

# Superficies regladas

José Ignacio Escribano



23 de abril de 2015

## 1 Introducción

## 2 Algunas superficies regladas

- Superficie cilíndrica
- Superficie cónica
- Conoides
  - Conoide de Wallis
  - Conoide de Plücker
  - Conoide de Plücker generalizado
  - Paraguas de Whitney
- Otras
  - Banda de Möbius
  - Helicoide
  - Hiperboloide

## 3 Aplicaciones

# Introducción

## Definición

*Una superficie es una aplicación*

$$r : [a, b] \times [c, d] \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad (1)$$

## Ejemplo (de superficie)

*Imagen de superficie*

## Definición

*Una superficie reglada es aquella generada por una recta en el espacio llamada generatriz, a lo largo de una curva llamada directriz.*

## Definición

*Una superficie es reglada si es generada por una familia uniparamétrica de rectas (llamadas generatrices).*

*La parametrización de una superficie reglada es*

$$r(u, v) = \rho(u) + va(u) \quad (2)$$

*donde  $\rho, a : I = [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^3$  son dos curvas en el espacio.*

## Definición

*Un conjunto de curvas de una superficie reglada que interseca a cada generatriz en un punto se llama curva generatriz.*

## Definición

*Una superficie reglada es cilíndrica si es de la forma*

$$r(u, v) = \rho(u) + va_0 \quad (3)$$

*con  $a_0 \in \mathbb{R}^3$ .*

## Definición

*Una superficie reglada es cónica si es de la forma*

$$r(u, v) = \rho_0 + va(u) \quad (4)$$

*con  $\rho_0 \in \mathbb{R}^3$ .*

*$\rho_0$  es el vértice del cono.*

## Definición

*Una superficie reglada es tangente desarrollable si es de la forma*

$$r(u, v) = \rho(u) + v\rho'(u) \quad (5)$$

## Definición

*Una superficie reglada que cumple que  $a(u) \neq 0 \quad \forall u \in I$  se denomina no cilíndrica.*

## Definición

*Una superficie no cilíndrica cuyas generatrices son paralelas a un plano directriz fijo se llama superficie de Catalan.*

## Teorema (Caracterización de las superficies de Catalan)

*Una superficie reglada  $r(u, v) = \rho(u) + va(u)$  es una superficie de Catalan si y sólo si*

$$[a(u), a'(u), a''(u)] = 0 \quad \forall u \in I \quad (6)$$

## Definición

*Una superficie de Catalan se dice conoide si todas las generatrices intersecan una recta constante (el eje del conoide).*



# Algunas superficies regladas

# Superficie cilíndrica

# Superficie cónica



# Conoide de Plücker

# Conoide de Plücker generalizado

# Paraguas de Whitney

# Banda de Möbius





# Hiperboloide

# Aplicaciones