

习题三：随机变量的函数

一、选择题：

1. 设 $R.V. X, Y$ 相互独立, 且 $X \sim N(2,1), Y \sim N(1,1)$, 则以下正确的是 【 】

- A. $P\{X - Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$; B. $P\{X - Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$;
C. $P\{X + Y \leq 1\} = \frac{1}{2}$; D. $P\{X + Y \leq 0\} = \frac{1}{2}$.

2. (2012) 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且都服从区间 $(0,1)$ 上的均匀分布, 则

$$P\{X^2 + Y^2 \leq 1\} = \quad \quad \quad \text{【 】}$$

- A. $\frac{1}{4}$; B. $\frac{1}{2}$; C. $\frac{\pi}{8}$; D. $\frac{\pi}{4}$.

3. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且均服从泊松分布 $P(2)$, 则 $P(X + Y = 2) =$ 【 】

- A. $2e^{-2}$; B. $4e^{-2}$; C. $8e^{-4}$; D. $16e^{-4}$.

4. 已知两个随机变量 X, Y 相互独立同分布, 且 $P\{X = -1\} = P\{Y = -1\} = \frac{1}{2}$,

$$P\{X = 1\} = P\{Y = 1\} = \frac{1}{2}, \text{ 则下列各式中成立的是 } \quad \quad \quad \text{【 】}$$

- A. $P\{X = Y\} = \frac{1}{2}$; B. $P\{X = -Y\} = 1$;
C. $P\{X + Y = 0\} = \frac{1}{4}$; D. $P\{XY = 1\} = \frac{1}{4}$.

5. 设连续型随机变量 X 的概率密度 $p(x) = \frac{1}{\pi(1 + x^2)}$, 则 $Y = 2X$ 的概率密度为

【 】

- A. $\frac{1}{\pi(1 + 4y^2)}$; B. $\frac{2}{\pi(4 + y^2)}$; C. $\frac{1}{\pi(1 + y^2)}$; D. $\frac{1}{\pi} \arctan y$

6. 设连续型随机变量 X 的分布密度为 $p(x) = \begin{cases} 2x^3 e^{-x^2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $Y = X^2$ 的分布密

度为 【 】

- A. $p_Y(y) = \begin{cases} ye^{-y} & y > 0 \\ y & y \leq 0 \end{cases}$; B. $p_Y(y) = \begin{cases} e^{-y} & y > 0 \\ y & y \leq 0 \end{cases}$;

$$C. p_Y(y) = \begin{cases} ye^{-y} & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}; \quad D. p_Y(y) = \begin{cases} ye^y & y > 0 \\ y & y \leq 0 \end{cases}.$$

7. 设随机变量 X, Y 相互独立, 其分布函数分别为 $F_1(x), F_2(y)$, 则随机变量

$Z = \max(X, Y)$ 的分布函数为 【 】

- A. $F(z) = \max\{F_1(z), F_2(z)\}$; B. $F(z) = \min\{1 - F_1(z), 1 - F_2(z)\}$;
C. $F(z) = F_1(z)F_2(z)$; D. $F(z) = 1 - [1 - F_1(z)][1 - F_2(z)]$.

8. (2008) 设随机变量 X, Y 独立同分布, 其 X 的分布函数分别为 $F(x)$, 则随机变

量 $Z = \max(X, Y)$ 的分布函数为 【 】

- A. $F^2(x)$; B. $F(x)F(y)$;
C. $1 - [1 - F(x)]^2$; D. $[1 - F(x)][1 - F(y)]$.

二、填空题:

1. 设随机变量 $X \sim B(2, p)$, 随机变量 $Y \sim B(3, p)$, 若 $P(X \geq 1) = \frac{5}{9}$,

则 $P(Y \geq 1) =$ _____, $P(X + Y = 1) =$ _____.

2. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且 X 和 Y 的概率分布分别为,

X	0	1	2	3
P	1/2	1/4	1/8	1/8

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

则 $P\{X + Y = 2\} =$ _____.

3. 设 $X \sim U(0, 2)$, 则 $Y = X^2$ 在 $(0, 4)$ 内的概率分布密度 $p_Y(y) =$ _____.

4. 设随机变量 X 的分布密度为 $p(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & x \leq 0 \text{ or } x \geq 1 \end{cases}$, 若随机变量 Y 表示对

X 的 3 次独立观察中事件 $(X \leq \frac{1}{2})$ 出现的次数, 则 $P(Y = 0) =$ _____.

5. 设随机变量 X, Y 相互独立且均服从标准正态分布, 则概率 $P\{\max(X, Y) \leq 0\}$
= _____.

6. (2006) 设随机变量 X, Y 相互独立且均服从区间 $[0, 3]$ 上的均匀分布, 则概率
 $P\{\max(X, Y) \leq 1\} =$ _____.

7. 设随机变量 X, Y 相互独立且均服从 $B(1, 0.9)$, 则 $Z = \min(X, Y)$ 的分布律
为 _____.