Ali Parchekani

Higher bound.

	$\ln(n)$	$\lg(n)$	$\lg(n^2)$	$\lg((n))^2$	n	$n\log(n)$	2^n	2^{3n}
$\ln(n)$	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
$\lg(n)$	Y changing the base	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
$\lg(n^2)$	Y chain rule	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
$((\lg(n))^2)$	–	–	–	Y	Y	Y	Y	Y
n	–	–	–	–	Y	Y	Y	Y
$n\log(n)$	–	–	–	–	–	Y	Y	Y
2^n	–	–	–	–	–	–	Y	Y
2^{3n}	–	–	–	–	–	–	–	Y

算极限

take limit

$f \in O(g)$ & $g \in O(h) \Rightarrow f \in O(h)$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^{3n}}{2^n} = \infty$$

$3n \in O(n) \not\Rightarrow 2^{3n} \in O(2^n)$

$n \in O(n\lg(n))$

$\exists c \in \mathbb{R}^+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow f(n) \leq c \cdot g(n)$

$n \leq n \cdot \lg(n)$ when $n \geq 2$ b/c $\lg(2) = 1$. $\lg(2)$

Take $c = 1 \in \mathbb{R}^+$

Take $n_0 = 2 \in \mathbb{N}$

Take arbitrary $n \in \mathbb{N}$

Assume $n \geq n_0$

Then $n \leq n \cdot \lg(n)$ b/c when $n \geq 2$, $\lg(n) \geq 1$

$= c \cdot n\lg(n)$

Therefore, $\exists c \in \mathbb{R}^+, \exists n_0 \in \mathbb{N}. \forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$

$\Rightarrow f(n) \leq c \cdot n\lg(n)$.

Thus. $f(n) \in O(n\lg n))$ by defn.

□

$n\lg(n) \notin O(n)$

$\forall c \in \mathbb{R}^+, \forall n_0 \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow f(n) > c \cdot g(n)$

Proof by contradiction:

$\exists c \in \mathbb{R}^+, \exists n_0 \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \Rightarrow n\lg n \leq c \cdot n$

$\forall n \geq n_0 \Rightarrow \forall n \geq \max(n_0, 1)$ make sure n is positive.

$\Rightarrow \underbrace{n \geq 1}$

$n\lg n \leq c \cdot n \Rightarrow \lg n \leq c \Rightarrow \underbrace{n \leq 2^c}$

if we pick $\underbrace{n = 2^c + 1}$

Pick $n = \max(n_0, \underline{\lfloor 2^c \rfloor} + 1)$ let it be natural.

Tight bound. Θ.

	$\ln(n)$	$\lg(n)$	$\lg(n^2)$	$\lg((n))^2$	n	$n\log(n)$	2^n	2^{3n}
$\ln(n)$	y	y	y	—	—	—	—	—
$\lg(n)$	y	y	y	—	—	—	—	—
$\lg(n^2)$	y	y	y	—	—	—	—	—
$((\lg(n))^2)$	—	—	—	y	—	—	—	—
n	—	—	—	—	y	—	—	—
$n\log(n)$	—	—	—	—	—	y	—	—
2^n	—	—	—	—	—	—	y	—
2^{3n}	—	—	—	—	—	—	—	y

can not find the lower bound.