

15. (2014) 设随机事件 A 、 B 相互独立, 且 $P(B) = 0.5$, $P(A - B) = 0.3$, 则

$P(B - A) =$ 【 】

- A. 0.1; B. 0.2; C. 0.3; D. 0.4 .

16. 设甲袋中有 3 个黑球, 7 个白球, 乙袋中有 4 个黑球, 5 个白球, 现从甲袋中取出 1 球放进乙袋, 再从乙袋中取一球, 则取得白球的概率是 【 】

- A. $1/2$; B. $5/9$; C. $57/100$; D. $3/5$.

17. 若随机事件 A 和 B 都不发生的概率为 p , 则以下结论中正确的是 【 】

- A. A 和 B 都发生的概率等于 $1-p$;
B. A 和 B 只有一个发生的概率为 $1-p$;
C. A 发生 B 不发生的概率为 $1-p$;
D. A 和 B 至少有一个发生的概率为 $1-p$.

18.(2007) 某人向同一目标独立重复射击, 每次射击命中目标的概率为

p ($0 < p < 1$), 则此人第 4 次射击恰好是第 2 次命中目标的概率为 【 】

- A. $3p(1-p)^2$; B. $6p(1-p)^2$; C. $3p^2(1-p)^2$; D. $6p^2(1-p)^2$.

19. (2016) 设 A 、 B 为两个随机事件, 且 $0 < P(A) < 1$, $0 < P(B) < 1$, 若

$P(A|B)=1$, 则 【 】

- A. $P(\overline{B}|\overline{A})=1$; B. $P(A|\overline{B})=0$; C. $P(A \cup B)=1$; D. $P(B|A)=1$.

二、填空题 (每题 4 分, 共 56 分)

1. 设 $P(A) = 0.7$, $P(A - B) = 0.3$, 则 $P(\overline{AB}) =$ _____.

2. 事件 A 与 B 互不相容, 且 $P(\overline{A}) = 0.8$, 则 $P(\overline{AB}) =$ _____.

3. 已知事件 A, B 相互独立, A, C 互斥, $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$, $P(C) = 0.4$, $P(B|C) = 0.2$, 则 $P(C|A \cup B) =$ _____.

4. (2012) 设 A, B, C 是随机事件, A 与 C 互不相容, 已知 $P(AB) = \frac{1}{2}$, $P(C) = \frac{1}{3}$, 则 $P(AB|\overline{C}) =$ _____.

5. 将 6 本不同的书随机地放在书架上, 则指定的 3 本书放在一起的概率为 _____.

6. 将 5 本书随机地放在书架上，则指定的两本书正好中间隔着一本书的概率为 _____.
7. 10 片药片中有 5 片是安慰剂，从中每次取一片，作不放回抽样，则前 3 次都取到安慰剂的概率是 _____.
8. 袋中装有 3 个 10 元，5 个 5 元的钞票，现从中任取 4 张，则总金额达到 30 元的概率为 _____.
9. 盒子中有 5 个红球 3 个白球一共 8 个球，从中无放回地每次取一个，共取 3 次，正好取出 2 个红球 1 个白球的概率为 _____.
10. 盒子中有 5 红 3 白 2 黑一共 10 个球，从中有放回地每次取一个，共取 6 次，恰好 2 红 3 白的概率为 _____.
11. (2016) 设袋中有红、白、黑球各 1 个，从中有放回地取球，每次取 1 个，直到三种颜色的球都取到为止，则取球的次数恰好为 4 的概率为_____.
12. 从五双不同的鞋子里任取 4 只，则至少有两只配成一双的概率为_____.
13. 盒子中有 5 个红球 3 个白球一共 8 个球，无放回地每次取一个，共取 4 次，恰好 1 个红球 3 个白球的概率为_____.
14. 盒子中有 5 个红球 3 个白球一共 8 个球，无放回地每次取一个，共取 5 次，恰好 2 个红球 3 个白球的概率为_____.

习题二：随机变量的分布

一、选择题：

1. (2013) 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 X 和 Y 的概率分布分别为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

Y	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则 $P\{X+Y=2\}=$ 【 】

- A. $\frac{1}{12}$; B. $\frac{1}{8}$; C. $\frac{1}{6}$; D. $\frac{1}{2}$.

2. 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P\{X=k\}=aC_2^kC_3^{3-k} (k=0,1,2)$, 则 $a=$ 【 】

- A. $\frac{1}{2}$; B. $\frac{1}{5}$; C. $\frac{1}{3}$; D. $\frac{1}{10}$.

3. 设随机变量 ξ 的概率密度 $f(x)=k\cos 2x (x\in[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}])$, 则 k 的值为 【 】

- A. 0.5; B. 1; C. 2; D. 0.25.

4. (2010) 设 $p_1(x)$ 为标准正态分布的分布密度, $p_2(x)$ 为 $[-1,3]$ 上均匀分布的分布密

度, 若 $p(x)=\begin{cases} ap_1(x) & x\leq 0 \\ bp_2(x) & x>0 \end{cases} (a>0, b>0)$ 也为分布密度, 则 a, b 应满足 【 】

- A. $2a+3b=4$; B. $3a+2b=4$; C. $a+b=1$; D. $a+b=2$.

5. 设 X 为连续型随机变量, 当 $x\geq 0$ 时, $F(x)=1-\frac{1}{3}e^{-3x}$, 则 $P\{X\leq 0\}$ 是 【 】

- A. 0; B. 1; C. $\frac{1}{3}$; D. $\frac{2}{3}$.

6. 设 $F_1(x), F_2(x)$ 分别是随机变量 X_1 和 X_2 的分布函数, 为使

$F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数, 则 a, b 的取值为 【 】

- A. $a=\frac{3}{5}, b=-\frac{2}{5}$; B. $a=\frac{2}{3}, b=\frac{2}{3}$;
C. $a=-\frac{1}{2}, b=\frac{3}{2}$; D. $a=\frac{1}{2}, b=\frac{3}{2}$.

7. 设 $F(x, y)$ 为 (X, Y) 的分布函数, 则以下结论不成立的是 【 】

- A. $0\leq F(x, y)\leq 1$; B. $F(+\infty, +\infty)=1$;
C. $F(-\infty, +\infty)=1$; D. $F(-\infty, -\infty)=0$.

8. (2010) 设 $R.V. X$ 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ \frac{1}{2} & 0\leq x<1 \\ 1-e^{-x} & x\geq 1 \end{cases}$, $P\{X=1\}$ 等于 【 】

- A. 0; B. $\frac{1}{2}$; C. $\frac{1}{2}-e^{-1}$; D. $1-e^{-1}$.

9. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则概率 $P\{X \leq 1 + \mu\}$ 是 【 】
- A. 随 μ 的增大而增大; B. 随 μ 的增大而减小;
C. 随 σ 的增加而增加; D. 随 σ 的增加而减小.
10. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则概率 $P(|X - \mu| \geq 2)$ 会随着 σ 的增大而 【 】
- A. 增大; B. 减小; C. 保持不变; D. 不能确定.
11. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则概率 $P(|X - \mu| \leq 1)$ 会随着 σ 的增大而 【 】
- A. 增大; B. 减小; C. 保持不变; D. 不能确定.
12. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则概率 $P(|X - \mu| \leq \sigma)$ 会随着 σ 的增大而 【 】
- A. 增大; B. 减小; C. 保持不变; D. 不能确定.
13. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则概率 $P(|X - \mu| \leq \sigma^2)$ 会随着 σ 的增大而 【 】
- A. 增大; B. 减小; C. 保持不变; D. 不能确定.
14. (2006) 设随机变量 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 【 】
- $P\{|X - \mu_1| < 1\} > P\{|Y - \mu_2| < 1\}$, 则必有
- A. $\sigma_1 < \sigma_2$; B. $\sigma_1 > \sigma_2$; C. $\mu_1 < \mu_2$; D. $\mu_1 < \mu_2$.
15. 设随机变量 X, Y 相互独立且都在 $[0, 1]$ 服从均匀分布, 则服从均匀分布的随机变量是 【 】
- A. $X + Y$; B. $X - Y$; C. X^2 ; D. (X, Y) .
16. (2011) 设 $F_1(x), F_2(x)$ 为两个分布函数, 其相应的概率密度 $f_1(x), f_2(x)$ 是连续函数, 则必为概率密度的是 【 】
- A. $f_1(x)f_2(x)$; B. $2f_2(x)F_1(x)$;
C. $f_1(x)F_2(x)$; D. $f_1(x)F_2(x) + f_2(x)F_1(x)$.
17. 设连续型随机变量 X, Y , 它们的分布密度分别是 $p_1(x)$ 和 $p_2(x)$, 则 【 】
- A. $p_1(x) + p_2(x)$ 必为某一随机变量的分布密度;
B. $\frac{1}{2}[p_1(x) + p_2(x)]$ 必为某一随机变量的分布密度;
C. $p_1(x) - p_2(x)$ 必为某一随机变量的分布密度;
D. $p_1(x)p_2(x)$ 必为某一随机变量的分布密度.

18. 下列函数可以作为某随机变量的分布函数的是 【 】

A. $F(x) = \frac{1}{1+x^2}$;

B. $F(x) = \sin x$;

C. $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x^2} & x \leq 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$;

D. $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.5 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0.3 & 1 < x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$

19. 设随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ ，分布密度为 $p(x)$ ，且 $p(x) = p(-x)$ ，则对任意的实数 a ，正确的是 【 】

A. $F(a) = F(-a)$;

B. $F(-a) = 1 - \int_0^a p(x)dx$;

C. $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a p(x)dx$;

D. $F(-a) = 2F(a) - 1$.

20. (2013) 设 X_1, X_2, X_3 是随机变量，且 $X_1 \sim N(0,1)$, $X_2 \sim N(0,2^2)$, $X_3 \sim N(5,3^2)$,

$P_j = P\{-2 \leq X_j \leq 2\} (j=1,2,3)$, 则 【 】

A. $P_1 > P_2 > P_3$;

B. $P_2 > P_1 > P_3$;

C. $P_3 > P_1 > P_2$;

D. $P_1 > P_3 > P_2$.

二、填空题

1. 在区间 $(0, 1)$ 中随机地取两个数，则两数之差的绝对值小于 $1/2$ 的概率为_____.

2. 设相互独立的两个随机变量 X, Y 具有相同的分布律，且 X 的分布律为：

$P(X=0) = P(X=1) = 0.5$ 则概率 $P(X=Y) =$ _____.

3. 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

$P\{X=i, Y=j\} = c|i-j|, i=-2, 0, 2; j=-2, 3$ ，则 $c =$ _____.

4. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x \leq a \\ 1, & x > a \end{cases}$ ，则 $a =$ _____.

5. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$, 其中 $\lambda > 0$, 则

$$P\{-1 < X < 1\} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

6. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} A + Be^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$, 则

$$A = \underline{\hspace{2cm}}, B = \underline{\hspace{2cm}}.$$

习题四：随机变量的数字特征

一、选择题

1. 设随机变量的概率密度为 $p(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2 + 2x - 1}$, 则下列结论正确的是 【 】

A. $EX = 1, DX = \frac{1}{2}$;

B. $EX = 2, DX = 1$;

C. $EX = 1, DX = 2$;

D. $EX = -1, DX = 2$.

2. 设 $R.V. X, Y$, 若 $E(XY) = (EX)(EY)$, 则以下各选项中肯定正确的是 【 】

A. $D(XY) = (DX)(DY)$;

B. $D(X + Y) = DX + DY$;

C. X, Y 相互独立;

D. X, Y 不相互独立.

3. 若随机变量 X, Y 满足 $D(X + Y) = D(X - Y)$, 则 【 】

A. X, Y 相互独立;

B. X, Y 不相关;

C. $DX = 0$;

D. $DX \cdot DY = 0$.

4. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = 0.3\phi(x) + 0.7\phi(\frac{x-1}{2})$, 其中 $\phi(x)$ 标准正态分布的分布函数, 则 EX 等于 【 】

A. 0;

B. 0.3;

C. 0.7;

D. 1.

5. (2008) 设随机变量 $X \sim N(0,1), Y \sim N(1,4)$, 且相关系数 $\rho_{XY} = 1$, 则 【 】

- A. $P\{Y = -2X - 1\} = 1$; B. $P\{Y = 2X - 1\} = 1$;
C. $P\{Y = -2X + 1\} = 1$; D. $P\{Y = 2X + 1\} = 1$.

6. 设 $R.V. X$ 的概率密度为 $p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 且 $E(X^2) = 72$ 则 λ 为 【 】

- A. 6; B. 3; C. 1/3; D. 1/6.

7. 设二维随机变量 $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$, 则下列结论中错误的是 【 】

- A. $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$; B. X, Y 相互独立的充要条件是 $\rho = 0$;
C. $E(X + Y) = \mu_1 + \mu_2$; D. $D(X + Y) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$.

8. 设二维随机变量 $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$, 则下列条件不是 X, Y 相互独立的充要条件的是 【 】

- A. $D(X + Y) = DX + DY$; B. $EX = EY = 0$;
C. $\text{cov}(X, Y) = 0$; D. $E(XY) = EXEY$

9. 将长度为 1 米的木棒随机地截成两段, 则两段长度的相关系数为 【 】

- A. 1; B. $\frac{1}{2}$; C. $-\frac{1}{2}$; D. -1.

10. 若随机变量 X, Y 独立同分布, 记 $\xi = X + Y, \eta = X - Y$, 则 ξ 和 η 必有 【 】

- A. 不相互独立; B. 相互独立; C. 相关系数为 0; D. 相关系数不为 0.

11. 设随机变量 X , $EX = \mu, DX = \sigma^2$, 用切比雪夫不等式估计

- $P\{|X - EX| \leq 3\sigma\} \geq$ 【 】
A. $\frac{1}{9}$; B. $\frac{1}{3}$; C. $\frac{8}{9}$; D. 1.

12. 设 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ 相互独立, $E(\xi_i)=1, D(\xi_i)=1$ ($i=1, 2, \dots, 9$), 则对任意给定 $\varepsilon > 0$, 有 【 】

A. $P\left\{\left|\sum_{i=1}^9 \xi_i - 1\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \varepsilon^{-2};$ B. $P\left\{\left|\frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 \xi_i - 1\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \varepsilon^2;$
 C. $P\left\{\left|\sum_{i=1}^9 \xi_i - 9\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - \varepsilon^{-2};$ D. $P\left\{\left|\sum_{i=1}^9 \xi_i - 9\right| < \varepsilon\right\} \geq 1 - 9\varepsilon^{-2}.$

二、填空题

1. 设随机变量 $X \sim P(\lambda)$, 且 $EX = 2$, 则 $P(X = 2) =$ _____.
2. 设随机变量 $X \sim E(\lambda)$, 且 $EX = 2$, 则 $P(X < 2) =$ _____.
3. (2008) 设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布, 则 $P\{X = EX^2\} =$ _____.
4. 设随机变量 X, Y 相互独立且均服从 $B(1, 0.9)$, 则 $Z = \min(X, Y)$ 的分布律为 _____.
5. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且 $EX = 0, EY = 1, DX = 1$, 则 $E[X(X + Y - 2)] =$ _____.
6. (2015) 设二维随机变量 (X, Y) 服从正态分布 $N(1, 0; 1, 1; 0)$, 则 $P\{XY - Y < 0\} =$ _____.
7. (2011) 设二维随机变量 (X, Y) 服从正态分布 $N(\mu, \mu; \sigma^2, \sigma^2; 0)$, 则 $E(XY^2) =$ _____.
8. 两个相互独立的随机变量 X 与 Y 的分布律分别为:

X	1	-2
P	0.9	0.1

Y	0	1
P	0.6	0.4

设函数 $Z = X^2 + 2Y$, 则 Z 的数学期望 $E(Z) =$ _____.

9. 随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P\{k=1\}=P\{k=2\}$, 则

$$D(X) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

10. 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots$ 相互独立同分布, 且

$$E(X_i) = \mu, D(X_i) = \sigma^2, i = 1, 2, \dots \text{ 则 } \lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \geq 0 \right\} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

11. 随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立、同分布且方差不为零, 则 $Y = X_1 + X_2$ 与

$$Z = X_2 + X_3 \text{ 的相关系数为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

12. 设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.9, 若 $Z = X - 0.4$, 则 Y 与 Z 的相关系

$$\text{数为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

13. 将一枚硬币重复抛 n 次, 以 X 和 Y 分别表示硬币正面朝上和反面朝上的次数,

$$\text{则 } X \text{ 和 } Y \text{ 的相关系数为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

15. 设 (X, Y) 的协方差矩阵为 $Cov(X, Y) = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$, 则 X 与 Y 的相关系数

$$\rho_{XY} = \underline{\hspace{2cm}}.$$