

华中农业大学本科课程考试 参考答案与评分标准

考试课程：概率论与数理统计

学年学期：

试卷类型：B

考试日期：

一、单项选择题（从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案，并将其字母代号写在该题【 】内。答案错选或未选者，该题不得分。每小题 2 分，共 10 分。）

1. 设随机变量 X 的概率密度 $p(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ ，则 $Y = 2X$ 的分布密度为____。 【 b 】

(a) $\frac{1}{\pi(1+4x^2)}$ ； (b) $\frac{2}{\pi(4+x^2)}$ ； (c) $\frac{1}{\pi(1+x^2)}$ ； (d) $\frac{1}{\pi} \arctan x$ 。

2. 设随机变量序列 $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ 相互独立, 并且都服从参数为 $1/2$ 的指数分布, 则

当 n 充分大时, 随机变量 $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ 的概率分布近似服从_____。 【 b 】

(a) $N(2, 4)$ (b) $N(2, 4/n)$ (c) $N(1/2, 1/4n)$ (d) $N(2n, 4n)$

3. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 μ 已知， σ^2 未知， x_1, x_2, x_3 是总体 X 的一个简单随机样本，则下列表达式中不是统计量的是_____。 【 C 】

(a) $x_1 + x_2 + x_3$ ； (b) $\min(x_1, x_2, x_3)$ ； (c) $\sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{\sigma^2}$ ； (d) $x + 2\mu$ 。

4. 在假设检验问题中，检验水平 α 意义是 _____。 【 a 】

- (a) 原假设 H_0 成立，经检验被拒绝的概率；
- (b) 原假设 H_0 成立，经检验不能拒绝的概率；
- (c) 原假设 H_0 不成立，经检验被拒绝的概率；
- (d) 原假设 H_0 不成立，经检验不能拒绝的概率。

5. 在线性回归分析中，以下命题中，错误的是_____。 【 d 】

- (a) SSR 越大， SSE 越小； (b) SSE 越小，回归效果越好；
- (c) $|r|$ 越大，回归效果越好； (d) $|r|$ 越小， SSR 越大。



微信搜一搜

华中农大课程资料共享

关注华中农大课程资料共享 获取更多试卷资料

二、填空题 (将答案写在该题横线上。答案错选或未选者, 该题不得分。每小题 2 分, 共 10 分。)

1. 设离散型随机变量 X 只取 x_1 和 x_2 两个可能值(且 $x_1 < x_2$), 又已知 $P\{X = x_1\} = 0.2$, $E(X) = 2.6$, 方差 $D(X) = 0.64$, 则 $x_1 = \underline{1}$, $x_2 = \underline{3}$ 。
2. 从 10 个数字 $0, 1, 2, 3, \dots, 9$ 中任取两个数字, 其和大于 10 的概率为 $\frac{16}{C_{10}^2} = \underline{0.356}$ 。
3. 设 A, B 为两个事件, $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, $P(B/A) = 0.8$, 则 $P(\bar{A} \cap B) = \underline{0.2}$ 。
4. 在单因素方差分析中, 试验因素 A 的 r 个水平的样本总容量为 n , 则当原假设 H_0 成立时, SSA/σ^2 服从 $\underline{X^2(r-1)}$ 分布, MSA/MSE 服从 $\underline{F(r-1, n-r)}$ 分布。
5. 在线性回归分析中, 回归平方和的含义是 自变量 x 对响应变量 y 的影响程度。

三、(10 分, 要求写清步骤及结果). 假设一条自动生产线生产的产品的合格率是 0.8. 要使一批产品的合格率达到 76% 与 84% 之间的概率不小于 90%, 问这批产品至少要生产多少件?
(附: $\Phi(1.64) = 0.95$, 其中 $\Phi(x)$ 是标准正态分布函数。)

解: 假设至少要生产 n 件产品, 记 X 表示 n 件产品中合格品的数目, 显然 $X \sim B(n, 0.8)$. 由题意,

应该确定生产产品数 n , 使其满足不等式 (2 分)

$$P\left\{0.76 < \frac{X}{n} < 0.84\right\} \geq 0.90 \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

由 De Moivre-Laplace 定理, 当 n 比较大时, X 近似服从正态分布 $N(0.8n, 0.16n)$, 故

$$P\left\{0.76 < \frac{X}{n} < 0.84\right\} = P\left\{\left|\frac{X - 0.8n}{0.4\sqrt{n}}\right| < \frac{0.04n}{0.4\sqrt{n}}\right\} \approx 2\Phi(0.1\sqrt{n}) - 1 \geq 0.90,$$

即 $\Phi(0.1\sqrt{n}) \geq 0.95$ (4 分)

由标准正态分布表, 可得 $0.1\sqrt{n} \geq 1.64$. 从而 $n \geq 268.96$, 因此 n 至少为 269 件..... (2 分)



四、(10分, 要求写清步骤及结果) 为估计鱼池内的鱼数, 第一次捕了 2000 尾, 做了记号再放回鱼池内, 充分混和后再捕 2000 尾, 结果发现 500 尾有记号, 试用极大似然法估计鱼池内的鱼数。

解: 用 $X_i = \begin{cases} 1, & \text{混合后从鱼池内捕出的第 } i \text{ 条鱼有记号,} \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad i=1, 2, \dots, 2000.$

用 N 表示鱼池的鱼数, $P\{X_i=x_i\} = (2000/N)^{x_i} (1-2000/N)^{1-x_i}$

$$\text{似然函数 } L = \prod_{i=1}^{2000} (2000/N)^{x_i} (1-2000/N)^{1-x_i} \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$= (2000/N)^{\sum_{i=1}^{2000} x_i} (1-2000/N)^{2000 - \sum_{i=1}^{2000} x_i}$$

$$= (2000/N)^{2000\bar{x}} (1-2000/N)^{2000(1-\bar{x})}$$

$$\text{取对数: } l = \ln L = 2000\bar{x} \ln(2000/N) + 2000(1-\bar{x}) \ln(1-2000/N) \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\text{求导数: } \frac{dl}{dN} = -2000\bar{x} \frac{1}{N} + 2000(1-\bar{x}) \frac{2000}{N(N-2000)} = 0, \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\text{得: } \hat{N} = \frac{2000}{\bar{x}} = \frac{2000}{500/2000} = 8000. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\frac{2000 \times 1500}{N(N-2000)} = \frac{500}{N}$$

$$\frac{3000000}{N-2000} = 500$$

$$\begin{aligned} 30000 &= 5N - 10000 \\ 40000 &= 5N \end{aligned}$$

$$N = 8000$$

五、(12 分, 要求写清步骤及结果) 已知某树种的木材横纹抗压力遵从正态分布,随机抽取该中木材的试件 9 个,做横纹抗压力试验,获得下列数

据(单位 kg/cm²): 482, 493, 457, 510, 446, 435, 418, 394, 469.

试求 该木材的平均横纹抗压力 95%的置信区间. (附: $t_{0.975}(9-1)=2.306$)

解: 此为小样本问题. 总体 X 具有分布为 $N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 均未知.用

$$T = \frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{s^*} \quad (\text{或} \quad T = \frac{\sqrt{n-1}(\bar{x} - \mu)}{s}) \quad \dots \dots \dots (4 \text{ 分})$$

$$\bar{x}=456, \quad s^*=37.0135, \quad s=34.8967, \quad \dots \dots \dots (4 \text{ 分})$$

$$\Delta = \frac{s^*}{\sqrt{n}} t_{0.975}(9-1)=28.45, \quad \dots \dots \dots (2 \text{ 分})$$

$$\mu \in [\bar{x} - \Delta, \bar{x} + \Delta] = [427.55, 484.45].$$

为此抽样下的置信区间. $\dots \dots \dots (2 \text{ 分})$

六、(15 分, 要求写清步骤及结果) 在施以底肥与不施底肥的两块苗床上, 分别抽取 10 株苗木, 测得苗高数据(单位:cm)如下表:

							行和
施肥	77.3	79.1	81.0	79.1	82.1	77.3	475.9
不施肥	75.5	76.2	78.1	72.4	77.4	76.7	456.3

设苗木的苗高服从正态分布, 且为重复抽样. (取显著水平 $\alpha=0.01$)

1. 检验施肥苗床的苗木的苗高的方差是否一样? μ
2. 问施肥苗床的苗木的苗高是否显著高于不施肥苗床上苗木的苗高. μ

(附: $F_{0.975}(6-1, 6-1)=7.15$, $t_{0.95}(6+6-2)=1.812$)

解: 1. 1^0 提出假设: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \leftrightarrow H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, (1 分)

$$2^0 \quad F = \frac{s_1^{*2}}{s_2^{*2}} = \frac{1.94^2}{2.005^2} = 0.936, \quad \dots (4 \text{ 分})$$

$$3^0 \quad w_1 = \{F > 7.15\} \cup \{F < 1/7.15 = 0.14\}; \quad \dots (2 \text{ 分})$$

$$4^0 \quad F \text{ 值没有落在 } w_1 \text{ 中, 接受 } H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2. \quad \dots (1 \text{ 分})$$

2. 1^0 提出假设: $H_0: \mu_1 = \mu_2 \leftrightarrow H_1: \mu_1 > \mu_2$, (1 分)

$$2^0 \quad T = \frac{\sqrt{n}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{s_1^{*2} + s_2^{*2}}} = \frac{\sqrt{6}(79.317 - 76.05)}{\sqrt{3.762 + 4.019}} = 2.869; \quad \dots (4 \text{ 分})$$

$$3^0 \quad w_2 = \{T > 1.812\} \quad \dots (1 \text{ 分})$$

4^0 T 值 落在 w_2 中, 拒绝 $H_0: \mu_1 = \mu_2$, 接受 $H_1: \mu_1 > \mu_2$ (1 分)



微信搜一搜

共 7 页

华中农大课程资料共享

七、(15 分, 要求写清步骤及结果) 设在育苗试验中有 3 种不同的处理方法, 每种方法做 6 次重复试验, 一年后, 苗高数据如下表:

处理方法	苗高 y_{ij} (cm)	行 和
1	39.2 29.0 25.8 33.5 41.7 37.2	$T_{1.}=206.4$
2	37.3 27.7 23.4 33.4 29.2 35.6	$T_{2.}=186.6$
3	20.8 33.8 28.6 23.4 22.7 30.9	$T_{3.}=160.2$

1. 试问不同的处理方法是否有显著差异?
2. 请列出方差分析表.
3. 哪种处理方法最好? (附: $\alpha = 0.05$, $F_{0.95}(3-1, 18-3)=3.68$)

解: 1. $T = 553.2$, $\bar{x} = 30.73$, $\bar{x}_1 = 34.4$, $\bar{x}_2 = 31.1$, $\bar{x}_3 = 26.7$; $C = T^2/n = 17001.68$;

$$SST = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^6 x_{ij}^2 - C = 17640.66 - 17001.68 = 638.98;$$

$$SSA = 6 \sum_{i=1}^3 (\bar{x}_i - \bar{x})^2 = 179.08, \quad MSA = SSA/2 = 89.54;$$

$$SSE = SST - SSA = 459.9, \quad MSE = SSE/15 = 30.66, \quad F = MSA/MSE = 2.92;$$

拒绝域为 $W = \{F > 3.68\}$, F 值在拒绝域内, 故有理由认为不同的处理方法没有显著差异.

2.

平方和	F 值	临界值
$SST=638.98$		3.68
$SSA=89.54$		
$SSE=30.66$	2.92	- 不显著

3. 因为不同的处理方法没有显著差异, 所以谈不上哪种处理方法最好.



微信搜一搜

【第 6 页 共 7 页】

华中农大课程资料共享

关注华中农大课程资料共享 获取更多试卷资料

14-15

本题
得分

八、(18分, 要求写清步骤及结果) 为研究某种商品的单位家庭的月需求量 Y 与该商品的价格 x 之间的关系, 得数据如下: ($\alpha=0.05$)

价格 X_i (元)	1.0	2.0	2.0	2.3	2.5	2.6	2.8	3.0	3.3	3.5
月需求量 Y_i (500克)	5.0	3.5	3.0	2.7	2.4	2.5	2.0	1.5	1.3	1.2

1. 试求: \bar{x} , \bar{y} , l_{xx} , l_{xy} , l_{yy} ;
2. 试求: 对 x 的一元线性之经验回归方程; ✓
3. 对此一元线性回归方程进行显著性检验.
4. 求当 $x=1.5$ 时, 需求量 y_0 的估计值和 y_0 的 95% 的置信区间.

(附: $t_{0.975}(10-2)=2.306$, $r_{0.05}(10-2)=0.6319$, $F_{0.95}(1, 10-2)=5.32$)

(提示: 预测公式 $t = (y_0 - \hat{y}_0) / \sqrt{\frac{SSE}{n-2} \cdot [1 + 1/n + (x_0 - \bar{x})^2 / l_{xx}]} \sim t(n-2)$)

解: 1. $\bar{x}=2.5$, $\bar{y}=2.51$, $\sum x_i y_i=55.3$, $l_{xx}=4.78$, $l_{xy}=-7.45$, $l_{yy}=11.929$; (4分)

$$2. \hat{\beta} = l_{xy} / l_{xx} = -1.56, \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x} = 6.406,$$

得经验线性回归方程: $\hat{y} = 6.406 - 1.56x$; (4分)

3. 提出假设: $H_0: \beta=0 \leftrightarrow H_1: \beta \neq 0$, (2分)

$$\text{统计量: } F = SSR / MSE = \hat{\beta} l_{xy} / (l_{yy} - \hat{\beta} l_{xy}) = 290.25,$$

$$T = \hat{\beta} \sqrt{\frac{l_{xx}}{MSE}} = -1.56 \sqrt{\frac{4.78}{0.04}} = -17.05, \quad r = \frac{l_{xy}}{\sqrt{l_{xx} l_{yy}}} = -0.987;$$

拒绝域: $W = \{F > 5.32\} = \{|T| > 2.306\} = \{|r| > 0.6319\}$ (4分)

拒绝 $H_0: \beta=0$, 即认为线性回归方程显著.

$$4. \text{点估计 } \hat{y}_0 = 4.0686, \quad \Delta_1 = \sqrt{\frac{SSE}{n-2} \cdot [1 + 1/n + (x_0 - \bar{x})^2 / l_{xx}]} = 0.229,$$

$$\Delta = \Delta_1 \cdot t_{0.975}(10-2) = 0.528, \quad \dots \dots \dots (2分)$$

得区间估计: $y_0 \in [3.5406, 4.596]$ (2分)



微信搜一搜

华中农大课程资料共享

关注华中农大课程资料共享 获取更多试卷资料