

$$A=15. \quad (4 \text{ 分})$$

$$(2) \quad p_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y) dy = \int_0^x 15xy^2 dy = 5x^4$$

$$\text{所以, } p_X(x) = \begin{cases} 5x^4, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4 \text{ 分})$$

$$(3) \quad p_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y) dx = \int_y^1 15xy^2 dx = \frac{15}{2}y^2 - \frac{15}{2}y^4$$

$$\text{所以, } p_Y(y) = \begin{cases} \frac{15}{2}y^2 - \frac{15}{2}y^4, & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4 \text{ 分})$$

(4) 因为 $p(x, y) \neq p_X(x)p_Y(y)$, 所以 X, Y 不相互独立. (2 分)

六、(本题 14 分)

解: 由 $(X, Y) \sim U(A)$, 则 $p(x, y) = \begin{cases} 1 & (x, y) \in A \\ 0 & (x, y) \notin A \end{cases}$

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{+\infty} xp_X(x) dx = \iint x p(x, y) dx dy = \int_0^1 \left[\int_0^{2(1-x)} x dy \right] dx \\ &= \int_0^1 (2x - 2x^2) dx = \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (4 \text{ 分})$$

$$E(X^2) = \iint x^2 p(x, y) dx dy = \int_0^1 \left[\int_0^{2(1-x)} x^2 dy \right] dx = \frac{1}{6}$$

$$D(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{1}{18} \quad (4 \text{ 分})$$

$$E(XY) = \iint xy p(x, y) dx dy = \int_0^1 \left[\int_0^{2(1-x)} xy dy \right] dx = \frac{1}{6} \quad (6 \text{ 分})$$

七、(本题 14 分)

解: 假设发生故障的机器台数为随机变量 X , 所需要配备的师傅的个数为 a , 则 $X \sim B(150, 0.02)$ (2 分)

$$P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - P\left(\frac{X-3}{\sqrt{2.94}} \leq \frac{a-3}{\sqrt{2.94}}\right) < 0.01 \quad (4 \text{ 分})$$

$$P\left(\frac{X-3}{\sqrt{2.94}} \leq \frac{a-3}{\sqrt{2.94}}\right) > 0.99 \quad (2 \text{ 分})$$

$$\frac{a-3}{\sqrt{2.94}} > 2.33 \quad (4 \text{ 分})$$

$$a > 6.9951 \quad (2 \text{ 分})$$

所以至少需要 7 个师傅。

