得 分								
评卷人								

本题得分	

一、单项选择题（从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案，并将其字母代号写在该题【 】内．每小题3分，共15分）

1. 若随机事件 A 和 B 都不发生的概率为 p，则以下结论中正确的是 【 】

A. A 和 B 都发生的概率等于 $1-p$； B. A 和 B 只有一个发生的概率为 $1-p$；

C. A 发生 B 不发生的概率为 $1-p$； D. A 和 B 至少有一个发生的概率为 $1-p$.

2. 设随机变量 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，则概率 $P(|X-\mu| \le \sigma)$ 会随着 σ 的增大而 【 】

A. 增大； B. 减小； C. 保持不变； D. 不能确定.

3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且都服从区间 $(0,1)$ 上的均匀分布，则

$P\{X^2+Y^2 \le 1\}=$ 【 】

A. $\dfrac{\pi}{4}$； B. $\dfrac{1}{4}$； C. $\dfrac{\pi}{8}$； D $\dfrac{\pi}{16}$.

4. 设连续型随机变量 X 的分布密度为 $p(x)=\begin{cases} 2x^3e^{-x^2} & x>0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases}$，则 $Y=X^2$ 的分布密度为 【 】

A. $p_Y(y)=\begin{cases} ye^{-y} & y>0 \\ 0 & y \le 0 \end{cases}$； B. $p_Y(y)=\begin{cases} e^{-y} & y>0 \\ y & y \le 0 \end{cases}$；

C. $p_Y(y)=\begin{cases} ye^{-y} & y>0 \\ y & y \le 0 \end{cases}$； D. $p_Y(y)=\begin{cases} ye^{y} & y>0 \\ y & y \le 0 \end{cases}$.

5. 设随机变量 X，$EX=\mu, DX=\sigma^2$，用切比雪夫不等式估计

$P\{|X-EX| \le 3\sigma\} \ge$ 【 】

A. $\dfrac{1}{9}$； B. $\dfrac{1}{3}$； C. $\dfrac{8}{9}$； D. 1.

本题得分	

二、判断题（正确的打√，错误的打×，每小题2分，共10分）

1. 设A,B为随机事件，若A,B相容，则$\overline{A},\overline{B}$也相容. 【 】
2. 设A,B为随机事件，若$P(AB)=0$，则A,B不可能同时发生. 【 】
3. 设连续型随机变量X的分布密度为$p(x)$，则$0\le p(x)\le 1$. 【 】
4. 设随机变量X,Y，若X,Y不相关，则X,Y不一定相互独立. 【 】
5. 设随机变量X,Y的联合分布函数为$F(x,y)$，则$F(-\infty,+\infty)=0$. 【 】

本题得分	

三、填空题（将答案写在该题横线上. 每小题3分，共15分）

1. 盒子中有5个红球3个白球一共8个球，无放回地每次取一个，共取4次，恰好1个红球3个白球的概率为____________.

2. 设随机变量X,Y相互独立，且$X\sim B(2,p)$， $Y\sim B(1,p)$，若$P(X\ge 1)=\dfrac{5}{9}$，则$P\{X+Y=2\}=$____________.

3. 设随机变量X,Y相互独立，且$X\sim N(1,4)$，Y服从区间$[-1,4]$上的均匀分布则概率$P\{\max(X,Y)\le 1\}=$____________.

4. 设二维随机变量$(X,Y)\sim N(1,0,1,1,0)$，则$E(XY-Y)=$____________.

5. 在次品率为$\dfrac{1}{6}$的一大批产品中，任意抽取300件产品，根据中心极限定理，这300件产品中次品数在40~60之间的概率约为__________.（$\phi(1.55)=0.9394$）

本题得分	

四、（本题15分）设二维连续型随机变量(X,Y)的联合分布密度为$p(x,y)$，求函数$Z=X+Y$的分布密度.

本题得分	

五、（本题 15 分）三个箱子，第一个箱子中有 4 个红球 1 个白球，第二个箱子中有 3 个红球 3 个白球，第三个箱子中有 2 个红球 3 个白球. 现随机地取一个箱子，再从这个箱子中任取两个球. 求：

(1) 这两个球恰好一红一白的概率；（10 分）

(2) 已知取出的球恰好一红一白，则它们属于第二个箱子的概率.（5 分）

本题得分	

六、（本题15分）设连续型随机变量 X 的分布密度函数为：

$$p(x)=\begin{cases} x & 0\le x<1 \\ 2-x & 1\le x<2, \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求：(1) $P\{\frac{1}{2}<X<\frac{3}{2}\}$；（7分） （2）求数学期望 $E(X^2)$.（8分）

本题得分	

七、（本题 15 分）设随机变量(X,Y)的分布函数为：

$$F(x,y)=\begin{cases}(1-e^{-0.2x})(1-e^{-0.1y}) & x>0,y>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases},$$

(1) 判断随机变量X,Y是否相互独立；（8 分）

(2) 设事件$A=\{X>5\},B=\{Y>10\}$,求事件A、B是否相互独立.（7 分）

一、单项选择题（从下列各题四个备选答案中选出一个正确答案，并将其字母代号写在该题【　　】内. 每小题 3 分，共 15 分.）

1.D;　　2.C;　　3.A;　　4.A;　　5.C.

二、判断题（正确的打√，错误的打×，每小题 2 分，共 10 分.）

1. ×　　2. ×　　3. ×　　4. √　　5. √

三、填空题（将答案写在该题横线上. 每小题 3 分，共 15 分.）

1. $\frac{1}{14}=0.0714$;
2. $\frac{2}{9}=0.2222$;
3. $\frac{1}{5}=0.2$;
4. 0 ;
5. 0.8788.

四、（15 分）设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合分布密度为 $p(x,y)$，求函数 $Z=X+Y$ 的分布密度.

解：$F_Z(z)=P\{Z\le z\}=P\{X+Y\le z\}$ ············(3 分)

$=\int_{-\infty}^{+\infty}[\int_{-\infty}^{z-x}p(x,y)dy]dx$　（※） ············(3 分)

y	$-\infty$	$z-x$
u	$-\infty$	z

在内层积分中，设 $u=x+y, y=u-x, dy=du$ ············(3 分)

（※）式 $=\int_{-\infty}^{+\infty}[\int_{-\infty}^{z}p(x,u-x)du]dx=\int_{-\infty}^{z}[\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,u-x)dx]du$ ·········(3 分)

$p_Z(z)=[F_Z(z)]'=\left(\int_{-\infty}^{z}[\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,u-x)dx]du\right)'_z=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,z-x)dx$ ·········(3 分)

五、（15 分）三个箱子，第一个箱子中有 4 个红球 1 个白球，第二个箱子中有 3 个红球 3 个白球，第三个箱子中有 2 个红球 3 个白球. 现随机地取一个箱子，再从这个箱子中任取两个球. 试求：

(1) 这两个球恰好一红一白的概率；（10 分）

(2) 已知取出的球恰好一红一白，则它们属于第二个箱子的概率.（5 分）

解：(1) 设 $A_i=\{$取到的是第 i 个箱子$\}$ $(i=1,2,3)$，

$B=\{$取出的两个球恰好一红一白$\}$； …………(2 分)

$P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=\frac{1}{3}$， …………(2 分)

$P(B|A_1)=\frac{C_4^1}{C_5^2}=\frac{2}{5}, P(B|A_2)=\frac{C_3^1C_3^1}{C_6^2}=\frac{3}{5}, P(B|A_3)=\frac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$. …………(3 分)

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{8}{15}$$ …………(3 分)

(2) $P(A_2|B)=\frac{P(A_2B)}{P(B)}=\frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}}{\frac{8}{15}}=\frac{3}{8}$ …………(5 分)

六、（15分）设连续型随机变量 X 的分布密度函数为：

$$p(x)=\begin{cases} x & 0\le x<1 \\ 2-x & 1\le x<2, \\ 0 & 其它 \end{cases}$$

试求：（1） $P\{\frac{1}{2}<X<\frac{3}{2}\}$（7分）；（2）求数学期望 $E(X^2)$（8分）.

解：(1) $P\{\frac{1}{2}<X<\frac{3}{2}\}=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}p(x)\,dx$ …………(2 分)

$=\int_{\frac{1}{2}}^{1}x\,dx+\int_{1}^{\frac{3}{2}}(2-x)\,dx$ …………(3 分)

$=\frac{3}{8}+\frac{3}{8}=\frac{3}{4}$ …………(2 分)

（2） $E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2p(x)dx$ …………(3 分)

$=\int_0^1 x^3\,dx+\int_1^2 x^2(2-x)\,dx$ …………(3 分)

$=\frac{1}{4}+(\frac{4}{3}-\frac{5}{12})=\frac{7}{6}$ …………(2 分)

七、（15 分）设随机变量(X,Y)的分布函数为:

$$F(x,y)=\begin{cases}(1-e^{-0.2x})(1-e^{-0.1y}) & x>0,y>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases},$$

求(1) 随机变量X,Y是否相互独立?（8 分）

(2) 设事件$A=\{X>5\},B=\{Y>10\}$, A,B是否相互独立? （7 分）

解:(1)$F_X(x)=P\{X\le x,Y<+\infty\}$

$$=F(x,+\infty)=\begin{cases}1-e^{-0.2x} & x>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$ …………（3 分）

$F_Y(y)=P\{X<+\infty,Y\le y\}$

$$=F(+\infty,y)=\begin{cases}1-e^{-0.1y} & y>0\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$ …………（3 分）

$\because F(x,y)=F_X(x)F_Y(y),\therefore X,Y$相互独立. …………（2 分）

(2)$P(A)=P\{X>5\}=1-F_X(5)=e^{-1}$; …………（2 分）

$P(B)=P\{Y>10\}=1-F_Y(10)=e^{-1}$; …………（2 分）

$P(AB)=P\{X>5,Y>10\}=1-F_X(5)-F_Y(10)+F(5,10)$

$=1-(1-e^{-1})-(1-e^{-1})+(1-e^{-1})^2=e^{-2}$ …………（2 分）

$\because P(AB)=P(A)P(B),\therefore A,B$相互独立. …………（1 分）