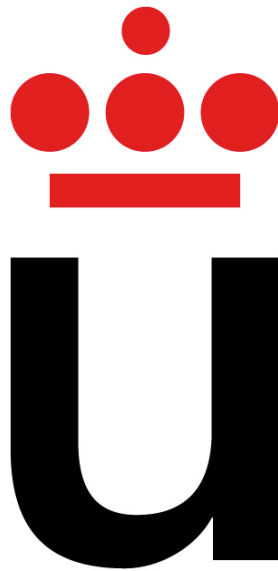


# Análisis de Riesgos

## Análisis de datos avanzados

Ejercicio de Convexidad

José Ignacio Escribano



Móstoles, 6 de marzo de 2016

## Ejercicio de convexidad

Calcular el precio (cotización) y las medidas básicas de convexidad para los siguientes activos y condiciones:

ACTIVO 1	ACTIVO 2
Vencimiento 31/01/12	Vencimiento 31/01/12
Nominal 1000€	Nominal 1000€
Cupón 4,6%	Cupón 5,58%
Cupón Corrido 0,049	Cupón Corrido 0,058
TIR 3,95%	TIR 8%
Fecha Actual 20/02/09	Fecha Actual 20/02/09

¿En qué activo invertiría usted y por qué?

### Solución:

Para resolver el ejercicio, calculamos las medidas de convexidad de ambos activos.

Comenzaremos por el Activo 1.

#### Activo 1

Necesitamos calcular el precio de este activo. Para ello aplicamos la fórmula de este, que se muestra a continuación.

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{\text{Flujo\_nominal}_i}{(1 + \text{TIR})^{\text{Plazo}(\text{años})}}$$

Para poder aplicar esta fórmula necesitamos conocer el número de períodos (que se corresponde con n), el flujo nominal de cada período y el plazo en años.

En primer lugar calculamos el número de período de este activo, junto con el número de cada período en días y años.

Período	Días	Plazo (años)
20/2/2009		
31/1/2010	345	0.945
31/1/2011	365+345=710	1.945
31/1/2012	365*2+345=1075	2.945

El número de días ha sido calculado con la herramienta online WolframAlpha usando la siguiente consulta:

“days from DD/MM/YYYY to DD/MM/YYYY”.

Y el número de años, dividiendo el número de días entre 365.

Ya estamos en disposición de calcular el flujo nominal y actual de cada período.

El flujo nominal lo calculamos como el 4.6% del precio nominal (1000 euros), en los primeros períodos, y en el caso del último período como anteriormente y le sumamos el precio nominal.

Para calcular el flujo actual aplicamos la siguiente fórmula:

$$\text{Flujo\_actual} = \frac{\text{Flujo\_nominal}_i}{(1 + \text{TIR})^{\text{Plazo(años)}}}$$

Tanto el flujo nominal como el actual de cada período se pueden encontrar en la siguiente tabla:

	Plazo (años)	F. nominal	F. actual
20/2/2009			
31/1/2010	0.945	46	$46/(1+0.0395)^{0.945}$ =44.34643
31/1/2011	1.945	46	$46/(1+0.0395)^{1.945}$ =42.66131
31/1/2012	2.945	1046	$1046/(1+0.0395)^{2.945}$ =933.219

Así pues, ya estamos en disposición de calcular el precio (o cotización) de nuestro activo aplicando la fórmula para su cálculo.

Por tanto, tenemos que el precio de nuestro activo es:

$$\begin{aligned} P &= 46/(1+0.395)^{0.945} + 46/(1+0.395)^{1.945} + 1046/(1+0.395)^{2.945} \\ &= 44.34643 + 42.66131 + 933.219 \\ &= 1020.22 \end{aligned}$$

Es decir, el precio o cotización de nuestro activo es de 1020.22 euros.

La convexidad absoluta viene dada por la siguiente fórmula:

$$CA = \left( \frac{1}{100} \right)^2 \sum_{i=1}^n \frac{\text{Flujo\_actual}_i \text{Plazo(años)}(\text{Plazo(años)} + 1)}{(1 + \text{TIR})^{\text{Plazo(años)}+2}}$$

Así pues, multiplicamos el flujo actual de cada plazo por el plazo en años y por el plazo en años más 1. Este hecho se muestra en la siguiente tabla:

	Plazo (años)	F. actual	Plazo*F. nominal*(1+Plazo)
20/2/2009			
31/1/2010	0.945	44.34643	$46*0.945*(0.945+1)$ = 84.54915
31/1/2011	1.945	42.66131	$46*1.945*(1.945+1)$ =263.4891
31/1/2012	2.945	933.219	$1046*2.945*(2.945+1)$ =12152.45

Dividiendo el valor anterior entre  $(1+TIR)^{(\text{Plazos(años)} + 2)}$  se obtiene lo que muestra la siguiente tabla:

	Plazo (años)	Plazo*F. nominal*(1+Plazo)[1]	$(1+TIR)^{(\text{plazo}+2)}$ [2]	[1]/[2]
20/2/2009				
31/1/2010	0.945	84.54915	$(1+0.0395)^{(0.945+2)} =$ 1.120852	75.43293
31/1/2011	1.945	263.4891	$(1+0.0395)^{(1.945+2)}$ =1.165125	226.1466
31/1/2012	2.945	12152.45	$(1+0.0395)^{(2.945+2)}$ =1.211148	10033.83

Por tanto, la convexidad absoluta viene dada por

$$\begin{aligned}
 CA &= (1/100)^2 (75.43293 + 226.1466 + 10033.83) \\
 &= (1/100)^2 * 10335.41 \\
 &= 1.033541
 \end{aligned}$$

Teniendo esta medida podemos calcular otras medidas de convexidad asociadas como la convexidad modificada y el coeficiente de corrección por convexidad, que vienen dadas por las siguientes fórmulas respectivamente:

$$\begin{aligned}
 CM &= 100^2 \frac{CA}{P} \\
 CCC &= \frac{1}{2} CA
 \end{aligned}$$

Por tanto, aplicando las fórmulas anteriores tenemos que,

$$\begin{aligned}
 CM &= 100^2 * CA / P = 1.074 \\
 CCC &= \frac{1}{2} * CA = 0.5371
 \end{aligned}$$

Además, podemos calcular las medidas asociadas a duración, que nos serán útiles para calcular en qué activo invertir.

$$D = 2.816$$

$$D_M = 2.709$$

$$S_A = 27.640$$

## Activo 2

Para el activo 2, repetimos los pasos del activo 1.

Obtenemos los períodos y el número de días y años de los que consta cada uno de ellos, que se muestran en la tabla siguiente:

Período	Días	Plazo (años)
20/2/2009		
31/1/2010	345	0.945
31/1/2011	365+345=710	1.945
31/1/2012	365*2+345=1075	2.945

Notar que coinciden con los plazos del Activo 1.

Calculamos el flujo nominal y el flujo actual en cada período, como se muestra en la tabla siguiente,

	Plazo (años)	F. nominal	F. actual
20/2/2009			
31/1/2010	0.945	55.8	$55.8/(1+0.08)^{0.945}$ =44.34643
31/1/2011	1.945	55.8	$46/(1+0.08)^{1.945}$ =42.66131
31/1/2012	2.945	1055.8	$1055.8/(1+0.08)^{2.945}$ =933.219

Con estos datos, ya estamos en disposición de calcular el precio de nuestro activo

$$P = 55.8/(1+0.08)^{0.945} + 55.8/(1+0.08)^{1.945} + 1055.8/(1+0.08)^{2.945}$$

$$= 941.6115$$

Por tanto, el precio o cotización del Activo 2 vale 941.61 euros.

Calculamos la convexidad absoluta calculando el numerador y el denominador del cociente de la fórmula,

	Plazo (años)	F. actual	Plazo*F. nominal*(1+Plazo)[1]	(1+TIR)^(plazo+2) [2]
20/2/2009				
31/1/2010	0.945	44.34643	$55.8 * 0.945 * (0.945 + 1)$ = 102.5618	$(1 + 0.08)^{(0.945 + 2)} =$ 1.254391
31/1/2011	1.945	42.66131	$55.8 * 1.945 * (1.945 + 1)$ = 319.6238	$(1 + 0.08)^{(1.945 + 2)}$ = 1.354742
31/1/2012	2.945	933.219	$1055.8 * 2.945 * (2.945 + 1)$ = 12266.31	$(1 + 0.08)^{(2.945 + 2)}$ = 1.463122

Dividiendo las columnas [1] y [2] se obtiene lo siguiente,

	[1]/[2]
20/2/2009	
31/1/2010	81.76223
31/1/2011	235.9296
31/1/2012	8383.655

Por tanto, la convexidad absoluta es,

$$\begin{aligned}
 CA &= (1/100)^2 (81.76223 + 235.9296 + 8383.655) \\
 &= (1/100)^2 * 8701.347 \\
 &= 0.8701347
 \end{aligned}$$

Con esta medida, podemos calcular otras medidas asociadas como la convexidad modificada y el coeficiente de corrección de convexidad.

$$\begin{aligned}
 CM &= 100^2 * CA / P = 9.240934 \\
 CCC &= \frac{1}{2} * CA = 0.4350674
 \end{aligned}$$

Además, podemos calcular las medidas de duración.

$$\begin{aligned}
 D &= 2.783772 \\
 D_M &= 2.577567 \\
 S_A &= 24.270666
 \end{aligned}$$

A continuación, se muestra una tabla con la comparativa de las mediadas de duración y convexidad de los dos activos:

	<b>ACTIVO 1</b>	<b>ACTIVO 2</b>
Duración	2.816 (=1027.8 días)	2.783 (=1015.8 días)
Duración modificada	2.709	2.577
Sensibilidad	27.64	24.27
Convexidad absoluta	1.033	0.870
Convexidad modificada	10.13	9.241
CCC	0.5371	0.435

Puesto que entre las medidas de duración apenas existen diferencias significativas (12 días en duración), usaremos la medida de convexidad para analizar los activos.

Una propiedad interesante de la convexidad es la asimetría, ya que ante descensos en TIR, la convexidad recoge ganancias en precio de mayor cuantía que los descensos que se producen ante un incremento en TIR. Así pues, nos interesa que nuestra inversión tenga el valor de la convexidad más alto posible, y entre nuestras dos opciones, la mayor convexidad viene dada en el activo 1, que será donde invirtamos.

## Anexo: Código R utilizado

```
# Función que calcula las medidas de duración
# dado un vector de plazos (en años), un vector
# de cupones y el tir
#
# Las medidas de duración que se calculan son:
#   - Duración
#   - Duración modificada
#   - Sensibilidad
#
# Además se vuelve el precio (o cotización) actual como
# primer valor. A continuación, las medidas indicadas
# anteriormente (en el mismo orden)

duracion = function(plazos, cupon, tir){
  precio = sum(cupon/(1+tir)^plazos)
  duracion = 1/precio* sum(plazos*cupon/(1+tir)^plazos)
  duracion_modificada = duracion/(1+tir)
  sensibilidad = duracion_modificada*precio/100
  return(c(precio, duracion, duracion_modificada, sensibilidad))
}

# Función que calcula las medidas de convexidad
# dado un vector de plazos (en años), un vector
# de cupones y el tir
#
# Las medidas de convexidad que se calculan son:
#   - Convexidad
#   - Convexidad modificada
#   - CCC
#
# Además se vuelve el precio (o cotización) actual como
# primer valor. A continuación, las medidas indicadas
# anteriormente (en el mismo orden)

convexidad = function(plazos, cupon, tir){
  convexidad_absoluta =
  (1/100)^2*sum((cupon*plazos*(plazos+1))/(1+tir)^(plazos+1))
  precio = sum(cupon/(1+tir)^plazos)
  convexidad_modificada = 100^2*convexidad_absoluta/precio
  ccc = 1/2*convexidad_absoluta
  return(c(precio, convexidad_absoluta, convexidad_modificada, ccc))
}

# Valores del activo 1
tir1 = 0.0395
cupones1 = c(46, 46, 1046)
```



plazos = c(0.945, 1.945, 2.945)

# Valores del activo 2

tir2 = 0.08

cupones2 = c(55.8, 55.8, 1055.8)

# Calculamos los valores de duración y convexidad para el activo 1

duracion(plazos, cupones1, tir1)

convexidad(plazos, cupones1, tir1)

# Calculamos los valores de duración y convexidad para el activo 1

duracion(plazos, cupones2, tir2)

convexidad(plazos, cupones2, tir2)