

一、单项选择题（每小题 3 分，共 18 分）

1. C 2. B 3. A 4. A 5. B 6. C

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分。）

1. 0.8 2. $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ 3. $\begin{cases} 2(1-z) & 0 < z < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ 4. P(5) 5. 0.95 6. 不变

三、（本题 10 分）

解：

$A_1=\{\text{甲生产}\}, A_2=\{\text{乙生产}\}, A_3=\{\text{丙生产}\}, A_4=\{\text{丁生产}\}, B=\{\text{次品}\}$

$P(A_1)=0.1, P(A_2)=0.25, P(A_3)=0.35, P(A_4)=0.3$

$P(B/A_1)=0.03, P(B/A_2)=0.02, P(B/A_3)=0.01, P(B/A_4)=0.03$

$$(1) P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + P(A_3) \cdot P(B/A_3) + P(A_4) \cdot P(B/A_4) \\ = 0.1 \cdot 0.03 + 0.25 \cdot 0.02 + 0.35 \cdot 0.01 + 0.3 \cdot 0.03 = 0.0205 \quad (5 \text{ 分})$$

$$(2) P(A_4/B) = \frac{P(A_4) \cdot P(B/A_4)}{P(B)} = \frac{0.3 \cdot 0.03}{0.0205} = 0.439 \quad (5 \text{ 分})$$

四、（本题 12 分）

解：

$$(1) \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1, \int_{-1}^1 ax^2 dx = \frac{2}{3}a = 1, a = \frac{3}{2} \quad (3 \text{ 分})$$

$$(2) P(X < 0.5) = \int_{-1}^{0.5} \frac{3}{2}x^2 dx = 0.5625 \quad (3 \text{ 分})$$

$$(3) F_Y(y) = P(Y \leq y) = P(X^2 \leq y) \xrightarrow{y>0} P(-\sqrt{y} \leq X \leq \sqrt{y}) \xrightarrow{0<y<1} \int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}} \frac{3}{2}x^2 dx = y^{\frac{3}{2}}$$

当 $y \leq 0$ 时, $F_Y(y) = 0$; 当 $y \geq 1$ 时, $F_Y(y) = 1$;

$$\text{所以, } p_Y(y) = \begin{cases} \frac{3}{2}y^{\frac{1}{2}} & 0 < y < 1 \\ 0 & y \leq 0 \text{ 或 } y \geq 1 \end{cases}$$

五、（本题 14 分）

$$\text{解: (1) } \iint_{xoy} p(x, y) dx dy = 1, \int_0^1 Ax \left[\int_0^x y^2 dy \right] dx = \int_0^1 \frac{1}{3} Ax^4 dx = \frac{1}{15} Ax^5 \Big|_0^1 = \frac{1}{15} A,$$

