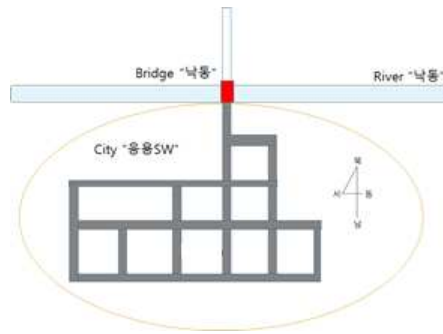


동의대학교 응용소프트웨어공학과
응용수학 기말고사(7문제)

2020년 12월 9일 14:00-15:20

1. (10점) 그림과 같이 신도시 "응용SW"에 새로운 도로망을 만들고자 한다. 신도시는 낙동강 아랫 부분, 즉 남쪽에 위치하며, 타원 형태 내부에 있는 회색의 새로운 도로망을 구축하고자 한다. 위치를 효율적으로 나타낼 수 있도록 하는 도로의 이름을 부여하고, 그 이유를 설명하시오.



2. (10점) 컴퓨터 게임에서 한 캐릭터가 $P(a, b)$ 지점에서 출발하여 벡터 $v = (c, d)$ 방향으로 움직이고 있을 때, $Q(e, f)$ 지점에 몬스터가 나타난다는 정보를 접했다. "그 캐릭터는 몬스터를 향해 총을 쏘기 위해 어떤 방향(왼쪽, 오른쪽)으로 돌아야 할지?"를 벡터 연산을 사용하여 결정하시오.
3. (10점) 2차원 평면에 세 점 $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$ 을 정점으로 하는 삼각형 $\triangle ABC$ 가 있다. 그 삼각형은 고무 재질로 만들어져 있어 삼각형의 정점의 위치가 바뀌면 늘어나거나 줄어들 수 있다. 정점 $B(1, 0)$ 가 점 $B'(4, 0)$ 으로 옮겨지고, 정점 $C(0, 1)$ 이 점 $C'(3, 3)$ 으로 옮겨진다면, 삼각형 $\triangle ABC$ 의 내부에 있던 점 $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ 는 새로운 삼각형 $\triangle AB'C'$ 내부의 어떤 점 $P'(x, y)$ 으로 옮겨지는가?
4. (10점) 딥러닝수학에 대한 문제로서, 비용함수 $f(x, y) = 3x^2y + 3xy^2$ 가 주어져 있을 때, 초기 위치 $P_0(1, 1)$ 에서 출발하여 비용함수가 최소가 되도록 하는 지점을 찾아가기를 원한다. 한번 옮길 때 $\delta = 1/9$ 만큼의 step size가 주어져 있을 때, 다음 점 $P_1(x, y)$ 의 위치를 구하시오.
5. (20점) 다음 2차원 점 데이터에 대해서 PCA(Principal Component Analysis)를 적용하여 데이터의 주축 (Principal Axis) 2개를 구하시오.
- $$D = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$
6. (20점) 주어진 행렬을 **Singular Value Decomposition**으로 분해하시오.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

7. (20점) 2차원 평면에 다음과 같은 두 개의 2차원 공 A, B가 있다고 하자. 공 A의 질량 $m_a = 1$ 이며, 반지름은 $r_a = 3$ 이며, 초기 위치는 $P_a(0, -6)$ 에 놓여 있다. 공 B의 질량 $m_b = 1$ 이며, 반지름은 $r_b = 2$ 이며, 초기 위치는 $P_b(7, 0)$ 에 놓여 있다. 두 공이 동일한 시점에 동시에 출발한다고 가정한다. 공 A는 초속 $V_a = (0, 1)$ 속도로 움직이고, 공 B는 초속 $V_b = (-2, 0)$ 속도로 움직인다면 시간이 얼마 지난 후 두 공은 충돌한다. 다음에 답하시오.

- (1) (5점) 두 공이 충돌하는 시점은 언제인가?
- (2) (5점) 두 공이 충돌하는 지점의 위치는?
- (3) (5점) 충돌한 이후, 두 공의 새로운 속도 V'_a, V'_b 를 구하시오.
- (4) (5점) 충돌한 이후 1초가 지난 시점에서의 두 공의 중심의 위치는?

- A: $r_a = 3, \quad m_a = 1, \quad V_a = (0, 1), \quad P_a(0, -6)$
- B: $r_b = 2, \quad m_b = 1, \quad V_b = (-2, 0), \quad P_b(7, 0)$
- t 시점에서의 두공의 중심의 위치 : $P_a(t) = P_a + tV_a, \quad P_b(t) = P_b + tV_b$
- 반발계수 $\epsilon = 1$
- $V'_a = V_a + \frac{\alpha}{m_a}N, \quad V'_b = V_b - \frac{\alpha}{m_b}N \quad \alpha = - \frac{(1 + \epsilon)((V_a - V_b) \cdot N)}{(\frac{1}{m_a} + \frac{1}{m_b})}$
- $N = \frac{n}{\|n\|}, \quad n = P'_b - P'_a$