思维过程。
  + 用于实现推理的程序称为推理机
  + 随着时代的发展，人类在各个行业的文化和资本累计，推理这个词的意义也在逐渐地被扩大化。也许在现有的网络论坛中发现我们已经不再纠结于“推理”这个词的内在意义，但是，在时代的作用下，有越来越多的学者在这上面下工夫。推理的学术含义，即学术推理。来自于这个词的根本——它是理性世界的产物，是极符合科学的一种象征，不带一丝幻想，不带一点艺术感。它所要求的极严密的逻辑性，被学者们奉为是带动世界发展最有利的手段。
  + （1）事件必定有其原因，事件背后必定有其真相。这是网络论坛上所传出来的一句不可逆的学术性言语。有学者带有这样的观点，对历史上某个事件进行分析，不单单是单纯的了解这个事件背后的故事，他们分析的是，在什么情况下，发生了这样的历史事件。比如，第一次世界大战的导火索，众所周知，萨拉热窝事件。学者们研究的重点不是这个事件产生了什么影响（这些早已有历史学者在其中），而是，这个事件凭着什么条件，又因为一些什么临时的改变，加上哪些人的一些什么样的决定，成为了世界大战的导火索。并且，他们在不断分析着，这个事件，是否有可以被替换的必要。将这样的分析手段运用到今天。我们可以以这样的学术思维对这个事件尝试“推理”，必定能得到更多你以前没有发现的答案。
  + （2）通过推理学术性思维，甚至可以确定人类未来发展的明细。这样的语句，大家会认为这难道就是传说中那不靠谱的预言技术？但回顾前言，学者们所想要了解的，可不是什么玛雅人那种含糊之言。简单一个例子说明，假设我们今天，乘上了一辆非法运行的长途汽车。那么学者们也许就会这样分析，先行了解长途汽车的路线，然后了解地理状况，了解司机的日常开车习惯，了解司机的开车水平是个什么概念，了解到运行公司的种种明细，了解该车乘客的身体或文化素质，了解到出发时间等等一系列相关数据之后。他们或许就能够以100%肯定的语气说出，我们中的谁，会在汽车开到哪个位置出现晕车现象，或者我们中的谁会要求在半途中停车小便，亦或者乘客中间，会有谁突然晕倒，或许会得出，当我们行进到某个位置时，山路会崩塌，或许是当汽车行进到某个距离时，司机会突然反戈，造成危害。或者，他们会分析出更多我所没有介绍的可能，并且，在某种程度上，这样的分析将会精准到等同于事实的地步。
  + 推理是一个大项目。它或多或少的包含了：文化，军事，宗教，科技，心理，医学，历史等。甚至是说，这样简单的两个字，在学术上，可能包含了整个人类世界已经、或正在、或暂未发生的每一个事件，每一个细节。我们可能会在之前的接触中，说出真相只有一个这句话，但是，当这样的学术意义变的更为重要之后，未来的某天，我们也许会改口言说：真相还未发生。

### 4.1.1推理的分类

* 从新判断推出的途径来划分，推理可分为演绎推理、归纳推理及默认推理。
  + - **演绎推理**
      * 从全称判断推出特称判断或单称判断的推理过程/方法。
      * 即由—般性知识推出适合于某一具体情况的结论。这是一种从一般到个别的推理。演绎推理有多种形式，经常用的是三段论式
    - 三段论：
      * 大前提——已知的一般性知识
      * 小前提——关于具体情况或个别事实的判断
      * 结论——由大前提推出的适合于小前提的判断（结论）
    - 例：
    - ①足球运动员的身体都是强壮的；
    - ②高波是一名足球运动员；
    - ③所以，高波的身体是强壮的。
    - **归纳推理**
    - 从足够多的事例（事实）中归纳出一般性结论（知识）的推理过程。
    - 穷举所有事例（事实）——完全归纳推理
    - 列举部分事例（事实）——不完全归纳推理
    - 例:
    - 某厂进行产品质量检查，如果对每—件产品都进行了严格检查．并且都是合格的，则推导出结论“该厂生产的产品是合格的”，这就是一个完全归纳推理。
    - 所谓不完全归纳推理是指只考察了相应事物的部分对象，就得出了结论。例如，检查产品质量时，只是随机地抽查了部分产品，只要它们都合格，就得出了“该厂生产的产品是合格的”结论，这就是一个不完全归纳推理。
    - **默认推理**
    - 在知识不完全的情况下假设（默认）某些条件已经具备所进行的推理
    - 例如：
    - 在条件A已成立的情况下，如果没有足够的证据能证明条件B不成立，则就默认B是成立的，并在此默认的前提下进行推理，推导出某个结论。
* 按所用知识的确定性分类
  + 确定性推理
    - 推理中所用的知识是精确的，获得的结论也是确定的
    - 特点：基于经典逻辑的推理属于确定性推理——本章的主要内容
  + 不确定性推理
    - 推理中所用的知识不都是精确的，获得的结论也不完全是确定的
    - 特点：客观世界本身存在的不确定性显然比确定性更普遍，因此不确定推理的需求是普遍存在的，研究它的意义比研究确定性推理更大。可以说，要使计算机能模拟人类的思维活动，就必须使它具有不确定性推理的能力。（下章的主要内容）
* 按推理过程中推出的结论是否单调地增加，或者说推出的结论是否越来越接近最终目标来划分
  + 单调推理
    - 推理获得的新知识与已有的旧知识之间无矛盾，即不否定已有知识的正确性
    - 例：从欧几里德公理出发，推出的几何学的各种定理相互之间是无矛盾的
    - 特点：随着推理的进行，能够获得越来越多的新知识，即获得的知识数量随推理的进程单调增加。
    - 本章将要讨论的基于经典逻辑的演绎推理属于单调性推理
  + 非单调推理
    - 推理获得的新知识与已有的某些旧知识之间存在矛盾，即否定了已有知识的正确性
    - 例：
    - 特点：获得的知识数量不随推理的进程单调增加
* 按是否用启发性知识分类
  + 启发式推理
    - 在推理过程中使用启发性知识来改善推理的进程
    - 特点：正确的启发性知识能使推理进程加快，错误的启发性知识使推理进程变慢
  + 非启发式推理
    - 在推理过程中仅使用已有的事实和知识进行推理
    - 特点：推理过程不受环境（上下文）变化的影响
* 按推理所用的方法论分类
  + 基于知识的推理
    - 根据已有的事实和知识进行的推理
    - 例：医生诊断疾病时，他根据病人的症状及检验结果，运用自己的医学知识进行推理，最后给出诊断结论及治疗方案，这就是基于知识的推理
    - 特点：逻辑性强
    - 今后我们所讨论的推理都属于这一类。
  + 统计推理
    - 根据对某些事物的数据进行统计而获得新的知识或结论
    - 例：农民根据对农作物的产量统计，得出是否增产的结论，从而可找出增产或者减产的原因，这就是运用了统计推理。
    - 特点：使用数学、统计学的方法与理论
  + 直觉推理
    - 根据常识进行的推理
    - 例：当你从某建筑物下面走过时，猛然发现有一物体从建筑物上掉落下来，这时你立即就会意识到“这有危险”，并立即躲开，这就是使用了直觉推理。
    - 特点：广泛存在，难于表示，在计算机上实现直觉推理还是一件很困难的工作
* 按是否使用定量描述分类
  + 定量推理
    - 推理中直接或间接使用定量描述或定量分析方法
    - 特点：定量分析
  + 定性推理
    - 推理中使用或部分使用定性知识，获得的结论是定性的或部分是定性的
    - 特点：弥补了当前事实、知识和定性分析的不足

### 4.1.2推理中的策略——控制策略

推理控制( Inferential Control)是过程控制的一个重要方法，是由美国Brosilow和Tong等人于 1978 年提出来的，是一种新的单变量推理[控制器](https://baike.baidu.com/item/%E6%8E%A7%E5%88%B6%E5%99%A8/2206126" \t "_blank)的设计方法，用该方法设计出来的控制器具有算法简单、收敛性好、鲁棒性强等特点， [1]  在实际应用中达到了满意的效果。在许多不同领域都有应用，如工业生产、医疗。

* 策略的概念
  + 指导知识应用的方法和技术
  + 分类：推理方向策略，搜索策略，冲突消解策略，求解策略，限制策略
* **推理方向：**

用于确定推理的驱动方式，分为正向推理、逆向推理、混合推理及双向推理四种。无论按哪种方向进行推理，一般都要求系统具有一个存放知识的知识库，一个存放初始已知事实及问题状态的综合数据库和一个用于推理的推理机

* 正向推理（数据驱动推理、前向链推理、模式制导推理及前件推理等）
* 基本思想：以事实为出发点，利用知识库中的知识进行推理。
* 逆向推理：（目标驱动推理、逆向链推理、目标制导推理及后件推理等）
* 基本思想：以某个假设目标作为出发点的一种推理。首先选定一个假设目标，然后寻找支持该假设的证据，若所需的证据都能找到，则说明原假设是成立的；若无论如何都找不到所需要的证据，说明原假设不成立，此时需要另作新的假设。
* 混合推理
* 正向推理具有盲目、效率低等缺点，推理过程中可能会推出许多与问题求解无关的子目标；逆向推理中，若提出的假设目标不符合实际，也会降低系统的效率。为解决这些问题，可把正向推理与逆向推理结合起来，使其各自发挥白己的优势，取长补短，像这样既有正向又有逆向的推理称为混合推理。
* 先正向后逆向推理
* 根据正向推理的结果来帮助选择逆向推理的目标，以证实目标或提高目标的可信度
* 先逆向后正向推理
* 先假设目标进行逆向推理，然后进行正向推理以获得更多的结论
* 双向推理
* 在定理的机器证明等问题中，经常采用双向推理。所谓双向推理是指正向推理与逆向推理同时进行，且在推理过程中的某一步骤上“碰头”的一种推理。
* 其基本思想是：一方面根据已知事实进行正向推理，但并不推到最终目标；另一方面从某假设目标出发进行逆向推理，但并不推至原始事实，而是让它们在中途相遇，即由正向推理所得的中间结论恰好是逆向推理此时所要求的证据，这时推理就可结束，逆向推理时所做的假设就是推理的最终结论。
* 双向推理的困难在于“碰头”的判断。另外，如何权衡正向推理与逆向推理的比重，即如何确定“碰头”的时机也是一个困难问题。
* **搜索策略**
* 1)搜索问题的状态空间表示在搜索问题比较清新明朗的情况下，可以用流程图来表示问题的搜索过程。而在搜索问题不是很明确的情况下，采用状态空间来表示问题的搜索过程。状态空间表示法是以“状态”和“算法”集合形式来表示问题的，实际上是一类问题的抽象表示。
* 状态是为描述问题求解过程中任一时刻不同事物间状态差别而引入的一组最少变量的有序集合，表示形式如下：
* K\_i=(K\_{i0},K\_{i1},\cdots,K\_{in})
* 每个变量代表一个具体的状态，由搜索问题的全部可能状态(即表示方式)及其关系构成的集合称为问题的状态空间。它包含三种类型的集合：问题的所有初始状态集合K，算符集合F，结果状态集合G，可用一个三元组(K，F，G)来表示。
* 2)搜索方法启发式搜索是一种在搜索过程中利用与问题有关的启发性信息，引导搜索方向，加速问题的搜索。
* 其搜索效率较高，搜索过程与启发性信息有关。启发式搜索算法从问题中抽取启发性信息，并利用这些信息构造出估价函数来引导搜索方向。
* **冲突消解策略**
* 在推理过程中，系统将根据当前所要搜索的目标，对知识库进行搜索，寻找与事实匹配的规则(知识)。当找到的匹配规则不止一条时，需要根据某种策略从中选择一条规则进行推理，这种策略被称为冲突消解策略。常用的冲突消解策略有：优先度排序、规则条件详细排序、匹配度排序和根据领域问题的特点排序等。
* 1)优先度排序。事先给知识库中每条规则设定优先度参数，优先度高的规则先执行。
* 2)规则的条件详细度排序。条件较多、较详细的规则，其结论一般更接近于目标，优先执行。
* 3)匹配度排序。事先给知识库中每条规则设定匹配度参数，匹配度高的规则先执行。
* 4)根据领域问题的特点排序。根据领域知识可以知道的某些特点，事先设定知识库中的规则的使用顺序。
* **求解策略**
* 用于确定求得的解满足什么样的要求。即，推理是只求一个解，还是求所有解以及最优解等
* 要求：
* 可行解：求出一个满足条件的解即可。
* 局部最优解：它是可行解，并且在局部达到最优。
* 最优解：它是可行解，并且在所有可行解中最优。
* 策略的表示：一般为一组约束条件。
* 例：
* 对不确定推理，要求结论的可信度达到60%以上。
* 可行解：只要结论的可信度>=60%即可
* 局部最优解：结论的可信度>=60%，并且在不调整其它策略的前提下尽可能高
* 最优解：结论的可信度>=60%，并且通过其它策略的调整达到最高
* **限制策略**
* 对求解或推理过程进行约束和限制
* 策略
* 限制时间：避免无穷推理
* 限制空间：避免综合数据库过大
* 策略的表示
* 约束条件
* 过程表示
* 例：
* 围棋程序，必须限制搜索的最大步数（限制时间、空间）
* 模糊智能化
* 由于模糊控制不需要对象的数学模型，能适用于非线性、时变的复杂对象以及多变量系统，而且它在控制过程中能采用多个评价指标，控制原则的改变也比较容易，因而根据熟练操作者技能总结出来的模糊控制能在许多领域发挥其特长。另外在推断原则的制定中也可以应用人工智能、专家系统，并把专家系统的智能与熟练工人的技能相结合。在自动化飞速发展的今天，模糊控制必定能得到更多的应用，受到更多控制工作者的重视。

### 4.1.3模式匹配

* 定义：

所谓模式匹配是指对两个知识模式(如两个谓词公式、两个框架片断或两个语义网络片断等)的比较与耦合，即检查这两个知识模式是否完全一致或近似一致。如果两者完全一致，或者虽不完全一致但其相似程度落在指定的限度内，就称它们是可匹配的，否则为不可匹配。

* 问题：
  + 如何确定哪些知识可以被使用
  + 如何确定满足要求的结论
* 一般方法
  + 定义匹配度量函数：d(x,y)，当d(x,y)<=e 时，认为x，y匹配（成功）
  + 例：相似度计算
* 若按匹配时两个知识模式的相似程度划分，模式匹配可分为确定性匹配与不确定性匹配两种。
* 所谓确定性匹配是指两个知识模式完全一致，或者经过变量代换后变得完全—致。例如，设有如下两个知识模式：

P1： father(李四，李小四) and man(李小四)

P2： father(x，y) and man(y)

若用“李四”代换变量x，用“李小四”代换变量y，则P1与P2就变得完全一致。若用这两个知识模式进行匹配，则它们是确定性匹配。确定性匹配又称为完全匹配或精确匹配。

* 所谓不确定性匹配是指两个知识模式不完全—致，但从总体上看，它们的相似程度又落在规定的限度内。关于不确定性匹配将在第4章结合各种不确定性推理进行讨论。

无论是确定性匹配还是不确定性匹配，在进行匹配时一般都需要进行变量的代换，这涉及置换与合一的有关概念及方法。

* 定义1（置换）置换是形如 { t1/x1，t2/x2，……，tn/xn } 的有限集合。其中：ti是项，xi是互不相同的变元。 ti/xi表示用ti代换xi ，不允许ti与xi相同，不允许xi循环地出现在另一个ti中。
* 例：
  + {a/x，f(b)/y，w/z} 是置换
  + {f(y)/x，f(x)/y} 不是置换
  + {g(a)/x，f(x)/y} 是置换
* 定义2（复合置换）设置换

θ={ti/xi} i=1……n

λ={ui/yi} j=1……m

* 则它们的复合θ•λ也是置换，由从

{t1λ/x1，……， tnλ/xn，u1/y1，…...，um/ym}

中

①当 tiλ=xi 时，删除 tiλ/xi

②当 yj∈{x1，……, xn} 时候，删除ui/yi

后剩下的元素构成

* 定义3（合一）公式集F={F1，……,Fn}，若存在置换λ使得

F1 λ= F2 λ=……= Fn λ

称λ是F的一个合一，称F1，……,Fn是可合一的。

* 定义4（最一般合一）设σ是公式集F的一个合一，如果对任一个合一θ都存在一个置换λ ，使得

θ=σ • λ

称σ是F的最一般合一。

* 最一般合一是唯一的，它表示 用最一般合一去置换那些可合一的谓词公式，可使得它们变成完全一致的谓词公式
* 常见模式匹配算法
* 朴素的模式匹配算法
* 算法思想：从目标串的的第一个字符起与模式串的第一个字符比较，若相等，则继续对字符进行后续的比较，否则目标串从第二个字符起与模式串的第一个字符重新比较，直至模式串中的每个字符依次和目标串中的一个连续的字符序列相等为止，此时称为匹配成功，否则匹配失败。
* 若模式子串的长度是m,目标穿的长度是n，这时最坏的情况是每遍比较都在最后出现不等，即没变最多比较m次，最多比较n-m+1遍，总的比较次数最多为m(n-m+1)，因此朴素的模式匹配算法的时间复杂度为O(mn)。朴素的模式匹配算法中存在回溯，这影响到匹配算法的效率，因而朴素的模式匹配算法在实际应用中很少采用。在实际应用主要采用无回溯的匹配算法，KMP算法和BM算法均为无回溯的匹配算法。 [2]
* KMP匹配算法
* Knuth-Morris-Pratt算法（简称KMP），是由D.E.Knuth、J.H.Morris和V.R.Pratt共同提出的一个改进算法，消除了朴素的模式匹配算法中回溯问题，完成串的模式匹配。
* 算法思想：
* 设目标串为s，模式串为t， i、j 分别为指示s和t的指针，i、j的初值均为0。
* 若有 si = tj，则i和j分别增1；否则，i不变，j退回至j=next[j]的位置 ( 也可理解为串s不动，模式串t向右移动到si与tnext[j]对齐 )；
* 比较si和tj。若相等则指针各增1；否则 j 再退回到下一个j=next[j]的位置(即模式串继续向右移动 )，再比较 si和tj。
* 依次类推，直到下列两种情况之一：
* 1)j退回到某个j=next[j]时有 si = tj，则指针各增1，继续匹配；
* 2)j退回至 j=-1，此时令指针各增l，即下一次比较 si+1和 t0。
* 记模式P的长度为m,目标T的长度为n,则KMP匹配算法的时间复杂度的分析如下：
* 整个匹配算法由Find()和GenKMPNext()两部分算法组成。在Find()中包含一个循环,J的初值为0，每循环一次j的值严格家1，指导j等于n时循环结束，故循环执行了n次。在GenKMPNext()中，表面上有两重循环，时间复杂度似乎为O(),其实不然，GenKMPNext()的外层循环恰好执行了m-1次；另外，j的初值为-1，外层循环中，每循环一次，j的值就加1，同时，在内层循环中j减小，但最少不会小于-1，因此内层循环中j=next[j]的语句的总的执行次数应小于或等于j的值在外层循环中被加2 的次数。即在算法GenKMPNext()结束时，j=next[j]的执行总次数小于等于m-1次。
* 综上，对于长度为m的模式和长度为n的目标T的模式匹配，KMP算法的时间复杂度为O(m+n)。
* BM匹配算法
* BM算法是一种精确字符串匹配算法（区别于模糊匹配）。采用从右向左比较的方法，同时应用到了两种启发式规则，即坏字符规则 和好后缀规则 ，来决定向右跳跃的距离。BM算法的基本流程: 设文本串T，模式串为P。首先将T与P进行左对齐，然后进行从右向左比较，若是某趟比较不匹配时，BM算法就采用两条启发式规则，即坏字符规则 和好后缀规则 ，来计算模式串向右移动的距离，直到整个匹配过程的结束。
* 1）坏字符规则（Bad Character）：
* 在BM算法从右向左扫描的过程中，若发现某个字符x不匹配，则按如下两种情况讨论：
* 如果字符x在模式P中没有出现，那么从字符x开始的m个文本显然不可能与P匹配成功，直接全部跳过该区域即可。
* 如果x在模式P中出现，则以该字符进行对齐。
* 用数学公式表示，设Skip(x)为P右移的距离，m为模式串P的长度，max(x)为字符x在P中最右位置。
* 2）好后缀规则（Good Suffix）：
* 若发现某个字符不匹配的同时，已有部分字符匹配成功，则按如下两种情况讨论：
* 如果在P中位置t处已匹配部分P'在P中的某位置t'也出现，且位置t'的前一个字符与位置t的前一个字符不相同，则将P右移使t'对应t方才的所在的位置。
* 如果在P中任何位置已匹配部分P'都没有再出现，则找到与P'的后缀P''相同的P的最长前缀x，向右移动P，使x对应方才P''后缀所在的位置。
* 用数学公式表示，设Shift(j)为P右移的距离，m为模式串P的长度，j 为当前所匹配的字符位置，s为t'与t的距离（以上情况i）或者x与P''的距离。

### 4.1.4冲突消解策略

* 基本问题
  + 当用已知事实与知识库中的知识进行匹配时，可能出现三种情况：

（1）没有知识可以匹配

（2）只有一条知识可以匹配

（3）有多条知识可以匹配

* + 当出现第一种情况时，推理被中断。当出现第二种情况时，直接选择该条知识进行推理。当出现第三种情况时，称发生冲突。冲突消解策略即是在发生冲突时如何选择一条知识用于推理。
* 目前已有多种消解冲突的策略，其基本思想都是对知识进行排序，常用的有以下几种：
  + 按针对性排序
    - 知识前件中条件的数目越多越先使用
  + 按已知事实的新鲜性排序
    - 越后放入综合数据库的事实越先使用
  + 按匹配度排序
    - 匹配度越高越先使用
  + 根据领域问题的特点排序
    - 知识的专业性越强越先使用
  + 按上下文限制排序
    - 问题求解或推理中越先涉及的知识越先使用
  + 按冗余限制排序
    - 产生结论冗余度越小的知识越先使用
  + 按条件个数排序
    - 知识前件中条件数越少的越先使用

## 4.2、自然演绎推理

* 概念
  + 从一组已知为真的事实出发，直接应用经典逻辑的推理规则推出结论的过程称为自然演绎推理。
  + [**亚里士多德**](https://baike.baidu.com/item/%E4%BA%9A%E9%87%8C%E5%A3%AB%E5%A4%9A%E5%BE%B7)**（**Aristotle 384—322 BC） 是古代知识的集大成者。在现代欧洲的学术上的[文艺复兴](https://baike.baidu.com/item/%E6%96%87%E8%89%BA%E5%A4%8D%E5%85%B4/93247)以前，虽然也有一些人在促进我们对自然界的特殊部分的认识方面取得可观的成绩，但是，在他死后的数百年间从来没有一个人像他那样对知识有过那样系统的考察和全面的把握，所以，他在科学史上占有很高的地位.是主张进行有组织的研究演绎推理的第一人。
  + 作为自然科学史上第一个思想体系的光辉的例子是欧几里德（Euclid，325 BC—265 BC）几何学。古希腊的数学家欧几里德是以他的《几何原本》而著称于世的。欧几里德的巨大历史功勋不仅在于建立了一种几何学，而且在于首创了一种科研方法。这方法所授益于后人的，甚至超过了几何学本身。欧几里德是第一个将亚里士多德用三段论形式表述的演绎法用于构建实际知识体系的人，欧几里德的几何学正是一门严密的演绎体系，它从为数不多的公理出发推导出众多的定理，再用这些定理去解决实际问题。比起欧几里德几何学中的几何知识而言，它所蕴含的方法论意义更重大。事实上，欧几里德本人对它的几何学的实际应用并不关心，他关心的是他的几何体系内在逻辑的严密性。欧几里德的几何学是人类知识史上的一座丰碑，它为人类知识的整理、系统阐述提供了一种模式。从此以后，将人类的知识整理为从基本概念、公理或定律出发的严密的演绎体系成为人类的梦想。斯宾诺莎（Benedict de Spinoza，1632-1677）的伦理学就是按这种模式阐述的，牛顿（Isaac Newton 1642-1727）的《自然哲学的数学原理》同样如此。其实，他的这部巨著的主要内容都是前人经验的积累，欧氏的贡献在于他从公理和公设出发，用演绎法把几何学的知识贯穿起来，揭示了一个知识系统的整体结构。他破天荒地开辟另一条大路，即建立了一个演绎法的思想体系。直到今天，他所创建的这种演绎系统和公理化方法，仍然是科学工作者不可须臾离开的东西。后来的科学巨人、英国物理学家、经典电磁理论的奠基人麦克斯韦（James Clerk Maxwell，1831-1879）、牛顿（Isaac Newton 1642-1727）、爱因斯坦（Albert Einstein 1879--1955）等，在创建自己的科学体系时，无不是对这种方法的成功运用。
  + 西方欧几里德几何方法，由公理到定理再到证明；笛卡尔（Réné Descartes 1596-1650）的演绎推理成为西方近代科学发展的重要推理形式，牛顿力学就是例子。牛顿虽然声明过“我不需要假设”，但实际上，他仍然需要假设。不用假设，他就无法得到“万有引力”这样的普遍命题和普遍规律。麦克斯韦则在得到maxwekk方程同时应用了三种方法，他在1865年写了三篇文章：第一篇用归纳法，第二篇用类比法，第三篇用演绎法，推出电磁波存在，并预言了光是电磁波。再例如，古希腊的原子概念、原子论，“它的价值不仅在于提出了一切物质由‘原子’构成的想法，更重要的可能还在于：它隐含了一种假设——演绎推理模式”。
  + 爱因斯坦说：理论家的工作可分成两步，首先是发现公理，其次是从公理推出结论。哪一步更难些呢？如果科研人员在学生时代已经得到很好的基本理论、逻辑推理和数学的训练，那么，他走第二步时，只要有“相当勤奋和聪明，就一定能够成功”。至于第一步，如何找出演绎出发点的公理，则具有完全不同的性质。这里没有一般的方法，“科学家必须在庞杂的经验事实中间抓住某些可用精密公式来表示的普遍特性，由此探求自然界的普遍原理”，请注意“经验事实”这几个字，它们表明了爱因斯坦方法论中的主流是唯物主义。公理必须来自客观实际，而不能主观臆造，否则就有陷进唯心主义泥潭的危险。爱因斯坦还说：“适用于科学幼年时代以归纳为主的方法，正让位于探索性的演绎法”。爱因斯坦的方法既然主要是演绎的，所以他特别强调思维的作用，尤其是想象力的作用，数学才能，这是演绎法所必不可少的。
  + 演绎推理是严格的逻辑推理，一般表现为大前提、小前提、结论的三段论模式：即从两个反映客观世界对象的联系和关系的判断中得出新的判断的推理形式。如：“自然界一切物质都是可分的，基本粒子是自然界的物质，因此，基本粒子是可分的。”演绎推理的基本要求是：一是大、小前提的判断必须是真实的；二是推理过程必须符合正确的逻辑形式和规则。演绎推理的正确与否首先取决于大前提的正确与否，如果大前提错了，结论自然不会正确。
* 推理规则
  + 假言式规则
    - {P，P →Q} → Q
    - 它表示：由P→Q及P为真，可推出Q为真。例如，由“如果x是金属，则x能导电”及“铜是金属”可推出“铜能导电”的结沦。
  + 拒取式规则
    - {P →Q，┒Q} → ┒P
    - 它表示：由P→Q为真及Q为假，可推出P为假。例如，由“如果下雨，则地上湿”及“地上不湿”可推出“没有下雨”的结论。
  + P规则
    - 在推理的任何步骤都可引入前提
  + T规则
    - 推理时，如果前面步骤中有一个或多个公式永真蕴含公式S，则可把S引入推理过程中
* 自然演绎推理应注意避免如下两类错误：一是肯定后件(Q)的错误；另一是否定前件(P)的错误。
  + 所谓肯定后件是指，当P→Q为真时，希望通过肯定后件Q为真来推出前件P为真，这是不允许的。
  + 例如伽利略在论证哥白尼的日心说时，曾使用了如下推理：

①如果行星系统是以太阳为中心的，则金星会显示出位相变化；

②金星显示出位相变化；

③所以，行星系统是以太阳为中心的。

* + 这就是使用了肯定后件的推理，违反了经典逻辑的逻辑规则，他为此曾遭到非难。
  + 所谓否定前件是指，当P→Q为真时，希望通过否定前件P来推出后件Q为假，这也是不允许的。
  + 例如下面的推理就是使用了否定前件的推理，违反了逻辑规则：

①如果下雨，则地上是湿的；

②没有下雨；

③所以，地上不湿。

* + 这显然是不正确的，因为当向地上洒了水时，地上也会是湿的。事实上，只要仔细分析关于P→Q的定义，就会发现当P→Q为真时，肯定后件或否定前件所得的结论既可能为真，也可能为假，不能确定。
* 例1：
* 已知：A，B，A →C，B∧C →D，D → Q
* 求证：Q
* 证明：
* ∵ {A，A →C} →C
* {B，C} →B ∧ C
* {B ∧ C，B ∧ C →D} →D
* {D，D →Q} →Q
* ∴Q为真
* 例2：
* 已知：
  + 事实: P(a) ∧ S(a)
  + 知识(规则):P(x) →(Q(x) ∧ R(x))
  + 求证：S(a) ∧ R(a)
* 证明：

P(a) ∧ S(a) →{P(a)， S(a)}

对知识使用置换{a/x}后与P(a)匹配成功，得：

Q(a) ∧ R(a)

又 Q(a) ∧ R(a) → {Q(a)，R(a)}

{S(a)，R(a)} → S(a) ∧ R(a)

∴ S(a) ∧ R(a) 为真

* 一般来说，由已知事实推出的结论可能有多个，只要其中包含了待证明的结论，就认为问题得到了解决。
* 优点是表达定理证明过程自然，容易理解，而且它拥有丰富的推理规则，推理过程灵活，便于在它的推理规则中嵌入领域启发式知识。
* 缺点是容易产生组合爆炸，推理过程中得到的中间结论一般呈指数形式递增，这对于一个大的推理问题来说是十分不利的，甚至是不可能实现的。

## 4.3、归结演绎推理

* 但是，要证明一个谓词公式的永真性是相当困难的，甚至在某些情况下是不可能的。在此情况下，不得不换一个角度来考虑解决这个问题的办法。归结演绎推理是一种基于逻辑“反证法”的机械化定理证明方法。通过研究发现，应用反证法的思想可把关于永真性的证明转化为不可满足性的证明，即如欲证明P→Q永真，只要证明PΛ￢Q是不可满足的就可以了。
* 关于不可满足性的证明，海伯伦(Herbrand)及鲁宾逊(Robinson)先后进行了卓有成效的研究，提出了相应的理论和方法。海伯伦提出的海伯伦域及海伯伦定理为自动定理证明奠定了理论基础；鲁宾逊提出的归结原理使定理证明的机械化变为现实，是对机械化推理的重大突破。他们两人的研究成果在人工智能发展史上都占有重要地位。
* 海伯伦的理论和鲁宾逊的归结原理，都是以子句集为背景开展研究的。
* 基本原理
  + 若证明：P → Q，只须证明：P ∧ ┒Q不可满足
  + 证明过程：
    - 将P → Q 转换成P ∧ ┒Q的形式
    - 将P ∧ ┒Q转换成子句集S
    - 归约S
    - 若归约后的子句集中含有空子句， 即P ∧ ┒Q不可满足，从而P → Q得证
* 子句与子句集
  + 定义：
    - 原子谓词公式及其否定称文字
    - 文字的析取式称子句
    - 不含任何文字的公式称空子句
    - 元素仅为子句的集合称子句集
  + 结论
    - 空子句是永假的
    - 空子句是不可满足的
  + 子句集
    - 谓词公式P能够通过应用等价代换转换成等价的合取范式P’
    - 由P’的所有合取项构成的集合称为P的子句集
  + 子句集的化简
    - 利用等价关系消去谓词公式中的蕴含和双条件
      * P → Q ⇔ ┒P ∨ Q
      * P↔Q ⇔ （P ∧ Q）∨（ ┒P ∧ ┒Q）
    - 利用等价关系将 ┒移到紧靠谓词的位置
      * ┒（┒P） ⇔ P
      * ┒（P ∧ Q） ⇔ ┒P ∨ ┒Q
      * ┒（P ∨ Q） ⇔ ┒P ∧ ┒Q
      * ┒（∀x)P ⇔ (∃x) ┒P
      * ┒（∃x)P ⇔ (∀ x) ┒P
    - 替换变元，使不同的量词约束的变元有不同的名字消去存在量词
    - 当存在量词不在全称量词的辖域内，用个体常量替换受该存在量词约束的变元，消去存在量词
    - 当存在量词在全称量词的辖域内，用全称量词的函数替换受该存在量词约束的变元，消去存在量词
    - 将所有的全称量词移到公式的前部
    - 将公式转换成等价的合取范式
    - P ∨ （Q ∧ R） ⇔ （P ∨ Q） ∧（ P ∨ R）
    - 消去全称量词
    - 变元更名，使不同子句中的变元具有不同的名字
    - 消去合取词，得到子句集
    - 例：p.92
    - 定理
    - 设谓词公式F的子句集为S，F不可满足的充分必要条件是S不可满足的
    - 由此定理可知，要证明一个谓词公式是不可满足的，只要证明其相应的标准子句是不可满足的就行了。
* 海伯伦理论
  + 思路
    - 对子句集S的不可满足验证是无穷验证，它需要穷举S的所有解释
    - 海伯伦给出了一个验证范围称为H域，并指出S的不可满足验证只需要在H域上验证就可以了
  + H域
    - 定义
      * 设S为子句集，下述方法构造的H∝称为海伯伦域，记为H
        + 令H0是S中所有个体常量的集合。若S中无个体常量，置H0 ={a}，a是任一个体常量。
        + Hi+1 = Hi ∪{S中所有f（x1，…， xn ）| xj ∈ Hi}
        + H= H∝ =lim Hi
    - 例
      * 设S={P（x）∨ Q（x），R（f（y））}
        + H0={a}
        + H1= H0∪{f（y）|y ∈H0}={a，f（a）}
        + H2= H1∪{f（y）|y ∈H1}={a，f（a），f（f（a））}
        + ……
        + H= H∝ ={a，f（a），f（f（a）），f（f（f（a））），…..}
  + 基子句与原子集
    - 用H中的元素代换子句中的变元，所得的子句称基子句，其中的谓词称基原子。子句集中所有基原子构成的集合称原子集。
    - 基子句的集合称为基子句集。
    - 子句集S在H上的一个解释I满足下列条件
      * 在解释I下，常量映射到自身
      * S中的任一个n元函数是Hn到H的映射
      * S中的任一个n元谓词是Hn到{T，F}的映射。即谓词的真值可以指派为T，也可以指派为F结论：对给定域D上的任一个解释，总能在H中构造一个解释与它对应，如果D上的解释能满足S，则在H上相应的解释也能满足S
      * 海伯伦定理
      * 定理：子句集S不可满足的充分必要条件是S对H上的一切解释都为假
      * 定理（海伯伦定理）：子句集S不可满足的充分必要条件是存在一个有限的不可满足的基子句集S’
      * 问题：
      * 海伯伦定理说明了S不可满足时一定存在一个有限的不可满足的基子句集S’
      * 该定理没有说明找出S’的算法（存在性与构造性）
      * 鲁宾逊给出了一个这样的算法
* 鲁宾逊归结
  + 思路
    - 检查S中是否有空子句。若有，则S不可满足
    - 通过归结，一旦能推出S中有空子句，则S不可满足
  + 命题逻辑中的归结
    - 定义：设C1，C2是子句集中的任意两个子句。如果C1的文字L1与C2的文字L2互补，那么从C1和C2中分别消去L1和L2，并将二个子句余下的部分析取形成新子句C12，这个过程称为归结，C12称为C1和C2的归结式，称C1和C2为C12的亲本子句。
    - 例
      * 设：C1=┒P∨Q∨R，C2=┒Q∨S

有 L1=Q，L2=┒Q，则C12=┒P∨R∨S

* + - 定理：归结式是亲本子句的逻辑结论

* + - 结论
      * 设在子句集S中用归结式代替亲本子句得到子句集S’。如果S’不可满足则S不可满足
      * 设在子句集S中添加其子句的归结式得到子句集S”。则有：S”不可满足的充分必要条件是S不可满足
    - 注：由上述结论，如果子句集S中有两个子句的归结式为空子句，那么S是不可满足的
    - 例：
      * 设 S={P，┒R，┒P ∨ Q，┒Q ∨ R}
      * 归结：

（1） P

（2）┒R

（3）┒P ∨ Q

（4）┒Q ∨ R

（5）Q （1）（3）归结

（6）R （4）（5）归结

（7）NIL （2）（6）归结

* + - * 结论：S不可满足
  + 谓词逻辑中的归结
  + 定义：设C1与C2是两个没有相同变元的子句，L1和L2分别是C1和C2中的文字，若σ是L1和┒L2的最一般合一，称
  + C12=（C1σ-{L1 σ}）∪（C2 σ -{L2 σ}）
  + 为C1和C2的二元归结式，L1和L2称为归结式上的文字
  + 例：设 C1=P（x）∨Q（a），C2=┒P（b）∨R（x）

由于C1和C2中有相同的变元，应先改变元的名字，如C2修改为

C2=┒P（b）∨R（y）

取 L1=P（x），L2=┒P（b），则σ={b/x}是L1和┒L2的最一般合一。

因此

C12=（C1σ - {L1 σ}）∪（C2 σ-{L2 σ}）

=（P（b）∨Q（a）-{P（b）}）∪（┒P（b）∨R（y）-{┒P（b）}）

=Q（a）∪ R（y）

=Q（a）∨ R（y）

* + 定义：若子句C中有两个或两个以上的文字具有最一般合一σ，称Cσ为子句C的因子，若Cσ是单一文字，称Cσ是C的单因子
  + 定义：子句C1和C2的归结式是下列二元归结式之一：

（1）C1与C2的二元归结式

（2）C1与C2的因子C2σ2的二元归结式

（3）C1的因子C1σ1与C2的二元归结式

（4）C1的因子C1σ1与C2的因子C2σ2的二元归结式

称C1，C2是它们的归结式的亲本子句

* + 定理：归结式是亲本子句的逻辑结论
  + 结论
    - 设在子句集S中用归结式代替亲本子句得到子句集S’。如果S’不可满足则S不可满足
    - 设在子句集S中添加其子句的归结式得到子句集S”。则有：S”不可满足的充分必要条件是S不可满足
  + 鲁宾逊归结原理即是：将子句集中子句的归结式添加到子句集中不改变子句集的不可满足性
  + 结论：在一阶谓词逻辑范畴，鲁宾逊归结原理是完备的。即：子句集不可满足的充分必要条件是存在一个到含有空子句的子句集的鲁宾逊归结
* 归结反演方法
  + 定理证明方法
  + 若证明定理： P → Q
  + 证明方法：
  + （1）求出公式 P的子句集S’
  + （2）求出公式┒Q的子句集S”
  + （3）合并S’与S”得公式集S
  + （4）对S进行归结
  + （5）若归结后的子句集含有空子句，原定理得证。
  + 注：如果不能归结出含有空子句的子句集，并不能说明原定理不成立。
  + 例1：
  + 某公司招聘人员，A，B，C三人应聘，面试后公司决定：
  + （1）至少录取一人
  + （2）如果录取A而不录取B，则一定录取C
  + （3）如果录取B，则一定录取C
  + 求证：一定录取C
  + 证明：设P（x）表示录取x。那么公司的决定可表示为：
  + ① P（A）∨P（B）∨P（C）
  + ② （P（A） ∧┒ P（B）） → P（C）
  + ③ P（B） → P（C）
  + 需要求证的是：P（C）
  + 由此需要证明： ①∧ ②∧ ③ → P（C）
  + 按归结反演方法，分别求 ①∧ ②∧ ③ 与┒ P（C）的子句集如下：
  + 由① 得子句
  + （1）P（A）∨P（B）∨P（C）
  + 由②得
  + （P（A） ∧┒ P（B）） → P（C）
  + =┒（P（A） ∧┒ P（B））∨ P（C）
  + =（┒P（A） ∨┒┒ P（B））∨ P（C）
  + =┒P（A） ∨ P（B）∨ P（C）
  + 即子句
  + （2） ┒P（A） ∨ P（B）∨ P（C）
  + 由③得
  + P（B） → P（C） =┒P（B）∨ P（C）
  + 即子句
  + （3） ┒P（B）∨ P（C）
  + 再由需证明的结论得子句
  + （4） ┒P（C）
  + 归结过程：
  + （5） ┒P（B） （3）（4）归结
  + （6） ┒P（A）∨ P（B） （2）（4）归结
  + （7） ┒P（A） （5）（6）归结
  + （8） P（B）∨ P（C） （1）（7）归结
  + （9） P（C） （5）（8）归结
  + （10）NIL （4）（9）归结
  + 因此，由归结原理有
  + ①∧ ②∧ ③ → P（C）
  + 又 ①∧ ②∧ ③ ， ①∧ ②∧ ③ → P（C）
  + 故有：P（C）
  + 注：得到（9）时并不能结束证明。
* 问题求解方法
  + 步骤
    - （1）把问题的已知前提用谓词公式表示出来，并求出其子句集S’
    - （2）把待求的解用谓词公式表示出来，然后把它的否定与谓词ANSWER构成析取式，并求出其子句集S”。
    - （3）合并S’与S”得子句集S
    - （4）对S进行归结
    - （5）若能归结到ANSWER，则问题的答案就是ANSWER的变元的值
    - 注：ANSWER是为求解问题特别设置的谓词，它的变元与待求解的谓词公式的变元相同。
  + 例：
  + 张某被盗，公安局派5个侦察员去调查。研究案情时，侦察员A说“赵与钱中至少有一人作案”， B说“钱与孙中至少有一人作案”， C说“孙与李中至少有一人作案”， D说“赵与孙中至少有一人与本案无关”，E说“钱与李中至少有一人与本案无关”。如果这5位侦察员的话都是可信的，请问谁是盗窃犯？
  + 解：设P（x）表示x是盗窃犯（作案），案情可描述为：
  + （1） P（赵）∨P（钱）
  + （2） P（钱）∨P（孙）
  + （3） P（孙）∨P（李）
  + （4） ┒ P（赵）∨ ┒P（孙）
  + （5） ┒P（钱）∨ ┒P（李）
  + 问题可描述为：P（x）
  + 按求解步骤，上述（1）~（5）构成问题前提的子句集
  + 问题的否定与ANSWER的析取构成的子句集为：
  + （6） ┒P（x）∨ANSWER（x）
* 归结策略
  + 问题
  + 归结中选择哪些子句进行归结可以获得结果
  + 按照什么样的归结顺序可以较快的获得结果
  + 策略
  + 广度优先策略
  + 每个子句都与当前子句集中的所有可归结的子句归结
  + 删除策略
  + 纯文字删除
  + 如果某文字L在子句集中不存在可与其互补或合一的文字┒L，该文字称为纯文字
  + 对纯文字不可能进行归结，它的删除不影响子句集的不可满足性
  + 重言式删除
  + 如果一个子句中同时包含互补文字对，该子句称为重言式
  + 重言式是永真的，它的删除不影响子句集的不可满足性
  + 包孕删除
  + 设子句C1和C2，如果存在代换σ，使得C1σ⊆ C2，称C1包孕于C2
  + 删除包孕子句，不影响子句集的不可满足性
  + 支持集策略
  + 每次归结时，亲本子句中至少有一个是由目标公式的否定所得到的子句或者它们的后裔
  + 线性输入策略
  + 每次参加归结的两个子句中至少有一个是初始子句集（第一次归结前的子句集）中的子句
  + 单文字子句策略
  + 每次参加归结的两个子句中至少有一个是单文字子句
  + 祖先过滤策略
  + 每次参加归结的两个子句须满足下列条件之一
  + 至少有一个是初始子句集中的子句
  + 一个子句是另一个子句的后裔
* 其它问题
  + 完备性
    - 任意一个不可满足的子句集，如果通过使用某个推理规则可以确定其不可满足，称该推理规则是否证完备的
    - 任意一个不可满足的子句集，如果通过使用某种策略和否证完备推理规则可以保证发现一个否证（确定其不可满足），称该策略是完备的
    - 可以证明
      * 归结原理是否证完备的
      * 广度优先策略是完备的
      * 支集策略是完备的
      * 祖先过滤策略是完备的
      * 线性输入策略、单文字策略是不完备的
  + 不足
  + 子句不如逻辑公式直观，不便于理解
  + 例：
  + （∀x）（Bird（x） → Canfly（x））
  + 与 ¬ Bird（x）∨ Canfly（x））
  + 子句可能丢失控制信息
  + 例
  + ¬A → （B∨C）
  + ¬B → （A∨C）
  + ¬C → （A∨B）
  + 有相同的子句： A∨B∨C

## 4.4、与/或形演绎推理

* 与/或形逆向演绎推理
  + 目标公式的表示
  + 定义：公式F中不含有蕴涵符号“→” ，称F为与/或形公式
  + 公式F转换为与/或形的算法
    - （1）利用P → Q⇔ ¬ P ∨ Q 消去公式F中的“→”
    - （2）将¬移动到紧靠谓词的位置上
    - （3）重新命名变元，使不同量词约束的变元有不同的名字
    - （4）用存在量词约束的变元的Skolem函数替换由全称量词约束的相应变元，消去全称量词
    - （5）移去存在量词，且使各主要合取式中的变元具有不同的名字
  + 事实的表示
    - 公式表示：将事实转换成与/或形公式
    - 与/或形公式F的与/或树表示方法：
      * 根节点为公式F
      * 中间节点为F的一个子表达式
      * 叶节点为F中的文字
      * 子表达式E1∧ E2 ∧... ∧ En的后继节点用一个n连接符（半圆弧）连接
      * 子表达式E1∨ E2∨... ∨ En 的后继节点不需要连接
  + B规则的表示
    - 形式：W → L

其中：W为与/或形公式，L为一单文字

* + - 当规则不满足上述要求时，可采用与F规则类似的算法将规则的右部转换为要求的形式。
    - 例
      * W → （L1∧L2）

可转换为两条规则： W → L1 和 W → L2

* + 推理过程
    - 基本思路
      * 从目标公式的与/或形出发，通过运用B规则，最终得到某个终止在事实节点上一致的图解
    - 推理过程
      * （1）用与/或树将目标公式表示出来
      * （2）用B规则的右部和与/或树的叶节点进行匹配，并将匹配成功的B规则加到与/或树中
      * （3）重复（2），直到产生某个终止在事实节点上的一致图解
      * 一致图解：指推理过程中所用到的代换是一致的
  + 例
    - 事实
      * f1：DOG（Fido） Fido是只狗
      * f2：¬BARKS（Fido） Fido不吠叫
      * f3：WAGS-TAIL（ Fido） Fido摇尾巴
      * f4：MEOWS（Myrtle） Myrtle咪咪叫
    - 规则
      * r1：（WAGS-TAIL（x1）∧DOG（x1）） → FRIENDLY（x1）

狗摇尾巴表示友好

* + - * r2：（FRIENDLY（x2）∧¬BARKS（x2））→ ¬ AFRAID（x2，y2）

y2不怕友好且不叫的狗x2

* + - * r3：DOG（x3） → ANIMAL（x3）

狗是动物

* + - * r4：CAT（x4） → ANIMAL（x4）

猫是动物

* + - * r5：MEOWS（x5） → CAT（x5）

咪咪叫的是猫

* + - 目标：
      * 描述：是否有一只猫和一条狗，且这只猫不怕这条狗
      * 公式表示：(∃x)(∃y)[CAT(x)∧DOG(y)∧¬AFRAID(x，y)]
* 与/或形正向演绎推理
* 与/或形双向演绎推理
  + 要求
    - 由正向的与/或形推理和逆向的与/或形推理组成，其要求分别与正向与/或形推理和逆向与/或形推理一致
    - 难点在于终止条件的选择
* 评价
  + 优点
    - 保持了连接词的直观性，比较自然
  + 不足
    - 增加了对规则表示的限制，同时正向推理限制目标表达式为文字的析取式，逆向推理限制事实表达式为文字的合取式