☆ 새로운 메모 테일러 2021-09-28 (화) 14:35

보낸사람 이지호<jiho9707@gmail.com>
받는사람 <jiho9702@naver.com>

2016 3290 이지호 응용수학과제.

① $y = \sqrt{x}\sin x$

$$y' = (x^{\frac{1}{2}})'\sin x + \sqrt{x}(\sin x)'$$

$$= \frac{1}{2}x^{(1-\frac{1}{2})}\sin x + \sqrt{x}\cos x$$

$$= \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x}}\sin x + \sqrt{x}\cos x$$

$$= \frac{\sin x + 2x\cos x}{2\sqrt{x}}$$

② $y = \sin x + \frac{1}{2}\cot x$ $\quad \frac{\cos}{\sin}$

$$y' = \cos x + \frac{1}{2}\frac{\cos x}{\sin x}$$

$$y' = \cos x + \frac{1}{2}\left(\frac{-\sin x\sin x - \cos x\cos x}{\sin^2 x}\right)$$

$$y' = \cos x + \frac{1}{2}\left(\frac{-(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x}\right)$$

$$y' = \cos x + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sin x}\right)^2$$

③ $y = \frac{e^x \cdot \sin x}{1 + \ln x}$

$$y' = \frac{(e^x\sin x)'\cdot(1+\ln x) - (e^x\sin x)(1+\ln x)'}{(1+\ln x)^2}$$

$$y' = \frac{(e^x\sin x + e^x\cos x)(1+\ln x) - (e^x\sin x)\cdot\frac{1}{x}}{(1+\ln x)^2}$$

$$y' = \frac{e^x(\sin x + \cos x)}{1+\ln x} - \frac{e^x(\sin x)}{x(1+\ln x)^2}$$

$$y' = \frac{e^x((x\ln x + x - 1)\sin x + x\cos x\ln x + x\cos x}{x(1+\ln x)^2}$$

④ $y = (2x+1)^5\cdot(x^3-x+1)^4$

$$y' = ((2x+1)^5)'\cdot(x^3-x+1)^4 + (2x+1)^5\cdot((x^3-x+1)^4)'$$

$$y' = 5\cdot 2(2x+1)^4\cdot(x^3-x+1)^4 + (2x+1)^5\cdot 4(3x^2-1)(x^3-x+1)^3$$

$$y' = 10(2x+1)^4(x^3-x+1)^4 + 4(2x+1)^5(3x^2-1)(x^3-x+1)^3$$

$$y' = 2(2x+1)^4(x^3-x+1)^3(5(x^3-x+1) + 2(2x+1)(3x^2-1))$$

$$y' = 2(2x+1)^4(x^3-x+1)^3(5x^3-5x+5 + 12x^3+6x^2-4x-2)$$

$$y' = 2(2x+1)^4(x^3-x+1)^3(17x^3+6x^2-9x+3)$$

⑤ $y = \sin(\cos(\tan x))$ $\quad \sin(\quad) = f(x) \quad \cos(\tan x) = g(x)$

$y = f(g(x)) \; = \; y' = f'(g(x))\cdot g'(x)$

$y' = \cos(\cos(\tan x)) \cdot (\cos(\tan x))'$ $\cos(\ ) = f(x)$, $\tan x = g(x)$

$y' = \cos(\cos(\tan x)) \cdot (f(g(x)))'$

$y' = \cos(\cos(\tan x)) \cdot (-\sin(\tan x)) \cdot \sec^2 x = \left(\frac{1}{\cos x}\right)^2$

$y' = -\sec^2(x)\sin(\tan x)\cos(\cos(\tan x))$

⑥ $y = x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$

$y' = (x)'\sin\left(\frac{1}{x}\right) + x\left(\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right)'$

$y' = \sin\left(\frac{1}{x}\right) + x \cdot \left(\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right)'$

$y' \cdot \sin\frac{1}{x} + \cos\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \frac{x}{x^2}$

$y' = \sin\frac{1}{x} - \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x}$

⑦ $f(x) = e^x \Rightarrow f'(e^x)$ 증명

$\Rightarrow [e^x]' = \lim_{h\to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h}$

① $= \lim_{h\to 0} \frac{e^x \cdot e^h - e^x}{h}$

② $= \lim_{h\to 0} e^x \frac{(e^h - 1)}{h}$ → e는 극한으로 정의 가능하다

↳ $e = \lim_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

③ $\Rightarrow \lim_{h\to 0} e^x \left(\frac{(1+h)^{\frac{1}{h}\cdot h} - 1}{h}\right)$

④ $+ \lim_{h\to 0} e^x \left(\frac{(1+h) - 1}{h}\right)$

⑤ $= \lim_{h\to 0} e^x \left(\frac{h}{h}\right)$

⑥ $= \lim_{h\to 0} e^x \cdot 1$

⑦ $= \lim_{h\to 0} e^x$

⑧ $= e^x$ act.

⑧ $f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$ 증명

$\ln = \log_e$

$f(x) = \ln x$의 양변에 밑으로 e를 대입해준다.

① $e^{f(x)} = x$

$e^{f(x)} = x$ 이기 때문

② $[e^{f(x)}]' = x'$

③ $e^{f(x)} \cdot f'(x) = 1$

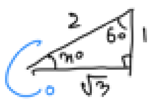
④ $x \cdot f'(x) = 1$

⑤ $\therefore f'(x) = \frac{1}{x}$ 이고 $f(x) = \ln x$ 였기 때문에

⑥ $[\ln x]' = \frac{1}{x}$ 이다.

⑨ $\cos 32° = ?$

$f(x) = \cos x \Rightarrow f(32) = f(30+2) = f(30) + f'(30) \cdot (2°)$



$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore f(30) + f'(30) \cdot (2°)$

$\fallingdotseq \frac{\sqrt{3}}{2} - \sin(30) \cdot \left(\frac{2\pi}{180}\right)$

$\fallingdotseq \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{90}\right)$

$\fallingdotseq \frac{(1.73205) - (0.0348)}{2}$

$\fallingdotseq \frac{1.69725}{2}$

$\fallingdotseq 0.848625$

(실제 Cos 32의 값은 0.8342273605이다)

⑩ $e^{\frac{1}{2}}$ 근사값을 테일러 전개로 구하여라 (+ 프로그램 작성)

테일러 함수는 e에 대하여 표현하면

$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$ 이 되고

$= 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 \cdots$ 이 된다.

└ 이 식을 코드로 전개해 보았다.

그 결과 횟수가 많이 반복될수록 더 근사한 값이 나왔다.

실제 $e^{\frac{1}{2}}$은 (구글 계산기 기준) 1.6487212707 이다.

if) count = 1 1.5

count = 2 1.625

count = 3 1.64583

count = 4 1.64844

count = 5 1.6487

⋮

(코드) ⇓ count 10 1.64872 (근사값이 나왔다)

```
#include <iostream>
#include <math.h>
using namespace std;
#define e = 2.71828;

int main() {

double x; //e의 지수승
double count; // 테일러 급수 횟수;

cin >> x >> count;

double fact = 0, power = 0;
double tailor = 1;

for (int i = 1; i <= count; i++) {
int num = 1;
power = pow(x, i);
for (int j = 1; j <= i; j++) {
num = num * j;
fact = num;
}
tailor += power * (1/fact);
}

cout << tailor;
}
```

나의 iPad에서 보냄